

возможны и другие требования к точности получаемых ответов, зависящие от выбранного языка (или множества языков). Как и ранее, необходимо только всегда чётко представлять себе целесообразность использования тех или иных моделей в разных языковых множествах и ко-нечный эффект от их мультилингвистической реализации.

В заключение необходимо отметить, что эффективность целевого применения распределенной СППР, поддерживающей мультилингвистичность представления информации, зависит не только от того, насколько удачно при синтезе были выбраны структура (включая избыточность информационного обеспечения) и параметры системы, но и от того, насколько рационально организована система контроля функционирования компонентов в процессе эксплуатации.

M. V. Karaseva

SYNTHESIS MODIFICATION OF THE DISTRIBUTED SYSTEM OF DECISION SUPPORT ON THE THESAURUS BASIS

The paper presents a modification of model of data ware synthesis in distributed system of decision support on the thesaurus basis, taking into account multilingual case of informational presentation. It increases its value for modern systems of decision support, since the majority of huge Russian and foreign companies operate in the international market and that is why it is not expedient to make decisions on one-lingual data basis.

Keywords: modification, decision support, thesaurus.

© Карасева М. В., 2011

УДК 004.932

В. Б. Кашкин, О. И. Киселев

БЫСТРАЯ ОБРАБОТКА АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЮЩАЯ МИНИМАЛЬНЫЕ КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

Предлагается алгоритм обработки двумерных аэрокосмических изображений, использующий одномерное дискретное преобразование Фурье, связанное с решетчатыми кубатурными формулами, точными на тригонометрических полиномах.

Ключевые слова: дискретное преобразование Фурье, минимальные кубатурные формулы.

Рассмотрим плоское изображение $f(x, y)$, где f – яркость, $0 \leq x, y \leq 1$, $f(x, y) \in L^2$. Это может быть высококачественная фотография земной поверхности, полученная с борта авиационных или космических носителей. Считаем, что $f(x, y)$ – периодическая функция двух переменных с периодом 1 по каждой и что $f(x, y)$ может быть разложена в абсолютно сходящийся ряд Фурье:

$$f(x, y) = \sum_{m,n} a_{m,n} e^{2\pi i(xm + yn)}, \quad \sum_{m,n} |a_{m,n}| < \infty, \quad (1)$$

$$a_{m,n} = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) e^{-2\pi i(xm + yn)} dx dy. \quad (2)$$

Библиографические ссылки

1. Поиск и обработка информации на базе мультилингвистических тезаурусов / С. В. Рогов, П. В. Зеленков, И. В. Ковалев, М. В. Карасева // Материалы Всерос. науч. конф. «Новые информ. технологии и системы» (15–20 февр. 2008). М., 2008. С. 33–35.
2. Ковалев И. В., Карасева М. В. Автоматизация формирования информационной базы мультилингвистической адаптивной технологии // Вестник СибГАУ. 2007. Вып. 4. С. 31–35.
3. Лохмаков П. М., Кустов Д. В., Цветков Ю. Д. Интеллектуализация поиска информации в корпоративных системах // Вестн. унив. комплекса : сб. науч. тр. / под ред. Н. В. Василенко ; НИИ систем управления, волновых процессов и технологий. Красноярск, 2006. Вып. 23. С. 141–156.

Коэффициенты $a_{m,n}$ образуют двумерный спектр Фурье функции $f(x, y)$.

При двумерном дискретном преобразовании Фурье устанавливается взаимно однозначное соответствие между значениями функции $f(x, y)$ в узлах x_j, y_l , $0 \leq j, l \leq N-1$ и множеством чисел $A_{m,n}$, $0 \leq m, n \leq N-1$, так что тригонометрический полином

$$T(x, y) = \sum_{m,n=0}^{N-1} A_{m,n} e^{2\pi i(xjm + yln)} \quad (3)$$

восстанавливает функцию $f(x, y)$ в узлах, т. е. $T(x_j, y_l) = f(x_j, y_l)$, $0 \leq j, l \leq N-1$, при этом число

$A_{m,n}$, $0 \leq m, n \leq N-1$, есть кубатурная сумма в кубатурной формуле

$$Q(m, n) = \frac{1}{N^2} \sum_{j,l=0}^{N-1} f(x_j, y_l) e^{-2\pi i(x_j m + y_l n)} = A_{m,n}, \quad (4)$$

т. е. приближенное значение коэффициента Фурье $a_{m,n}$ ряда Фурье (1) от функции $f(x, y)$ с заданной тригонометрической степенью $d \geq 1$. Последнее означает, что формула (4) точна для всех функций вида $f(z, w) = z^\alpha w^\beta$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$, $|\alpha| + |\beta| \leq d$ и не точна хотя бы для одной такой функции с $|\alpha| + |\beta| = d + 1$ [1].

Важной проблемой теории кубатурных формул высокой тригонометрической точности является построение минимальных кубатурных формул, т. е. таких, у которых число узлов при данном d было бы минимальным [1].

Фотографическое изображение может быть отсканировано с помощью некоторого устройства, например, настольного сканера, который считывает значения яркости $f(x, y)$ в узлах прямоугольной решетки $x = x_j, y = y_l, 0 \leq j \leq N_1 - 1, 0 \leq l \leq N_2 - 1, N_1$ и N_2 – количество отсчетов по x и по y . В этом случае $f(x, y) = f(x_j, y_l) = f(j, l)$. Классическим методом (КМ) вычисления спектра двумерной дискретной функции является применение двумерного дискретного преобразования Фурье (ДДПФ) по квадратной решетке $N_1 = N_2 = N$ [2]:

$$A_{n,m} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left[\exp\left(\frac{2\pi i j n}{N}\right) \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} f(j, l) \exp\left(\frac{2\pi i l m}{N}\right) \right]. \quad (4)$$

При КМ вначале выполняется одномерное преобразование Фурье по столбцам, а затем результат подвергается одномерному преобразованию по строкам (или наоборот, вначале по строкам, а затем по столбцам). Общее число операций сложения и умножения составляет N^4 . Вычисление приближенных значений коэффициентов Фурье по формуле (4) в КМ проводится на основе декартова произведения двух одномерных квадратурных формул с N узлами, кубатурная формула имеет N^2 узлов, её тригонометрическая степень $d = N - 1$ (рис. 1). Квадратная решетка показана на рис. 1, а. Существуют кубатурные формулы такой же степени d , но имеющие значительно меньшее число узлов [3].

Для ускорения вычислений при КМ применяются быстрые алгоритмы, чаще всего алгоритм Кули–Тьюки [2]. Его особенностью является выбор числа отсчетов из условия $N = 2^M, M$ – натуральное число. Преимущество такого выбора состоит в том, что значения тригонометрических функций достаточно вычислять $2M$ раз, поскольку они периодически повторяются. Кроме того, вычисления можно проводить по рекуррентным формулам. Число операций сложения и умножения при нахождении коэффициентов Фурье одной строки или столбца изображения размерностью $N \times N$ пикселей с применением алгоритма Кули–Тьюки равно $N \cdot \log_2 N$. Проводя преобразование по каждой из N строк изображения и повторяя этот процесс по каждому из столбцов, получаем в итоге $2N^2 \cdot \log_2 N$ операций.

Важное применение классического метода ДДПФ – глобальная фильтрация изображений. Пусть, например, изображение искажено (расфокусировано) некоторой линейной системой (например, фотографическим

объективом) с функцией рассеяния точки $h(x, y)$. Возьмем значения $h(x, y)$ в тех же узлах квадратной решетки: $x = x_j, y = y_l, j, l = 0, N-1$, что и для изображения $f(x, y)$, т. е. будем рассматривать функцию $h(x_j, y_l) = h(j, l)$. ДДПФ от $h(j, l)$ является частотным коэффициентом передачи линейной системы:

$$B_{n,m} = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left[\exp\left(\frac{2\pi i j n}{N}\right) \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} h(j, l) \exp\left(\frac{2\pi i l m}{N}\right) \right].$$

Спектр искаженного изображения равен $C_{m,n} = A_{m,n} B_{m,n}$. Для восстановления изображения выполним инверсную фильтрацию и найдем оценку $A_{m,n}^* = C_{m,n} / B_{m,n}$. Здесь предполагается, что обратная задача является корректной, в противном случае следует использовать регуляризацию решения. Далее выполняется обратное ДДПФ:

$$f^*(i, l) = \sum_{m=0}^{N-1} \left[\exp\left(\frac{-2\pi i j m}{N}\right) \sum_{n=0}^{N-1} A_{m,n}^* \exp\left(\frac{-2\pi i l n}{N}\right) \right].$$

Минимальные кубатурные формулы, точно интегрирующие тригонометрические многочлены степени не большей, чем d , могут иметь различный вид. Имея в виду, что ниже будет использован алгоритм быстрого преобразования Фурье по Кули–Тьюки, положим число узлов минимальной кубатурной формулы равным 2^M . При этом d должно быть нечетным; пусть $d = 2k + 1$, минимальное число узлов составляет $N^* = 2(k + 1)^2$. Сравним число узлов такой минимальной кубатурной формулы и КМ одинаковой тригонометрической степени d . Для КМ имеем $d = N - 1$. Таким образом, при КМ число узлов $N^2 = 4(k + 1)^2$, т. е. в два раза больше.

В соответствии с [4] при $d = 2k + 1$ выберем в качестве узлов минимальной кубатурной формулы точки с координатами

$$x_j = \left\{ \frac{j}{N^*} \right\}, y_l = \left\{ \frac{l}{N^*} \right\},$$

$$N^* = 2(k + 1)^2, l = (2k + 1)j, 0 \leq j \leq N^* - 1, \quad (5)$$

фигурные скобки $\{ \}$ означают дробную часть числа. Таким образом, координаты узлов зависят от одного индекса j . Решетка, соответствующая (5) (рис. 1, б), содержит узлы, расположенные вдоль параллельных прямых и достаточно равномерно покрывает изображение. Узлы отмечены черными точками. Параллельные линии, проходящие через узлы решетки (на рис. 1, б показана одна из них), представляют собой некоторые отрезки прямой. Так как $f(x, y)$ – периодическая функция двух переменных с периодом 1 по каждой, то отрезки можно выстроить вдоль одной прямой, на которую укладываются все узлы, т. е. сформировать вектор $f(j)$. При работе с этим вектором можно применять алгоритм одномерного дискретного преобразования Фурье. Используя одномерное преобразование Фурье, мы обходим каждый узел один раз, а при КМ – два раза. Совокупность узлов, соответствующую формуле (5), далее будем называть наклонной решеткой. Для ввода фотоизображений в компьютер по наклонной решетке понадобится специальный сканер.

Прямое и обратное преобразование Фурье от наклонной решетки вычисляются по обычным формулам одномерного преобразования. Вместо коэффициента $A_{n,m}$ получаем A_n :

$$A_n = \frac{1}{N^*} \sum_{j=0}^{N^*-1} f(j) \exp\left(\frac{2\pi i n j}{N^*}\right),$$

обратное преобразование дает значение яркости в j -м узле:

$$f(j) = \sum_{n=0}^{N^*-1} A_n \exp\left(\frac{-2\pi i n j}{N^*}\right).$$

При построении изображения $f(j, l)$ по вектору $f(j)$ координата узла l задается как $l = j(2k + 1)$.

Определим погрешности вычисления коэффициентов $A_{n,m}$ по КМ (расстановку узлов по квадратной решетке) и коэффициентов A_n по наклонной решетке в сравнении с точными коэффициентами $a_{n,m}$, вычисляемыми по формуле (2). Используется преобразование Фурье без упрощающих алгоритмов, число узлов подбирается таким, чтобы для КМ и наклонной решетки оно было приблизительно одинаковым.

Рассмотрим тестовое изображение «шахматное поле», содержащее 5 белых и 4 черных квадрата, размер стороны квадрата равен 1/3 размера стороны всего поля (рис. 1, в). Белому полю присваивается значение 0, черному 1. В первом столбце таблицы приведено число узлов N^2 квадратной решетки, во втором – значения среднеквадратичного отклонения S коэффициентов Фурье для КМ от точных значений, в третьем столбце – число узлов N^* для наклонной решетки и в четвертом – значения среднеквадратичного отклонения S коэффициентов Фурье для наклонной решетки.

Анализ данных таблицы показывает, что значения среднеквадратичного отклонения коэффициентов Фурье для наклонной решетки приблизительно такие же, как для квадратной решетки; тенденция к уменьшению погрешности с ростом числа узлов более стабильна, чем при КМ.

Наклонная решетка была использована при восстановлении расфокусированного изображения путем инверсной фильтрации (рис. 2). Вычислялся спектр исходного изображения A_n , коэффициент передачи линейной системы B_n задавался в виде

$$B_n = \frac{1}{1 + an^2}.$$

Спектр расфокусированного изображения имеет вид $C_n = A_n \cdot B_n$, оценка восстановленного спектра при инверсной фильтрации равна $A_n^* = C_n / B_n$. На рис. 2, а приведено исходное изображение, полученное при дистанционном зондировании Земли с космического носителя, на рис. 2, б – расфокусированное изображение. На рис. 3 показаны действительная часть одномерного спектра исходного изображения (а), мнимая часть (б) и коэффициент передачи линейной системы (в). Число узлов при обработке составило 32 768, что соответствует $k = 127$ и $d = 255$. Если использовать классический метод с квадратной решеткой, то число узлов составило бы 65 576. При обработке изображений (см. рис. 2) использовался одномерный алгоритм Кули–Тьюки, число операций сложения и умножения 491 520. Если использовать КМ и дву-

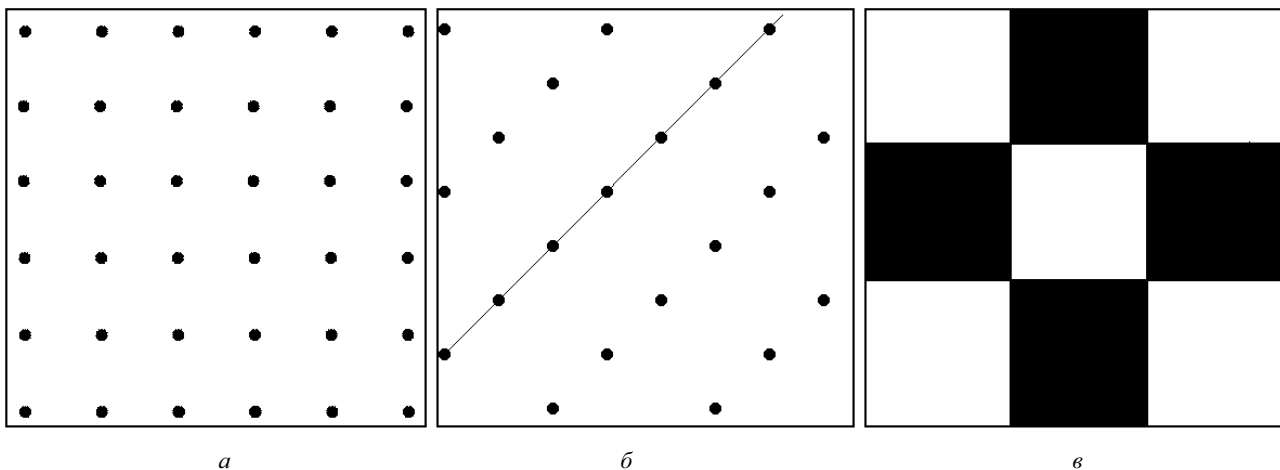


Рис. 1. Квадратная решетка (а); наклонная решетка при $k = 1$ (б); тестовое изображение (в)

Погрешность при вычислении коэффициентов Фурье

Классический метод		Наклонная решетка	
N^2	S	N^*	S
441	0,010 412	450	0,005 406
529	0,003 485	512	0,005 285
625	0,003 345	648	0,004 123
729	0,007 225	722	0,004 055
841	0,002 487	882	0,003 278
961	0,002 407	968	0,003 236
1 089	0,005 387	1 058	0,003 032
1 225	0,001 888	1 250	0,002 660
1 369	0,001 837	1 352	0,002 511
1 521	0,004 214	1 568	0,002 236
1 681	0,001 496	1 682	0,002 124

мерный алгоритм Кули–Тьюки, то число операций составило бы 1 048 576.

В этом примере изображение восстановилось с точностью до машинной погрешности.

Библиографические ссылки

1. Носков В. М., Schmid Н. J. Кубатурные формулы высокой тригонометрической точности // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2004. Т. 44. № 5. С. 793–802.

2. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М. : Мир, 1990.

3. Осипов Н. Н. О минимальных кубатурных формулах с тригонометрическим d -свойством в двумерном случае // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 2005. Т. 45. № 1. С. 8–16.

4. Kashkin V. B., Noskov M. V., Osipov N. N. Application of Latticed Cubature Formulas to 2D Discrete Fourier Transform // Pattern Recognition and Image Analysis. 2002. Vol. 12. № 4. P. 397–399.

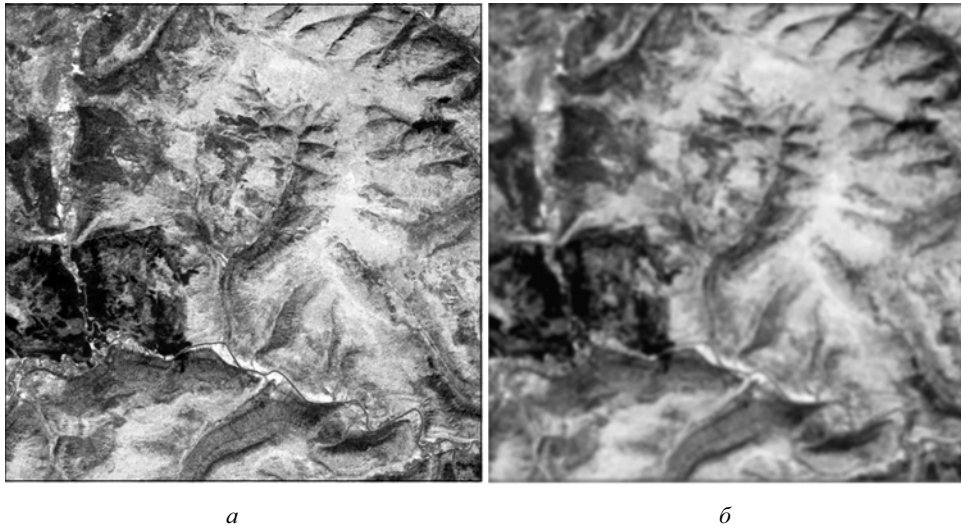


Рис. 2. Исходное (а) и расфокусированное (б) изображение

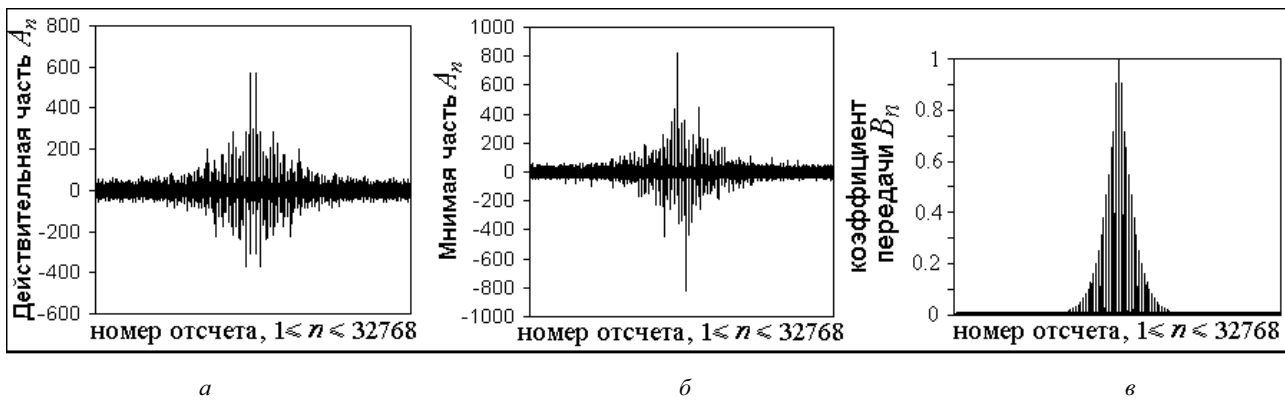


Рис. 3. Действительная (а) и мнимая (б) части спектра A_n исходного изображения, полученные с применением наклонной решетки, коэффициент передачи линейной системы B_n (в)

V. B. Kashkin, O. I. Kiselev

FAST PROCESSING OF AEROSPACE IMAGES USING MINIMAL CUBATURE FORMULAS

The authors suggest algorithm of processing of 2D aerospace images with the use of 1D discrete Fourier transform based on lattice cubature formulas which are exact on trigonometric polynomials.

Keywords: discrete Fourier transform, minimal cubature formulas.

© Кашкин В. Б., Киселев О. И., 2011