

О ПРОБЛЕМЕ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ФРИКЦИОННЫХ ДЕМПФЕРОВ НА ПРИМЕРЕ ЛОПАТОК ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Рассмотрена задача оптимизации фрикционных демпферов (ФД) для лопаток газотурбинных двигателей. На основе результатов данного исследования и результатов, полученных другими авторами, создана эффективная математическая модель, которая позволит проектировать ФД с оптимальными параметрами.

Ключевые слова: математическая модель, трение, колебания, демпферы, оптимизация.

Известно, что фрикционные демпферы используются как эффективный метод для снижения колебаний лопаток газотурбинных двигателей. Один из принципов действия ФД заключается в том, что под действием центробежной силы F_d демпферы ФД давят на полки, создавая силы трения, и приводят к снижению колебаний лопаток (рис. 1). Одной из важных проблем при проектировании ФД является оптимизация их параметров.

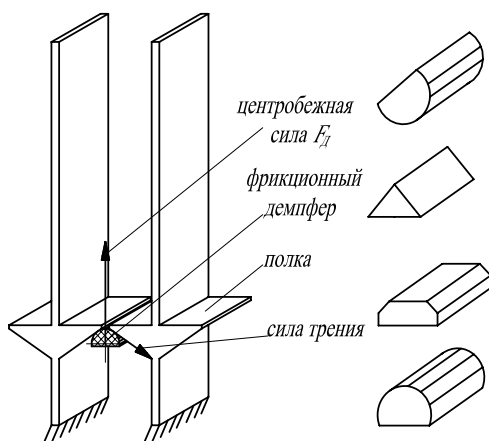


Рис. 1. Структура лопаток с фрикционными демпферами и виды демпферов

Для решения этой задачи прежде всего необходимо построить математическую модель, которая описывает динамические характеристики системы «лопатка–ФД». Эта модель должна отвечать следующим требованиям:

- точно отображать динамические характеристики системы «лопатка–ФД»;
- обеспечивать простоту решения динамических уравнений системы.

Построение полной математической модели состоит из следующих этапов.

Этап 1. Построение математической модели, которая отображает динамические характеристики лопаток без ФД.

Этап 2. Построение математической модели, которая отображает контакт между лопатками и ФД.

Этап 3. Построение системы математических уравнений, отображающих динамические характеристики системы «лопатка–ФД».

Этап 4. Построение алгоритмов для оптимизации параметров ФД.

Этап 5. Решение полученной системы математических уравнений.

Проблема этапа 1 состоит в необходимости исследования динамических характеристик лопаток. Имеется достаточно много работ по построению подобных математических моделей. Из них можно выделить модель пружинного маятника [1], балочную модель, пластинчато-оболочечную модель и др. В последние годы с развитием вычислительной техники широко используется модель конечных элементов. Согласно методу конечных элементов (МКЭ), в зависимости от формы лопатки можно применять двухмерные и трехмерные конечные элементы. Применение МКЭ для исследования колебаний лопаток газотурбинных двигателей показано в работе [2].

Особенность этапа 2 состоит в необходимости рассмотрения контактной задачи деформированных тел. Исследованию этой задачи посвящены работы [3; 4]. Самое обобщенное решение может быть получено при рассмотрении системы «лопатка–ФД» как единой механической системы. При этом необходимо решить два класса задач: статическую контактную задачу в зоне контакта между лопаткой и ФД и динамическую задачу системы. Результаты решения контактной задачи являются входными данными для решения динамической задачи. Однако эта модель требует очень большого количества вычислений, причем возникает проблема сходимости численных решений, поэтому в большинстве случаев такая модель будет неэффективна. Более эффективным может быть построение модели данной задачи в упрощенном виде на основе стандартных фрикционных демпферных элементов (ФДЭ) [5]. Работа [5] также показывает построение ФДЭ и моделирование режимов контакта по плоскостям или линиям через контактные дискретные точки. ФДЭ могут быть трехмерные или одномерные. Трехмерные ФДЭ используются, как правило, в трехмерных задачах. Однако в отдельных случаях использование таких моделей ФД нецелесообразно. Иногда более целесообразно использовать одномерные модели, чтобы уменьшить затраты компьютерного времени.

Такая модель (рис. 2) характеризуется следующими параметрами: жесткостью K_d и максимальной силой трения $F_d = \mu N$. Данная модель соответствует

движению вида «макроскольжение» (рис. 3, а). Для модели с микроскольжением используются соотношения, показанные на рис. 3, б, в, г, д [6–8].

Для исследования колебания лопатки с ФД можно предположить, что скольжение является макроскольжением.

Для этапа 3, в соответствии с МКЭ, математическая система уравнений, отображающая динамические характеристики системы «лопатка–ФД» с N степенями свободы и N_D ФДЭ, имеет вид

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} + \{f_{\text{тр}}\} = \{P(t)\}, \quad (1)$$

где $[M]$, $[C]$, $[K]$ – обобщенные матрицы масс, вязкого демпфирования и жесткости; $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$, $\{x\}$ – обобщенные векторы узловых ускорений, скоростей и перемещений; $\{P(t)\}$ – обобщенный вектор внешней динамической нагрузки; t – время; $\{f_{\text{тр}}\}$ – обобщенный вектор силы трения (см. рис. 2);

$$\{f_{\text{тр}}\} = \begin{Bmatrix} F_{\text{тр}}^1 \\ F_{\text{тр}}^2 \\ \vdots \\ F_{\text{тр}}^N \end{Bmatrix},$$

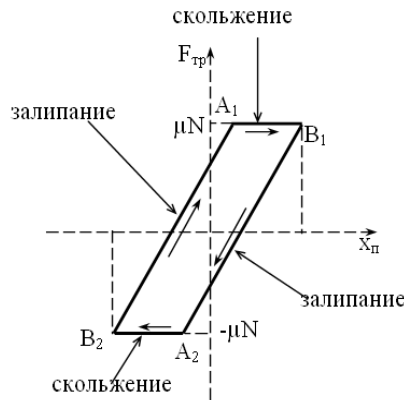
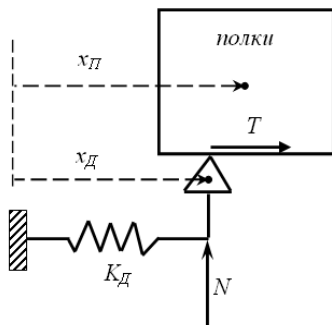


Рис. 2. Одномерная модель ФДЭ

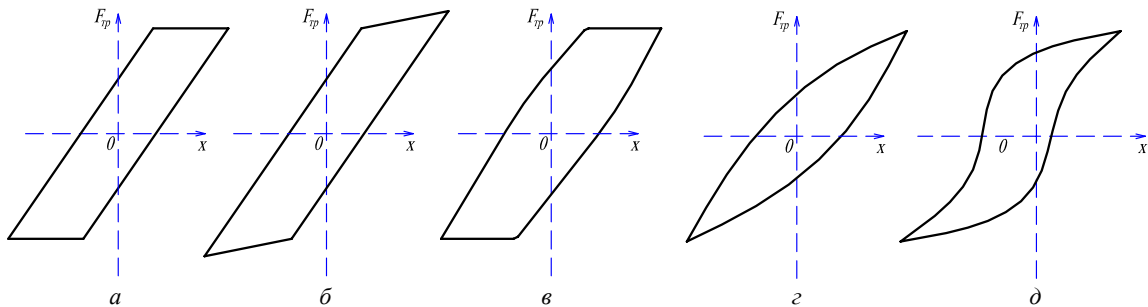


Рис. 3. Соотношения между силой трения и перемещением с макроскольжением (а) и с микроскольжением (б, в, г, д)

$$F_{\text{тр}}^j = K_D^j \cdot z^j(t) =$$

$$= K_D^j \begin{cases} x^j(t) - X_{\text{max}}^j + Z_D^j & \text{при } 0 \leq \omega t < \alpha; \\ -Z_D^j & \text{при } \alpha \leq \omega t < \pi; \\ x^j(t) + X_{\text{max}}^j - Z_D^j & \text{при } \pi \leq \omega t < \pi + \alpha; \\ Z_D^j & \text{при } \pi + \alpha \leq \omega t \leq 2\pi, \end{cases} \quad (2)$$

где $Z_D^j = \frac{F_D^j}{K_D^j}$, K_D^j – жесткость j -го ФДЭ, F_D^j – максимальная сила трения j -го ФДЭ. Для степеней свободы нет ФДЭ, $F_{\text{тр}}^j = 0$.

Система (1) состоит из N уравнений. Из них N_D уравнений являются нелинейными (в уравнениях присутствует трение) и $(N - N_D)$ уравнений являются линейными (в уравнениях отсутствует трение). Решение системы (1) дает динамические характеристики системы.

На этапе 4 важной проблемой при проектировании ФД является выбор параметров ФД, к которым относятся форма, размеры, материал, масса и местоположение ФД на лопатке. Согласно одномерной модели ФДЭ (см. рис. 2), двумя важными параметрами ФД являются жесткость ФДЭ (K_D) и максимальная сила трения ФДЭ (F_D).

Выбор K_D в общем зависит от характеристик материалов ФД, конструкции ФД, качеств поверхности ФД и полки лопаток в месте контакта, месте ФДЭ на конструкции и других факторов. Точное определение их значений является затруднительным. Для определения значения K_D необходимо рассмотреть статическую контактную задачу. Согласно работам [4; 9], значение контактной перпендикулярной жесткости должно быть подобрано так, чтобы обеспечить достаточную точность и сходимость результатов. Величина касательной жесткости имеет вид $K_\tau \in [0,01K_N; K_N]$, где K_N – перпендикулярная жесткость ФДЭ. Для большинства контактных задач величина K_N принимается на три порядка большей, чем максимальное значение жесткости соседних узлов. Много большее значение K_N может отрицательно сказаться на сходимости процесса или даже привести к его дивергенции, а много меньшее значение K_N может служить причиной некорректного результата. Увеличение значения K_D более чем на два порядка ($K_D > K \cdot 10^2$) не приводит к дальнейшему изменению амплитудно-частотной характеристики системы (рис. 4).

В работах [9; 10] представлен алгоритм для считывания значения K_N на каждом шаге вычисления, и в нашей задаче мы можем считать $K_D = K_\tau$. В работе [8] представлена модель для вычисления значения контактной жесткости по качеству поверхности ФД и полки лопаток. По мнению авторов этой статьи, при определении значения контактной жесткости можно выделить два случая: микроскольжение и макроскольжение. При микроскольжении значение контактной жесткости значительно зависит от качества поверхности ФД, а при макроскольжении – от жесткости конструкции. Они могут быть получены по соотношению между перемещением и нагрузкой. Схема определения значения K_τ при макроскольжении показана на рис. 5, а при микроскольжении величина K_τ детально описана в работе [8].

Выражение для определения K_D в любой точке А имеет вид

$$K_D = \frac{\delta F}{\delta S}, \quad (3)$$

где δF – сила, действующая в точке А; δS – перемещение ФД в точке А по направлению силы δF .

В программном комплексе ANSYS выполнен расчет δS при $\delta F = 1$ Н (см. рис. 5). Для расчета приняты следующие характеристики материала ФД: модуль Юнга $E = 2,0 \cdot 10^5$ МПа; коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$; плотность $\rho = 7\,700$ кг/м³.

С учетом выражение (3) имеем:

– для трапециевидного демпфера:

$$K_D = \frac{\delta F}{\delta S} = \frac{1}{0,174 \cdot 10^{-7}} = 5,75 \cdot 10^7 \text{ Н/м};$$

– для круглого демпфера:

$$K_D = \frac{\delta F}{\delta S} = \frac{1}{0,231 \cdot 10^{-7}} = 4,329 \cdot 10^7 \text{ Н/м}.$$

Когда значение K_D определено, проблема оптимизации ФД рассматривается как оптимизация значения максимальной силы трения ФДЭ – F_D или массы ФД. Очевидно, что значение F_D должно быть принято таким, чтобы амплитуды колебания лопатки были минимальные. Для систем с одной степенью свободы можно легко определить оптимальное значение F_D по аналитическим выражениям [1]. Однако для модели лопатки по МКЭ (с большим числом степеней свободы) не может быть аналитического решения. Согласно работам [6–8; 11–13], задача оптимизации значения F_D решается определением амплитуд колебаний лопатки, при этом выбор значения F_D должен быть таким, чтобы значение амплитуд колебаний было минимальным. Рассмотрим результаты определения амплитуд колебаний на примере одной модели лопатки (рис. 6) с одним определенным условием нагрузки при различных значениях F_D ($F_D = 26, 30, 34, 38, 80, 150$ Н). Для каждого значения F_D получим одну кривую частотно-амплитудной характеристики колебания верха лопатки. По этим результатам видно, что минимальные значения амплитуды колебаний получены при $F_D = 38$ Н. Можно сделать предположение, что для этой модели лопатки и условий нагружения оптимальное значение F_D равно 38 Н.

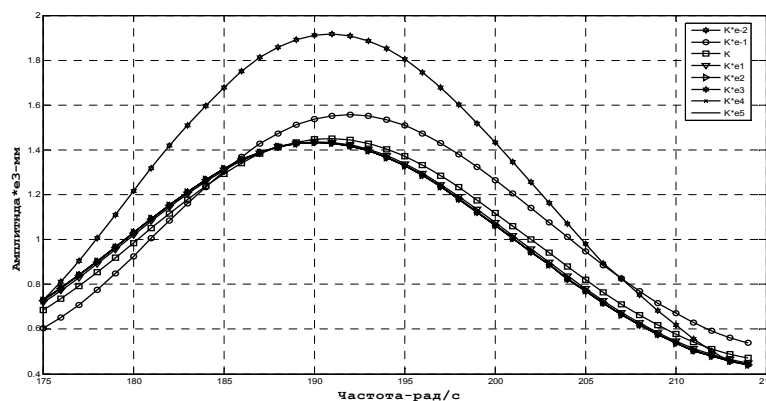
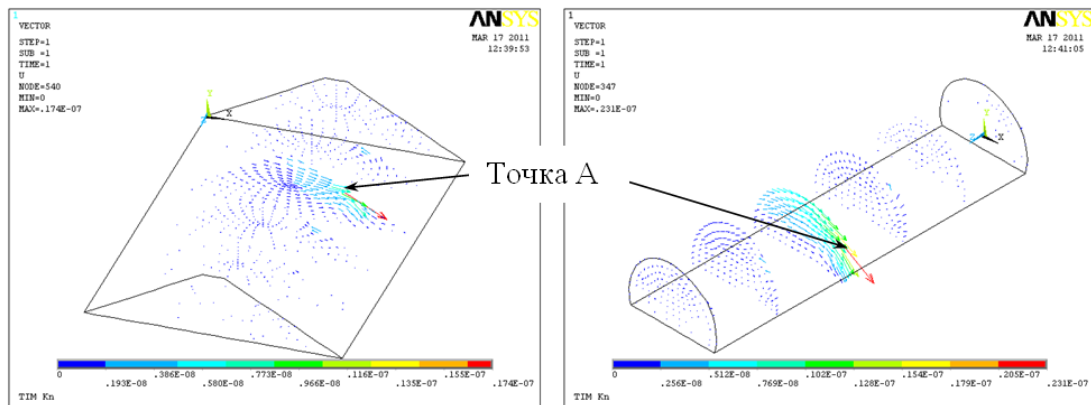
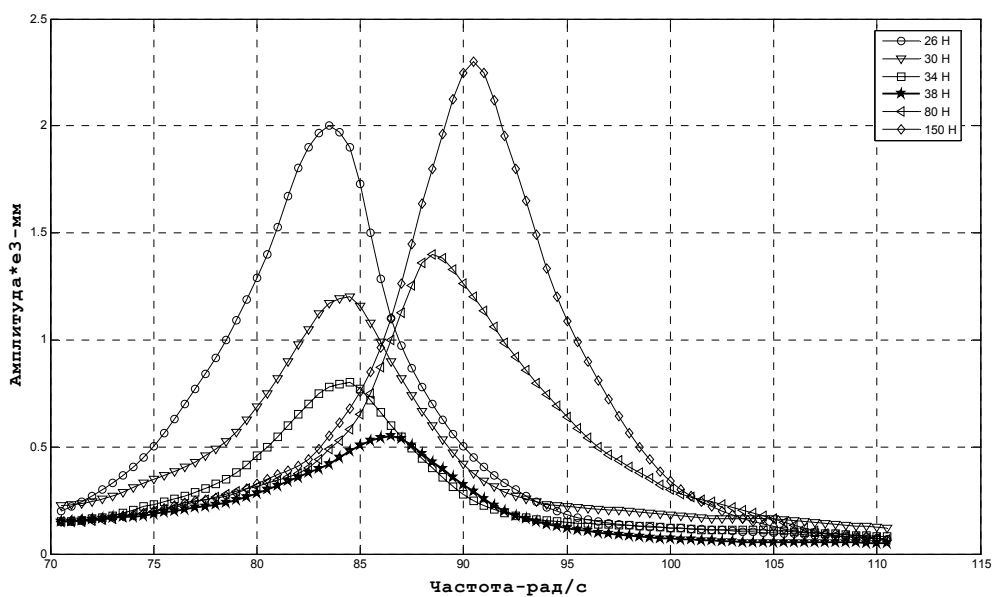


Рис. 4. Влияние значения K_D на амплитуды колебания

Рис. 5. Результаты определения δS при $\delta F = 1$ НРис. 6. Влияние значения F_d на амплитуды колебаний

На этапе 5 необходимо решить систему уравнений (1). Для этого можно применить метод прямого численного интегрирования (ПЧИ) [14; 15], что требует больших затрат компьютерного времени. В отдельных случаях как эффективный метод для уменьшения затрат времени расчета использовался метод гармонического баланса (ГБ) [2; 14; 15]. Но для этой модели использование данного метода проблематично, так как функция силы трения задана не в явном виде.

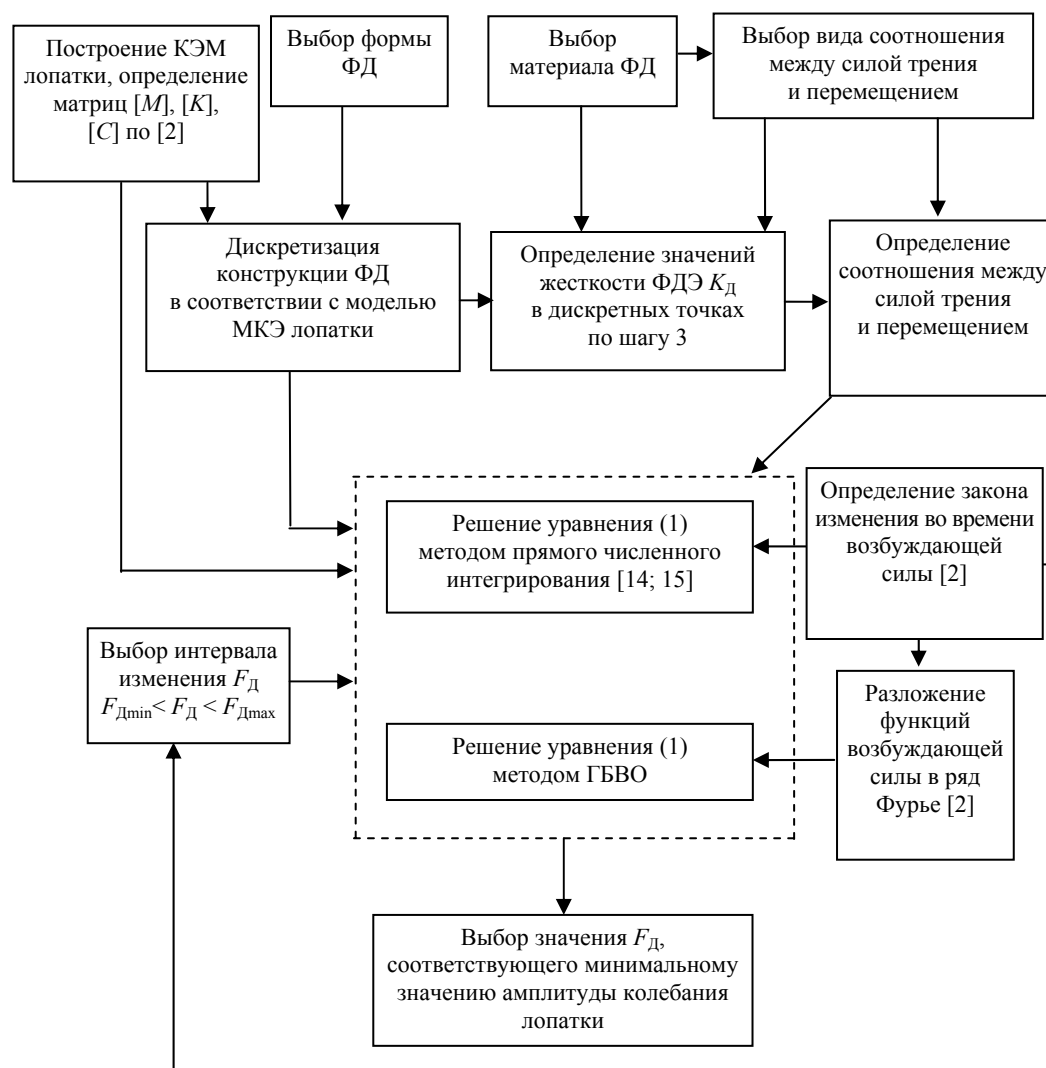
Авторы этой статьи предложили метод гармонического баланса во временной области (ГБВО). Данный метод эффективен для уменьшения затрат времени расчета при решении системы уравнений (1) и может с успехом применяться при расчете реальных конструкций. При расчете конструкций со многими степенями свободы затраты времени расчета значительно уменьшаются.

Для определения оптимальных параметров фрикционных демпферов лопаток газотурбинных двигате-

лей предлагается использовать схему (рис. 7), согласно которой необходимо корректно выбрать материал, форму ФД, вид соотношения между силой трения и перемещением и интервал изменения F_d .

Материал ФД выбирается с учетом прочности ФД при тяжелых режимах работы двигателей и технологичности его изготовления. Форма ФД выбирается исходя из формы полки и диска (см. рис. 1). Вид соотношения между силой трения и перемещением принимается исходя из выбранного материала ФД, видов и значения перемещения ФД (см. рис. 3). Интервал изменения F_d выбирается на основе значения вынужденной силы.

Значение выбранной максимальной силы трения F_d определяется массой m ФД, коэффициентом трения μ , угловой скоростью ротора двигателя Ω и формой ФД в месте контакта. Когда значение μ , Ω и форма ФД выбраны, очевидно, что значение F_d зависит только от m и оптимизация F_d является также оптимизацией m .

Рис. 7. Схема выбора значения F_d

Известно, что задачи проектирования ФД могут быть решены другими приближениями и имеют много решений. Однако проведенные исследования показывают, что задача оптимизации ФД сводится к задаче оптимизации значения максимальной силы трения F_d или массы ФД. По мнению авторов, это самое экономное приближение, потому что значение массы ФД легко изменяется и значительно влияет на работу ФД.

Использование этой схемы с моделированием режима контакта по плоскостям или линиям через контактные дискретные точки и стандартные фрикционные демпферные элементы и использованием метода ГБВО приводит к значительному уменьшению затрат времени расчета при проектировании ФД. Величина уменьшения затрат времени расчета зависит от количества степеней свободы системы: часто она в 10 раз меньше, чем при использовании метода прямого численного интегрирования и в 100 раз меньше, чем при совместном решении статической и динамической контактной задач. Точность методов почти совпадает. Поэтому, по мнению авторов, данная схема является эффективной и может быть использована для задачи проектирования ФД.

Библиографические ссылки

1. Griffin J. H., Sinha A. The interaction between mistuning and friction in the forced response of bladed disk assemblies // ASME J. of Engineering for Gas Turbines and Power. 1985. Vol. 107. P. 205–210.
2. Репецкий О. В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин. Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 1999.
3. Яйзикович С. М. Механика контактных взаимодействий. М. : Физматлит, 2001.
4. Пыхалов А. А. Контактная задача статического и динамического анализа сборных роторов турбомашин : дис. ... д-ра техн. наук. М., 2006.
5. Репецкий О. В., Фан Ван Туан. Построение математической модели для анализа влияния фрикционных демпферов на колебания лопаток газотурбинных двигателей // Изв. ИГЭА. 2011. № 1. С 200–205.
6. Berthillier M., Dupont C., Mondal R. Blades Forced Response Analysis With Friction Dampers // J. of Vibration and Acoustics. 1998. Vol. 120. P. 468–474.
7. Guillen J., Pierre C. Analysis of the Forced Response of Dry-Friction Damped Structural Systems

Using an Efficient Hybrid Frequency-Time Method // Proc. of the Intern. Mechanical Engineering Cong. and Exposition. Vol. DE-91. Atlanta, 1996. P. 41–50.

8. Panning L. Auslegung von Reiblelementen zur Schwingungsdaempfung von Turbinenschaeufeln : Diss. Institut fuer Dynamik und Schwingungen. Universitaet Hannover, 2005.

9. NX/NASTRAN. Handbook for Nonlinear Analysis (SOL 106), v67/MSC. Software Corporation, 2008.

10. Басов К. А. ANSYS. Справочник пользователя. М. : ДМК Пресс, 2005.

11. Panning L., Sextro W., Popp K. Spatial Dynamics of Tuned and Mistuned Bladed Disk with Cylindrical and

Wedge-Shaped Friction Dampers // Proc. of ISROMAC-9, The 9-th Intern. Symp. on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Paper DD-028. Honolulu, 2002. P. 1–10.

12. Dinar V. Physics Based Reduced Order Models for Frictional Contacts : Diss. Cincinnati, 2005.

13. Ender C. Nonlinear vibration analysis of bladed disks with dry friction dampers // J. of Sound and Vibration. 2006. Vol. 295. Iss. 3–5. P. 1028–1043.

14. Лапчик М. П. Численные методы. М. : Академия, 2005.

15. Nayfeh A. H., Mook D. T. Nonlinear Oscillations. N. Y. : Wiley, 1995.

O. V. Repetskiy, Phan Van Tuan

THE PROBLEM OF CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL MODELS FOR OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF FRICTION DAMPERS ON THE EXAMPLE OF BLADES OF GAS TURBINE ENGINES

The article considers a problem of optimization of friction damper for blades of gas turbine engines. Based on this study and the results obtained by the other authors, the authors constructed an effective mathematical model, which makes it possible to design a friction damper with optimal parameters.

Keywords: mathematical model, friction, vibration, damper, optimization.

© Репецкий О. В., Фан Ван Туан, 2011

УДК 004.82

Е. А. Сопов, С. А. Сопов

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ВЫЯВЛЕНИЯ И ДИАГНОСТИКИ ПРОБЛЕМ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ*

Предложен новый подход к выявлению и диагностике проблемной ситуации, основанный на многокритериальном извлечении знаний об исследуемой системе. Рассмотрены основные модели и методы представления знаний, предложены критерии оценки качества полученных знаний.

Ключевые слова: проблема, системный анализ, интеллектуальные информационные технологии.

Понятие «проблемы» в системном анализе. Системный анализ с практической точки зрения представляет собой универсальную методику решения сложных проблем произвольной природы. Ключевым понятием в данном случае является понятие «проблема», которое можно определить как «субъективное отрицательное отношение субъекта к реальности». Соответственно этап выявления и диагностики проблемы в сложных системах является наиболее важным, так как определяет цели и задачи проведения системного анализа, а также методы и алгоритмы, которые будут применяться в дальнейшем при поддержке принятия решений. В то же время этот этап является наиболее сложным и наименее формализованным.

Анализ русскоязычных трудов по системному анализу позволяет выделить два наиболее крупных

направления в данной области, которые можно условно назвать рациональным и объективно-субъективным подходами.

Первое направление системного анализа (рациональный подход) рассматривает системный анализ как набор методов, и в том числе методов, основанных на использовании ЭВМ, ориентированных на исследование сложных систем [1; 2]. При таком подходе наибольшее внимание уделяется формальным методам построения моделей систем и математическим методам исследования системы. Понятия «субъект» и «проблема» как таковые не рассматриваются, а вот понятие «типовых» систем и проблем как раз встречается часто (система управления – проблема управления, финансовая система – финансовая проблема и др.).

*Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» (2011-1.2.2-215-021, 2011-1.9-519-005, 2011-1.4-514-009).