I. A. Panfilov, N. A. Smirnov, V. A. Terskov

DEVELOPMENT OF MODELS AND ALGORITHMS OF INTELLIGENT DESIGN OF SOFTWARE AND HARDWARE COMPLEXES OF INFORMATION PROCESSING IN DISTRIBUTED HIGH-PERFORMANCE SYSTEMS

The authors consider approaches to selection of effective structures and composition of high-performance hard- and software systems for information processing. A comparative analysis of centralized and distributed approach to implementation of such systems is performed. The results of patent search, which reflects the contemporary trends and global level in this object domain, are presented.

Keywords: multiprocessor systems, distributed computing, multi-agent algorithms.

УДК 519.866

П. Н. Победаш, О. Э. Семенкина, С. И. Сенашов

АГРЕГИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ РЕАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ С ЧАСТИЧНО НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ СПРОСОМ И ФОНДООТДАЧЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ АКТИВОВ*

Предложено приложение z-преобразования к оценке эффективности инвестиционных проектов в условиях частичной неопределенности спроса на производимую продукцию и фондоотдачи основных производственных фондов.

Ключевые слова: многошаговая задача линейного программирования, z-преобразование.

Рассмотрим задачу, являющуюся, с одной стороны, обобщением задачи из работы [1] на случай двух критериев, а с другой – ее частным вариантом, когда спрос на производимую продукцию или максимальную фондоотдачу по некоторым видам производственных активов неизвестен, т. е. когда статистические данные об этих важнейших рыночных характеристиках инвестиционного проекта (ИП) отсутствуют, являются недостоверными или неполными (в силу инновационности проекта, коммерческой тайны, намеренной дезинформации и т. п.).

Сформулируем задачу следующим образом. Предприятие имеет капитал K_0. При этом государственный орган (ГО) для реализации ИП выделяет инвестиции не более величины I_0 на приобретение активных основных производственных фондов (ОПФ) n видов. Спрос на производимую продукцию и максимальная фондоотдача заданы лишь на первые n_1 и n_2 видов ОПФ соответственно. Необходимо найти стоимость (количество) всех приобретаемых в моменты $t = 1, \ldots, T$ ОПФ каждого вида, при которых дисконтированные суммы собственных средств предприятия и его налоговых поступлений в ГО являются наибольшими за все время T действия ИП. При этом предполагаются выполненными следующие основные предпосылки:

1) учитываются налоги, составляющие большую часть затрат предприятия: налог на добавленную стоимость (НДС), налог на прибыль (НП), налог на имущество (НИ), единый социальный налог (ЕСН) и отчисления в фонд оплаты труда (ФОТ);

2) предприятие имеет достаточные запасы сырья;

3) срок T действия ИП меньше сроков T_k службы единицы ОПФ каждого типа: $T < T_k$ $(k = 1, ..., n)$;

4) на ОПФ каждого вида производится лишь один тип продукции.

С учетом перечисленных предпосылок сформулированная выше задача описывается двухкритериальной многошаговой задачей линейного программирования (МЗЛП), которую обозначим как модель $A(n_1, n_2)$:

$$x_k(t+1) = x_k(t) + u_k(t) \ (k = 1, ..., n; t = 0, ..., T-1),$$

$$x_{n+1}(t+1) = -\sum_{k=1}^{n} x_k(t)/T_k + x_{n+1}(t) + \sum_{k=1}^{n} u_k(t) \ (t = 0, ..., T-1),$$

$$x_{n+2}(t+1) = -\alpha_2 x_{n+1}(t) + x_{n+2}(t) - \sum_{k=1}^{n} u_k(t) + u_{2n+1}(t) + u_{2n+2}(t) \ (t = 0), \quad (1)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (НИР 2.1.1/2710).

$$x_{n+2}(t+1)=\alpha_3\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k-\theta x_{n+1}(t)+x_{n+2}(t)-$$
$$-\sum_{k=1}^{n}u_k(t)+\gamma\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)\ (t=1,...,T-1);$$
$$x_k(0)=0\ (k=1,...,n+2);$$
$$x_{n+2}(t)\ge 0\ (t=1,...,T-1),$$
$$-\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k-\alpha_2 x_{n+1}(t)+(1-\beta)\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)\ge 0\ (t=1,...,T-1);$$
$$u_{n+k}(t)\le q_k(t+1)\ (k=1,...,n_1;\ t=1,...,T-1),$$
$$u_{n+k}(t)\le \delta_k x_k(t)\ (k=1,...,n_2;\ t=1,...,T-1),$$
$$u_{2n+1}(t)\le I_0, u_{2n+2}(t)\le K_0\ (t=0),$$
$$u_k(t)\ge 0\ (k=1,...,n;\ t=0,...,T-1),$$
$$u_{n+k}(t)\ge 0\ (k=1,...,n;\ t=1,...,T-1),$$
$$u_{2n+1}(t)\ge 0, u_{2n+2}(t)\ge 0\ (t=0),$$
$$J=\{J_1,J_2\}\to\max, \qquad (2)$$

где

$$J_1=-u_{2n+1}(0)-u_{2n+2}(0)+\sum_{t=1}^{T-1}\frac{\left[\alpha_3\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k-\theta x_{n+1}(t)+\gamma\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)\right]}{(1+r)^t}+\frac{\delta x_{n+1}(T)}{(1+r)^{T-1}},$$

$$J_2=\sum_{t=1}^{T-1}\frac{\left[-\alpha_3\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k+\theta x_{n+1}(t)+\rho\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)\right]}{(1+r)^t}\ -$$

соответственно дисконтированная сумма собственных средств предприятия и налоговых поступлений в ГО, $u_k(t)\ (t=0,...,T-1)$, $u_{n+k}(t)\quad (k=1,...,n;t=1,...,T-1)$, $u_{2n+1}(0)$ и $u_{2n+2}(0)$ – стоимость приобретаемых ОПФ, выручка от реализации продукции k-го типа, внешние и внутренние инвестиции соответственно; $x_k(t)\ (k=1,...,n)$, $x_{n+1}(t)$, $x_{n+2}(t)\ (t=0,...,T)$ – соответственно накопленная стоимость всех ОПФ k-го типа, остаточная стоимость всех ОПФ, текущие денежные средства предприятия в момент t; V_k, T_k, c_k, $q_k(t+1)\ (k=1,...,n_1;\ t=1,...,T-1)$ и P_k – соответственно производительность, срок службы, стоимость единицы ОПФ, прогнозный спрос на продукцию k-го типа в момент $t+1$ и стоимость единицы продукции k-го типа; I_0, K_0 – суммы внешних и внутренних инвестиций, выделяемых на весь срок действия ИП; $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ – ставки НДС, НИ, НП и ЕСН соответственно (НДС включается в цену продукции, поэтому можно считать, что $\alpha_1=0$); β – доля выручки от реализации, выделяемая на ФОТ; $\theta=(1-\alpha_3)\alpha_2$, $\delta_k=P_kV_k/c_k\ (k=1,...,n)$, $\gamma=(1-\alpha_3)(1-\beta)$, $\rho=(1-\beta)\alpha_3+\alpha_4\beta$, r – ставка доходности ИП; $\delta\ (0\le\delta\le 1)$ – доля остаточной стоимости всех ОПФ на момент $t=T$ от ее балансовой стоимости, определяемая в общем случае экспертно.

Отметим, что модель (1), (2) формально можно рассматривать как частный случай модели A, которая приведена в работе [2], при следующих условиях:

$$q_k(t+1)\to+\infty\ (k=n_1+1,...,n;\ t=1,...,T-1),$$
$$\delta_k\to+\infty\ (k=n_2+1,...,n);\ T^1=T^2=1,$$

где T^1 и T^2 – моменты окончания инвестирования и начала производства. С другой стороны, учитывая, что задача (1), (2) обозначена выше как $A(n_1, n_2)$, указанную модель A можно записать как $A(n, n)$, т. е. формально $A(n, n) = A$. В [2] приведены частные версии модели A с неопределенным спросом и максимальной фондоотдачей на все виды производимых продуктов и все типы ОПФ, обозначенные как модели $B1$ и $B2$, получаемые из нее соответственно при выполнении асимптотических соотношений:

$$q_k(t+1)\to+\infty\ (k=1,...,n;\quad t=1,...,T-1);\ T^1=T^2=1$$
$$\text{и}\ \delta_k\to+\infty\ (k=1,...,n);\ T^1=T^2=1.$$

Тогда, аналогично предыдущему, можем записать, что $A(0, n) = B1$, $A(n, 0) = B2$.

В соответствии с работой [3], многокритериальная МЗЛП (ММЗЛП) (1), (2) равносильна однокритериальной задаче с условиями (1) и максимизацией свертки критериев $J(\mu)=\mu_1J_1+\mu_2J_2$, где $\mu\in M=\{(\mu_1;\mu_2)\in E^2\mid \mu_i>0\ (i=1,2);\mu_1+\mu_2=1\}$ – вектор параметров, E^2 – двумерное евклидово пространство. Учитывая, что $\mu_2=1-\mu_1$ и обозначая $\mu=\mu_1$, перейдем от ММЗЛП (1),(2) к эквивалентной ей однокритериальной задаче (1) при условии, что

$$J(\mu)=\mu J_1+(1-\mu)J_2\to\max\ (\mu\in(0;1)), \qquad (3)$$

где J_1, J_2 – критерии из соотношения (2).

Рассмотрим частный вариант задачи двухкритериальной оценки проекта, описанного моделью (1), (2), когда $\delta = 0$ (т. е. продажа ОПФ предприятием не предполагается). Для применения z-преобразования к анализу модели (1), (3) доопределим управления, $u_k(t)\ (k=2n+1,2n+2;t=1,...,T-1)$ до вектора постоянной размерности $2n + 2$, полагая отсутствующие управляющие переменные равными нулю, т. е. дополняя указанную задачу условиями

$$u_{n+k}(t)\le 0, u_{n+k}(t)\ge 0\ (k=1,...,n;\ t=0);$$
$$u_{2n+1}(t)\le 0,\ u_{2n+1}(t)\ge 0;$$
$$u_{2n+2}(t)\le 0,\ u_{2n+2}(t)\ge 0\ (t=1,...,T-1).$$

Тогда МЗЛП (1), (3) запишем единообразно, перейдя к задаче:

$$x_k(t+1)=x_k(t)+u_k(t)\ (k=1,...,n;\ t=0,...,T-1);$$
$$x_{n+1}(t+1)=-\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k+x_{n+1}(t)+\sum_{k=1}^{n}u_k(t)\ (t=0,...,T-1),$$

$$x_{n+2}(t+1)=\alpha_3\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k-\theta x_{n+1}(t)+$$
$$+x_{n+2}(t)-\sum_{k=1}^{n}u_k(t)+\gamma\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)+$$
$$+u_{2n+1}(t)+u_{2n+2}(t)\ (t=0,...,T-1);$$
$$x_k(0)=0\ (k=1,...,n+2);$$
$$x_{n+2}(t)\ge 0\ (t=0,...,T-1),$$
$$-\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k-\alpha_2 x_{n+1}(t)+(1-\beta)\times$$
$$\times\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)\ge 0\ (t=0,...,T-1);$$
$$u_{n+k}(t)\le q_k(t+1)\ (k=1,...,n_1;\ t=0,...,T-1),$$
$$u_{n+k}(t)\le \delta_k x_k(t)\ (k=1,...,n_2;\ t=0,...,T-1),$$
$$u_{2n+1}(t)\le I_0, u_{2n+2}(t)\le K_0\ (t=0,...,T-1),$$
$$u_k(t)\ge 0\ (k=1,...,n;\ t=0,...,T-1),$$
$$u_{n+k}(t)\ge 0\ (k=1,...,n;\ t=0,...,T-1),$$
$$u_{2n+1}(t)\ge 0, u_{2n+2}(t)\ge 0\ (t=0,...,T-1),$$
$$\overline{J}(\mu)=\mu\overline{J}_1+(1-\mu)\overline{J}_2\to\max\ (\mu\in(0;1)), \qquad (4)$$

где

$$\overline{J}_1=\sum_{t=0}^{T-1}\frac{\left[\begin{array}{c}\alpha_3\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k-\theta x_{n+1}(t)+\\ +\gamma\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)-u_{2n+1}(t)-u_{2n+2}(t)\end{array}\right]}{(1+r)^t},$$

$$\overline{J}_2=\sum_{t=0}^{T-1}\frac{\left[-\alpha_3\sum_{k=1}^{n}x_k(t)/T_k+\theta x_{n+1}(t)+\rho\sum_{k=1}^{n}u_{n+k}(t)\right]}{(1+r)^t}.$$

По построению для целевых критериев $J(\mu)$ и $\overline{J}(\mu)$ соответственно задач (1), (3) и (4) имеет место неравенство $J(\mu)\le\overline{J}(\mu)$. В частности, для оптимальных значений указанных сверток критериев справедливо соотношение

$$J^*(\mu)\le\overline{J}^*(\mu)\ (\mu\in(0;1)). \qquad (5)$$

Полагая $z = 1 + r > 1$, перейдем в задаче (4) к пределу при $T\to\infty$. Тогда, принимая во внимание предпосылку 3, в силу которой $T\to+\infty\Rightarrow T_k\to+\infty$, и применяя к отмеченной МЗЛП z-преобразование, с учетом свойства $Z(x(t+1))=z\left[X(z)-x(0)\right]$ получим статическую задачу линейного программирования (ЗЛП):

$$zX_k(z)=X_k(z)+U_k(z)\ (k=1,...,n),$$
$$zX_{n+1}(z)=X_{n+1}(z)+\sum_{k=1}^{n}U_k(z),$$
$$zX_{n+2}(z)=-\theta X_{n+1}(z)+X_{n+2}(z)-\sum_{k=1}^{n}U_k(z)+$$
$$+\gamma\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)+U_{2n+1}(z)+U_{2n+2}(z);$$
$$zX_{n+2}(z)\ge 0,\ (1-\beta)\sum_{k=1}^{n}\delta_k X_k(z)-\alpha_2 X_{n+1}(z)\ge 0, \qquad (6)$$
$$U_{n+k}(z)\le Q_k(z)\ (k=1,...,n_1),$$
$$U_{n+k}(z)\le \delta_k X_k(z)\ (k=1,...,n_2),$$
$$U_{2n+1}(z)\le I_0, U_{2n+2}(z)\le K_0;$$
$$U_k(z)\ge 0\ (k=1,...,2n+2);$$
$$\overline{J}(\mu,z)=\mu\overline{J}_1(z)+(1-\mu)\overline{J}_2(z)\to\max\ (\mu\in(0;1); z>1),$$

где

$$\overline{J}_1(z)=-\theta X_{n+1}(z)+\gamma\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)-U_{2n+1}(z)-U_{2n+2}(z),$$
$$\overline{J}_2(z)=\theta X_{n+1}(z)+\rho\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z),$$
$$U_j(z)=\sum_{t=0}^{\infty}u_j(t)z^{-t}\ (j=1,...,2n+2)$$

и $X_k(z)=\sum_{t=0}^{\infty}x_k(t)z^{-t}\ (k=1,...,n+2)$ – z-изображения управляющих и фазовых переменных задачи (4), $Q_k(z)=\sum_{t=1}^{\infty}q_k(t+1)z^{-t}\ (k=1,...,n_1)$ $\overline{J}(\mu,z)=\lim_{T\to\infty}\overline{J}(\mu)$, причем при $T\to+\infty$ по построению $\overline{J^*}(\mu)\le\overline{J}^*(\mu,z)\ (\mu\in(0;1))$, откуда в силу (5) получим

$$J^*(\mu)\le\overline{J}^*(\mu,z)\ (\mu\in(0;1); z>1). \qquad (7)$$

Отметим, что однокритериальная задача (6) эквивалентна двухкритериальной ЗЛП с теми же ограничениями и условиями $\overline{J}(\mu)=\{\overline{J}_1,\overline{J}_2\}\to\max$, которую назовем агрегированной моделью реальных инвестиций с частично неопределенными спросом и фондоотдачей ОПФ (моделью *ZA(n₁,n₂)*), соответствующей ММЗЛП $A(n_1, n_2)$.

Для задачи (1), (2) имеет место следующая лемма.

Лемма. Для оптимальных значений переменных $u^*_{n+k}(t)$ и $x^*_k(t)$ МЗЛП (1), (2) справедливы равенства

$$u^*_{n+k}(t)=\begin{cases}q_k(t+1)\ (k=n_2+1,...,n_1;\ t=1,...,T-1),\\ n_1>n_2;\\ \delta_k x^*_k(t)\ (k=n_1+1,...,n_2;\ t=1,...,T-1),\\ n_2>n_1.\end{cases} \qquad (8)$$

Выражая изображения $X_k(z)\ (k=1,...,2n+2)$ из операторных уравнений ЗЛП (6) и подставляя соответствующие формулы в остальные ограничения, перейдем к эквивалентной ей более простой задаче:

$$\begin{array}{c}-(\theta+z-1)\sum_{k=1}^{n}U_k(z)+\gamma(z-1)\times\\ \times\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)+(z-1)(U_{2n+1}(z)+U_{2n+2}(z))\ge 0,\end{array},$$

$$-\frac{\alpha_2\sum_{k=1}^{n}U_k(z)}{z-1}+(1-\beta)\sum_{k=1}^{n}U_{n+k}(z)\ge 0,$$

$$U_{n+k}(z) \le Q_k(z)\ (k = 1, ..., n_1),$$
$$U_{n+k}(z) \le \frac{\delta_k U_k(z)}{z-1}\ (k = 1, ..., n_2),$$
$$U_{2n+1}(z) \le I_0,\ U_{2n+2}(z) \le K_0,$$
$$U_k(z) \ge 0\ (k = 1, ..., 2n+2),$$
$$\overline{J}(\mu, z) = \frac{[1-2\mu]\theta\sum_{k=1}^{n} U_k(z)}{z-1} + \tag{9}$$
$$+[\mu\gamma + (1-\mu)\rho]\sum_{k=1}^{n} U_{n+k}(z) -$$
$$-\mu[U_{2n+1}(z) + U_{2n+2}(z)] \to \max\ (\mu \in (0;1)).$$

Анализируя задачу (9), нетрудно найти из 3-го и 4-го ее ограничений, что имеют место равенства, являющиеся статическими аналогами соотношений (8):

$$U^*_{n+k}(z) = \begin{cases} Q_k(z)\ (k = n_2 + 1, ..., n_1),\ n_1 > n_2; \\ \dfrac{\delta_k U^*_k(z)}{z-1}\ (k = n_1 + 1, ..., n_2),\ n_2 > n_1. \end{cases} \tag{10}$$

Заметим, что если применить к равенствам (8) z-преобразование при $z = 1 + r > 1$ и принять во внимание формулу $X_k(z) = \dfrac{U_k(z)}{z-1}\ (k = 1, ..., n_2)$, следующую из первого уравнения в (6), то вновь получим соотношения (10), используя которые, можно добиться дополнительного упрощения задачи (9).

В силу неравенства (7) можно оценить оптимальную стоимость ИП, реализуемого в соответствии с моделью (1), (2), решая задачу (9) существенно меньшей размерности. Если оптимальное значение свертки $\overline{J}^*(\mu, z)$ в упомянутой ЗЛП, трактуемое как средняя стоимость проекта, меньше величины, на которую рассчитывают производитель и представитель государственного органа, то оптимальное значение свертки $J^*(\mu)$ в модели (1), (2) тем более не будет устраивать указанных экономических агентов.

Легко видеть, что задача (9), а значит, и равносильная ей ЗЛП (6), не имеет решения, если

$$\begin{cases} n_1 < n, \\ n_2 < n. \end{cases}$$

Рассмотренный подход позволяет на базе операционного исчисления строить по исходной динамической модели реальных инвестиций ее агрегированную версию меньшей размерности и оценивать эффективность инвестиционных проектов в условиях частичной неопределенности информации о таких важных рыночных показателях, как спрос на производимую продукцию и максимальная фондоотдача производственных активов при выработке компромиссных решений с учетом целей нескольких экономических агентов.

Библиографические ссылки

1. Медведев А. В., Победаш П. Н. Параметрический анализ линейных динамических задач реального инвестирования с помощью z-преобразования // Вестник унив. комплекса. 2005. Вып. 4 (18). С. 139–149.

2. Медведев А. В. Применение z-преобразования к исследованию многокритериальных линейных моделей регионального экономического развития : монография / Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2008.

3. Подиновский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М. : Наука, 1982.

P. N. Pobedash, O. E. Semenkina, S. I. Senashov

AGGREGATIVE MODEL OF REAL INVESTMENT UNDER PARTLY UNCERTAIN DEMAND AND RETURNS OF PRODUCTIVE ASSETS

The authors offer to apply z-transformation to the estimation of effectiveness of investment projects under partial uncertainty of demand for its production and efficiency of capital stock.

Keywords: multistage linear optimal control problem, z-transformation.