

онно-терминологического базиса, состоящего из заранее заданных модулей, которые описаны в работах [6; 7].

На основе анализа способов формирования модулей информационно-терминологического базиса получена новая модель изучения ИТБ с учетом свойств человеческой памяти и применения мнемотехник, использующих принцип релевантности. Авторами предложен новый алгоритм для разбиения всего базиса на модули, который обеспечивает учет ассоциативной связи между словами, что облегчает процесс их запоминания обучаемыми. Данный алгоритм был использован при разработке программного комплекса в среде Microsoft Visual Studio, который может работать с любыми системами управления базами данных, имеющими ODBC-драйвер.

Библиографические ссылки

1. Kovalev I., Kovaleva T., Susdaleva E. Effective Information Training Technology Based on the Learner's Memory State Model // Modeling, Measurement and Control. D. 2000. Vol. 21, № 3–4. P. 11–26.
2. Ковалев И. В., Огнерубов С. С., Лохмаков П. М. Программно-алгоритмические средства персонали-

кации информационно-терминологического базиса в области аэрокосмической техники // Авиакосмич. приборостроение. 2007. № 9. С. 67–71.

3. Мультилингвистическая технология поиска данных для подготовки и принятия решения в информационно-управляющих системах / И. В. Ковалев, П. В. Зеленков, С. С. Огнерубов, П. М. Лохмаков // Прогр. продукты и системы. 2007. № 2. С. 11.

4. Растрингин Л. А. Адаптация сложных систем. Методы и приложения. Рига : Зинатне, 1981.

5. System Aspects of Multilingual Adaptive-Training Technology Organization and Usage / I. V. Kovalev, T. A. Kovaleva, M. V. Karasyova, S. N. Ezhemanskay // Proc. of Intern. Conf. on Modeling and Simulation. Lyon, 2004. P. 212–214.

6. Ковалев И. В., Карасева М. В., Лесков В. О. Алгоритмизация процедур включения связанных лексем в структуру информационно-терминологического базиса // Прогр. продукты и системы. 2009. № 4. С. 28.

7. Ковалев И. В., Лесков О. В., Карасева М. В. Внутряязыковые ассоциативные поля в мультилингвистической адаптивно-обучающей технологии // Системы управления и информ. технологии. 2008. № 3.1 (33). С. 157–160.

S. S. Ognerubov, D. I. Kovalev, A. I. Seredin, K. K. Bakhmareva, V. V. Brezitskaya

MODEL-ALGORITHMIC SUPPORT OF MULTILINGUAL INFORMATION-TERMINOLOGICAL BASIS IN INTELLIGENT SYSTEMS

The authors consider formation of multilingual information-terminological basis and the model of its study based on Markovian chains. The algorithm of decomposition of informational basis into modules, according to relevance principle, is presented.

Keywords: multilingual adaptive-training technology, information-vocabulary basis, Markovian chain, relevance principle.

© Огнерубов С. С., Ковалев Д. И., Середин А. И., Бахмарева К. К., Брезицкая В. В., 2012

УДК 539.374

С. И. Сенашов, Е. В. Филюшина

О НОВЫХ РЕШЕНИЯХ УРАВНЕНИЙ ПЛАСТИЧНОСТИ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ ВЫСШИХ СИММЕТРИЙ

Показано, как высшие симметрии плоской идеальной пластичности действуют на точные решения уравнений двумерной идеальной пластичности. Подробно рассмотрено решение Прандтля. Получены новые точные решения.

Ключевые слова: двумерная пластичность, точные решения, высшие симметрии.

Основным свойством симметрий, допускаемым системой дифференциальных уравнений, является то, что под их действием любое решение системы уравнений переходит в решение этой же системы. Это свойство позволяет получать новые решения не интегрированием исходной системы, а применением групповых преобразований к уже известным решени-

ям. Таким способом найдены многие интересные решения для различных дифференциальных уравнений. В данной статье представлено, как можно использовать высшие симметрии для построения точных решений из решения Прандтля.

Рассмотрим дифференциальные уравнения теории идеальной пластичности в плоском случае [1]:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2k(\cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y}) = 0, \\ F_2 &= \frac{\partial \sigma}{\partial y} - 2k(\sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} - \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y}) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\sigma_x = \sigma - k \sin 2\theta$, $\sigma_y = \sigma + k \sin 2\theta$, $\tau = k \cos 2\theta$ – компоненты тензора напряжений; σ – гидростатическое давление; $\theta = (1; x) - \frac{\pi}{4}, (1; x)$ – угол между первым главным направлением тензора напряжений и осью OX .

Известно, что система уравнений (1) допускает бесконечную группу точечных симметрий, бесконечную алгебру высших симметрий и бесконечную систему законов сохранения [2].

Точечная группа, допускаемая системой (1), уже неплохо изучена. С ее помощью удалось построить новые серии точных решений уравнений (1) и изучить качественные свойства этих уравнений.

Законы сохранения, допускаемые системой (1), позволили решить краевые задачи Коши и Римана в аналитическом виде.

В данной статье впервые будет показано, как высшие симметрии могут быть использованы для построения новых точных решений уравнений (1).

Приведем необходимые сведения о высших симметриях уравнения (1).

Пусть

$$\frac{\partial^{i+j} \sigma}{\partial x^i \partial y^j} = p_{ij}^1, \quad \frac{\partial^{i+j} \theta}{\partial x^i \partial y^j} = p_{ij}^2, \quad i, j = 1, 2, \dots$$

Рассмотрим бесконечномерное пространство J^∞ с координатами $(x, y, \sigma, \theta, p_{ij}^k)$, $k = 1, 2, \dots$, и преобразование этого пространства вида

$$\begin{aligned} x' &= f^1(x, y, \sigma, \theta, p_{ij}^k, \alpha), \\ y' &= f^2(x, y, \sigma, \theta, p_{ij}^k, \alpha), \\ \sigma' &= g^1(x, y, \sigma, \theta, p_{ij}^k, \alpha), \\ \theta' &= g^2(x, y, \sigma, \theta, p_{ij}^k, \alpha), \end{aligned} \quad (2)$$

$$(p_{ij}^k)' = h_{ij}^k(x, y, \sigma, \theta, p_{ij}^k, \alpha), \quad k = 1, 2, \dots, \quad i, j = 1, 2, \dots,$$

где α – одномерный параметр из некоторой окрестности нуля.

Пусть преобразования (2) составляют локальную однопараметрическую группу. Тогда

$$(p_{ij}^1)' = \frac{\partial^{i+j} \sigma}{\partial (x)^i \partial (y)^j}, \quad (p_{ij}^2)' = \frac{\partial^{i+j} \theta}{\partial (x)^i \partial (y)^j}, \dots$$

Система уравнений (1) определяет в пространстве J^∞ бесконечную систему уравнений

$$D_v(F_1) = 0, \quad D_v(F_2) = 0. \quad (3)$$

Здесь оператор полной производной имеет вид

$$D_x = \frac{\partial}{\partial x} + \sum_{k,i,j} p_{i+1,j}^k \frac{\partial}{\partial p_{i,j}^k},$$

$$D_y = \frac{\partial}{\partial y} + \sum_{k,i,j} p_{i,j+1}^k \frac{\partial}{\partial p_{i,j}^k},$$

$$v = (l, m), \quad D_v = D_x^l \circ D_y^m,$$

где v – любое целое число.

Будем говорить, что система уравнений (1) допускает группу преобразований (2), если бесконечная система (3) инвариантна при этих преобразованиях.

Каждой однопараметрической группе (2) соответствует производящая функция симметрий $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$,

которая определяется по системе уравнений

$$\overline{I_F} \varphi = 0, \quad (4)$$

где черта сверху означает, что в уравнениях (4) следует перейти на многообразии (1).

Оператор I_F из (4) для системы (1) будет следующим:

$$I_F = \begin{pmatrix} D_x - 2k(-2 \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2 \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} + \\ + \cos 2\theta D_x + \sin 2\theta D_y) \\ D_y - 2k(2 \cos 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial x} + 2 \sin 2\theta \frac{\partial \theta}{\partial y} + \\ + \sin 2\theta D_x - \cos 2\theta D_y) \end{pmatrix}.$$

Подробности вычислений высших симметрий и многочисленные примеры можно найти в [2] и цитируемых там источниках.

В [2] найдены все высшие симметрии, допускаемые уравнением пластичности (1). Простейшие из них имеют вид

$$f_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \eta^2} \end{pmatrix}, \quad f_3 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \xi^3} \\ \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \eta^3} \end{pmatrix}, \dots, \quad f_n = \begin{pmatrix} \frac{\partial^n \bar{y}}{\partial \xi^n} \\ \frac{\partial^n \bar{y}}{\partial \eta^n} \end{pmatrix}, \dots \quad (5)$$

Используем некоторые эти симметрии для построения новых решений пластичности согласно следующей методике.

Пусть \bar{x}_0, \bar{y}_0 – некоторые известные решения уравнений пластичности, а f_k возьмем из семейства симметрий (5).

Серия новых решений, которые получаются из точного решения $\bar{x}_0(\xi, \eta), \bar{y}_0(\xi, \eta)$, определяется как решение системы уравнений

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial \tau} = \frac{\partial^k \bar{y}}{\partial \xi^k}, \quad \frac{\partial \bar{x}}{\partial \tau} = \frac{\partial^k \bar{y}}{\partial \eta^k} \quad (6)$$

со следующими начальными условиями:

$$\bar{y}(0, \xi, \eta) = \bar{y}_0, \quad \bar{x}(0, \xi, \eta) = \bar{x}_0.$$

Тогда пара функций $(\bar{y}(\tau, \xi, \eta), \bar{x}(\tau, \xi, \eta))$ является решением уравнений пластичности для каждого τ .

Единственное затруднение при использовании этой методики состоит в отсутствии формул для

решения задачи Коши для уравнений (6), которых нет, например, даже в [3].

По аналогии со случаем $k = 2$ запишем общее решение уравнений (6).

Лемма. Решение задачи Коши

$\frac{\partial \bar{y}}{\partial \tau} = \frac{\partial^k \bar{y}}{\partial \xi^k}$, $\bar{y}|_{\tau=0} = \bar{y}_0$ можно представить в виде

$$\bar{y}(\tau, \xi, \eta) = \bar{y}_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\tau^i}{i!} \frac{d^{(ik)} \bar{y}_0}{d\xi^{(ik)}}. \quad (7)$$

Доказательство этой леммы осуществляется простой проверкой того, что (7) действительно есть решение уравнения (7) и удовлетворяет начальному условию.

В качестве исходного решения возьмем решение Прандтля:

$$\bar{x}_0(\xi, \eta) = -\sin \theta - (\eta + \xi) \cos \theta,$$

$$\bar{y}_0(\xi, \eta) = \cos \theta + (\eta + \xi) \sin \theta.$$

Подставляя это решение в (7) и сворачивая полученные ряды, имеем

$$\bar{x}(\tau, \xi, \eta) = (-\sin \theta - (\eta + \xi) \cos \theta + \tau \sin \theta) \exp\left(-\frac{\tau}{4}\right),$$

$$\bar{y}(\tau, \xi, \eta) = (\cos \theta + (\eta + \xi) \sin \theta + \tau \cos \theta) \exp\left(-\frac{\tau}{4}\right).$$

Характеристики для этого решения и решения Надаи приведены в [4].

Теперь, используя решение Прандтля, рассмотрим случай $k = 3$. Согласно предыдущим рассуждениям получим

$$\bar{x}(\tau, \xi, \eta) = (-\sin \theta - (\eta + \xi) \cos \theta) \operatorname{ch}\left(-\frac{\tau}{8}\right) +$$

$$+ ((\eta + \xi) \sin \theta - \cos \theta) \operatorname{sh}\left(-\frac{\tau}{8}\right),$$

$$\bar{y}(\tau, \xi, \eta) = ((\eta + \xi) \sin \theta + \cos \theta) \operatorname{ch}\left(-\frac{\tau}{8}\right) +$$

$$+ ((\eta + \xi) \cos \theta - \sin \theta) \operatorname{sh}\left(-\frac{\tau}{8}\right).$$

Возвращаясь к исходным координатам, по формулам $x = \bar{x} \cos \theta - \bar{y} \sin \theta$, $y = \bar{x} \sin \theta - \bar{y} \cos \theta$ имеем

$$x = (-\sigma - \sin 2\theta) \operatorname{ch} a - \cos 2\theta \operatorname{sh} a,$$

$$y = \cos 2\theta \operatorname{ch} a + (\sigma - \sin 2\theta) \operatorname{sh} a,$$

где $a = -\left(\frac{\tau}{8}\right)$.

Характеристики и соотношения на характеристиках для этого решения имеют вид

$$\xi = \sigma - 2\theta = c_1,$$

$$x = (-2\theta - \sin 2\theta - c_1) \operatorname{ch} a - \cos 2\theta \operatorname{sh} a,$$

$$y = \cos 2\theta \operatorname{ch} a - (2\theta - \sin 2\theta + c_1) \operatorname{sh} a,$$

$$\eta = \sigma + 2\theta = c_1,$$

$$x = (2\theta - \sin 2\theta + c_1) \operatorname{ch} a - \cos 2\theta \operatorname{sh} a,$$

$$y = \cos 2\theta \operatorname{ch} a - (-2\theta - \sin 2\theta + c_1) \operatorname{sh} a.$$

Графики новых точных решений уравнений пластичности при $a = 0$, $a = 1$, $a = 2$ и $a = 3$ представлены ниже (рис. 1–4).

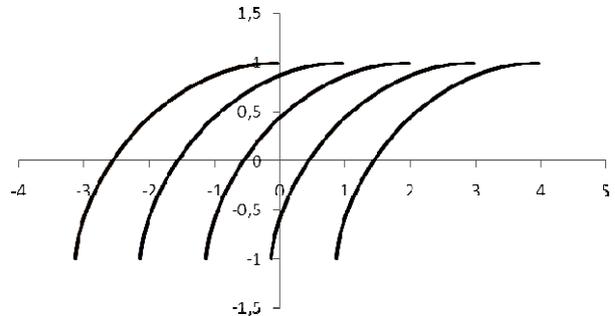


Рис. 1. Линии скольжения первого семейства решения Прандтля – нового решения при $a = 0$

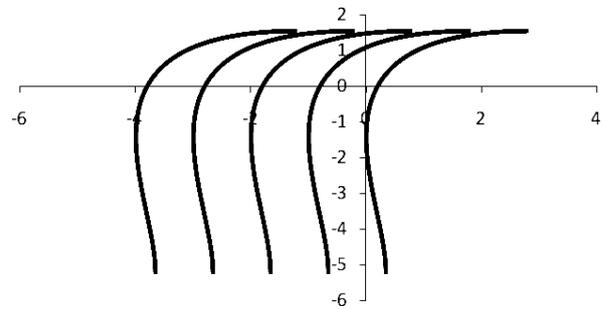


Рис. 2. Линии скольжения первого семейства нового решения при $a = 1$

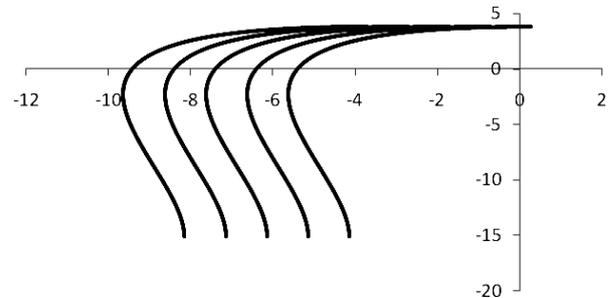


Рис. 3. Линии скольжения первого семейства нового решения при $a = 2$

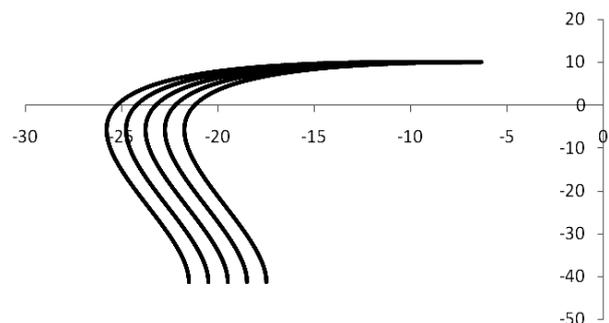


Рис. 4. Линии скольжения первого семейства нового решения при $a = 3$

Библиографические ссылки

1. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М. : Гостехиздат, 1954.
 2. Киряков П. П., Сенашов С. И., Яхно А. И. Приложение симметрии и законов сохранения к решению дифференциальных уравнений. Новосибирск : Изд-во Сиб. отд-ния Рос. акад. наук, 2001.

3. Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М. : Физматлит, 2001.
 4. Сенашов С. И., Филюшина Е. В., Попов Е. А. Преобразование точных решений уравнений пластичности высшими симметриями // Вестник СибГАУ. 2011. Вып. 5 (38). С. 90–92.

S. I. Senashov, E. V. Filyushina

ABOUT NEW SOLUTIONS OF EQUATIONS OF PLASTICITY OBTAINED WITH THE HELP OF HIGHER SYMMETRIES

In the article the authors show how higher symmetries of plane ideal plasticity operate on exact solutions of two-dimensional ideal plasticity. New solutions are obtained.

Keywords: two-dimensional plasticity, exact solutions, higher symmetry.

© Сенашов С. И., Филюшина Е. В., 2012

УДК 004.056

А. А. Ступина, А. В. Золотарев

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ ЗАЩИЩЕННОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ*

Проведен сравнительный анализ методов решения задачи оценки защищенности автоматизированных систем. Рассмотрены их свойства, преимущества, недостатки, а также продукты, созданные на их основе.

Ключевые слова: формальный подход, классификационный подход, оценка защищенности.

Стремительное развитие компьютерной сферы и высоких технологий в последние два десятилетия привело к тому, что информация приобрела конкретные финансовые, репутационные, временные и другие выражения. В связи с этим для все большего числа организаций защита информации становится одной из приоритетных задач. Государство принимает активное участие в процессе становления информационной безопасности в Российской Федерации, о чем говорит усиление и ужесточение требований к защите конфиденциальной информации (коммерческой тайны, персональных данных, банковской тайны и т. д.), принятие новых законов и подзаконных актов в этой области, а также руководящих документов по классификации средств защиты информации исходя из требований безопасности. Одним из первых и основных этапов построения защищенной инфраструктуры организации является анализ оценки защищенности автоматизированной системы (АС).

В настоящее время анализ оценки защищенности АС проводится с помощью двух подходов: формального и классификационного.

Основой для *формального подхода* традиционно считается модель системы защиты с полным перекрытием, в которой рассматривается взаимодействие облас-

ти угроз, защищаемой области и системы защиты [1]. Таким образом, имеется три множества:

- $T = \{t_i\}$ – множество угроз безопасности;
- $O = \{o_j\}$ – множество объектов (ресурсов) защищенной системы;
- $M = \{m_k\}$ – множество механизмов безопасности АС.

Элементы этих множеств находятся между собой в определенных отношениях, характеризующих систему защиты. Для описания системы защиты обычно используется графовая модель [1].

Множество отношений «угроза–объект» образует двухдольный граф $\langle T, O \rangle$. Цель защиты состоит в том, чтобы перекрыть все возможные ребра в графе. Это достигается введением третьего набора M , в результате чего получается трехдольный граф $\langle T, M, O \rangle$ (рис. 1).

Развитие модели системы защиты с полным перекрытием предполагает введение еще двух элементов:

- V – набора уязвимых мест, определяемого подмножеством декартова произведения $T*O$: $v_r = \langle t_i, o_j \rangle$. Под уязвимостью системы защиты понимается возможность осуществления угрозы t в отношении объекта o ;
- B – набора барьеров, определяемого декартовым произведением $V*M$: $b_l = \langle t_i, o_j, m_k \rangle$. Барьеры представляют собой пути осуществления угроз безопасности, перекрытые средствами защиты.

*Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.В37.21.0625).