Библиографические ссылки

1. Федеральная космическая программа России на 2006–2015 гг. [Электронный ресурс]. URL: http://www.federalspace.ru/main.php?id=24.
2. Ершова Т. Б. Организационные аспекты создания единого информационного пространства предприятия // Трансп. дело России. 2009. № 2. С. 62–65.
3. Информационные технологии : учеб. пособие / А. А. Вичугова, В. Н. Вичугов, Е. А. Дмитриева, Г. П. Цапко ; Том. политехн. ун-т. Томск, 2011.
4. Вичугова А. А., Вичугов В. Н., Дмитриева Е. А. Жизненный цикл документа в информационных системах управления данными // Вестн. науки Сибири. 2011. № 1. С. 328–334.

A. S. Ametova, A. A. Vichugova, V. N. Vichugov, Yu. A. Sukhanova, S. G. Tsapko

PROJECT OF DEVELOPMENT OF UNITED INFORMATION SPACE FOR THE PROCESSES OF GENERATION OF ONBOARD ELECTRONIC EQUIPMENT OF SPACECRAFTS AT JSC «ISS» NAMED AFTER ACADEMICIAN M. F. RESHETNEV»

The authors consider a concept of united information space and describe the stages of its development for the processes of generation of onboard electronic equipment of a spacecraft at JSC «ISS» named after academician M. F. Reshetnev».

Keywords: business processes, integration of information systems.

УДК 539.374

В. И. Бурмак

ОПТИМАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ПОДАЛГЕБР И ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПЛАСТИЧНОСТИ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Найдены оптимальные системы подалгебр размерности 1, 2 алгебры Ли, допускаемые уравнениями пластичности плоского напряженного состояния в случае медленных нестационарных течений.

Ключевые слова: пластичность, плоское напряженное состояние.

Рассмотрим уравнения, описывающие плоское напряженное состояние в случае медленных нестационарных течений. Уравнения имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}u = \left(\sqrt{3}\sin\omega\cos 2\varphi - \cos\omega\right)\frac{\partial\omega}{\partial x} + \\ + \sqrt{3}\sin\omega\sin 2\varphi\frac{\partial\omega}{\partial y} - 2\sin\omega\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}v = \sqrt{3}\sin\omega\sin 2\varphi\frac{\partial\omega}{\partial x} - \\ -\left(\sqrt{3}\sin\omega\cos 2\varphi + \cos\omega\right)\frac{\partial\omega}{\partial y} + 2\sin\omega\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = k\lambda\left(\sqrt{3}\cos\omega + 3\sin\omega\cos 2\varphi\right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = k\lambda\left(\sqrt{3}\cos\omega - 3\sin\omega\cos 2\varphi\right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 6k\lambda\sin\omega\sin 2\varphi. \quad (5)$$

Здесь λ – некоторая положительная функция; φ – угол между первым главным направлением тензора напряжения и осью Ox; ω – угол, связанный со значением среднего давления $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2)$, $\cos\omega = \frac{\sqrt{3}\sigma}{2k}$; k – постоянная пластичности; u, v – компоненты вектора скорости; все функции зависят от x, y, t.

Точечные симметрии системы (1)…(5) с использованием методики Ли [1] были найдены ранее [2].

Базис алгебры Ли L_9, порождающей группу непрерывных преобразований, которая допускается системой уравнений (1)…(5), имеет вид

$$X_1 = -y\partial_x + x\partial_y - v\partial_u + u\partial_v + \partial_\varphi, \\ X_2 = t\partial_t + x\partial_x + y\partial_y - \lambda\partial_\lambda, \\ X_3 = t\partial_t + u\partial_u + v\partial_v + \lambda\partial_\lambda, \\ X_4 = -y\partial_u + x\partial_v,\ X_5 = \partial_y,\ X_6 = \partial_x, \\ X_7 = \partial_v,\ X_8 = \partial_u,\ X_9 = \partial_t. \quad (6)$$

Таблица коммутаторов алгебры Ли L_9 будет следующей (табл. 1).

Таблица 1

Таблица коммутаторов

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
X_1	0	0	0	0	X_6	$-X_5$	X_8	$-X_7$	0
X_2	0	0	0	X_4	$-X_5$	$-X_6$	0	0	$-X_9$
X_3	0	0	0	$-X_4$	0	0	$-X_7$	$-X_8$	$-X_9$
X_4	0	$-X_4$	X_4	0	X_8	$-X_7$	0	0	0
X_5	$-X_6$	X_5	0	$-X_8$	0	0	0	0	0
X_6	X_5	X_6	0	X_7	0	0	0	0	0
X_7	$-X_8$	0	X_7	0	0	0	0	0	0
X_8	X_7	0	X_8	0	0	0	0	0	0
X_9	0	X_9	X_9	0	0	0	0	0	0

Анализ табл. 1 показывает, что алгебра Ли L_9 разрешима и имеет следующую структуру:

– максимальные абелевы идеалы

$$N_8^1 = \{X_1, X_2, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9\},$$

$$N_8^2 = \{X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9\};$$

– центр $S = \{0\}$;

– производная алгебра

$$L_9' = \{X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9\};$$

– общий вид одномерной подалгебры:

$$X = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \alpha_4 X_4 + \alpha_5 X_5 + \\ + \alpha_6 X_6 + \alpha_7 X_7 + \alpha_8 X_8 + \alpha_9 X_9, \qquad (7)$$

где $a_i, i = \overline{1,9}$ – константы.

Построим оптимальную систему подалгебр размерности 1 путем поиска наиболее простых неподобных подалгебр X (7), т. е. тех подалгебр, которые под действием внутренних автоморфизмов не переводятся друг в друга.

Так, оптимальная система подалгебр размерности 1 – θ_1 будет следующей:

I. $\alpha X_1 + X_2 + X_3 \pm X_4$.

II. $\alpha X_1 + X_2 - X_3 \pm X_9$.

III. $X_1 + \beta X_2 + \gamma X_3$.

IV. $X_1 \pm X_4 + \alpha X_9$.

V. $X_4 \pm X_5 + \alpha X_9$.

VI. $X_5 \pm X_7 + \alpha X_9$.

VII. $X_1 \pm X_9$.

VIII. $X_2 + \alpha X_3$.

IX. $X_2 \pm X_7$.

X. $X_3 \pm X_5$.

XI. $X_4 \pm X_9$.

XII. $X_5 \pm X_9$.

XIII. $X_7 \pm X_9$.

XIV. X_3.

XV. X_4.

XVI. X_5.

XVII. X_7.

XVIII. X_9.

Здесь α, β, γ – произвольные постоянные, причем разным значениям постоянных соответствуют неподобные подалгебры.

Инвариантные решения, построенные на θ_1, представлены в табл. 2.

Таблица 2

Вид инвариантных решений ранга 2

I	$\lambda = tf_1(\xi,\eta),\ \varphi = f_2(\xi,\eta) + \frac{\alpha}{2}\ln t,\ u_r = rf_3(\xi,\eta),\ u_\theta = rf_4(\xi,\eta) + r\ln r,\ \xi = e^\theta t^{-\alpha/2},\ \eta = e^\theta r^{-\alpha}$
II	$\lambda = \lambda(\xi,\eta),\ \varphi = f_1(\xi,\eta) + \theta,\ u_r = r^{-1} f_2(\xi,\eta),\ u_\theta = rf_3(\xi,\eta),\ \xi = \theta \mp t,\ \eta = e^{\mp t} r$
III	$\lambda = tf_1(\xi,\eta),\ \varphi = f_2(\xi,\eta) + \frac{1}{\beta+\gamma}\ln t,\ u_r = r^{\gamma/\beta} f_3(\xi,\eta),\ u_\theta = r^{\gamma/\beta} f_4(\xi,\eta),\ \xi = e^{-\theta(\beta+\gamma)} t,\ \eta = t^{-\beta_1} r^{(\beta+\gamma)}$
IV	$\lambda = \lambda(\xi,r),\ \varphi = \theta + f_1(\xi,r),\ u_r = u_r(\xi,r),\ u_\theta = f_2(\xi,r) \pm \theta r,\ \xi = t - \alpha\theta$
V	$\lambda = \lambda(\xi,x),\ \varphi = \varphi(\xi,x),\ v = \frac{f_1(\xi,x)}{\alpha} + \frac{tx}{\alpha},\ u = f_2(\xi,x) \mp \frac{y^2}{2},\ \xi = t \mp \alpha y$
VI	$\lambda = \lambda(\xi,x),\ \varphi = \varphi(\xi,x),\ v = f_1(\xi,x) \pm y,\ u = u(\xi,x),\ \xi = \alpha y - t$
VII	$\lambda = \lambda(\xi,r),\ \varphi = \theta + f_1(\xi,r),\ u_r = u_r(\xi,r),\ u_\theta = u_\theta(\xi,r),\ \xi = \theta \mp t$
VIII	$\lambda = tf_1(\xi,\theta),\ \varphi = \varphi(\xi,\theta),\ u_r = r^\alpha f_2(\xi,\theta),\ u_\theta = r^\alpha f_3(\xi,\theta),\ \xi = rt^{-1/(1+\alpha)}$
IX	$\lambda = f_1(\xi,\eta) t^{-1},\ \varphi = \varphi(\xi,\eta),\ v = f_2(\xi,\eta) \pm \ln t,\ u = u(\xi,\eta),\ \xi = \frac{t}{x},\ \eta = \frac{t}{y}$
X	$\lambda = tf_1(\xi,x),\ \varphi = \varphi(\xi,x),\ u = tf_2(\xi,x),\ v = tf_3(\xi,x),\ \xi = te^{\mp y}$

Окончание табл. 2

XI	$\lambda=\lambda(x,y),\ \varphi=\varphi(x,y),\ v=f_1(x,y)\mp xt,\ \ u=f_2(x,y)\pm ty$
XII	$\lambda=\lambda(x,y+t),\ \varphi=\varphi(x,y+t),\ v=v(x,y+t),\ \ u=u(x,y+t)$
XIII	$\lambda=\lambda(x,y),\ \varphi=\varphi(x,y),\ v=f_1(x,y)\pm t,\ \ u=u(x,y)$
XIV	$\lambda=tf_1(x,y),\ \varphi=\varphi(x,y),\ u=tf_2(x,y),\ \ v=tf_3(x,y)$
XV	Инвариантного решения нет
XVI	$\lambda=\lambda(x,t),\ \varphi=\varphi(x,t),\ v=v(x,t),\ \ u=u(x,t)$
XVII	Инвариантного решения нет
XVIII	$\lambda=\lambda(x,y),\ \varphi=\varphi(x,y),\ v=v(x,y),\ \ u=u(x,y)$

Примечание. В табл. 2 приняты следующие обозначения: $f_i, i=\overline{1,4}$ – произвольные функции; r и θ – полярные координаты: $x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta$; u_r, u_θ – компоненты вектора скорости: $u=u_r\cos\theta-u_\theta\sin\theta,\ v=u_r\sin\theta+u_\theta\cos\theta$.

Оптимальная система подалгебр размерности 2 – θ_2 имеет следующий вид:

1. $\langle \alpha X_1+X_2+X_3, X_1+\alpha_4X_4\rangle$.
2. $\langle X_1\pm X_4, X_4+\alpha_9X_9\rangle$.
3. $\langle X_1\pm X_4, X_9\rangle$.
4. $\langle X_1\pm X_9, \alpha_1X_1+X_2+X_3+\alpha_4X_4\rangle$.
5. $\langle X_1\pm X_9, X_4+\alpha_9X_9\rangle$.
6. $\langle X_2, X_5+\alpha_9X_9\rangle$.
7. $\langle X_2+\alpha_3X_3, X_1+\alpha_2X_2\rangle$.
8. $\langle X_2+\alpha_3X_3, X_7\rangle$.
9. $\langle X_2+X_3, X_5+\alpha_7X_7\rangle$.
10. $\langle X_2+2X_3, X_4+\alpha_5X_5\rangle$.
11. $\langle X_2+X_3\pm X_4, X_7\rangle$.
12. $\langle X_2-X_3\pm X_9, X_1+\alpha_9X_9\rangle$.
13. $\langle X_2\pm X_7, X_4\rangle$.
14. $\langle X_2\pm X_7, X_5+\alpha_9X_9\rangle$.
15. $\langle X_2\pm X_7, X_6+\alpha_5X_5+\alpha_9X_9\rangle$.
16. $\langle X_2\pm X_7, X_7+\alpha_8X_8\rangle$.
17. $\langle X_2\pm X_7, X_8\rangle$.
18. $\langle X_2\pm X_7, X_9\rangle$.
19. $\langle X_3, X_1+\alpha_2X_2\rangle$.
20. $\langle X_3, X_2\rangle$.
21. $\langle X_3, X_4+\alpha_9X_9\rangle$.
22. $\langle X_3, X_7+\alpha_9X_9\rangle$.
23. $\langle X_3\pm X_5, X_3+\alpha_6X_6\rangle$.
24. $\langle X_3\pm X_5, X_4\rangle$.
25. $\langle X_3\pm X_5, X_6\rangle$.
26. $\langle X_3\pm X_5, X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
27. $\langle X_3\pm X_5, X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
28. $\langle X_4, X_1+\alpha_2X_2+\alpha_3X_3\rangle$.
29. $\langle X_4, \alpha_1X_1+X_2-X_3+\alpha_9X_9\rangle$.
30. $\langle X_4, X_2+\alpha_3X_3\rangle$.
31. $\langle X_4, X_7+\alpha_9X_9\rangle$.
32. $\langle X_4\pm X_5+\alpha X_9, X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
33. $\langle X_4\pm X_5+\alpha X_9, X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
34. $\langle X_4\pm X_9, X_1+\alpha_3X_3\rangle$.
35. $\langle X_4\pm X_9, X_7+\alpha_9X_9\rangle$.
36. $\langle X_5, X_2+\alpha_3X_3+\alpha_6X_6\rangle$.
37. $\langle X_5, X_2-X_3+\alpha_6X_6+\alpha_9X_9\rangle$.
38. $\langle X_5, X_3+\alpha_6X_6\rangle$.
39. $\langle X_5, X_6+\alpha_7X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
40. $\langle X_5, X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
41. $\langle X_5, X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
42. $\langle X_5\pm X_7+\alpha X_9, X_6+\alpha_7X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
43. $\langle X_5\pm X_7+\alpha X_9, X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
44. $\langle X_5\pm X_7+\alpha X_9, X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
45. $\langle X_5\pm X_9, X_2+\alpha_7X_7+\alpha_8X_8\rangle$.
46. $\langle X_5\pm X_9, X_6+\alpha_7X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
47. $\langle X_5\pm X_9, X_7+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
48. $\langle X_5\pm X_9, X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
49. $\langle X_7, X_2+\alpha_8X_8\rangle$.
50. $\langle X_7, X_4+\alpha_5X_5+\alpha_6X_6+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
51. $\langle X_7, X_5+\alpha_6X_6+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
52. $\langle X_7, X_6+\alpha_8X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
53. $\langle X_7, X_8+\alpha_9X_9\rangle$.
54. $\langle X_7, X_9\rangle$.
55. $\langle X_7\pm X_9, X_3+\alpha_5X_5+\alpha_6X_6\rangle$.
56. $\langle X_7\pm X_9, X_4+\alpha_5X_5+\alpha_6X_6+\alpha_9X_9\rangle$.
57. $\langle X_7\pm X_9, X_5+\alpha_6X_6+\alpha_7X_7+\alpha_8X_8\rangle$.
58. $\langle X_7\pm X_9, X_6+\alpha_7X_7+\alpha_8X_8\rangle$.

59. $\langle X_7 \pm X_9, X_7 + \alpha_8 X_8 \rangle$.
60. $\langle X_7 \pm X_9, X_8 + \alpha_9 X_9 \rangle$.
61. $\langle X_9, X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 \rangle$.
62. $\langle X_9, \alpha_1 X_1 + X_2 + X_3 + \alpha_4 X_4 \rangle$.
63. $\langle X_9, X_2 + \alpha_3 X_3 \rangle$.
64. $\langle X_9, X_3 + \alpha_5 X_5 \rangle$.
65. $\langle X_9, X_4 + \alpha_5 X_5 \rangle$.
66. $\langle X_9, X_5 + \alpha_7 X_7 \rangle$.

Здесь $\alpha, \alpha_j, j = \overline{1,9}$ – произвольные постоянные, причем разным значениям постоянных соответствуют неподобные подалгебры.

Инвариантные решения, построенные на θ_2, будут следующими:

1. $\xi = \frac{r}{\sqrt{t}}$, $u_r = f_1(\xi) r$, $u_\theta = r\left(f_2(\xi) + \alpha_4\theta - \alpha\alpha_4 \ln r\right)$, $\lambda = \lambda(\xi)$, $\varphi = f_3(\xi) + \theta$.

2. $u_r = u_r(r)$, $u_\theta = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_2(r) \pm rt \pm r(\alpha_9 - \alpha)\theta\right)$, $\lambda = \lambda(r)$, $\varphi = f_2(r) + \theta$.

3. $u_r = u_r(r)$, $u_\theta = f_2(r) \pm r\theta$, $\lambda = \lambda(r)$, $\varphi = f_2(r) + \theta$.

4. $\xi = \frac{2t + \alpha_9 \mp 2\theta}{r}$, $u_r = f_1(\xi) r$, $u_\theta = r\left(f_2(\xi) + \alpha_4 \ln r\right)$, $\lambda = \lambda(\xi)$, $\varphi = f_3(\xi) + \theta$.

5. $u_r = u_r(r)$, $u_\theta = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_2(r) + rt \mp r\theta\right)$, $\lambda = \lambda(r)$, $\varphi = f_2(r) + \theta$.

6. $\xi = \frac{\alpha_9 y - t}{x}$, $u = u(\xi)$, $v = v(\xi)$, $\lambda = \frac{1}{x} f_1(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

7. $\xi = \ln t - (1 + \alpha_3)\ln r + \alpha_2\alpha_3\theta$, $u_r = f_1(\xi) r^{\alpha_3} e^{-\alpha_2\alpha_3\theta}$, $u_\theta = f_2(\xi) r^{\alpha_3} e^{-\alpha_2\alpha_3\theta}$, $\lambda = f_3(\xi) r^{\alpha_3 - 1} e^{-\alpha_2\alpha_3\theta}$, $\varphi = f_4(\xi) + \theta$.

9. $\xi = \frac{x}{t}$, $u = f_1(\xi) t$, $v = f_2(\xi) t \pm \alpha_7 y$, $\lambda = \lambda(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

10. $\xi = \frac{x^3}{t}$, $u = \frac{1}{2\alpha_5}\left(f_1(\xi)\frac{1}{x^2} + y^2\right)$, $v = \frac{1}{\alpha_5}\left(f_2(\xi)\frac{1}{x^2} + xy\right)$, $\lambda = \frac{1}{x} f_3(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

12. $\xi = t - \alpha \ln r - \alpha_9\theta$, $u = \frac{1}{r} f_1(\xi)$, $v = \frac{1}{r} f_2(\xi)$, $\lambda = \frac{1}{r^2} f_3(\xi)$, $\varphi = f_4(\xi) + \theta$.

14. $\xi = \frac{\alpha_9 y - t}{x}$, $u = u(\xi)$, $v = f_1(\xi) \pm \ln x$, $\lambda = \frac{1}{x} f_2(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

15. $\xi = \dfrac{1 - \alpha_9 \frac{x}{t}}{\alpha_5 - \alpha_9 \frac{y}{t}}$, $u = u(\xi)$, $v = f_1(\xi) \mp \ln\left(\frac{1}{\alpha_9 x - t} f_2(\xi)\right)$, $\lambda = \frac{1}{\alpha_9 x - t} f_2(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

18. $\xi = \frac{x}{y}$, $u = u(\xi)$, $v = f_1(\xi) \pm \ln x$, $\lambda = \frac{1}{x} f_2(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

19. $\xi = \beta\theta - \ln r$, $u_r = \frac{t}{e^\theta} f_1(\xi)$, $u_\theta = \frac{t}{e^\theta} f_2(\xi)$, $\lambda = f_3(\xi) t$, $\varphi = f_4(\xi) + \theta$.

20. $\xi = \frac{x}{y}$, $u = \frac{t}{x} f_1(\xi)$, $v = \frac{t}{x} f_2(\xi)$, $\lambda = \frac{t}{x^2} f_3(\xi)$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

23. $\xi = \ln t \mp y - \alpha_6 x$, $u = f_1(\xi) t$, $v = f_2(\xi) t$, $\lambda = f_3(\xi) t$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

25. $\xi = \ln t \mp y$, $u = f_1(\xi) t$, $v = f_2(\xi) t$, $\lambda = f_3(\xi) t$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

26. $u = f_1(x) e^{\pm y} + \frac{\alpha_8}{\alpha_9}\left(f_2(x) e^{\pm y} + t\right)$, $v = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_2(x) e^{\pm y} + t\right)$, $\lambda = f_3(x) e^{\pm y}$, $\varphi = \varphi(x)$.

27. $u = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_1(x) e^{\pm y} + t\right)$, $v = f_2(x) e^{\pm y}$, $\lambda = f_3(x) e^{\pm y}$, $\varphi = \varphi(x)$.

32. $u = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_1(x) + \alpha_8 t\right) \mp \frac{(y - \beta_8)^2}{2}$, $v = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_2(x) + t\right) + (x + \beta_7) y$, $\lambda = \lambda(x)$, $\varphi = \varphi(x)$.

33. $u = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_1(x) + t \mp \alpha y\right)$, $v = f_2(x) \pm xy$, $\lambda = \lambda(x)$, $\varphi = \varphi(x)$.

34. $u_r = f_1(r) e^{\alpha_3\theta}$, $u_\theta = f_2(r) e^{\alpha_3\theta} \pm rt$, $\lambda = f_3(r) e^{\alpha_3\theta}$, $\varphi = f_4(r) + \theta$.

36. $\xi = t(1 + \alpha_3)\ln(x + \alpha_6)$, $u = f_1(\xi) - \alpha_3 \ln(x + \alpha_6)$, $v = f_2(\xi)\left(f_1(\xi) - \alpha_3 \ln(x + \alpha_6)\right)$, $\lambda = f_3(\xi) e^{\left(1 - \frac{2}{\alpha_3 + 1}\right)t}$, $\varphi = \varphi(\xi)$.

37. $\xi = \alpha_9 \ln(x+\alpha_6) - t,\ u = \frac{1}{(x+\alpha_6)} f_1(\xi),$

$v = \frac{1}{(x+\alpha_6)} f_2(\xi),\ \lambda = \frac{1}{(x+\alpha_6)^2} f_3(\xi),\ \varphi = \varphi(\xi).$

38. $\xi = x - \alpha_6 \ln t,\ u = f_1(\xi)t,\ v = f_2(\xi)t,$
$\lambda = f_3(\xi)t,\ \varphi = \varphi(\xi).$

39. $\xi = \alpha_9 x - t,\ u = f_1(\xi) - \alpha_8 x,\ v = f_2(\xi) - \alpha_7 x,$
$\lambda = \lambda(\xi),\ \varphi = \varphi(\xi).$

40. $u = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_1(x) + \alpha_8 t\right),\ v = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_2(x) + t\right),$
$\lambda = \lambda(x),\ \varphi = \varphi(x).$

41. $u = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_1(x) + t\right),\ v = v(x),\ \lambda = \lambda(x),$
$\varphi = \varphi(x).$

42. $\xi = \alpha y + \alpha_9 x - t,\ u = \frac{1}{\alpha_8}\left(f_1(\xi) + x\right),$
$v = f_2(\xi) - \alpha_7 x \mp y,\ \lambda = \lambda(\xi),\ \varphi = \varphi(\xi).$

43. $u = f_1(x) + \frac{\alpha_8}{\alpha_9}\left(f_2(x) + t\right),$
$v = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_2(x) + t\right) \pm y,\ \lambda = \lambda(x),\ \varphi = \varphi(x).$

44. $u = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_1(x) + t - \alpha y\right),\ v = f_2(x) \pm y,$
$\lambda = \lambda(x),\ \varphi = \varphi(x).$

45. $\xi = \frac{y \mp t}{x},\ u = \frac{1}{\alpha_7}\left(f_1(\xi) + \alpha_8\left(f_2(\xi) - \alpha_7 \ln\left(\frac{1}{x} f_3(\xi)\right)\right)\right),$
$v = f_2(\xi) - \alpha_7 \ln\left(\frac{1}{x} f_3(\xi)\right),\ \lambda = \frac{1}{x} f_3(\xi),\ \varphi = \varphi(\xi).$

46. $\xi = y \mp t \mp \alpha_9 x,\ u = f_1(\xi) - \alpha_8 x,$
$v = f_2(\xi) - \alpha_7 x,\ \lambda = \lambda(\xi),\ \varphi = \varphi(\xi).$

47. $u = f_1(x) \mp y + t,\ v = \frac{\pm 1}{\alpha_9}\left(f_2(x) + y \mp t\right),$
$\lambda = \lambda(x),\ \varphi = \varphi(x).$

48. $u = \frac{1}{\alpha_9}\left(f_1(x) \pm y - t\right),\ v = v(x),\ \lambda = \lambda(x),$
$\varphi = \varphi(x).$

55. $\xi = \alpha_6 y - \alpha_5 x,\ u = f_1(\xi) e^{x-\alpha_6},$
$v = f_2(\xi) e^{x-\alpha_6} \pm t,\ \lambda = f_3(\xi) e^{x-\alpha_6},\ \varphi = \varphi(\xi).$

56. $\xi = \alpha_6 y - \alpha_5 x,\ u = \frac{1}{\alpha_5}\left(f_1(\xi) - \frac{y^2}{2}\right),$

$v = \frac{1}{\alpha_5 \alpha_6}\left(f_2(\xi) + \alpha_5 \frac{x^2}{2} \mp \alpha_6 \alpha_9 y\right) \pm t,\ \lambda = \lambda(\xi),\ \varphi = \varphi(\xi).$

57. $\xi = \alpha_6 y - x,\ u = f_1(\xi) + \alpha_8 y,\ v = f_2(\xi) \mp t + \alpha_7 y,$
$\lambda = \lambda(\xi),\ \varphi = \varphi(\xi).$

58. $u = f_1(y) + \alpha_8 x,\ v = f_2(y) \pm t + \alpha_7 x,\ \lambda = \lambda(y),$
$\varphi = \varphi(y).$

61. $\xi = \alpha_1 \theta - \ln r,\ u_r = f_1(\xi) r^{\alpha_3/\alpha_2},\ u_\theta = f_2(\xi) r^{\alpha_3/\alpha_2},$
$\lambda = f_3(\xi) e^{(\alpha_3 - \alpha_2)\theta},\ \varphi = f_4(\xi) + \theta.$

62. $\xi = \frac{e^{\alpha_2 \theta}}{r},\ u_r = f_1(\xi) r,\ u_\theta = f_2(\xi) r + \alpha_4 r \ln r,$
$\lambda = \lambda(\xi),\ \varphi = f_3(\xi) + \theta.$

63. $\xi = \frac{x}{y},\ u = f_1(\xi) x^{\alpha_3},\ v = f_2(\xi) x^{\alpha_3},$
$\lambda = f_3(\xi) x^{\alpha_3 - 1},\ \varphi = \varphi(\xi).$

64. $u = f_1(x) e^{y/\alpha_5},\ v = f_2(x) e^{y/\alpha_5},\ \lambda = f_3(x) e^{y/\alpha_5},$
$\varphi = \varphi(x).$

65. $u = \frac{1}{\alpha_5}\left(f_1(x) - \frac{y^2}{2}\right),\ v = \frac{1}{\alpha_5}\left(f_2(x) + xy\right),$
$\lambda = \lambda(x),\ \varphi = \varphi(x).$

66. $u = u(x),\ v = f_2(x) + \alpha_7 y,\ \lambda = \lambda(x),\ \varphi = \varphi(x).$

Здесь $f_i, i = \overline{1,4}$ – произвольные функции. На подалгебрах 11, 13, 16, 17, 21, 22, 28, 29, 30, 31, 35, 49…54, 60 инвариантные решения нельзя повторить в силу критерия инвариантности [1].

Библиографические ссылки

1. Киряков П. П., Сенашов С. И., Яхно А. Н. Приложение симметрий и законов сохранения к решению дифференциальных уравнений. Новосибирск : Изд-во Сиб. отд-ния Рос. акад. наук, 2001.
2. Бурмак В. И. Симметрии и точные решения уравнений пластичности плоского напряженного состояния // Молодежь и наука : материалы VII Всерос. науч.-техн. конф. Красноярск, 2011. С. 41–46.

V. I. Burmak

OPTIMAL SYSTEMS OF SUBALGEBRAS ADMITTED BY EQUATIONS OF PLASTICITY

In the article the author presents optimal systems of subalgebras of 1, 2 dimentionality of Lie algebra, accepted with equations of plane stress plasticity, in the case of lag unsteady flow.

Keywords: plasticity, state of plane stress.