

ОБ ОЦЕНКАХ ПОГРЕШНОСТИ КУБАТУРНЫХ ФОРМУЛ, ТОЧНЫХ ДЛЯ ПОЛИНОМОВ ХААРА

На пространствах H_α найдены оценки нормы функционала погрешности кубатурных формул, обладающих d -свойством Хаара в двумерном случае.

Ключевые слова: d -свойство Хаара, оценка погрешности кубатурной формулы.

Задача построения и исследования формул приближенного интегрирования, точных для некоторого заданного набора функций, ранее в основном решалась для интегралов, точных на алгебраических и тригонометрических многочленах. Квадратурные и кубатурные формулы, точные для системы функций Хаара, можно найти в монографии И. М. Соболя [1], в которой точность формул приближенного интегрирования на конечных суммах Хаара использовалась при выводе оценок погрешности этих формул.

Описание всех минимальных весовых квадратурных формул, обладающих d -свойством Хаара, т. е. формул, точных на константах и функциях Хаара первых d групп, было проведено в [2].

В двумерном случае задача построения кубатурных формул, обладающих d -свойством Хаара, т. е. формул, точных для полиномов Хаара степеней, не превосходящих заданного числа d , решалась в [3–5], а исследование нормы функционала погрешности этих кубатурных формул на пространствах S_p проводилось в [6].

Основные определения. В данной статье используется оригинальное определение функций $\chi_{m,j}(x)$, введенное А. Хааром [7], отличное от определения этих функций в [1].

Двоичными промежутками $I_{m,j}$ назовем промежутки с концами в точках $(j-1)/2^{m-1}, j/2^{m-1}$ ($m = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, 2^{m-1}$). Если левый конец двоичного промежутка совпадает с 0, то будем считать этот промежуток замкнутым слева, если его правый конец совпадает с 1, то замкнутым справа. Остальные двоичные промежутки считаются открытыми. Левую и правую половины $I_{m,j}$ (без середины этого двоичного промежутка) будем обозначать $I_{m,j}^-$ и $I_{m,j}^+$ соответственно.

Система функций Хаара строится группами. Группа номер m содержит 2^{m-1} функций $\chi_{m,j}(x)$, где $m = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, 2^{m-1}$. Функции Хаара $\chi_{m,j}(x)$ определим следующим образом:

$$\chi_{m,j}(x) = \begin{cases} 2^{(m-1)/2} & \text{при } x \in I_{m,j}^-, \\ -2^{(m-1)/2} & \text{при } x \in I_{m,j}^+, \\ 0 & \text{при } x \in [0, 1] \setminus I_{m,j}, \\ 0,5 [\chi_{m,j}(x-0) + \chi_{m,j}(x+0)], & \text{если } x - \text{внутренняя} \\ & \text{точка разрыва,} \end{cases}$$

где $I_{m,j} = [(j-1)/2^{m-1}, j/2^{m-1}]$, $m = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, 2^{m-1}$.

В систему функций Хаара включают также функцию $\chi_{0,0}(x) = 1$, которая остается вне групп.

В двумерном случае полиномами Хаара степени d назовем линейные комбинации с вещественными коэффициентами мономов Хаара

$$\chi_{m_1,j_1}(x_1) \chi_{m_2,j_2}(x_2),$$

где $m_1 + m_2 = 0, 1, \dots, d$;

$$j_n = \begin{cases} 1, 2, \dots, 2^{m_n-1}, & \text{если } m_n \neq 0, \\ 0, & \text{если } m_n = 0, n = 1, 2, \end{cases}$$

причем хотя бы один из коэффициентов при мономах Хаара степени d ($m_1 + m_2 = d$) отличен от нуля.

Будем рассматривать кубатурные формулы

$$I[f] = \int_0^1 \int_0^1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \approx \sum_{i=1}^N C_i f(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}) = Q[f], \quad (1)$$

где $(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}) \in [0, 1]^2$ – узлы формулы (1); C_i – коэффициенты при ее узлах (вещественные числа), $i = 1, 2, \dots, N$, $f(x_1, x_2)$ – функция, определенная и суммируемая на множестве $[0, 1]^2$.

Будем говорить, что формула (1) обладает d -свойством Хаара, или просто d -свойством, если она точна для любого полинома Хаара $P(x_1, x_2)$ степени, не превосходящей d , т. е. $Q[P] = I[P]$.

Сформулируем определения классов функций двух переменных $H_\alpha(L_1, L_2, L_{1,2})$ и $S_p(A_1, A_2, A_{1,2})$, введенные в [1] для n -мерного случая.

Введем обозначения:

$$\Delta_{t_1} f(x_1, x_2) = f(x_1 + t_1, x_2) - f(x_1, x_2),$$

$$\Delta_{t_2} f(x_1, x_2) = f(x_1, x_2 + t_2) - f(x_1, x_2).$$

Пусть $0 < \alpha \leq 1$, $L_1, L_2, L_{1,2} > 0$. Тогда множество функций $f(x_1, x_2)$, определенных в единичном квадрате $[0, 1]^2$ и удовлетворяющих неравенствам

$$|\Delta_{t_i} f(x_1, x_2)| \leq L_i |t_i|^\alpha, \quad i = 1, 2,$$

$$|\Delta_{t_1} \Delta_{t_2} f(x_1, x_2)| \leq L_{1,2} |t_1 t_2|^\alpha$$

для любых

$$(x_1 + k_1 t_1, x_2 + k_2 t_2) \in [0, 1]^2, \quad k_1, k_2 \in \{0, 1\},$$

называют классом $H_\alpha(L_1, L_2, L_{1,2})$, а константы $L_1, L_2, L_{1,2}$ – определяющими постоянными этого класса.

В [1] показано, что множество функций $f(x_1, x_2)$, принадлежащих всем классам $H_\alpha(L_1, L_2, L_{1,2})$ (со всеми возможными $L_1, L_2, L_{1,2}$, значение α фиксировано),

является линейным пространством, на котором норма вводится по формуле

$$\|f\|_{H_a} = \max \left\{ \sup |\Delta_{t_1} f(x_1, x_2)| |t_1|^{-a}, \right. \\ \left. \sup |\Delta_{t_2} f(x_1, x_2)| |t_2|^{-a}, \sup |\Delta_{t_1} \Delta_{t_2} f(x_1, x_2)| |t_1 t_2|^{-a} \right\},$$

где точные верхние границы берутся по всем

$$(x_1 + k_1 t_1, x_2 + k_2 t_2) \in [0, 1]^2, k_1, k_2 \in \{0, 1\}.$$

Введенное линейное нормированное пространство обозначается H_a . При этом все функции $f(x_1, x_2)$, отличающиеся постоянными слагаемыми, считаются за одну функцию.

Множество функций $f(x_1, x_2)$, определенных в единичном квадрате $[0, 1]^2$ и представленных в виде ряда Фурье–Хаара

$$f(x_1, x_2) = c_0 + \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{j_1=1}^{2^{m_1}-1} c_{m_1,0}^{(j_1)} \chi_{m_1,j_1}(x_1) + \\ + \sum_{m_2=1}^{\infty} \sum_{j_2=1}^{2^{m_2}-1} c_{0,m_2}^{(j_2)} \chi_{0,m_2}(x_2) + \\ + \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=1}^{\infty} \sum_{j_1=1}^{2^{m_1}-1} \sum_{j_2=1}^{2^{m_2}-1} c_{m_1,m_2}^{(j_1,j_2)} \chi_{m_1,j_1}(x_1) \chi_{m_2,j_2}(x_2)$$

с вещественными коэффициентами

$$c_{m_1,0}^{(j_1)}, c_{0,m_2}^{(j_2)}, c_{m_1,m_2}^{(j_1,j_2)} \quad (m_n = 1, 2, \dots, j_n = 1, 2, \dots, 2^{m_n}-1, n = 1, 2),$$

удовлетворяющими условиям

$$A_p^{(1)}(f) = \sum_{m_1=1}^{\infty} 2^{(m_1-1)/2} \left[\sum_{j_1=1}^{2^{m_1}-1} |c_{m_1,0}^{(j_1)}|^p \right]^{1/p} \leq A_1, \\ A_p^{(2)}(f) = \sum_{m_2=1}^{\infty} 2^{(m_2-1)/2} \left[\sum_{j_2=1}^{2^{m_2}-1} |c_{0,m_2}^{(j_2)}|^p \right]^{1/p} \leq A_2, \quad (3) \\ A_p^{(1,2)}(f) = \\ = \sum_{m_1=1}^{\infty} \sum_{m_2=1}^{\infty} 2^{(m_1-1)/2 + (m_2-1)/2} \left[\sum_{j_1=1}^{2^{m_1}-1} \sum_{j_2=1}^{2^{m_2}-1} |c_{m_1,m_2}^{(j_1,j_2)}|^p \right]^{1/p} \leq A_{1,2}$$

где $p \geq 1$, $A_1, A_2, A_{1,2}$ – вещественные константы, определяется как класс $S_p(A_1, A_2, A_{1,2})$. В [1] доказано, что множество функций $f(x_1, x_2)$, принадлежащих всем классам $S_p(A_1, A_2, A_{1,2})$ (со всеми возможными $A_1, A_2, A_{1,2}$, значение $1 \leq p < \infty$ фиксировано), является линейным пространством, на котором норма вводится по формуле

$$\|f\|_{S_p} = A_p^{(1)}(f) + A_p^{(2)}(f) + A_p^{(1,2)}(f). \quad (4)$$

Данное линейное нормированное пространство обозначается S_p . При этом все функции $f(x_1, x_2)$, отличающиеся постоянными слагаемыми, считаются за одну функцию.

Оценки нормы функционала погрешности кубатурных формул на пространствах H_a . Обозначим через $\delta_N[f]$ функционал погрешности кубатурной формулы (1):

$$\delta_N[f] = I[f] - Q[f] = \\ = \int_0^1 \int_0^1 f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 - \sum_{i=1}^N C_i f(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}). \quad (5)$$

В [6] были введены величины

$$\sum_q^n(m_n) = 2^{-(m_n-1)/2} \left[\sum_{j_n=1}^{2^{m_n}-1} \left| \sum_{i=1}^N C_i \chi_{m_n,j_n}(x_n^{(i)}) \right|^q \right]^{1/q}, \quad (6) \\ n = 1, 2,$$

$$\sum_q^{(1,2)}(m_1, m_2) = 2^{-(m_1-1)/2 - (m_2-1)/2} \times$$

$$\times \left[\sum_{j_1=1}^{2^{m_1}-1} \sum_{j_2=1}^{2^{m_2}-1} \left| \sum_{i=1}^N C_i \chi_{m_1,j_1}(x_1^{(i)}) \chi_{m_2,j_2}(x_2^{(i)}) \right|^q \right]^{1/q},$$

где $m_1, m_2 = 1, 2, \dots, q > 1$, а также доказаны неравенства, справедливые для кубатурных формул (1), обладающих d -свойством:

$$\sum_q^{(1,2)}(m_1, m_2) \leq 2^{1/p} (2^d)^{-1/p}, \\ \sum_q^{(n)}(m_n) = (2^d)^{-1/p}, \quad n = 1, 2, \quad (7)$$

$$|\delta_N[f]| \leq \sum_{m_1+m_2=2}^{\infty} 2^{(m_1-1)/2 + (m_2-1)/2} \left[\sum_{j_1=1}^{2^{m_1}-1} \sum_{j_2=1}^{2^{m_2}-1} |c_{m_1,m_2}^{(j_1,j_2)}|^p \right]^{1/p} \times \\ \times \sum_q^{(1,2)}(m_1, m_2) + \sum_{m_1=1}^{\infty} 2^{(m_1-1)/2} \left[\sum_{j_1=1}^{2^{m_1}-1} |c_{m_1,0}^{(j_1)}|^p \right]^{1/p} \sum_q^{(1)}(m_1) \\ + \sum_{m_2=1}^{\infty} 2^{(m_2-1)/2} \left[\sum_{j_2=1}^{2^{m_2}-1} |c_{0,m_2}^{(j_2)}|^p \right]^{1/p} \sum_q^{(2)}(m_2). \quad (8)$$

В [1] доказаны утверждения, которые в двумерном случае принимают следующий вид.

Лемма 1. Для коэффициентов Фурье–Хаара суммируемой функции $f(x_1, x_2)$ класса $H_a(L_1, L_2, L_{1,2})$ имеют место следующие неравенства:

$$|c_{m_1,m_2}^{(j_1,j_2)}| \leq 2^{-(m_1+m_2)(\alpha+1/2)-1} L_{1,2}, \\ |c_{m_1,0}^{(j_1)}| \leq 2^{-m_1(\alpha+1/2)-1/2} L_1, |c_{0,m_2}^{(j_2)}| \leq 2^{-m_2(\alpha+1/2)-1/2} L_2. \quad (9)$$

Лемма 2. Если $\alpha p > 1$, то

$$H_a(L_1, L_2, L_{1,2}) \subset S_p(A_1, A_2, A_{1,2}),$$

где

$$A_i = 0, 5 L_i / (2^\alpha - 2^{1/p}), i = 1, 2; \\ A_{1,2} = 0, 5 L_{1,2} / (2^\alpha - 2^{1/p}).$$

Лемма 3. Для функции $f(x_1, x_2)$ класса $H_a(L_1, L_2, L_{1,2})$ норма

$$\|f\|_{H_a} \leq \max \{ L_1, L_2, L_{1,2} \}.$$

Если для $f(x_1, x_2)$ выбрать наименьшие возможные определяющие постоянные $L_1, L_2, L_{1,2}$, то

$$\|f\|_{H_a} = \max \{ L_1, L_2, L_{1,2} \}.$$

Имеет место следующая лемма.

Лемма 4. Для любого натурального d и любого $-1 < t < 1$ справедливо следующее равенство:

$$\sum_{k=d+1}^{\infty} (k-1)t^k = d t^{d+1}(1-t)^{-1} + t^{d+2}(1-t)^{-2}. \quad (10)$$

Лемма доказывается с помощью почленного интегрирования ряда

$$\sum_{k=d+1}^{\infty} (k-1)t^{k-2}.$$

Теорема 1. Если функция $f(x_1, x_2) \in H_a$, то для нормы функционала погрешности кубатурной формулы (1), обладающей d -свойством, имеет место следующая оценка:

$$\|\delta_N\|_{H_a^*} \leq 2^{-\alpha d-2} \left(d(2^\alpha - 1)^{-1} + (2^{\alpha+2} - 3)(2^\alpha - 1)^{-2} \right). \quad (11)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $p > 1/\alpha$, а $L_1, L_2, L_{1,2}$ — определяющие постоянные одного из классов $H_a(L_1, L_2, L_{1,2})$, содержащих функцию $f(x_1, x_2)$. Тогда в соответствии с леммой 2

$$f(x_1, x_2) \in S_p(A_1, A_2, A_{1,2}),$$

где

$$A_i = 0,5L_i / (2^\alpha - 2^{1/p}), \quad i = 1, 2;$$

$$A_{1,2} = 0,5L_{1,2} / (2^\alpha - 2^{1/p}).$$

Введем следующие обозначения:

$$\tilde{A}_p^{(1)}(f) = \sum_{m_1 > d} 2^{(m_1-1)/2} \left[\sum_{j_1=1}^{2^{m_1-1}} |c_{m_1,0}^{(j_1)}|^p \right]^{1/p},$$

$$\tilde{A}_p^{(2)}(f) = \sum_{m_2 > d} 2^{(m_2-1)/2} \left[\sum_{j_2=1}^{2^{m_2-1}} |c_{0,m_2}^{(j_2)}|^p \right]^{1/p}, \quad (12)$$

$$\tilde{A}_p^{(1,2)}(f) = \sum_{m_1+m_2 > d} 2^{(m_1-1)/2 + (m_2-1)/2} \left[\sum_{j_1=1}^{2^{m_1-1}} \sum_{j_2=1}^{2^{m_2-1}} |c_{m_1,m_2}^{(j_1,j_2)}|^p \right]^{1/p}.$$

В силу (9)

$$\tilde{A}_p^{(n)}(f) \leq \sum_{m_n > d} 2^{(m_n-1)/2} \left[2^{m_n-1} \left(2^{-m_n(\alpha+1/2)-1/2} L_n \right)^p \right]^{1/p} =$$

$$= 2^{-d(\alpha-1/p)} L_n \left(2^{\alpha+1} - 2^{1/p+1} \right)^{-1}, \quad n = 1, 2. \quad (13)$$

Применим первое из неравенств (9) к выражению $\tilde{A}_p^{(1,2)}(f)$:

$$\tilde{A}_p^{(1,2)}(f) \leq \sum_{m_1+m_2 > d} 2^{(m_1-1)/2 + (m_2-1)/2} \times$$

$$\times \left[2^{m_1-1} \times 2^{m_2-1} \times \left(2^{-(m_1+m_2)(\alpha+1/2)-1} L_{1,2} \right)^p \right]^{1/p} =$$

$$= 2^{-2-2/p} L_{1,2} \sum_{m_1+m_2 > d} 2^{-(m_1+m_2)(\alpha-1/p)}.$$

Так как в последней сумме каждому значению $m_1 + m_2 = k$ соответствует $(k-1)$ -е слагаемое, то в силу равенства (10) имеем

$$\tilde{A}_p^{(1,2)}(f) \leq 2^{-2-2/p} L_{1,2} \sum_{k>d} (k-1) 2^{-k(\alpha-1/p)} =$$

$$= \left[d \times 2^{-d(\alpha-1/p)-1-1/p} \left(2^{\alpha+1} - 2^{1/p+1} \right)^{-1} + \right.$$

$$\left. + 2^{-d(\alpha-1/p)} \left(2^{\alpha+1} - 2^{1/p+1} \right)^{-2} \right] L_{1,2}. \quad (14)$$

Применяя (7), (13), (14), из (8) с учетом (12) получим

$$|\delta_N[f]| \leq 2^{-\alpha d-1} \left\{ (L_1 + L_2) \left(2^\alpha - 2^{1/p} \right)^{-1} + \right.$$

$$\left. + 0,5L_{1,2} \left[d \left(2^\alpha - 2^{1/p} \right)^{-1} + 2^{1/p} \left(2^\alpha - 2^{1/p} \right)^{-2} \right] \right\}. \quad (15)$$

Тогда

$$|\delta_N[f]| \leq 2^{-\alpha d-1} \left\{ (L_1 + L_2) \left(2^\alpha - 1 \right)^{-1} + \right.$$

$$\left. + 0,5L_{1,2} \left[d \left(2^\alpha - 1 \right)^{-1} + \left(2^\alpha - 1 \right)^{-2} \right] \right\}, \quad (16)$$

поскольку выражение в левой части (16) может быть представлено в виде

$$\inf_{p>1/\alpha} \left\{ 2^{-\alpha d-1} \left[(L_1 + L_2) \left(2^\alpha - 2^{1/p} \right)^{-1} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 0,5L_{1,2} \left(d \left(2^\alpha - 2^{1/p} \right)^{-1} + 2^{1/p} \left(2^\alpha - 2^{1/p} \right)^{-2} \right) \right] \right\}.$$

Выберем в качестве $L_1, L_2, L_{1,2}$ наименьшие возможные определяющие постоянные для $f(x_1, x_2)$. В соответствии с леммой 3 из неравенства (16) получим:

$$|\delta_N[f]| \leq 2^{-\alpha d-1} \left\{ 2 \left(2^\alpha - 1 \right)^{-1} + 0,5 \left[d \left(2^\alpha - 1 \right)^{-1} + \left(2^\alpha - 1 \right)^{-2} \right] \right\} \|f\|_{H_a}.$$

Отсюда следует неравенство (11). Теорема доказана.

Рассмотрим теперь кубатурные формулы (1), обладающие d -свойством, число узлов которых $N \sim 2^d$ при $d \rightarrow \infty$. Указанному условию удовлетворяют минимальные кубатурные формулы, т. е. формулы с наименьшим возможным числом узлов, обладающие d -свойством, которые были построены в [3] для значений $d \geq 5$ (число узлов каждой такой формулы $N = 2^d - \lambda(d)$, где

$$\lambda(d) = \begin{cases} 2^{d/2+1} - 2 & \text{при } d = 2l, \\ 3 \times 2^{(d-1)/2} - 2 & \text{при } d = 2l-1, l = 3, 4, \dots \end{cases}$$

Тогда в силу (11) имеет место следующая теорема.

Теорема 2. Если кубатурная формула (1), число узлов которой $N \sim 2^d$ при $d \rightarrow \infty$, обладает d -свойством, то норма ее функционала погрешности удовлетворяет неравенству

$$\|\delta_N\|_{H_a^*} \leq \Theta(N),$$

где $\Theta(N) \sim 0,25N^{-\alpha} \log_2 N \left(2^\alpha - 1 \right)^{-1}$ при $N \rightarrow \infty$.

В [1] рассмотрены кубатурные формулы

$$\int_0^1 \int_0^1 \dots \int_0^1 f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}) \quad (17)$$

с 2^d узлами $(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}) \in [0, 1]^n$, образующими Π_τ -сетки ($0 \leq \tau < d$), и доказано, что они точны на полиномах Хаара степеней $s \leq d - \tau$. В данной статье доказано асимптотическое равенство [1] для нормы функционала погрешности таких формул на пространствах H_α

$$\|\delta_N\|_{H_\alpha^*} = O(N^{-\alpha} \ln^{n-1} N), N \rightarrow \infty.$$

Очевидно, что норма функционала погрешности $\|\delta_N\|_{H_\alpha^*}$ формул, изученных автором данной статьи, при $N \sim 2^d$, $d \rightarrow \infty$ тоже ограничена по сравнению с $N^\alpha \ln N$, $N \rightarrow \infty$.

В частности, условию $N \sim 2^d$, $d \rightarrow \infty$ удовлетворяют кубатурные формулы, построенные в [3]. Данные формулы являются в некотором смысле обобщением формул, исследованных в [1] для случая $n = 2$. В то же время они, будучи минимальными формулами приближенного интегрирования, обеспечивают наилучшую поточечную сходимость $\delta_N[f]$ к нулю при $N \rightarrow \infty$.

Библиографические ссылки

1. Соболев И. М. Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара : монография. М. : Наука, 1969.
2. Кириллов К. А., Носков М. В. Минимальные квадратурные формулы, точные для полиномов Хаара // Журн. вычисл. математики и мат. физики. Т. 42. № 6. С. 791–799.
3. Кириллов К. А. Построение минимальных кубатурных формул, точных для полиномов Хаара высших степеней в двумерном случае // Вычисл. технологии : спец. выпуск, посвящ. 50-летию Краснояр. гос. техн. ун-та. Т. 10. Красноярск, 2005. С. 29–47.
4. Noskov M. V., Kirillov K. A. Minimal Cubature Formulas Exact for Haar Polynomials // J. of Approximation Theory. 2010. Vol. 162, Iss. 3. P. 615–627.
5. Кириллов К. А. Алгоритм построения минимальных кубатурных формул, обладающих d -свойством Хаара в двумерном случае // Журн. Сиб. федер. ун-та. Серия «Математика и физика». 2010. Т. 3. № 2. С. 205–215.
6. Кириллов К. А., Носков М. В. Оценки погрешности на пространствах S_p кубатурных формул, точных для полиномов Хаара в двумерном случае // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2009. Т. 49. № 1. С. 3–13.
7. Haar A. Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme // Math. Annalen. 1910. Vol. 69. S. 331–371.

K. A. Kirillov

ON ERROR ESTIMATES FOR CUBATURE FORMULAS EXACT FOR HAAR POLYNOMIALS

On the spaces H_α the estimates are found for the norm of the error functional $\delta_N[f]$ of cubature formulas possessing the Haar d -property in the two-dimensional case.

Keywords: Haar d -property, error estimate for cubature formula.

© Кириллов К. А., 2012

УДК 004.932

Д. Ю. Колосов

ОЦЕНКА ДВИЖЕНИЯ В ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НА ОСНОВЕ ТЕНЗОРНОГО ПОДХОДА

Рассмотрен подход к оценке движения с использованием ориентированного тензора. Представлен алгоритм построения оптического потока. Разработано программное обеспечение, с помощью которого проведены экспериментальные исследования.

Ключевые слова: оценка движения, ориентированные тензоры.

Информация о движении в видеопоследовательности может быть использована в разных областях: сжатия видео, в системах видеонаблюдения, при реализации интерфейса между человеком

и компьютером, в системах анализа дорожного трафика и т. д. В данной статье будет рассматриваться метод оценки движения, основанный на тензорном подходе.