УДК 658.26

А. А. Кишкин, А. В. Делков, А. А. Ходенков, А. А. Зуев, Д. А. Жуйков

ПРОЕКТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ, РАБОТАЮЩИХ ПО ЗАМКНУТОМУ КОНТУРУ*

Представлен подход к математическому моделированию теплотехнических систем. Рассмотрены принципы построения и решения систем уравнений математических моделей. Приведены примеры моделирования прямого и обратного цикла.

Ключевые слова: теплотехническая система, математическая модель.

Современный этап развития техники требует перехода к оптимизации проектируемых теплотехнических систем (ТТС) с целью повышения их эффективности, сокращения энергозатрат и капитальных вложений.

В литературе достаточно большое внимание уделяется вопросам проектирования и расчетной оптимизации отдельных процессов в машинах и аппаратах, таким как интенсификация теплообмена, повышение эффективности работы компрессоров, насосов и т. д. Но общая задача моделирования теплотехнической системы как сложной системы взаимосвязанных элементов еще практически не решена [1].

Между тем на основе математической модели теплотехнической системы становится возможным решение широкого спектра задач, в том числе и оптимизации. В данной статье предпринята попытка разработки подхода к моделированию ТТС, работающих по замкнутому контуру.

Определение теплотехнической системы. Под теплотехнической системой будем понимать любую техническую систему, основным процессом в которой является обмен тепловыми потоками и энергией между элементами системы и с окружающей средой. Это широкий класс систем, включающий в себя холодильные машины, паро- и газотурбинные установки, двигатели внутреннего сгорания и т. д. Ввиду такого разнообразия ограничимся рассмотрением систем с замкнутым контуром, т. е. систем, внутри которых рабочее тело циркулирует без обмена массой с окружающей средой. Работу такой системы можно изобразить на диаграмме замкнутой линией.

Спектр применения теплотехнических систем разнообразен и включает в себя:

– промышленные теплоэлектростанции, работающие на пароводяном цикле;

– установки на органических циклах Ренкина, использующие тепло низкопотенциальных вторичных источников (солнечное, геотермальное тепло, энергию технологических тепловых сбросов);

– энергосистемы транспортных средств (локомотивы, летательные аппараты) с отводом технической работы на генератор электрического тока;

– системы жизнеобеспечения и терморегулирования космических аппаратов и станций.

Наиболее простым и самым распространенным является цикл Карно (прямой и обратный) (рис. 1). Этот цикл состоит из четырех процессов, и с его помощью можно описать значительную часть простых моделей теплотехнических систем.

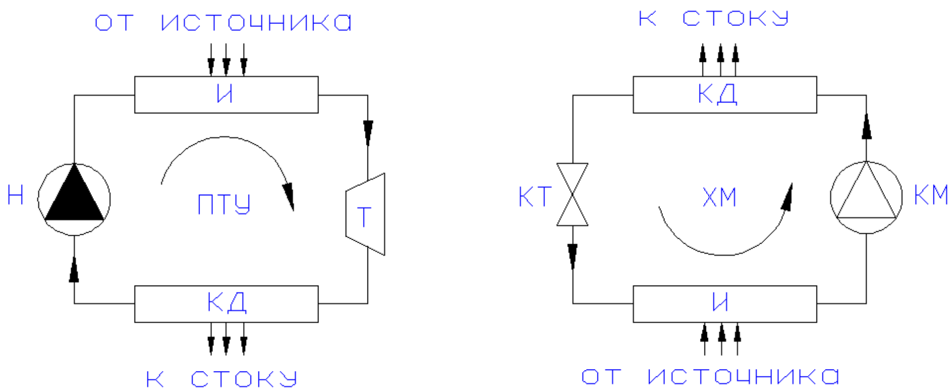

Рис. 1. Структурные схемы ТТС (прямой и обратный цикл Карно):
ПТУ – паротурбинная установка; ХМ – холодильная машина; И – испаритель;
КД – конденсатор; Т – турбина; КМ – компрессор; Н – насос; КТ – капиллярная трубка;
стрелками обозначено направление потоков вещества и энергии

* Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение 14.B37.21.1835).

Структура цикла обусловливает наличие четырех составных элементов ТТС:

– двух теплообменников – испарителя и конденсатора;

– нагнетателя – насоса или компрессора;

– сопротивления – капиллярной трубки или турбины.

Примером прямого цикла является паротурбинная установка (ПТУ), имеющая в своем составе испаритель, турбину, конденсатор и насос. Обмен тепловыми потоками происходит на испарителе – от источника тепла к рабочему телу, и на конденсаторе – от рабочего тела к стоку тепла. Турбина производит техническую работу, выводимую из системы.

В качестве примера обратного цикла можно указать холодильную машину (ХМ) с аналогичным составом: испаритель, компрессор, конденсатор и капиллярная трубка. Обмен тепловыми потоками происходит на испарителе – от источника тепла к рабочему телу, и на конденсаторе – от рабочего тела в окружающую среду. Техническая работа затрачивается на привод компрессора.

Понятие системы как совокупности элементов позволяет определить иерархию системы, выделив различные ее уровни [2; 3], которые в общем случае зависят от сложности системы. Разграничение системы по уровням необходимо для ее математического описания.

В системе ТТС можно выделить следующие уровни:

– уровень конечных объемов (например, участок трубки теплообменника длины dx);

– уровень элементов системы (например, испаритель, насос);

– уровень системы (например, холодильная машина).

Общие закономерности в технических системах преобразования тепла, которые можно выделить на уровне протекающих в них процессов, позволяют говорить об общности математических моделей ТТС.

Математическая модель теплотехнической системы. Математическое описание ТТС включает в себя отдельные системы уравнений базовых элементов структурно-функциональной модели и системообразующие уравнения, отражающие взаимосвязи элементов на основе уравнений сохранения: количества движения (интеграл Бернулли), массы (уравнение неразрывности), энергии (уравнение энергии в термодинамических параметрах) – и уравнений состояния (поверхности состояния).

Конкретизация системы уравнений осуществляется условиями однозначности:

– геометрическими параметрами элементов по внешним и внутренним границам;

– физическими условиями (тип рабочего тела, вязкость, теплопроводность, теплоемкость);

– граничными условиями по температуре, давлению и скорости;

– начальными условиями (при нестационарном процессе).

Система уравнений математической модели. Математическое описание ТТС строится на четырех основных уравнениях, в различных интерпретациях составляющих основу технической гидромеханики, рассматривающей течение сжимаемых жидкостей с теплообменом [4; 5]. Эти уравнения могут быть представлены в двух формах – дифференциальной и интегральной:

– уравнение движения:

$$\rho\frac{d\overline{W}}{dt} = \rho\overline{F} - \mathrm{grad}(p) \text{ (уравнение движения)}, \quad (1)$$

$$\frac{\rho W^2}{2} + p + \Delta H_{\text{пот}} = \mathrm{const} \text{ (уравнение механической энергии)},$$

где ρ – плотность; W – скорость; F – сила; p – давление; $\Delta H_{\text{пот}}$ – потери напора;

– уравнение неразрывности:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\,\mathrm{div}\left(\overline{W}\right) = 0, \qquad \rho SW = \mathrm{const}, \quad (2)$$

где S – площадь сечения канала;

– уравнение сохранения энергии в термодинамических параметрах:

$$\rho\frac{dh}{\mathrm{dt}} = W\,\mathrm{grad}\,p + \mu D + \rho\frac{dq}{dt}, \quad (3)$$

$$\Delta U = A + \Delta Q \text{ (первый закон термодинамики)},$$

где μD – работа сил вязкости; $W\,\mathrm{grad}\,p$ – работа сил давления; h – энтальпия; q – удельный тепловой поток; U – внутренняя энергия; Q – тепловой поток;

– уравнение состояния (в общем виде):

$$f(p, \rho, T) = 0. \quad (4)$$

Эти четыре уравнения содержат четыре независимых физических величины: p, ρ, h, T. Таким образом, система является замкнутой.

Уравнения (1)–(4) универсальны и могут применяться к описанию любых процессов в теплотехнических системах. Однако систему этих уравнений можно конкретизировать для различных уровней в соответствии с принятой иерархией модели:

– уровня конечных объемов, на котором рассматривается настолько малый геометрический объем, чтобы иметь возможность применять дифференциальные уравнения;

– уровня элементов системы, на котором рассматривается конкретный элемент (компонент) – теплообменник, насос, капиллярная трубка. На этом уровне используются интегральные уравнения, которые в специальной литературе по моделированию технических систем называются компонентными;

– уровня системы в целом. На данном уровне применяются технологические интегральные уравнения, описывающие связи между элементами системы и определяемые для ТТС с массовым потоком материальным и энергетическим балансами [6; 7].

Для получения компонентных уравнений составим систему (1)–(4) на уровне одного элемента – теплообменника (рис. 2).

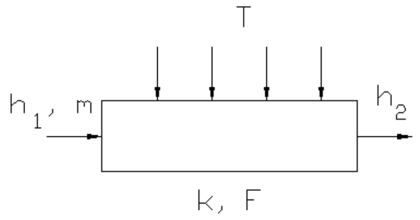

Рис. 2. К построению системы уравнений теплообменника (обозначения см. в тексте)

Для наглядности рассмотрим предельно простой случай – нагрев рабочего тела от теплопритока из внешней среды без фазового перехода рабочего тела. Потерями на трение пренебрегаем.

Обозначим через k и F коэффициент теплопередачи и площадь поверхности теплообменника соответственно, через ΔT – разницу температур между источником тепла и рабочим телом, через $\Delta h = h_2 - h_1$ – изменение энтальпии рабочего тела в процессе нагрева.

Уравнения для теплообменника запишутся следующим образом:

– уравнение движения: $p = \text{const}$, гидравлических потерь энергии нет;

– уравнение термодинамической энергии: $\Delta U = Q = \dot{m}\Delta h = kF\Delta T$;

– уравнение неразрывности: $\dot{m} = \text{const}$;

– уравнение состояния: $p\dfrac{1}{\rho} = RT$.

В данном случае бóльшая часть компонентных уравнений нефункциональна, и фактически из них можно оставить лишь два – уравнение термодинамической энергии и уравнение состояния. Первое показывает, что все тепло, подведенное к рабочему телу извне, переходит в его внутреннюю энергию, а второе необходимо для учета изменения термодинамических параметров (плотности).

Но именно комплекс из четырех уравнений позволяет отразить сложность моделируемых явлений: наличие канала изменяющейся геометрии приводит к включению в систему уравнения Бернулли, а наличие сбросов и подкачек потоков массы задействует уравнение неразрывности.

Рассмотрим уравнения (1)–(4) на уровне системы ПТУ:

– уравнение движения отражает барометрический баланс в системе, т. е. равенство давлений $p_{\text{нас}}$, производимых насосами, и давлений $p_{\text{пот}}$, теряемых на сопротивлениях:

$$\Delta p_{\text{нас}} = \Delta p_{\text{пот}};$$

– уравнение термодинамической энергии на уровне системы – это первый закон термодинамики для рабочего цикла: тепло $Q_{\text{кон}}$, отведенное от конденсатора, равно сумме тепла $Q_{\text{исп}}$, подведенного к испарителю, и потерь энергии на трение $L_{\text{пот}}$:

$$Q_{\text{кон}} = Q_{\text{исп}} + L_{\text{пот}};$$

– уравнение неразрывности замкнутой системы ПТУ выразит постоянство массового расхода:

$$\dot{m} = \text{const};$$

– последнее уравнение – уравнение состояния – запишется в общем виде:

$$f(p, \rho, T) = 0.$$

Таким образом, уравнения на уровне системы ПТУ отражают балансы характерных для нее величин: давления (барометрический баланс, гидравлическая энергия) и тепловой энергии (теплоэнергетический баланс). Эти два баланса энергий связаны между собой уравнением неразрывности и уравнением состояния. Поэтому при решении системы уравнений должны сойтись два баланса – гидравлической и теплоэнергетической энергии.

Построение балансов необходимо при исследовании потоковых процессов. В данном случае потоков два: поток массы и поток тепла. Эти потоки являются потенциальными, им соответствует два потенциала: давления и температуры. Таким образом, мы получили два уравнения типа потока: уравнение неразрывности и теплоэнергетический баланс – и два уравнения типа потенциала: уравнение движения и уравнение состояния.

Представление различных процессов через потоки и потенциалы характерно для многих работ по математическому моделированию технических систем, особенно сложных: массотеплообменных, электротеплообменных, электромеханических и т. д.

Система уравнений для ХМ существенным образом не отличается от системы уравнений для ПТУ. Барометрический баланс в системе представлен равенством давления, производимого компрессором, и давлений, теряемых на сопротивлениях. Первый закон термодинамики формулируется для ХМ следующим образом: тепло, отведенное от конденсатора, равно сумме тепла, подведенного к испарителю и мощности компрессора. Таким образом, уравнения (1)–(4) на уровне системы ХМ будут следующими:

– уравнение движения: $\Delta p_{\text{комп}} = \Delta p_{\text{кап.тр.}}$;

– уравнение энергии: $Q_{\text{исп}} = Q_{\text{кон}} - N_{\text{ком}}$;

– уравнение неразрывности: $\dot{m} = \text{const}$;

– уравнение состояния: $f(p, \rho, T) = 0$.

Методы решения системы уравнений. Цель решения системы уравнений ТТС состоит в поиске неизвестных параметров при заданных граничных условиях. В общем случае поиск решения требует специальных математических инструментов (методов Зейделя, Гаусса, релаксации и т. д.). Наиболее простым и распространенным методом является метод простых итераций (последовательного перебора).

Для ТТС решение методом простых итераций целесообразно вести с использованием представления процессов на диаграмме состояния рабочих тел. Из всех возможных рабочих циклов на диаграмме состояния выбирается тот, который соответствует двум балансовым уравнениям системы: балансу гидравлической энергии и теплоэнергетическому балансу. Формально цель решения системы уравнений ТТС состоит в том, чтобы найти положение рабочего цикла.

Один из способов решения состоит в следующем. В качестве центра начала вычислений на диаграмме берется точка равновесия рабочего тела при выключенном состоянии установки. Положение этой точки однозначно задается давлением, температурой и степенью сухости. В качестве начальной точки может быть взята и любая другая точка, и здесь следует отметить, что от того, какая точка выбрана, будет зависеть число итераций. Далее из этой точки строятся циклы, постепенно расходящиеся от нее в разные стороны. Шаг расхождений для каждого направления определяется системой уравнений для характеризуемого элемента.

Иллюстрация поиска решения для ПТУ при заданных внешних (температура источника и стока) и внутренних (геометрия и свойства материалов элементов) параметрах путем перебора возможных циклов представлена ниже (рис. 3). Расхождение диаграммы по вертикали определяется гидравлическим балансом, по горизонтали – теплоэнергетическим балансом. При этом в процессе решения задействованы системы уравнений как для отдельных элементов ПТУ, которые определяют положение процессов на диаграмме рабочего тела (испарение, расширение), так и система уравнений для ПТУ в целом, которая показывает связи между элементами. Задача считается решенной при замыкании гидравлического и теплоэнергетического баланса ПТУ.

Результаты анализа ТТС с использованием математических моделей. Математическая модель ПТУ применялась при проведении вычислительных экспериментов по получению характеристик ТТС при варьировании различных влияющих на нее параметров. В качестве моделируемой системы была взята установка на хладоне R22.

При исследовании влияния напора питательного насоса была получена следующая расчетная характеристика адиабатной мощности турбины: адиабатная мощность растет до некоторых пределов, затем переходит максимальное значение и начинает убывать (рис. 4).

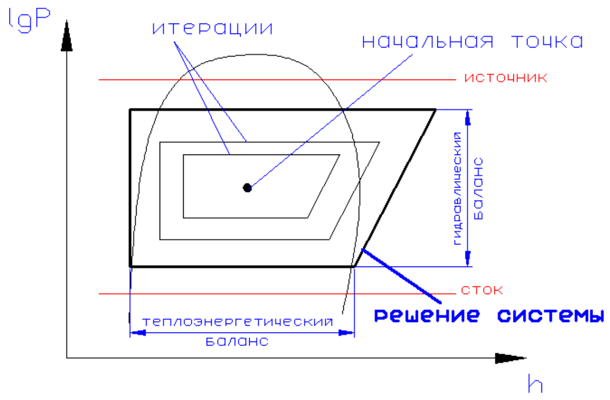

Рис. 3. Решение системы уравнений ПТУ на диаграмме рабочего тела

Расчетная характеристика хорошо согласуется с имеющимися теоретическими сведениями: при повышении напора насоса увеличиваются перепад давлений в системе, а значит и перепад температур, удельная работа турбины, растет массовый расход (см. рис. 4).

Однако в то же время можно наблюдать и негативные тенденции увеличения напора насоса:

– уменьшение наклона изоэнтроп и скорости прироста удельной работы турбины;

– приближение линии рабочего процесса в турбине к зоне двухфазной смеси. При больших напорах эта линия пересекает линию насыщения;

– снижение температурного напора на испарителе, нехватка ресурса теплообменника, уменьшение перегрева пара перед турбиной.

Характеристика, представленная на рис. 4, отражает наличие предела повышения эффективности установки при росте напора насоса. Для увеличесния адиабатной мощности можно предложить следующие меры:

– повысить температуру источника;

– повысить интенсивность теплообмена испарителя.

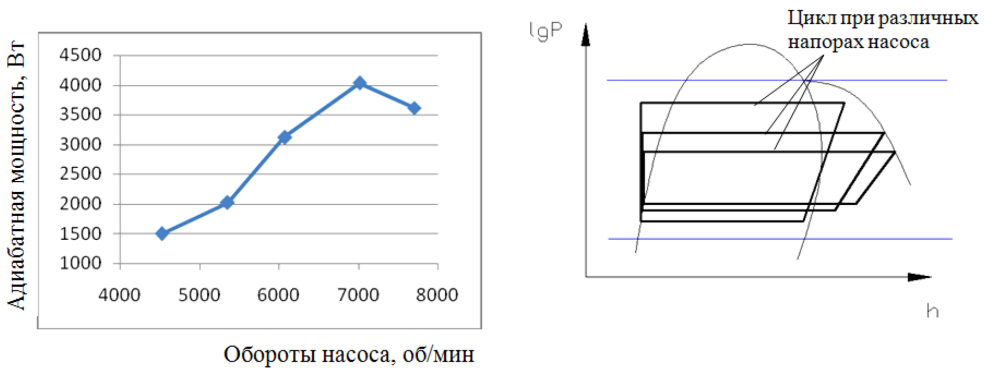

Рис. 4. Реакция ПТУ установки R22 на изменение оборотов насоса

Полученные результаты численных экспериментов и адекватность математической модели теоретическим сведениям о работе ПТУ позволяют сформулировать следующий вывод: вследствие неоднозначности влияния и взаимовлияния управляющих параметров на работу ТТС конструкторская и режимная оптимизация паротурбинных установок является комплексной задачей, предполагающей рассмотрение широкого спектра возможных состояний системы. Один из эффективных способов решения такой задачи заключается в использовании математической модели при проведении численных исследований.

Проблемы и перспективы математического моделирования ТТС. Представленные выше математические выкладки для построения системы уравнений ТТС носят большей частью иллюстративный характер, приведены для упрощенных расчетных схем элементов и не претендуют на универсальность. ТТС – сложная система, в которой протекают многочисленные взаимосвязанные процессы. Для отражения этих процессов в модель необходимо добавить:

– учет реальных процессов в элементах системы;

– учет фазовых состояний, режимов течения и теплообмена;

– учет изменения термодинамических свойств по длине каналов [8; 9];

– рассмотрение переходных процессов и тепловой инерционности системы и т. д.

В перспективе результаты математического моделирования могут стать хорошей основой для создания качественно нового инструмента проектирования и оптимизации ТТС.

В данной статье была предпринята попытка описания подхода к математическому моделированию теплотехнических систем, в основе которого лежат фундаментальные законы сохранения и уравнение состояния, согласующиеся с потоковыми и потенциальными уравнениями.

Рассмотрены формы построения системы уравнений для различных иерархических уровней ТТС, приведены примеры систем уравнений для ПТУ и ХМ, описаны методы их решения, представлены некоторые результаты численного моделирования процессов в ТТС.

Предложенный подход является универсальным и пригоден для моделирования ТТС любого уровня сложности.

В заключение необходимо отметить, что перспективной задачей математического моделирования, наряду с очевидным определением характеристик технических систем, является прогнозирование работоспособности проектируемых систем и их оптимизация по различным параметрам (КПД, массогабаритным параметрам, стоимости и т. д.), что позволит создать эффективный инструмент для расчета, проектирования и оптимизации технических систем, сокращающий время их испытаний и доводки в реальных условиях.

Библиографические ссылки

1. Хубка В. Теория технических систем : пер. с нем. 2-е изд. М. : Мир, 1987.

2. Теплосиловые системы: оптимизационные исследования / А. М. Клер, Н. П. Деканова, Э. А. Тюрина и др. Новосибирск : Наука, 2005.

3. Тарасик В. П. Математическое моделирование технических систем : учебник для вузов. Минск : ДизайнПРО, 2004.

4. Кочин И. Е., Кибель И. А., Розе М. В. Теоретическая гидромеханика. В 2 ч. Ч. 1. 6-е изд., испр. и доп. М. : Физматгиз, 1963.

5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. В X т. Т. VI. Гидродинамика. 3-е изд., испр. М. : Наука, 1986.

6. Математическое моделирование в технике : учебник для вузов / под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. 2-е изд., стереотип. М. : Изд-во Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана, 2003.

7. Попырин Л. С. Математическое моделирование и оптимизация теплоэнергетических установок. М. : Энергия, 1978.

8. Кишкин А. А., Леонов В. П., Черненко Е. В. Энергетические характеристики потока в граничных условиях турбомашин // Вестник МГТУ. Спец. вып.: «Холодильная и криогенная техника, системы кондиционирования и жизнеобеспечения». 2010. С. 51–56.

9. Кишкин А. А., Зуев А. А., Мелкозеров М. Г. Течение с теплоотдачей в агрегатах энергетических установок. Теоретические основы : монография. Saarbrückben : LAP Lambert Academic Publishing, 2012.

A. A. Kishkin, A. V. Delkov, A. A. Khodenkov, A. A. Zuev, D. A. Zhuykov

DESIGN OPTIMIZATION OF THERMO-TECHNICAL SYSTEMS OPERATING IN A CLOSED CIRCUIT

This article presents the approach to mathematical modeling of thermo-technical systems. The principles of construction and solutions of systems of equations of mathematical models are considered. Examples of forward and reverse cycles modeling are given.

Keywords: thermo-technical system, mathematical model.