

Библиографические ссылки

1. Чайка С. Н. К идентификации динамических систем при частично параметризованной структуре модели // Динамика систем: Управление и оптимизация. Горький : Изд-во Горьк. гос. ун-та, 1989. С. 24–36.
 2. Эйкофф П. Основы идентификации систем управления. М. : Мир, 1975.

3. Медведев А. В. Непараметрические системы адаптации. Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1983.
 4. Медведев А. В. Непараметрические алгоритмы идентификации нелинейных динамических систем // Стохастические системы управления. Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1979. С. 15–22.

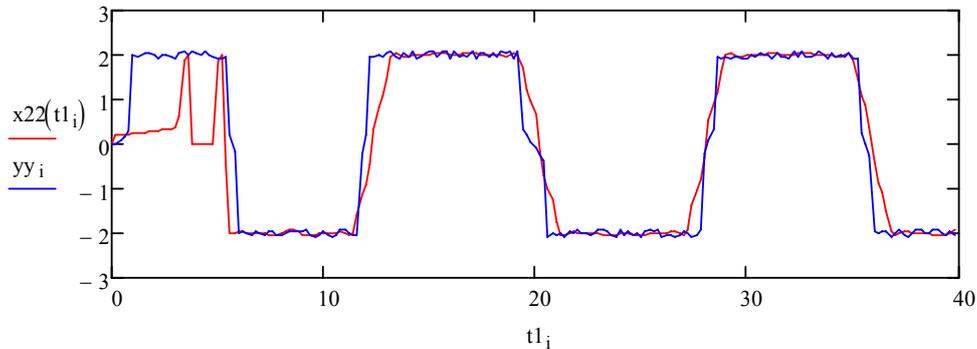


Рис. 5. Модель нелинейной системы $x_2(t)$ с выходом y_i , объемом выборки $s = 150$, шагом дискретизации $h = 0,2$, помехой 5 %, относительной средней ошибкой моделирования 6,4 % и тестовым входным воздействием $u(t) = 2\cos(0,4t)$

N. V. Kopyarova, N. A. Sergeeva

ABOUT NONPARAMETRIC ALGORITHMS OF NONLINEAR DYNAMICAL PROCESSES IDENTIFICATION

The authors consider a problem of nonlinear dynamical systems of Wiener-Hammerstein type identification, when linear dynamical part of the system is in conditions of nonparametric uncertainty. The type of nonlinearity is assumed to be unknown or known completing the parameters. The algorithm for creation of adequate, as root mean square criterion, for models of systems. The proposed method of dynamic objects modeling is on nonparametric estimation of linear and nonlinear sub-systems.

Keywords: nonlinearity, nonparametric Wiener and Hammerstein models.

© Коплярова Н. В., Сергеева Н. А., 2012

УДК 519.68

А. А. Корнеева, А. Н. Сергеев, Е. А. Чжан

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССОВ ТРУБЧАТОГО ТИПА

Рассматривается задача непараметрической идентификации многомерных систем со статистической зависимостью между компонентами вектора входной переменной. Последнее обстоятельство приводит к новому классу стохастических процессов, а именно процессов трубчатого характера. Сравниваются непараметрические и параметрические методы идентификации. Приведены результаты численного моделирования трубчатых процессов.

Ключевые слова: идентификация, непараметрическая статистика, трубчатые процессы, безынерционные системы.

При изучении таких объектов, как технические и производственные системы, процессы и явления, основной задачей является построение их моделей.

Рассмотрим общую схему исследуемого процесса (рис. 1), где введены следующие обозначения: $u(t) \in \Omega(u) \subset R^k$ – векторное управляющее воздейст-

вие на объект; $x(t) \in \Omega(x) \subset R$ – выходная переменная процесса; ξ – векторное случайное воздействие; u_t, x_t – измерения входных-выходных переменных $u(t), x(t)$ в дискретное время; H^u, H^x – каналы связи, соответствующие различным переменным и включающие в себя средства контроля; $h^x(t)$ – случайные помехи измерений выходных переменных процесса с нулевыми математическими ожиданиями и ограниченной дисперсией; $h^u(t)$ – помехи при измерении входных переменных.

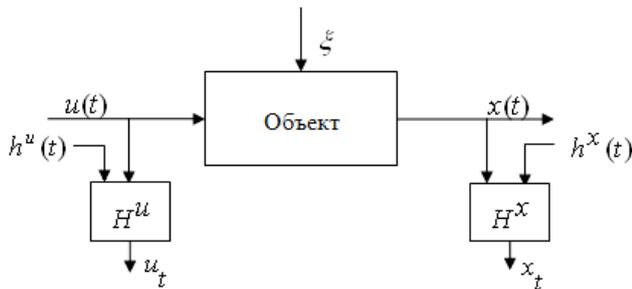


Рис. 1

Таким образом, исследуемый процесс может быть описан уравнением

$$x(t) = A(u(t - \tau), \xi), \quad (1)$$

где A – оператор объекта; τ – запаздывание. Если запаздывание известно, то в дальнейшем его можно не учитывать, используя сдвиг в матрице наблюдений входных-выходных переменных. Контроль переменных (x, u) осуществляется через интервал времени Δt , т. е. $x_t, u_t = \overline{1, s}$ – выборка измерений переменных процесса, где s – объем выборки. Особенность задачи идентификации в этом случае состоит в том, что компоненты вектора входных переменных стохастически зависимы. Именно это обстоятельство делает структуру процессов, протекающих в пространстве входных-выходных переменных, трубчатой [1].

Идентификация стохастических объектов с зависимыми входными параметрами. Известно, что для всякого технологического процесса на производстве установлен технологический регламент, который определяет, в каком диапазоне значений должна находиться величина той или иной переменной (параметра) процесса. Если значения технологического параметра оказываются за пределами этого диапазона, то такое положение классифицируется как брак. Без нарушения общности будем считать, что на вход объекта поступают две входные переменные $u_1 \in \Omega(u_1)$ и $u_2 \in \Omega(u_2)$, а выходная переменная $x \in \Omega(x)$. Без нарушения общности также примем, что все эти области представляют собой отрезки $[0; 1]$, т. е. $\Omega(u_1) = [0; 1]$, $\Omega(u_2) = [0; 1]$, $\Omega(x) = [0; 1]$.

Рассмотрим частный случай, представленный на рис. 2, где заштрихованная поверхность P представ-

ляет собой модель объекта, единичный куб $\Omega(u, x)$ – область допустимых значений u и x , удовлетворяющих технологическому регламенту, который и определяется областью $\Omega(u, x)$. Если мы зададим любое значение вектора $u \in \Omega(u)$, то обязательно получим $x \in \Omega(x)$. Таким образом, выход x за пределы $\Omega(x)$ при условии, что $u \in \Omega(u)$, невозможен.

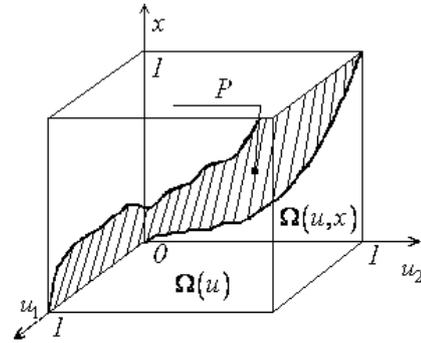


Рис. 2

А теперь возьмем другой случай (рис. 3). Пусть области значения переменных u и x , а следовательно, и технологический регламент, те же, что и в предыдущем случае, а модель представляет собой линию Y в пространстве $\Omega(u, x)$, которая начинается в точке $(0, 0, 0)$ и завершается в точке $(1, 1, 1)$. С одной стороны, справедливо считать, что область возможных значений $\Omega(u, x)$ определяется единичным кубом, но, с другой стороны, u и x принимают не все возможные значения из $\Omega(u, x)$, а лишь те из них, которые принадлежат линии Y .

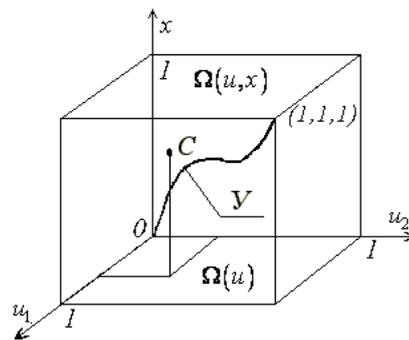


Рис. 3

Приведенные примеры моделей охватывают два крайних случая: первый случай – модели со значениями в любой точке $\Omega(u, x)$, второй случай – модели, в которых u и x принадлежат линии Y , все точки которой содержатся в $\Omega(u, x)$, но бесконечное число точек (типа точки C) не принадлежат Y и, следовательно, не имеют никакого отношения к наблюдаемому процессу.

Теперь представим типичный случай, иллюстрирующий содержание задачи идентификации и, как представляется, адекватный многочисленным практическим ситуациям. Рассмотрим при тех же условиях задачу построения процесса, который показан на рис. 4.

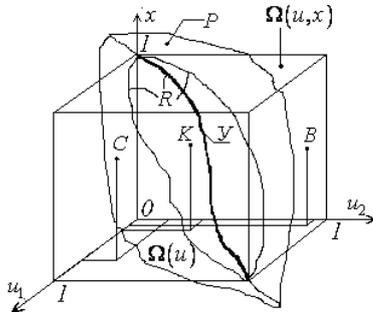


Рис. 4

В этом случае поверхность P представляет собой модель в евклидовом пространстве E , $\Omega(u, x) \subset E$. Часть поверхности P , которую мы обозначим R , содержится в $\Omega(u, x)$, т. е. удовлетворяет технологическому регламенту. В то же время точка K не принадлежит Y (и поэтому она не может быть наблюдаемой точкой процесса), но принадлежит поверхности R и, следовательно, $\Omega(u, x)$, а значит и технологическому регламенту. Точки же C и B таковы, что хотя и $u \in \Omega(u)$, но при подстановке в модель R оно дает оценку $x \notin \Omega(x)$, т. е. точки C и B не принадлежит технологическому регламенту и, следовательно, x может принять значение физически не реализуемое. Таким образом, не только точки C и B , но и точка K являются следствием ошибки той или иной природы, т. е. таких точек быть не должно.

Более интересным случаем по сравнению со случаями, которые изображены на рис. 2 и 3, является тот, которому соответствует процесс, представляющий собой некоторую объемную полосу (рис. 5).

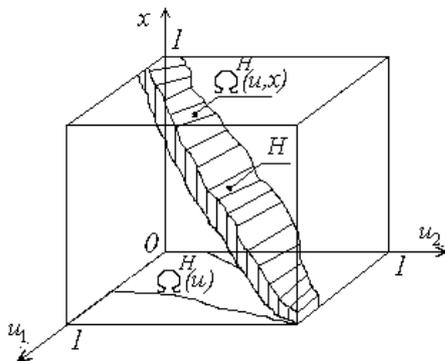


Рис. 5

Такие процессы назовем H -процессами, а модели этих процессов – H -моделями. Значения H -процесса принадлежат области $\Omega^H(u, x)$, причем

$\Omega^H(u, x) \subset \Omega(u, x)$, т. е. технологическому регламенту.

Строго говоря, технологический регламент должен определяться не областью $\Omega(u, x)$, как это сегодня принято в промышленности, а областью $\Omega^H(u, x)$. Отыскание этой области представляет собой одну из новых задач идентификации. Другой новой задачей является построение H -моделей, а не моделей типа R , которые обычно рассматриваются при моделировании разнообразных процессов в задачах параметрической идентификации. Тривиальный путь построения H -моделей может состоять в том, что в качестве таких моделей принимается линия (или область ее содержащая), полученная в результате пересечения двух моделей типа R , однако такой путь представляется малоэффективным.

Проанализируем два важных обстоятельства, возникающих при моделировании реальных процессов. Первое из них состоит в том, что объем выборки s , $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$, катастрофически мал по отношению к размерности вектора $u = (u_1, \dots, u_k) \in \Omega(u)$. Например, в практических задачах часто возникает ситуация, когда $k = 20 \dots 30$, а $s = 900 \dots 1000$, и в этой ситуации нельзя получить удовлетворительного решения задачи идентификации. Второе обстоятельство заключается в том, что если параметрическая модель построена по имеющимся данным, то при $u \in \Omega(u) \subset R^k$ мы можем получить оценку $x_s \notin \Omega(x)$, согласно которой значения $x(u)$ находятся вне технологического регламента или даже физически не реализуются. Оба эти обстоятельства могут быть объяснены тем, что мы имеем дело с трубчатыми объектами.

Таким образом, на практике мы часто встречаемся с H -процессами и, соответственно, с необходимостью построения H -моделей, связанного с решением задачи аппроксимации функций по наблюдениям [2].

Важно заметить, что априори не известно, имеет ли исследуемый процесс трубчатую структуру или нет.

Если процесс обладает трубчатой структурой, то модель примет вид

$$x_s(u) = f(u, \alpha_s) I_s(u), \quad (2)$$

либо

$$x_s(u) = I_s(u) \sum_{j=1}^s \alpha_s \varphi_j, \quad (3)$$

где $I(u)$ – индикатор:

$$I(u) = \begin{cases} 1, & \text{если } u \in \Omega^H(u), \\ 0, & \text{если } u \notin \Omega^H(u). \end{cases} \quad (4)$$

Заметим, что, вообще говоря, область $\Omega^H(u)$ нам не известна, а известна лишь выборка $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$. Если индикатор равен нулю, то оценка $x_s(u)$ не мо-

жет быть вычислена, т. е. при таких значениях компонент вектора $u \in \Omega(u)$ процесс протекать не может.

В качестве оценки индикатора $I(u)$ можно принять следующее приближение:

$$I_s(u) = \text{sgn}(sc_s)^{-1} \sum_{i=1}^s \Phi(c_s^{-1}(x_s(u) - x_i)) \times \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u_j - u_i^j)), \quad (5)$$

где

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u_j - u_i^j))}{\sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u_j - u_i^j))}, \quad (6)$$

здесь c_s – параметр размытости; $\Phi(z)$ – колоколообразная функция.

Таким образом, при известном значении $u = ku' \in \Omega(u)$ по формуле (6) строится оценка $x_s(u = u')$, а затем вычисляется индикатор $I_s(u)$. Если индикатор оказался равен единице, то на следующем этапе используются модели (2) или (3). Если же индикатор оказался равным нулю, то это означает, что хотя и $u \in \Omega(u)$, но $u \notin \Omega^H(u)$, т. е. компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \dots, u'_k)$ определены неверно. Иными словами, реально протекающий трубчатый процесс не соответствует совокупности заданных значений компонент вектора $u = u'$. Причины этого могут быть связаны с тем, что компоненты вектора $u = u' = (u'_1, \dots, u'_k)$ либо выбраны неверно, либо изменены со значительной погрешностью типа «выброс». Конечно же, это справедливо только при условии, что мы предполагаем представительной выборкой $\{x_i, u_i, i = \overline{1, s}\}$. Поэтому следует заметить, что использование традиционных параметрических моделей без учета индикатора $I_s(u)$ может привести к получению оценки $x_s(u = u')$, которая будет далека от реальной.

Численное моделирование трубчатых процессов. При имитационном моделировании помеха на выход объекта накладывается случайным образом. Для генерации выборки случайной величины используется П-генератор случайных чисел по нормальному закону с заданными параметрами [3].

При генерации чисел по случайному закону $f(\xi, m_\xi, \sigma_\xi \dots)$ задаются параметры этого закона, а затем определяются границы генерирования значений случайной величины через порядок малости, величина которого задается исследователем. Выборка генерируемых точек должна наиболее полно охватывать всю область возможных значений, но следует отрезать «хвосты» распределения, где вероятность выпадения значений ξ становится малой. Далее интервал делится на l равных подынтервалов, для каждого из которых значение вероятности p_j попадания случай-

ной величины находится исходя из закона больших чисел. Количество точек, которые попадут в j -й подынтервал, будет $n_j = [p_j \cdot s]$, где s – общий объем выборки. Совокупность полученных точек образует выборку случайной величины ξ , распределенной по заданному закону, и обладает всеми требуемыми значениями параметров.

В качестве примера рассмотрим объект с десятью входами, из которых два входа независимы, и одним выходом. В классификации трубчатых процессов данный объект представляет собой поверхность в пространстве переменных. Выход этого объекта имеет вид

$$x(u) = 2 \sin u_1 + 0,3u_2^3 + u_3 - 0,6u_4 + 0,3u_5 + u_6^2 + 0,5u_7^2 + 0,2u_8 + 0,3 \sin u_9 - 0,04 \cos u_{10}. \quad (7)$$

В качестве модели примем непараметрическую оценку регрессии [4]:

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u_j - u_i^j))}{\sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^k \Phi(c_s^{-1}(u_j - u_i^j))}. \quad (8)$$

Для оценивания полученной модели будем применять относительную ошибку аппроксимации, которая находится по формуле

$$I / \sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^s (x_i - x_s)^2}{\sum_{i=1}^s (x_i - m_x)^2}}. \quad (9)$$

При двух независимых входных воздействиях трубка имеет вид плоскости. Относительная ошибка в данном случае равна 0,08.

Результаты численных экспериментов при моделировании объекта (7) представлены на рис. 6 и в таблице.

Полученные значения модели $x_s(u)$, объекта $x(u)$ и объекта с аддитивной помехой $x_\xi(u)$ в каждой точке выборки (i – порядковый номер точки) позволяют сделать вывод о том, что модель незначительно отличается от объекта (см. рис. 6).

Анализ данных таблицы показывает, что относительная ошибка (9) уменьшается с ростом выборки, т. е. оценка модели тем лучше, чем меньше ошибка и больше выборка:

s	Помеха, %	Ошибка
100	5	0,090 513
250	5	0,053 977
500	5	0,047 723
100	2	0,045 374
250	2	0,035 055
500	2	0,030 32

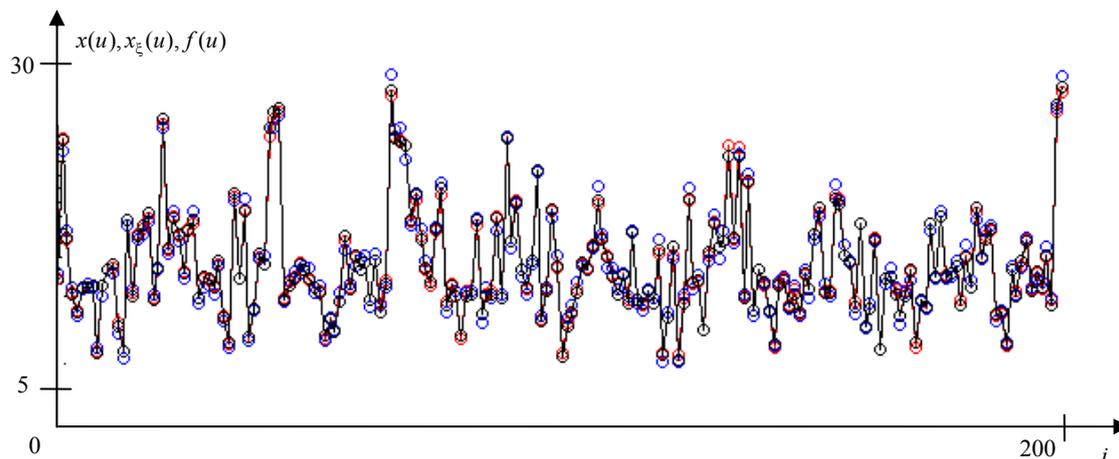


Рис. 6

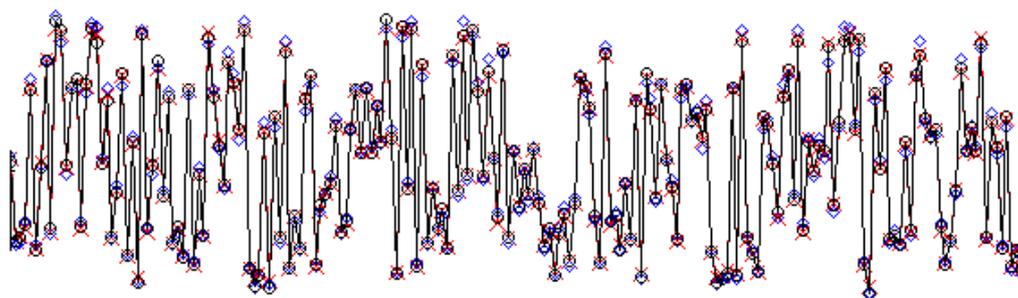


Рис. 7

Рассмотрим объект, входные воздействия которого имеют линейную структуру, как и выход объекта:

$$x(u) = u_1 + 1,2u_3 - 0,8(u_4 + u_7) + 3(u_2 + u_5) + 0,7u_7 - u_9 + 2u_{10}. \quad (10)$$

В качестве модели также будем использовать оценку регрессии. В этом случае оценка улучшается: при выборке $s = 200$ она равна 0,009 784 при уровне помех 5 % (рис. 7, где окружностями обозначен объект, а крестиками – модель). В этом случае модель совпадает с объектом.

Теперь сделаем переменную u_2 независимой. В этом случае оценка по сравнению с предыдущим вариантом моделирования ухудшится незначительно – до 0,039 154 при уровне помехи 5 %.

Библиографические ссылки

1. Медведев А. В. Анализ данных в задаче идентификации // Компьютерный анализ данных моделирования. В 2 т. Т. 2. Минск : Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1995. С. 201–206.
2. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Процессы // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 3 (29). С. 4–9.
3. Сергеева Н. А., Цепкова М. В., Чжан Е. А. П-генератор случайных чисел по закону Лапласа // Решетневские чтения : материалы XV Междунар. науч. конф. В 2 ч. Ч. 2. Красноярск, 2011. С. 78–79.
4. Надарая Э. А. Непараметрическое оценивание плотности вероятности и кривой регрессии. Тбилиси : Изд-во Тбил. ун-та, 1983.

А. А. Korneeva, А. N. Sergeev, Е. А. Chzhan

INVESTIGATIONS OF NONPARAMETRIC MODELS OF TUBULAR TYPE PROCESSES

The article considers a problem of identification of multivariate systems with static connection of sub-vectors of input variable. The last circumstance leads to the new class of stochastic processes, namely, «tubular» processes. Nonparametric and parametric methods of identification are compared. The results of computer simulation are presented.

Keywords: identification, nonparametric statistics, «tubular» processes, non-inertial systems.

© Корнеева А. А., Сергеев А. Н., Чжан Е. А., 2012