

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ВКЛЮЧЕНИЙ ФАЗОВЫХ СОСТОЯНИЙ В ЗАДАЧАХ НАБЛЮДЕНИЯ ЗА ДВИЖЕНИЕМ САМОЛЕТА

Описывается применение гарантированных методов, позволяющих вычислять границы фазовых состояний управляемых объектов. Рассматриваются в модельной постановке следующие задачи: задача наблюдения за накопившимися боковыми отклонениями движения самолета, а также задача вычисления включения области достижимости при движении самолета на горизонтальной плоскости. В основе нахождения включений лежит способ построения символьных формул решений и оценивания всех возможных ее значений. Приводятся результаты расчетов.

Ключевые слова: гарантированная граница, фазовое состояние управляемых объектов, символьная формула решений, границы области всех возможных состояний.

В большинстве практических задач в условиях априорной неопределенности управление ведется относительно либо внешних воздействий, либо текущего состояния объекта, либо того и другого одновременно. При этом состояние объекта измеряется не точно, а с некоторыми погрешностями. Внешние воздействия заранее неизвестны и могут измеряться в ходе процесса с некоторой ошибкой [1–3]. При построении управления предполагаются известными лишь какие-либо общие характеристики возмущений и погрешностей измерения, а конкретные реализации их непредсказуемы.

При управлении в условиях неопределенности нужно обеспечить определенное качество процессов. При этом возможны два подхода: вероятностный и гарантированный (минимаксный), каждый из которых имеет свои преимущества [4].

При вероятностном подходе предполагается, что участвующие в задаче факторы неопределенности обладают свойством статистической устойчивости и представляют собой случайные величины или случайные функции с известными вероятностными характеристиками. По ним находятся вероятностные характеристики исследуемых управляемых процессов, которые в ряде случаев могут служить показателями качества управления (например, широко распространенный показатель точности – величина среднеквадратической ошибки). Вероятностный подход к задачам определения и коррекции движения иногда приводит к выводам, не соответствующим реальным условиям решаемых задач. Это в первую очередь относится к оценке точности получаемых результатов и выбору стратегии решения задачи, обеспечивающей максимальную точность. Кроме того, статистические характеристики – это результаты осреднения по большому числу опытов. Поэтому они принципиально не могут гарантировать определенный исход одного конкретного опыта.

Если необходимо гарантировать определенное качество процесса в каждом отдельном случае, приходится ориентироваться на самое неблагоприятное (экстремальное) сочетание параметров неопределенности. В этом случае для описания всех фазовых состояний динамических систем используется гаранти-

рованный подход, оценивающий все фазовые состояния в условиях неточных измерений.

Рассмотрим вопросы применения гарантированных методов, основанных на символьном представлении формул решений [5–9], в двух типичных задачах динамики полета, при решении которых необходимо учитывать влияние многих реально существующих возмущений на движение летательного аппарата. Одной из таких задач является анализ процесса автоматической посадки самолета, в первую очередь сводящийся к оценке возможных значений параметров траекторного и углового движения самолета в момент касания шасси взлетно-посадочной полосы (ВПП). Этот этап можно расценить как наиболее ответственный в смысле выполнения ограничений, наложенных на параметры движения в момент касания ВПП. Вторая задача заключается в оценке областей всех возможных фазовых состояний самолета (множеств достижимости) при движении на горизонтальной плоскости в том случае, когда текущее состояние системы измеряется неточно, но с известными ограничениями на ошибку измерений. Например, в работах [10; 11] рассматривается построение информационных множеств в задаче наблюдения за движением самолета в горизонтальной плоскости. Под информационным множеством понимается совокупность всех фазовых состояний, совместных с полученными измерениями, при этом известны геометрические ограничения на ошибки замеров.

В отличие от данного подхода, в статье вычисляются включения множеств достижимости управляемых систем в общем, в том числе системы с нелинейной правой частью.

Поведение управляемого объекта выражается системой дифференциальных уравнений

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y, u), \quad u \in P, \quad t \in [t_0, \theta], \quad t_0 < \theta < \infty. \quad (1)$$

Выполнение гарантированных методов, основанных на аппроксимации оператора сдвига вдоль траектории, разделено на два этапа: предиктор и корректор.

На первом этапе (предиктор) происходит построение (запись) символьных формул приближенных решений как векторных функций $S^n(Y^0) \circ S^{n-1}(Y^0) \circ \dots \circ S^1(Y^0)$, где вектор Y^0 – вектор

На самолетах, выполняющих пассажироперевозку, эксплуатируется несколько систем управления, предназначенных для захода на посадку в сложных метеоусловиях. Установлен ряд эксплуатационных категорий (посадочных метеоминимумов), характеризующихся дальностью видимости на ВПП и высотой принятия решения (ВПР). Если на указанной в требованиях высоте принятия решения экипаж устанавливает визуальный контакт с земными ориентирами, то, как правило, автоматическое управление отключается, продолжение захода и посадка осуществляются при ручном управлении по земным ориентирам. Если на высоте принятия решения установить визуальный контакт с землей не удастся, самолет уходит на второй круг.

Поскольку участок траектории захода на посадку, остающийся после перехода на ручное управление, очень мал и полет происходит на малой высоте, возможности исправления накопившихся отклонений весьма ограничены. Поэтому к моменту принятия решения необходимо вывести систему в некоторую область пространства состояний.

Таким образом, возникают две связанные друг с другом задачи [10; 11; 15].

1. Построить область D допустимых отклонений на ВПР, из любой точки которой за оставшееся время самолет может быть выведен при ручном управлении на участок ВПП, отведенный для посадки.

2. Для участка автоматического управления построить область W возможных состояний системы на ВПР, куда гарантируется попадание при любых допустимых, в том числе экстремальных возмущениях.

Решение этих задач позволит проверить условие

$$D \subset W.$$

Если это вложение справедливо, система обеспечивает управление самолетом с необходимой точностью. В противном случае возможны так называемые непосадочные заходы, когда приходится принимать решение об уходе на второй круг.

Поскольку наибольшие трудности вызывает устранение накопившихся к концу участка боковых отклонений [11; 15], то имеет смысл рассмотреть отдельно случай бокового движения самолета.

Для упрощения задачи будем рассматривать только последний участок траектории захода на посадку –

предпосадочную прямую. Положение самолета (рис. 1) определяется координатами его центра масс в системе координат xOz , связанной с землей, углом рыскания ψ и углом крена γ . К фазовым координатам относятся также скорости изменения этих величин \dot{z} , $\dot{\psi}$, $\dot{\gamma}$. Предполагается, что ось Ox совпадает с продольной осью ВПП. Тогда величина z характеризует боковое отклонение центра масс самолета от оси ВПП (см. рис. 1).

Управляющими воздействиями являются отклонения элеронов (угол δ_ϵ) и руля направления (угол δ_η). К возмущениям, непосредственно действующим на самолет, также относятся изменения боковой составляющей скорости ветра W_y (действием вертикальной W_z и продольной W_x составляющих скорости пренебрегаем).

Учитывая малость отклонений самолета от заданной траектории, запишем уравнения бокового движения самолета [10; 15]:

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= a_{z\beta}\beta + a_{z\gamma}\gamma + a_{z\delta_\eta}\delta_\eta, \\ \ddot{\psi} &= a_{\psi\beta}\beta + a_{\psi\dot{\psi}}\dot{\psi} + a_{\psi\dot{\gamma}}\dot{\gamma} + a_{\psi\delta_\eta}\delta_\eta + a_{\psi\delta_\epsilon}\delta_\epsilon, \\ \ddot{\gamma} &= a_{\gamma\beta}\beta + a_{\gamma\dot{\psi}}\dot{\psi} + a_{\gamma\dot{\gamma}}\dot{\gamma} + a_{\gamma\delta_\eta}\delta_\eta + a_{\gamma\delta_\epsilon}\delta_\epsilon. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\beta = \psi + \frac{\dot{z} - W_z}{V}$ – угол скольжения, т. е. угол

между вектором воздушной скорости V и продольной плоскостью самолета. Коэффициенты a_{ij} определяются аэродинамическими параметрами самолета, такими, например, как площадь крыла, размах крыла, масса самолета, моменты инерции относительно соответствующих осей, скоростной напор, плотность воздуха, безразмерные аэродинамические коэффициенты, производные коэффициентов по соответствующим переменным.

Требования к характеристикам точности движения самолета для участка движения его по глиссаде и момента касания ВПП могут быть условно разделены на две группы: требования к малым отклонениям, которые, как правило, эквивалентны неравенствам для средних значений и среднеквадратических отклонений различных параметров траектории; вероятностные требования к предельным отклонениям.

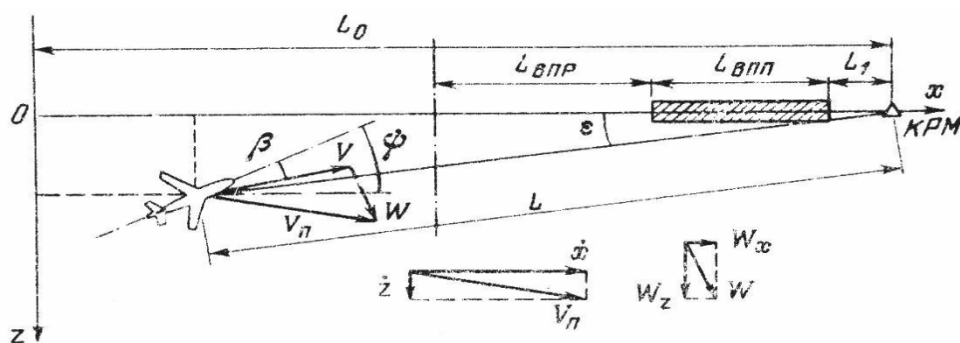


Рис. 1

Характерные значения предельных отклонений вероятностей превышения для стандартных размеров ВВП [15] с целью проведения тестовых расчетов выглядят так.

Минимальная дальность касания от среза ВВП $L_{\min} = 60$ м, $p_{L_{\min}} = 10^{-6}$. Максимальная дальность $L_{\max} = 900$ м, $p_{L_{\max}} = 10^{-6}$. Боковое смещение от оси ВВП $|z|_{\max} = 21$ м, $p_z = 10^{-6}$. Вертикальная скорость $V_{gy} = V_{gy}^*$, $p_{V_{gy}} = 10^{-6}$. Величина V_{gy}^* определяется прочностью шасси самолета и для типичных пассажирских самолетов составляет от 3 до 4,4 м/с.

Минимальный угол тангажа ϑ_{\min} определяется условием касания ВПП передней стойкой шасси раньше, чем основными стойками $p_{\vartheta_{\min}} = 10^{-8}$. Максимальный угол тангажа ϑ_{\max} определяется условием касания хвостовой частью фюзеляжа самолета ВПП раньше, чем основными стойками шасси $p_{\vartheta_{\max}} = 10^{-8}$. Максимальный угол крена γ_{\max} определяется условием касания поверхностей земли крылом или двигателем самолета под крылом $p_{\gamma_{\max}} = 10^{-8}$. Границы включений областей допустимых отклонений под влиянием быстрых изменений скорости бокового ветра представлены на рис. 2, 3. При выборе области допустимых начальных состояний объекта предполагаем, что управляющее воздействие выбирается так, чтобы по возможности увеличить размеры области, а возмущение стремится уменьшить их.

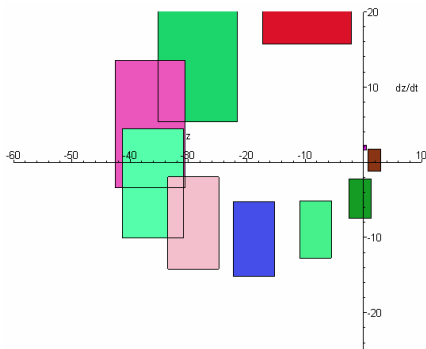


Рис. 2

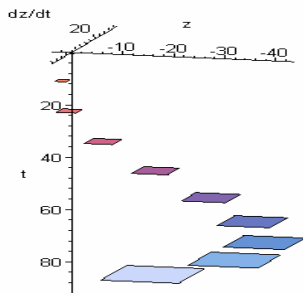


Рис. 3

Во второй рассматриваемой задаче считаем, что две фазовые переменные задают положение на плоскости, третья координата – угол направления вектора скорости. Движение самолета происходит в горизонтальной плоскости. Скалярное управление ограничено по модулю и определяет мгновенный радиус разворота вектора скорости. Силы, действующие на самолет при движении в горизонтальной плоскости, могут быть описаны так: сила сопротивления D , сила тяги T , подъемная сила L , сила тяжести mg . Векторы T, L лежат на плоскости симметрии, ортогональной подъемной силе. Такое расположение силы тяги и подъемной силы соответствует ситуации координированного разворота. Вводятся также угол атаки тяги ε , угол крена (угол между вертикальной плоскостью и плоскостью симметрии) μ .

Если взять кинематические уравнения и соотношения равновесия сил в проекции на естественные оси (касательную (t), главную нормаль (n), бинормаль (b)), то получится система из пяти уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} - V \cos \varphi &= 0, \\ \frac{dy}{dt} - V \sin \varphi &= 0, \\ T \cos \varepsilon - D - m \frac{dV}{dt} &= 0, \\ (T \sin \varepsilon + L) \sin \mu - m V \frac{d\varphi}{dt} &= 0, \\ (T \sin \varepsilon + L) \cos \mu - mg &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Величина скорости V полагается постоянной. Тогда задача наблюдения за движением самолета в горизонтальной плоскости описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V \cos \varphi, \\ \frac{dy}{dt} &= V \sin \varphi, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{ku}{V}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$V = \text{const} > 0, \quad k = \text{const} > 0, \quad |u| \leq 1.$$

Задача формулируется как проблема построения трубки множеств достижимости, а также нахождения траекторий, проходящих вблизи центра каждого временного сечения. Известно, что даже в такой постановке задача достаточно сложна [16–19]. Траектории движения с экстремальными ускорениями $u = \pm 1$ представляют собой окружности радиусом $\frac{V^2}{k}$. Границы включений множеств достижимости для геометрических координат системы (5) $y_1 \equiv x, y_2 \equiv y$ с параметрами $V = 40$ м/с, $V = 400$ м/с, $k = 1$ м/с², $k = 5$ м/с² приведены на рис. 4, 5.

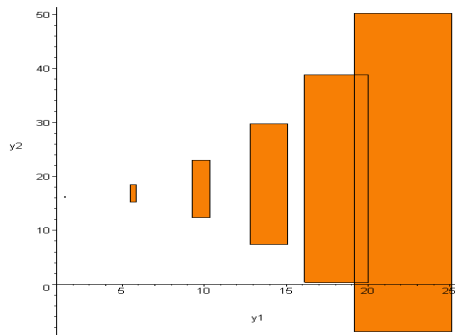


Рис. 4

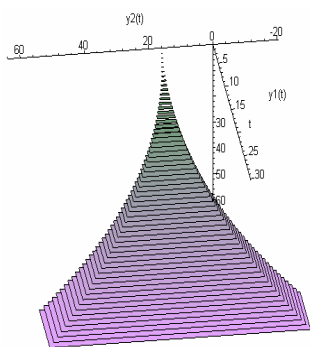


Рис. 5

Библиографические ссылки

1. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности : монография. М. : Наука, 1977.
2. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем : монография. М. : Наука, 1988.
3. Булгаков Б. В. Накопление возмущений линейных осциллирующих систем // Докл. АН СССР. 1946. Т. 51. С. 339–342.
4. Овсевич А. И., Шматков А. М. Сравнение вероятностного и гарантированного подходов прогноза фазовых состояний динамических систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1997. № 4. С. 11–16.
5. Новиков В. А., Рогалев А. Н. Построение сходящихся верхних и нижних оценок решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Журн. вычисл. математики. 1993. № 33(2). С. 219–231.

6. Рогалев, А. Н. Гарантированные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на основе преобразования символьных формул // Вычисл. технологии. 2003. № 8(5). С. 102–116.

7. Rogalyov A. N. Computation of reachable sets guaranteed bounds // Proc. of the IASTED Intern. Conf. on Automation, Control, and Information Technology – Control, Diagnostics, and Automation. Calgary : ACTA Press, 2010. P. 132–139.

8. Рогалев А. Н. Гарантированные оценки и построение множеств достижимости для нелинейных управляемых систем // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 5(31). С. 148–154.

9. Рогалев А. Н. Вычисление гарантированных границ множеств достижимости управляемых систем // Автометрия. 2011. Т. 47. № 3. С. 100–112.

10. Белгородский С. Л. Автоматизация управления посадкой самолета : монография. М. : Транспорт, 1972.

11. Буков В. Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом : монография. М. : Наука, 1987.

12. Рогалев А. Н. Исследование практической устойчивости при постоянно действующих возмущениях // Вычисл. технологии. 2002. № 7(5). С. 148–150.

13. Рогалев А. Н. Границы множеств решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений с интервальными начальными данными // Вычисл. технологии. 2004. № 9(1). С. 86–93.

14. Рогалев А. Н. Вопросы устойчивости ансамблей дифференциальных уравнений // Вычисл. технологии. 2008. № 13(3). С. 111–117.

15. Автоматизированное управление самолетами и вертолетами : монография / С. М. Федоров, В. В. Драбкин, В. М. Кейн, О. И. Михайлов. М. : Транспорт, 1977.

16. Информационные множества в задаче наблюдения за движением самолета в горизонтальной плоскости / С. И. Кумков, В. С. Пацко, С. Г. Пятко [и др.] // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2003. № 4. С. 51–61.

17. Бердышев Ю. И. О построении области достижимости в одной нелинейной задаче // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2006. № 4. С. 22–26.

18. Karp K. A., Kibzun A. I., Malyshev V. V. A Minimax Approach for Statistical Simulation of Complex Technical Systems. // Advances in Modelling and Simulation. 1988. Vol. 10. № 3. P. 35–46.

19. Кибзун А. И., Лебедев А. А., Малышев В. В. О сведении задачи с вероятностными ограничениями к эквивалентной минимаксной // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1984. № 4. С. 73–80.

A. N. Rogalyov, A. A. Rogalyov

NUMERICAL COMPUTATIONS OF PHASE STATES INCLUSIONS FOR PROBLEMS OF AIRCRAFT DISPLACEMENT INSPECTION

In the article the authors describe the guaranteed methods, which allow to compute the boundary of controlled objects phase states. A problem of inspection of aircraft displacement at horizontal plane is solved by means of creation of symbolic formulas and decisions and estimation of all the possible values. The results of the computations are presented.

Keywords: guaranteed boundary, phase state of the controlled objects, symbolic formula of decisions, bounds of all possible statuses area.