

Экспериментальные результаты подтверждают работоспособность предлагаемого метода, быстродействие которого увеличивается на 20...25 % по сравнению с методом последовательного перебора, не ухудшая качества сопоставления точечных особенностей.

Библиографические ссылки

1. Bay H., Ess A., Tuytelaars T., Van Gool L. // Computer Vision and Image Understanding. 2008. Vol. 110. P. 346–359.
2. Фаворская М. Н., Шилов А. С. Алгоритмы реализации оценки движения в системах видеонаблюдения // Системы управления и информ. технологии /

ИПУ РАН ; ВГТУ. № 3.3(33). М. ; Воронеж, 2008. С. 408–412.

3. Гришин В. А. Оценка точности установления соответствия в системах технического зрения // Цифровая обработка сигналов. 2008. № 4. С. 2–6.

4. Форсайт Д. А., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный подход : пер. с англ. М. : Вильямс, 2004.

5. Konouchine A., Gaganov V., Vezhnevets V. AMLESAC: A New Maximum Likelihood Robust Estimator // Proc. of Graphicon-2005. Novosibirsk, 2005. P. 93–100.

6. Nister D., Stewenius H. Scalable recognition with a vocabulary tree // Proc. of CVPR. Washington, 2006. P. 2161–2168.

M. N. Favorskaya, I. V. Tupitsyn

HIERARCHICAL METHOD OF SEARCH OF CORRESPONDING POINTS AT STEREOIMAGES

The authors consider problems of search of corresponding points at stereoscopic pairs. Analysis of the basic algorithms of revelation of point features, search and estimation of their match conditions, is presented. A new hierarchical method of search of corresponding points at stereoscopic images is considered in details. Experimental results confirm advantages of the proposed approach.

Keywords: stereoscopic image, point features, projection distortions, affine transformations.

© Фаворская М. Н., Тупицын И. В., 2012

УДК 512.54

К. А. Филиппов

О ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ГРУППЫ ШУНКОВА, НАСЫЩЕННОЙ $L_2(p^n)$

Пусть I – множество индексов, K_α – конечное поле для любого $\alpha \in I$, $M = \{L_2(K_\alpha) | \alpha \in I\}$ и $N = \{SL_2(K_\alpha) | \alpha \in I\}$. Доказано, что группа Шункова G , насыщенная группами из множества M (соответственно N), обладает периодической частью $T(G)$, изоморфной $L_2(P)$ (соответственно $SL_2(P)$) для подходящего локально конечного поля P .

Ключевые слова: насыщенность, группа Шункова, периодическая часть.

Группа G насыщена группами из множества групп $\mathcal{R}$, если любая конечная подгруппа из G содержится в подгруппе, изоморфной некоторой группе из $\mathcal{R}$ [1].

Напомним определение группы Шункова. Группа называется группой Шункова, если в каждом ее сечении по конечной подгруппе, включая единичную, любая пара сопряженных элементов простого порядка порождает конечную подгруппу.

В данной работе I означает множество индексов, K_α – конечное поле для любого $\alpha \in I$, $M = \{L_2(K_\alpha) | \alpha \in I\}$ и $N = \{SL_2(K_\alpha) | \alpha \in I\}$. Отме-

тим, что для различных α и β характеристики полей K_α и K_β могут быть различными.

В [2] доказано, что произвольная периодическая группа G , насыщенная группами из множества M (соответственно N), изоморфна $L_2(P)$ (соответственно $SL_2(P)$) для подходящего локально конечного поля P . В данной работе этот результат переносится на группы Шункова без предположения о их периодичности.

Доказываются следующие теоремы.

Теорема 1. Группа Шункова G , насыщенная группами из множества M , обладает периодической

частью $T(G)$, изоморфной простой группе $L_2(P)$ над подходящим локально конечным полем P .

Теорема 2. Группа Шункова G , насыщенная группами из множества N , обладает периодической частью $T(G)$, изоморфной группе $SL_2(P)$ над подходящим локально конечным полем P .

Доказательство теоремы 1. Пусть G – контрпример к теореме 1. Обозначим через S силовскую 2-подгруппу группы G .

Лемма 1. Если в периодической группе G некоторая силовская 2-подгруппа конечна, то все силовские 2-подгруппы из G конечны и сопряжены.

Доказательство. Обозначим через S конечную силовскую 2-подгруппу группы G и пусть $|S| = 2^k$. Воспользуемся индукцией по k . При $k=1$, $|S|=2$, $S=\langle s \rangle$, где $s^2=1$. Возьмем другую силовскую 2-подгруппу S_1 из G со свойством $S_1 \neq S$. Для любой инволюции $y \in S_1$, группа $D=\langle y, s \rangle = \langle d \rangle \lambda \langle s \rangle = \langle d \rangle \lambda \langle y \rangle$ – конечный диэдр. Так как S является силовской 2-подгруппой в G , то такой она будет и в D , следовательно, $\langle d \rangle$ – подгруппа нечетного порядка и для некоторого $x \in \langle d \rangle$, $s = y^x \in S_1^x$. Последнее означает, что $S \subseteq S_1^y$, а так как S – силовская 2-подгруппа в G , то $S = S_1^y$. Итак, для $k=1$ утверждение леммы доказано. Рассмотрим случай $k > 1$. Пусть, как и выше, S_1 – некоторая силовская 2-подгруппа в G и $S_1 \neq S$. Пусть $s \in Z(S)$, $|s|=2$ и x – произвольная инволюция из S_1 . Группа $P=\langle x, s \rangle = \langle d \rangle \lambda \langle s \rangle$ – конечная группа диэдра и либо $s = x^y$ для некоторого $x \in \langle d \rangle$ и $S \cap S_1^y \neq 1$, либо $\langle d \rangle$ содержит инволюцию $v \in C_G(s) \cap C_G(y)$. В фактор-группе $C_G(s)/\langle s \rangle$ все силовские 2-подгруппы конечны и сопряжены (индуктивное предположение), и, следовательно, можно считать, что $v \in S$, для некоторого $y \in G$.

Пусть S_2 силовская 2-подгруппа, содержащая $\langle v \rangle \times \langle x \rangle$. Очевидно, $v \in S_2 \cap S$. Если $S_2 = (S^y)^g$ для некоторого $g \in G$, то, очевидно, $v \in S_1 \cap S^{yg} \neq 1$. Если же для любого $g \in G$ выполняется неравенство $S_2 \neq (S^y)^g$, то возьмем в качестве S_1 группу S_2 . Таким образом, можно считать, что в множестве всех несопряженных с S силовских 2-подгрупп найдется такая, мы ее обозначим через S_1 , что $S_1 \cap S \neq 1$. Более того, используя конечность S , можно считать, что пересечение $D = S_1 \cap S$ – максимально возможное по порядку для любой другой силовской 2-подгруппы X , несопряженной с S $|X \cap S| \leq |D|$.

Из всех пересечений указанного вида выберем максимальное по порядку, т. е. $D = S \cap S_1^y$ и для любого $y \in G$ $|S \cap S_1^y| \leq |D|$. Используя нормализаторное условие в 2-группах, выбираем элементы $x_1 \in S(S \cap S_1)$ и $y_1 \in S_1 \setminus (S \cap S_1)$ со свойством $x_1^2 \in D$, $y_1^2 \in D$ $\langle x_1, y_1 \rangle \in N(D)$. Группа $L = \langle D, x_1, y_1 \rangle$ конечна и в ней силовские 2-подгруппы сопряжены. Пусть

$$\langle D, x_1 \rangle \subset S_2 \subset Syl_2 L,$$

$$\langle D, y_1 \rangle \subset S_3 \subset Syl_2 L.$$

Поскольку $|\langle D, x_1 \rangle| > |D|$, то для некоторого D справедливо включение $S_2^g \subset S$. Так как L конечна, то $S_2 = S_3^h$ для некоторого $h \in L$. Отсюда $S_3^{hg} \subset S$ и $S_3 \subset S^{g^{-1}h^{-1}}$, т. е. $\langle D, y_1 \rangle \subset S^{g^{-1}h^{-1}} \cap S_1$ или $\langle D, y_1 \rangle^{hy} \subset S \cap S_1^{hg}$, но $|\langle D, y_1 \rangle^{hy}| > |D|$. Последнее означает, что S и S_1^{hg} сопряжены, а значит, S и S_1 также сопряжены. Противоречие с выбором S_1 . Лемма доказана.

Лемма 2. Группа Шункова, насыщенная группами диэдра, обладает периодической частью, которая является (локально) конечным диэдром.

Доказательство. Возьмем $1 \neq b \in G$ и $|b|=p > 2$, где p простое число. Конечная группа $\langle b, b^x \rangle$ лежит в конечном диэдре из G и $\langle b \rangle = \langle b^x \rangle$. Следовательно, все элементы из G , имеющие простой порядок $\neq 2$, образуют в G нормальную (локально) циклическую подгруппу N_1 . Фактор-группа $\overline{G}_1 = G / \overline{N}_1$ является группой Шункова и насыщена группами диэдра. Относительно группы G_1 повторим рассуждения, проведенные выше для G . Подгруппу из $\overline{G}_1$, порожденную всеми элементами простых порядков $\neq 2$, обозначим N_2 . Она локально циклическая и нормальна в G_1 . Положим, что $\overline{G}_2 = \overline{G}_1 / \overline{N}_2$ – группа Шункова и насыщена группами диэдра. Действуя индуктивно, строим цепочку подгрупп

$$N_1 \subset N_2 \subset \dots \subset N_k \subset \dots,$$

где N_k – полный прообраз N_k в G . Положим $N = \cup N_k$. Фактор-группа $\overline{G} = G / N$ является группой Шункова. Так как N локально конечна, то $\overline{G}$ насыщена группами диэдра и состоит из 2-элементов и элементов бесконечного порядка.

Положим $G = \overline{G}$. Пусть $b \in G$, $|b|=4$, $a \in \langle b \rangle$ и $a^2=1$. Для произвольной инволюции $x \in G$ $\langle x, a \rangle = \langle d \rangle \lambda \langle x \rangle = \langle d \rangle \lambda \langle a \rangle$ – конечный диэдр. Если $|\langle d \rangle| > 2$, то $\langle b, d_1 \rangle$ – конечна, $(d_1 \in \langle d \rangle, |d_1|=4)$ и яв-

ляется подгруппой конечного диэдра из G , что невозможно, так как $\langle d_1 \rangle = 4$. Итак, $|d| = 2$, что означает перестановочность a и x , в частности, перестановочны a и a^g для любого $g \in G$. Из последнего вытекает конечность $\langle b, b^G \rangle$ (свойство группы Шункова). По условию насыщенности $\langle b, b^G \rangle$ лежит в конечном диэдре из G , что возможно только в случае $\langle b \rangle = \langle b^g \rangle$. Таким образом, $\langle b \rangle \triangleleft G$. Пусть теперь $\langle b_1 \rangle \neq \langle b_2 \rangle$ и $|b_1| = |b_2| = 4$. По только что доказанному $\langle b_1 \rangle \triangleleft G$ и $\langle b_2 \rangle \triangleleft G$. Следовательно, $\langle b_1 \rangle \langle b_2 \rangle$ – конечная нормальная подгруппа в G , которая по условию насыщенности является подгруппой конечного диэдра из G , т. е. $\langle b_1 \rangle = \langle b_2 \rangle$, что противоречит нашему предположению. Итак, G содержит единственную подгруппу порядка 4.

Возьмем инволюцию $t \in G/N$. Пусть $x \in G$ и $t^x \neq t$ и группа $T = \langle t, t^x \rangle$ – конечный диэдр. Группа $M = NT$ локально конечна и насыщена группами диэдра. Следовательно, $M = L\lambda\langle t \rangle = L\lambda\langle t^x \rangle$. Последнее означает, что в фактор-группе $\bar{G} = G/N$ инволюции t и t^x перестановочны. Этим доказано, что G обладает периодической частью T , которая является 2-группой. По теореме Шмидта ее полный прообраз T является периодической частью группы G . Лемма доказана.

Лемма 3. Все инволюции из G сопряжены.

Доказательство. Пусть x, y – две различные инволюции из G . По условию насыщенности $\langle x, y \rangle \subset L \subset G$, где $L \cong L_2(K_\alpha)$. Хорошо известно, что в $L_2(K_\alpha)$ все инволюции сопряжены [2]. Следовательно, для некоторого $g \in L$, $x = y^g$. Лемма доказана.

Лемма 4. Если S – конечная группа, то все силовские 2-подгруппы из G сопряжены и S – одного из следующих типов:

- 1) S – группа диэдра;
- 2) S – элементарная абелева группа и $|S| > 4$.

Доказательство. То, что все силовские 2-подгруппы группы G конечны и сопряжены, вытекает из [4]. По условию насыщенности $S \subset L \subset G$ и $L \cong L_2(K_\alpha)$. По [3, с. 9–10], S либо типа 1, либо типа 2. Лемма доказана.

Лемма 5. Если S – бесконечная группа, то все силовские 2-подгруппы из G сопряжены и S – одного из следующих типов:

- 1) $S = \tilde{S}\lambda\langle t \rangle$, где $\tilde{S}$ – квазициклическая 2-группа, $t^2 = 1$ и $s^t = s^{-1}$ для любого $s \in \tilde{S}$;
- 2) S – бесконечная элементарная абелева группа.

Доказательство. Предположим вначале, что в G нет элементов порядка 4. Тогда в G любая 2-подгруппа, в частности S , элементарная абелева. Пусть S_1 – другая силовская 2-подгруппа группы G . Возьмем инволюцию $x \in S$ и инволюцию $y \in S_1$. По условию насыщенности $\langle x, y \rangle \subset R \cong L_2(K_\alpha)$. Следовательно, $x = y^g$ для некоторого $g \in R$ и $x \in S \cap S_1^g$. Пусть $S \neq S_1^g$. Возьмем инволюцию $v \in S \setminus S \cap S_1^g$ и инволюцию $w \in S_1^g \setminus S \cap S_1^g$. По условию насыщенности конечная группа $\langle x, v, w \rangle \subset L \cong L_2(K_\beta)$ и $\langle x, v, w \rangle \subset C_L(x)$. Рассмотрим случай, когда K_β – конечное поле нечетной характеристики.

Тогда $K_1 = \langle x \rangle \times \langle v \rangle$ и $K_2 = \langle x \rangle \times \langle w \rangle$ являются силовскими 2-подгруппами группы L и сопряжены в ней при помощи некоторого элемента $b \in L$, $K_1^b = K_2$. Таким образом, $|S \cap S_1^{gb^{-1}}| \geq 4$. Предположим, что $S \neq S_1^{gb^{-1}}$. Для любых инволюций $t \in S \setminus S \cap S_1^{gb^{-1}}$ и $z \in S_1^{gb^{-1}} \setminus S \cap S_1^{gb^{-1}}$ группа $\langle K_1, t, z \rangle$ конечна и по условию насыщенности группа $\langle K_1, t, z \rangle \subset N \cong L_2(K_\gamma)$. Так как $K_1 \times \langle t \rangle$ – элементарная абелева группа порядка 8, то K_γ – конечное поле характеристики 2. Но тогда $\langle K_1, t, z \rangle \subset M \in \text{Syl}_2 N$, M – элементарная абелева группа и инволюции t, z перестановочны. Последнее означает поэлементную перестановочность групп S и $S_1^{gb^{-1}}$. Так как обе они являются силовскими 2-подгруппами из G , то $S = SS_1^{gb^{-1}} = S_1^{gb^{-1}}$. Рассмотрим случай, когда K_β имеет характеристику 2. Здесь, рассуждая, как и для группы N , снова получаем поэлементную перестановочность групп S и S_1^g , что влечет равенство $S = S_1^g$. Итак, если G не содержит элементов порядка 4, то S типа 4 и все силовские 2-подгруппы из G сопряжены.

Предположим теперь, что G содержит элемент порядка 4. Покажем, что в этом случае S так же содержит элемент порядка 4. Предположим обратное. Пусть a – фиксированная инволюция из S и $a \in \langle d \rangle \not\subset S$, где $|d| = 4$ (лемма 3). По условию насыщенности, конечная группа $\langle d, z \rangle$, где z – произвольная инволюция из S , отличная от a , лежит в некоторой $L \cong L_2(K_\alpha)$, где K_α – конечное поле нечетной характеристики ($|d| = 4$). По [3] $\langle a \rangle$ – конечная группа диэдра. Но тогда $d^2 = d^{-1}$ и группа $\langle d \rangle S$ является 2-группой. Так как S – силовская 2-подгруппа группы G , то $\langle d \rangle S = S$, т. е. $\langle d \rangle \subset S$. Противоречие с выбором d .

Итак, без ограничения общности можно считать, что $\langle d \rangle \subset S$. В этом случае S насыщена группами диэдра, $Z(S) = \langle a \rangle$ и, по [5, лемма 15], $S = \tilde{S}\lambda\langle t \rangle$, где S – квазициклическая 2-группа, $t^2 = 1$ и для любого $s \in \tilde{S}$, $s^t = s^{-1}$.

Докажем сопряженность силовских 2-подгрупп для нашего случая. Пусть $S_1, S_2 \in Syl_2 G$. По доказанному выше, $S_1 = \tilde{S}\lambda\langle v \rangle$, $S_2 = \tilde{S}\lambda\langle w \rangle$, где S_1, S_2 – квазициклические 2-группы, $v^2 = w^2 = 1$ и $S_1^v = S_1^{-1}$, $S_1^w = S_2^{-1}$ для любых $S_1 \in \tilde{S}_1$ и $S_2 \in \tilde{S}_2$. Пусть i, j – инволюции из S_1 и S_2 соответственно. Так как $\langle i, j \rangle \subset K \subset G$ и $K \cong L_2(K_a)$, то для некоторого $x \in K$, $i = j^x$ и, следовательно, $1 \neq i \in \tilde{S}_1 \cap \tilde{S}_2^x$. Но тогда $\tilde{S}_1 \cap \tilde{S}_2^x$. Положим $H = \tilde{S}_1 \cap \tilde{S}_2^x$. Тогда $S_1 = H\lambda\langle v \rangle$, $S_2^x = H\lambda\langle w \rangle$, силовская 2-подгруппа в $\bar{N} = \bar{N}_G(H)/H$ конечна и имеет порядок 2. Следовательно, для некоторого $\bar{g} \in \bar{N}$, $(wH)^{\bar{g}} = tH$. Пусть $\bar{g} = gH$, тогда очевидно $S_2^{xg^{-1}} = S_1$ и лемма доказана.

Лемма 6. Если $C_G(a)$ содержит конечное число элементов конечного порядка, теорема 1 верна.

Доказательство. Если $C_G(a)$ содержит конечное число элементов конечного порядка, то, по теореме Дицмана, $C_G(a)$ обладает периодической частью $T(C_G(a)) = T_a$ и либо $T_a = \langle b \rangle \lambda \langle t \rangle$, либо $T_a = S_0$ – элементарная абелева группа, где S_0 типа 2 из леммы 4. В этой ситуации G так же содержит конечное число элементов конечного порядка. Так как в противном случае, по теореме А. К. Шлёпкина, в G есть бесконечная локально конечная подгруппа M такая, что $|L| > m$, где m – произвольное число. Ясно, что в этом случае $|T_a|$ так же может быть сколь угодно большим, чем $|\langle b \rangle \times \langle t \rangle|$ и $|S_0|$. Лемма доказана.

Лемма 7. Если $C_G(a)$ содержит бесконечное число элементов конечного порядка, теорема 1 верна.

Доказательство. Пусть K – конечная подгруппа из C . По условию насыщенности, $K \subset L \cong L_2(K_a)$ и $K \subset C_L(a)$. В данном случае либо все $C_L(K)$ – конечные группы диэдра, либо элементарные абелевы 2-группы (леммы 4, 5). В этом случае периодическая часть T_a является либо локально конечным диэдром, либо бесконечной элементарной абелевой 2-группой. Обе эти структуры не могут существовать одновременно и G обладает периодической частью, изо-

морфной $L_2(Q)$ для подходящего локально конечно-го поля Q . Лемма доказана.

Лемма 8. G обладает локально конечной простой подгруппой L такой, что $C_G(a) \subset L$ и $L \cong L_2(P)$, где P – локально конечное поле нечетной характеристики p .

Доказательство. Как следует из леммы 6, $C_G(a)$ представима в виде объединения возрастающей цепочки конечных подгрупп диэдра

$$D_1 \subset \dots \subset D_n \subset \dots, \quad (1)$$

причем без ограничения общности можно считать, что $|D_n| > 4$ и каждая из подгрупп D_n совпадает с централизатором инволюции a в некоторой простой подгруппе L_n из G , где $L_n \cong L_2(K_a)$, причем K_a – конечное поле нечетной характеристики. Таким образом, $D_n \subset L_n$, $D_n \subset C_{L_n}(a)$ и цепочке (1) поставлена в соответствие последовательность

$$L_1, \dots, L_n, \dots \quad (2)$$

конечных простых подгрупп из G .

Далее, $D_n = C_n \lambda \langle t \rangle$, где C_n – циклическая группа. По [3, с. 9–10], инволюции a и t сопряжены в L_n , в частности, подгруппа $C_{L_n}(a) = D_n$ сопряжена в L_n с подгруппой $T_n = C_{L_n}(t)$. По лемме 6, подгруппа C_n в $C_G(a)$ однозначно определена своим порядком $m_n = |C_n|$; то же самое верно для подгруппы V_n , где V_n – однозначно определяемая циклическая подгруппа порядка $m_n > 2$ из $T_n = V_n \lambda \langle a \rangle \subset C_G(t)$. Ввиду сопряженности инволюций a и t в G и однозначной определимости циклической подгруппы V_n в G своим порядком M_n (лемма 6), подгруппы T_n так же, как и подгруппы D_n , составляют цепочку

$$T_1 \subset \dots \subset T_n \subset \dots \quad (3)$$

В силу [3, с. 9–10], имеем $L_n = \langle T_n, D_n \rangle$. Из (1), (3) вытекает, что последовательность (2) на самом деле составляет цепочку

$$L_1 \subset \dots \subset L_n \subset \dots \quad (4)$$

Пусть $L = \bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$. По построению $C_G(a) \subset L$.

По [6], L – локально конечная простая группа, изоморфная $L_2(P)$, где P – локально конечное поле характеристики p . Лемма доказана.

Лемма 9. Пусть L – подгруппа из формулировки предыдущей леммы 5. Тогда периодическая часть $T(G) = L$.

Доказательство. Предположим, что $L \neq G$. Покажем, что L – сильно вложенная подгруппа в G .

Для этого достаточно показать, что для любого $g \in G \setminus L$ подгруппа $L \cap L^g$ не содержит инволюций.

Пусть w – инволюция из $L \cap L^g$, где $w = v^g$, причем $v \in L$. Все инволюции в L сопряжены [3, с. 9–10], поэтому $v^{gb} = v$ для некоторого элемента $b \in L$. Тогда $gb \in C_G(v)$, и так как по леммам 5, 6 $C_G(v) \subset L$, то и $g \in L$, вопреки выбору элемента g . Значит, для любого элемента $g \in G \setminus L$ подгруппа $L \cap L^g$ не содержит инволюций, $N_G(L) = L$, L сильно вложена в G .

По [1], G – простая группа. Следовательно, в $G \setminus L$ найдется инволюция v . Пусть w – произвольная инволюция из L . Так как G – периодическая группа, то группа $K = \langle v, w \rangle$ конечна и по условию насыщенности $K \subset M \subset G$, где $M \cong L_2(K_\alpha)$ и K_α – конечное поле нечетной характеристики. Положим $H = M \cap L$ и пусть z – произвольная инволюция из H , а $g \in M$. Как показано выше, из z следует, что $g \in H$. Следовательно, подгруппа H сильно вложена в M . Тогда, по теореме Бендера (4.24, [7]), M – простая группа Шевалле характеристики 2 лиева ранга 1. Что возможно только в случае $M \cong L_2(2^2) \cong L_2(5)$, H совпадает с нормализатором силовской 2-подгруппы из M и имеет порядок 12. Другими словами $H \cong A_4$.

Пусть теперь d – элемент порядка три из H , x – инволюция из $M \setminus H$, инвертирующая d , y – инволюция из $L \setminus M$, инвертирующая d [3, с. 9–10]. Так как G – периодическая группа, то группа $R = \langle d, x, y \rangle$ конечна и по условию насыщенности $R \subset M_1 \subset G$, где $M_1 \cong L_2(K_\alpha)$ и K_α – конечное поле нечетной характеристики. Положим $H_1 = M_1 \cap L$. Так как $y \in H_1$, то H_1 – сильно вложенная подгруппа в $M_1 \cong L_2(5) \cong L_2(2^2)$ и $H_1 \cong A_4$. Последнее невозможно, так как в этом случае A_4 содержит инволюцию, инвертирующую элемент порядка три. Противоречие со строением A_4 .

Итак, $G \setminus L$ не содержит инволюций, что эквивалентно (при условии $L \neq G$) существованию нетривиального нормального делителя группы G . Однако G , как отмечалось выше, простая группа. Противоречие. Теорема доказана.

Доказательство теоремы 2. Если R содержит только $SL_2(K_\alpha)$ и K_α – конечное поле характеристики 2, то все доказано в силу теоремы 1, так как в этом случае $SL_2(K_\alpha) = L_2(K_\alpha)$. Следовательно, R содержит $SL_2(K_\beta)$, K_β – конечное поле нечетной характеристики и $|K_\alpha| > 5$. Обозначим через z инволюцию

из $SL_2(K_\beta)$. Для любого $g \in D$ группа $D \langle z, z^g \rangle$ конечна. По условию насыщенности $D \subset K \subset G$, и либо $K \cong SL_2(K_\gamma)$ и K_γ – конечное поле нечетной характеристики, либо $K \cong SL_2(K_\delta)$ и K_δ – конечное поле характеристики 2. Покажем, что ситуация $K \cong SL_2(K_\delta)$ невозможна. Действительно, в этом случае в K найдется инволюция $v \neq z$ и $zv = zv$. Так как G – группа Шункова, то подгруппа $\langle h, v \rangle$ конечна, здесь h – такой элемент из $SL_2(K_\beta)$, что $h^2 = z$ и $\langle h, v \rangle \in C_G(z)$. По условию насыщенности, $\langle h, v \rangle \subset C_K(z) \subset K \in R$, что невозможно по [3, с. 9–10]. Итак, G содержит единственную инволюцию z и $Z(G) = \langle z \rangle$. Нетрудно видеть, что фактор-группа $\tilde{G} = G / \langle z \rangle$ – группа Шункова и удовлетворяет всем требованиям теоремы 1. Следовательно $T(G) \cong L_2(P)$ для подходящего локально конечного поля P . Пусть $P_1 \subset \dots \subset P_n \subset \dots$ – цепочка вложенных друг в друга конечных подполей из P таких, что $P = \bigcup_{n=1}^{\infty} P_n$; $T(\tilde{G}_1) \subset \dots \subset T(\tilde{G}_n) \subset \dots$ – цепочка вложенных друг в друга конечных подгрупп групп G таких, что $T(\tilde{G}_n) \cong L_2(P_n)$, где $n = 1, 2, \dots$. Обозначим через $T(G_n)$ полный прообраз $T(\tilde{G}_n)$ в G . Из условия насыщенности вытекает, что $T(G_n) \cong SL_2(P_n)$. Так как $T(G_1) \subset \dots \subset T(G_n) \subset \dots$ и $T(G) = \bigcup_{n=1}^{\infty} T(G_n)$, то $T(G) \cong SL_2(P)$. Теорема доказана.

Библиографические ссылки

1. Шлёпки А. К. Сопряженно бипримитивно конечные группы, содержащие конечные неразрешимые подгруппы // III Междунар. конф. по алгебре; 23–28 авг. 1993 г.; сб. тез. Красноярск, 1993. С. 369.
2. Рубашкин А. Г., Филиппов К. А. О периодических группах, насыщенных $L_2(p^n)$ // Сиб. мат. журн. 2005. № 6. С. 1388–1392.
3. Бусаркин В. М., Горчаков Ю. М. Конечные расщепляемые группы. М.: Наука, 1968.
4. Шунков В. П. Об абелевых подгруппах в би-примитивно конечных группах // Алгебра и логика. 1973. Т. 12. № 5. С. 603–614.
5. Шлёпки А. К., Рубашкин А. Г. Об одном классе периодических групп // Алгебра и логика. 2005. Т. 44. № 1. С. 65–71.
6. Беляев В. В. Локально конечные группы Шевалле // Исследования по теории групп / УНЦ АН СССР. Свердловск, 1984. С. 39–50.
7. Горенштейн Д. Конечные простые группы. М.: Мир, 1985.

K. A. Philippov

**ABOUT THE PERIODIC PART OF THE SHUNKOV'S GROUP,
SATURATED WITH $L_2(p^n)$**

Let I be a set of indices, K_α – a finite field for any $\alpha \in I$, $M = \{L_2(K_\alpha) \mid \alpha \in I\}$ and $N = \{SL_2(K_\alpha) \mid \alpha \in I\}$. The authors established that the Shunkov's group, saturated with groups from the set M (consequently N), has a periodic part $T(G)$, isomorphic part $L_2(P)$ (consequently $SL_2(P)$), for a suitable local finite field P .

Keywords: saturated, the Shunkov's group, periodic part.

© Филиппов К. А., 2012