УДК 681.5(075.8)

А. Н. Ловчиков

УСТОЙЧИВОСТЬ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОГО СТАБИЛИЗАТОРА В РЕЖИМЕ ПРЕРЫВИСТЫХ ТОКОВ*

На основе предложенного автором нового подхода к анализу и синтезу широтно-импульсных систем исследуется динамика широтно-импульсного стабилизатора напряжения в наиболее сложном режиме прерывистых токов.

Ключевые слова: широтно-импульсный стабилизатор, режим прерывистых токов.

В работе [1] предложен метод исследования, позволяющий успешно решать задачи анализа устойчивости и синтеза систем с широтно-импульсной модуляцией. Предложенная методика может быть распространена на случай, когда в широтно-импульсной системе имеется дополнительная существенная нелинейность.

Импульсный стабилизатор напряжения (ИСН) состоит из транзисторного ключа, управляемого широтно-импульсным модулятором (ШИМ), первичного источника напряжения E и источника опорного напряжения $U_{оп}$, LC-фильтра (r – активное сопротивление дросселя), сопротивления нагрузки R и диода, включающегося в работу при закрытии транзисторного ключа (рис. 1). В процессе работы сопротивление нагрузки и напряжение источника изменяются. Система в этом случае может работать в двух режимах: при непрерывном и прерывистом изменении тока дросселя фильтра I_2. Анализу устойчивости системы в первом случае посвящено достаточно большое количество работ, в частности [1], и методика решения этой задачи известна. Второй, более сложный случай, в литературе рассмотрен только с энергетических позиций. Динамические характеристики этого режима практически не исследованы.

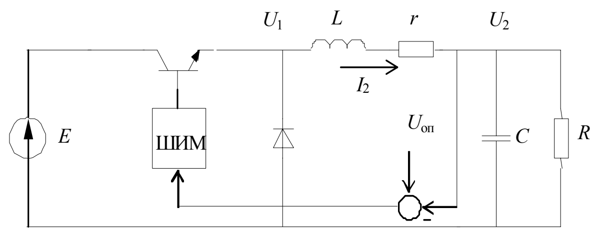

Рис. 1

В данной статье на основе предложенного в [1] подхода к анализу устойчивости систем с широтно-импульсной модуляцией рассматривается устойчивость ИСН в режиме прерывистых токов дросселя I_2.

Постановка задачи. Схему, изображенную на рис. 1, можно представить в виде гипотетической схемы (рис. 2), в которой широтно-импульсный преобразователь (ШИП) совмещает в себе действия ШИМ, транзисторного ключа и первичного источника питания. ШИП генерирует ЭДС $E_{ШИП}$, равную E при открытом ключе и нулю при закрытом.

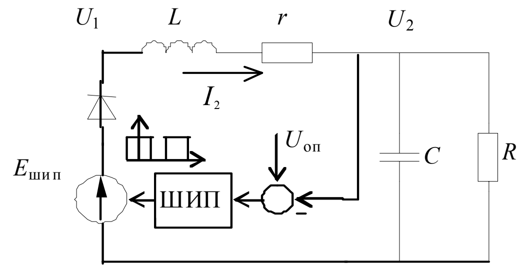

Рис. 2

В этой схеме (см. рис. 2) так же, как и в исходной, напряжение на входе фильтра при условии идеальности характеристик диода в режиме прерывистых токов дросселя $U_1 = E$, когда транзисторный ключ открыт; $U_1 = 0$ при закрытом ключе и $I_2 \neq 0$; $U_1 = U_2$ при $I_2 = 0$.

Используем далее схему рис. 2. Разложим напряжение $E_{ШИП}$ в ряд Фурье, ограничившись членами ряда, определяющими постоянную составляющую и первую гармонику. При этом для упрощения выражений без потери достоверности получаемых результатов считаем, что ось ординат проходит посередине импульса. Тогда функция, характеризующая заданную последовательность импульсов, является четной и при разложении в ряд Фурье $b_K = 0$ [2]. Следовательно, в нашем случае надо найти коэффициенты a_0 и a_1:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_{-\tau/2}^{nT-\tau/2} E\,dt = E\gamma,$$

$$a_1 = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{nT-\tau/2} E\cos\frac{2\pi}{T}t\,dt = \frac{2E}{\pi}\sin\pi\gamma,$$

где τ – время открытого состояния ключа на периоде следования импульсов; T – период следования импульсов; $\gamma = \tau/T$ – относительная длительность импульса. Поскольку τ в процессе работы стабилизатора изменяется во времени, то можно принять, что $\tau(t)$ и $\gamma(t)$ являются функцией времени.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания (проект 7.55.16.2011).

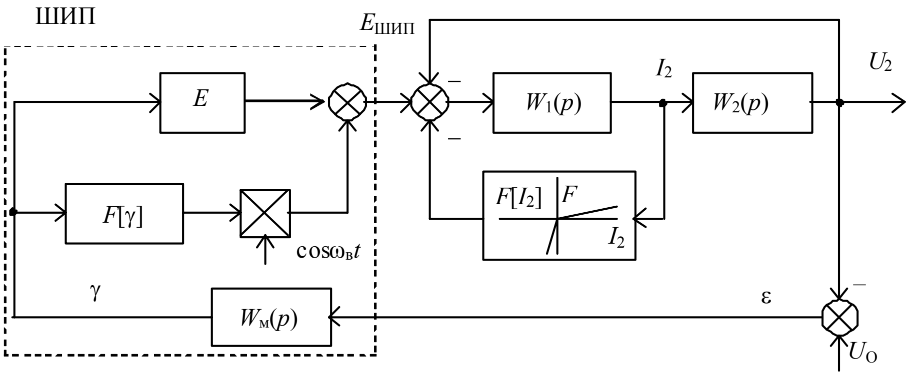

Рис. 3

С учетом вышеизложенного система дифференциальных уравнений, описывающая процессы в стабилизаторе, примет вид

$$L\dot{I}_2(t) = E\gamma(t) + \frac{2E}{\pi}\sin(\pi\gamma(t))\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) - $$
$$- U_2(t) - rI_2(t) - F\left[I_2(t)\right], \quad (1)$$
$$C\dot{U}_2(t) = I_2(t) - YU_2(t),$$
$$\dot{\gamma}(t) = k(U_{оп} - U_2(t)),$$

где $Y = 1/R$; k – коэффициент передачи модулятора, который в данном случае принят астатическим. На основании (1) строим структурную схему (рис. 3), где передаточные функции $W_1(p) = 1/(Lp + r)$, $W_2(p) = 1/(Cp + Y)$, $W_М(p) = k/p$, нелинейная функция $F[I_2(t)]$ определяет нелинейность диодного типа с коэффициентами k_1 в открытом состоянии диода, когда $I_2 > 0$, и k_2 – в закрытом, $F[\gamma] = \dfrac{2E}{\pi}\sin\left(\pi\gamma(t)\right)$.

Задача исследования устойчивости системы заключается в определении условий возникновения автоколебаний при наличии постоянной составляющей и вынужденных колебаний $\omega_в$. Вынужденные высокочастотные колебания не оказывают воздействия на переменную γ, так как значительно ослабляются фильтром и самим модулятором. Решение ищем в виде

$$I_2 = I_2^0 + I_{21} + I_{2*},$$
$$U_2 = U_2^0 + U_{21} + U_{2*},$$
$$\gamma = \gamma_0 + \gamma_1,$$

где I_2^0, U_2^0, γ_0 – постоянные составляющие; I_{21}, U_{21}, γ_1 – переменные составляющие, характеризующие автоколебательный режим; I_{2*}, U_{2*} – переменные, характеризующие вынужденные колебания в системе.

Метод решения. Так как частота автоколебаний много меньше частоты вынужденных колебаний, уравнение для определения вынужденных колебаний в системе принимает вид

$$Q(p)I_{2*} + R(p)F\left[I_2\right] = R(p)F\left[\gamma\right]\cos\omega_в t, \quad (2)$$

где $Q(p) = LCp^2 + (LY + Cr)p + 1 + rY$, $R(p) = Cp + Y$.

Решение (2) ищем в виде

$$I_{2*} = A_в \sin\left(\omega_в t + \varphi\right),$$

где $\omega_в = 2\pi/T$; $A_в$ – амплитуда вынужденных колебаний.

Изобразим нелинейность $F[I_2]$ (рис. 4).

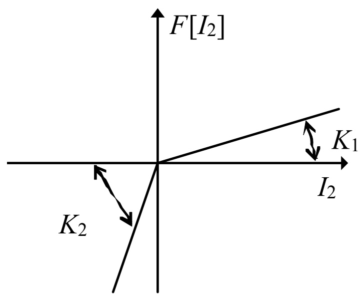

Рис. 4

Нелинейность $F[I_2]$ после гармонической линеаризации определится равенством

$$F\left[I_2\right] = F^0\left[A_в, I_2^0 + I_{21}\right] + q\left(A_в, I_2^0 + I_{21}\right)I_{2*}. \quad (3)$$

Коэффициент $q(A_в, I_2^0 + I_{21}) = 0$, так как нелинейность $F[I_2]$ однозначна. Обозначим $I_2^0 + I_{21} = I_{20}$. Выражения для F^0 и q имеют вид, представленный на рис. 4 [3]:

$$F^0 = \frac{K_1 + K_2}{2}I_{20} + \frac{K_1 - K_2}{\pi} \times$$
$$\times \left(I_{20}\arcsin\frac{I_{20}}{A_в} + A_в\sqrt{1 - \frac{I_{20}^2}{A_в^2}}\right), \quad (4)$$

$$q = \frac{K_1 + K_2}{2} + \frac{K_1 - K_2}{\pi}\left(\arcsin\frac{I_{20}}{A_в} + \frac{I_{20}}{A_в}\sqrt{1 - \frac{I_{20}^2}{A_в^2}}\right).$$

В уравнение (2) подставляем второе слагаемое из (3), где q определяется из второго уравнения (4). Параметры $A_в$ и φ вынужденного автоколебательного режима определяются из равенств

$$A_B^2 = F[\gamma]^2 \frac{\left|R(j\omega_{\text{в}})\right|^2}{\left|Q(j\omega_{\text{в}}) + q(I_{20}, A_{\text{в}})R(j\omega_{\text{в}})\right|^2}, \tag{5}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \arg\left[Q(j\omega_B) + R(j\omega_B)q(I_{20}, A_B)\right] + $$
$$+ \arg\left[R(j\omega_B)\right].$$

Выражения (5) определены с учетом

$$F[\gamma]\cos\omega_{\text{в}}t = F[\gamma]\sin\left(\omega_{\text{в}}t + \frac{\pi}{2}\right) =$$

$$= \frac{F[\gamma]}{A_B}\left[\cos\varphi\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{\sin\left(\varphi - \dfrac{\pi}{2}\right)}{\omega_{\text{в}}}t\right] I_{2*}.$$

В результате решения (5) можно определить зависимость $F^0(I_{20}, A_{\text{в}})$ от F[γ], т. е. $F_1^0\left(I_{20}, F[\gamma]\right)$, которая в дальнейшем используется для определения автоколебательного режима и решения уравнения для постоянных составляющих. Для этого $F_1^0\left(I_{20}, F[\gamma]\right)$ представим в виде

$$F_1^0\left(I_{20}, F[\gamma]\right) = \Phi^0\left(I_{20}^0, F^0[\gamma]\right) + \mu_1 I_{21} + \mu_2 A_1, \tag{6}$$

где $I_{20}^0, F^0[\gamma]$ – постоянные составляющие; A_1 – амплитуда первой гармоники вынужденных автоколебаний; $\mu_1 = \left.\dfrac{\partial F_1^0}{\partial I_{20}}\right|_{I_{20}^0,\, F^0[\gamma]}$, $\mu_2 = \left.\dfrac{\partial F_1^0}{\partial F[\gamma]}\right|_{I_{20}^0,\, F^0[\gamma]}$.

Нелинейность F[γ] можно представить через коэффициенты гармонической линеаризации относительно автоколебаний в системе:

$$F[\gamma] = \Phi_1^0\left(A_\gamma, \gamma^0\right) + q_\gamma\left(A_\gamma, \gamma^0\right)\gamma_1. \tag{7}$$

В (7) предполагается, что решение задачи определения автоколебательного режима в системе ищется в виде

$$\gamma = \gamma^0 + \gamma_1 = \gamma^0 + A_\gamma \sin\omega t.$$

Тогда

$$F^0[\gamma] = \Phi_1^0\left(A_\gamma, \gamma^0\right), \quad A_1 = q_\gamma\left(A_\gamma, \gamma^0\right)\gamma_1,$$

где параметры автоколебательного режима определяются формулами

$$\Phi_1^0\left(A_\gamma, \gamma^0\right) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{2E}{\pi}\sin\left(\pi\left(\gamma^0 + A_\gamma\sin\psi\right)\right)d\psi,$$

$$q_\gamma\left(A_\gamma, \gamma^0\right) = \frac{1}{\pi A_\gamma}\int_0^{2\pi}\frac{2E}{\pi}\sin\left(\pi\left(\gamma^0 + A_\gamma\sin\psi\right)\right)\sin\psi\, d\psi$$

Проведя интегрирование в (8), получим

$$\Phi_1^0\left(A_\gamma, \gamma^0\right) = \frac{2E\sin\pi\gamma^0}{\pi}J_0\left(\pi A_\gamma\right),$$

$$q_\gamma\left(A_\gamma, \gamma^0\right) = \frac{4E\sin\pi\gamma^0}{\pi A_\gamma}J_1\left(\pi A_\gamma\right),$$

где $J_0\left(\pi A_\gamma\right)$, $J_1\left(\pi A_\gamma\right)$ – функции Бесселя первого рода соответственно нулевого и первого порядка.

С учетом (6) и (7) уравнение для определения параметров автоколебательного режима примет вид

$$N(p) + \mu_2 q_\gamma\left(A_\gamma, \gamma^0\right) = 0, \tag{9}$$

где

$$N(p) = E + kp\left[1 + Y(\mu_1 + r)\right] +$$
$$+ k\left[LY + C(\mu_1 + r)\right]p^2 + kLCp^3.$$

Уравнение для постоянных составляющих:

$$E\gamma^0 - U_{\text{оп}}(1 + rY) - \Phi^0\left[I_2^0, \Phi_1^0\left(A_\gamma, \gamma^0\right)\right] = 0. \tag{10}$$

Из (9) определяются параметры автоколебательного режима:

$$\omega_K^2 = \frac{1 + Y(\mu_1 + r)}{LC},$$

$$q_\gamma\left(A_\gamma, \gamma^0\right) = \frac{-E \cdot k\left[LY + C(\mu_1 + r)\right]\omega_K^2}{\mu_2}. \tag{11}$$

Следует отметить, что вместо $F_1^0\left(I_{20}, F[\gamma]\right)$, решая (5) и (10) совместно, можно определить нелинейную зависимость $F_2^0\left(I_{20}, \gamma\right)$. Тогда, применив к ней разложение в ряд Тейлора и ограничившись первыми членами, можно найти

$$F_2^0\left(I_{20}, \gamma\right) = \Phi_2^0\left(I_2^0, \gamma^0\right) + \eta_1 I_{21} + \eta_2\gamma_1, \tag{12}$$

где $\eta_1 = \left.\dfrac{\partial F_2^0}{\partial I_{20}}\right|_{I_2^0, \gamma^0}$, $\eta_2 = \left.\dfrac{\partial F_2^0}{\partial \gamma}\right|_{I_2^0, \gamma^0}$.

В этом случае уравнения, аналогичные (10) и (11), примут вид

$$E\gamma^0 - U_{\text{оп}}(1 + rY) - \Phi_2^0\left(I_2^0, \gamma^0\right) = 0, \tag{13}$$

$$\omega_K^2 = \frac{1 + Y(\eta_1 + r)}{LC}, \tag{14}$$

$$\eta_2 = E - k\left[LY + C(\eta_1 + r)\right]\omega_K^2.$$

Преобразованием (12) проведена обычная линеаризация нелинейности F[γ]. Это можно делать только при значении γ, близком к нулю или единице. Провести же аналитически гармоническую линеаризацию $F_1^0\left(I_{20}, \gamma\right)$ затруднительно. Кроме того, как показывают исследования, характеристика (8) $F_1^0\left(I_{20}, F[\gamma]\right)$ в широком диапазоне изменения I_{20} и $F[\gamma]$ близка к линейной. Так что погрешность от преобразования (6) гораздо меньше, чем (12). Но при малых и больших значениях γ можно пользоваться уравнениями (12)–(14).

Нахождение граничных значений параметров фильтра, определяющих области устойчивости, производилось по уравнениям (11). Зависимости относительного значения постоянной времени выходного фильтра $\sqrt{LC}/T$ приведены на рис. 5 и 6, где T – период частоты преобразования, от относительного изменения напряжения на источнике $U_1 / U_{1ном}$, где $U_{1ном} = 1,5 \cdot U_{1опт}$. Линии 1, отражающие границы устойчивости для режима непрерывных токов дросселя, определялись по линеаризованной системе уравнений (1), линии 2 по (11). Линии 3 отражают значения относительной постоянной времени фильтра, обеспечивающего заданный коэффициент пульсации.

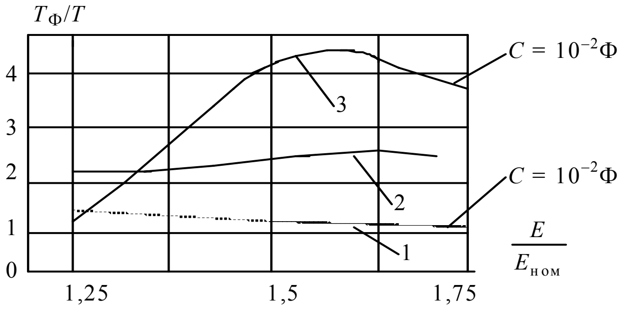

Рис. 5

Таким образом, графики показывают, что режим прерывистых токов дросселя фильтра расширяет область устойчивости. С возрастанием емкости выходного конденсатора и уменьшением сопротивления нагрузки увеличивается граничное значение постоянной времени фильтра. Однако даже при достаточно большом значении C и номинальной нагрузке затруднительно обеспечить низкий уровень пульсации выходного напряжения и одновременно добиться устойчивости стабилизатора при астатическом управлении.

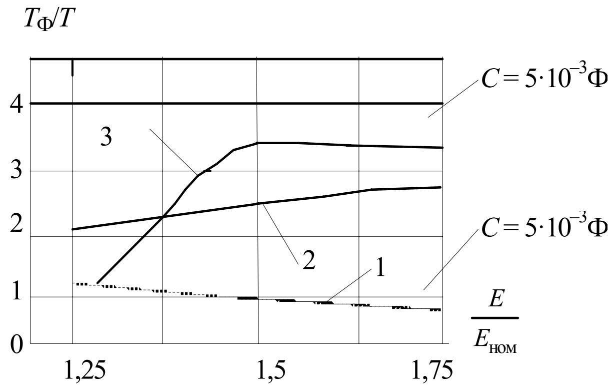

Рис. 6

Библиографические ссылки

1. Ловчиков А. Н. Анализ и синтез широтно-импульсных систем // Информатика и системы управления : межвуз. сб. науч. тр. / отв. ред. А. Н. Ловчиков, Б. П. Соустин / Краснояр. гос. техн ун-т. Красноярск, 1997. С. 140–147.
2. Математические основы теории автоматического регулирования : в 2 т. Т. 2. / под. ред. Б. К. Чемоданова. М. : Высш. шк., 1977.
3. Попов Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М. : Наука,1988.

A. N. Lovchikov

STABILITY OF PULSE-WIDTH MODULATION STABILIZER IN MODE OF INTERMITTENT CURRENTS

In its article, on the basis of the offered by the author new approach to analysis and synthesis of pulse-duration systems, the dynamics of pulse-width modulation stabilizer of tension in the most complex run of pulsating currents is investigated.

Keywords: pulse-width modulation stabilizer, condition of intermittent currents.