Протокол выбора компонентов программной системы многоатрибутивного выбора компонентов гарантоспособной системы управления и обработки информации представлен на рис. 2 в части окна с заголовком «Отчет».

В верхней правой части окна (см. рис. 2) приведено значение надежности формируемой системы управления и обработки информации, которая выступает ограничением при выборе компонентов.

Таким образом, в данной статье выполнена формализация постановки задачи формирования оптимальной структуры системы управления и обработки информации. Согласно данной формализации, при развитии системы управления и обработки информации обеспечивается повышение уровня ее надежности за счет резервирования элементов отдельных подсистем при условии, что ресурсы использованы не полностью.

В результате теоретических исследований, проведенных при тестировании программного комплекса, подтверждена высокая эффективность мультиверсионной методологии при разработке гарантоспособных систем управления и обработки информации и целесообразность ее применения в таких критичных областях, как космические системы, распределенные вычисления, а также управление и обработка информации.

Результаты работы позволят решать задачи по формированию и развитию структуры систем управления и обработки информации, обеспечивающей гарантоспособность функционирования систем данного класса.

Библиографические ссылки

1. Теоретические основы проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов / В. В. Кульба, Е. А. Микрин, Б. В. Павлов, В. Н. Платонов. М. : Наука, 2006.

2. Синтез и управление развитием кластерных структур АСУ космических систем / Р. Ю. Царев, Д. В. Капулин, А. В. Штарик, Е. Н. Штарик // Вестник СибГАУ. 2012. № 2 (42). С. 80–84.

3. Оценка транзакционной надежности современных систем управления и обработки информации / Р. Ю. Царев, А. В. Штарик, Е. Н. Штарик, О. И. Завьялова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2012. № 6. С. 29–32.

4. Антамошкин А. Н., Колташев А. А. Технологические аспекты создания бортового программного обеспечения спутников связи // Вестник СибГАУ. 2005. Вып. 3. С. 93–95.

5. Практическая реализация надежностного анализа архитектуры программной системы / Е. В. Гражданцев, М. А. Русаков, О. И. Завьялова, Р. Ю. Царев // Вестник СибГАУ. 2008. Вып. 1 (18). С. 37–40.

6. Оценка времени выполнения мультиверсионных программ на кластере с последовательной и параллельной архитектурой обмена данными / И. В. Ковалев, П. В. Ковалев, В. С. Скориков, С. Н. Гриценко // Вестник СибГАУ. 2009. Вып. 2 (23). С. 79–83.

R. Yu. Tsarev, D. V. Kapulin, D. V. Mashurova, Ya. A. Tynchenko, D. N. Kovtanyuk

MULTIPLE ATTRIBUTE COMPOSITION OF DEPENDABLE CONTROL AND DATA PROCESSING SYSTEMS

The article presents a model of composition of dependable control and data processing system. An iterative procedure of dependable system composition is proposed. Software system of multiple attribute of choice of components of dependable control and data processing system is presented.

Keywords: control and data processing system, optimization, dependability.

УДК 519. 95

Т. К. Юлдашев

О СЛАБОЙ РАЗРЕШИМОСТИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ С ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИМ ОПЕРАТОРОМ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ

Изучаются вопросы слабой разрешимости смешанной задачи для нелинейного дифференциального уравнения с псевдопараболическим оператором произвольной натуральной степени.

Ключевые слова: слабая разрешимость, интегральное тождество, счетная система нелинейных интегральных уравнений, метод последовательных приближений.

В области D рассматривается уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+(-1)^m \nu \frac{\partial^{2m+1}}{\partial t\,\partial x^{2m}}+\nu\mu\,\frac{\partial^{4m+1}}{\partial t\,\partial x^{4m}}+\frac{\partial^{4m}}{\partial x^{4m}}\right)^n \times \tag{1}$$

$$\times\, u(t,x)=f\,\big(t,x,u(t,x)\big)$$

с начальными

$$u(t,x)_{|t=0}=\varphi_1(x),$$

$$\frac{\partial^{j-1}}{\partial t^{j-1}}u(t,x)_{|t=0}=\varphi_j(x),\ \ j=\overline{2,n} \tag{2}$$

и граничными условиями

$$
\begin{aligned}
&u(t,x)_{|x=0} = u_{xx}(t,x)_{|x=0} = \ldots \\
&= \frac{\partial^{2(2nm-1)}}{\partial x^{2(2nm-1)}} u(t,x)_{|x=0} = \\
&= u(t,x)_{|x=l} = u_{xx}(t,x)_{|x=l} = \ldots \\
&= \frac{\partial^{2(2nm-1)}}{\partial x^{2(2nm-1)}} u(t,x)_{|x=l} = 0,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где $f(t,x,u) \in C(D \times R)$, $\varphi_j(x) \in C^{2nm+1}(D_l)$, $= \ldots = \varphi_j^{(4nm-2)}(x)_{|x=0} =$ $\varphi_j(x)_{|x=0} = \varphi''_j(x)_{|x=0} =$ $= \varphi_j(x)_{|x=l} = \varphi''_j(x)_{|x=l} = \ldots = \varphi_j^{(4nm-2)}(x)_{|x=l} = 0$, $j = \overline{1,n}$, $D \equiv D_T \times D_l$, $D_T \equiv [\,0,T\,]$, $D_l \equiv [\,0,l\,]$, $0 < l < \infty$, $0 < T < \infty$, $0 < \nu$, μ – малые параметры, n, m – натуральные числа.

Следует отметить, что изучению разного типа линейных и нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и их систем посвящено много работ и при этом применены разные методы [1–3]. В данной работе, в отличие от работ [4; 5], используется метод разделения переменных, основанный на поиске решения смешанной задачи (1)–(3) в виде

$$
u(t,x) = \lim_{N\to\infty} \sum_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{i-1}{N}\right) a_i(t) \cdot b_i(x), \tag{4}
$$

где $b_i(x) = \sqrt{\dfrac{2}{l}} \sin \lambda_i x$, $\lambda_i = \dfrac{i\pi}{l}$.

Обозначается через $W_2^{(k)}(D)$ множество функций $\Phi(t,x)$ таких, что $\Phi(t,x)$, $\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\Phi(t,x), \ldots, \dfrac{\partial^{2(2nm-1)}}{\partial x^{2(2nm-1)}}\Phi(t,x)$ при фиксированном $t \in D_T$ принадлежат области определения оператора $-\dfrac{\partial^{4nm-2}}{\partial x^{4nm-2}}$, имеют производные порядка k по t, принадлежащие $L_2(D)$, и обращаются в нуль при $t \ge T - \delta$ ($0 < \delta -$ зависит от $\Phi(t,x)$).

Определение. Если функция $u(t,x) \in C(D)$ удовлетворяет интегральному тождеству

$$
\begin{aligned}
&\int_0^T\!\!\int_0^l \Bigg\{ u(t,y) \Bigg[\frac{\partial^n}{\partial t^n}\Phi + n\frac{\partial^{n+4m-1}}{\partial t^{n-1}\partial y^{4m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+4m}}{\partial t^{n-2}\partial y^{4m+2}}\Phi + \\
&+ \ldots + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm-2}}{\partial t^2 \partial y^{4nm-4}}\Phi + n\frac{\partial^{4nm-1}}{\partial t\,\partial y^{4nm-2}}\Phi + \frac{\partial^{4nm}}{\partial y^{4nm}}\Phi + \\
&+\nu\Bigg(\frac{\partial^{n+2m}}{\partial t^n \partial y^{2m}}\Phi + n\frac{\partial^{n+6m-1}}{\partial t^{n-1}\partial y^{6m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+6m}}{\partial t^{n-2}\partial y^{6m+2}}\Phi + \\
&+ \ldots + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm+2m-2}}{\partial t^2 \partial y^{4nm+2m-4}}\Phi + n\frac{\partial^{4nm+2m-1}}{\partial t\,\partial y^{4nm+2m-2}}\Phi \Bigg) + \\
&+\nu\mu\Bigg(\frac{\partial^{n+4m}}{\partial t^n \partial y^{4m}}\Phi + n\frac{\partial^{n+8m-1}}{\partial t^{n-1}\partial y^{8m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+8m}}{\partial t^{n-2}\partial y^{8m+2}}\Phi + \\
&+ \ldots + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm+4m-2}}{\partial t^2 \partial y^{4nm+4m-4}}\Phi + n\frac{\partial^{4nm+4m-1}}{\partial t\,\partial y^{4nm+4m-2}}\Phi \Bigg) \Bigg] - f\Phi \Bigg\} \times \\
&\times dy\,dt = \int_0^l \varphi_1(y) \Bigg[\frac{\partial^{n-1}}{\partial t^{n-1}}\Phi + n\frac{\partial^{n+4m-2}}{\partial t^{n-2}\partial y^{4m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2} \times \\
&\frac{\partial^{n+4m-1}}{\partial t^{n-3}\partial y^{4m+2}}\Phi + \ldots + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm-3}}{\partial t\,\partial y^{4nm-4}}\Phi + n\frac{\partial^{4nm-2}}{\partial y^{4nm-2}}\Phi + \\
&+\nu\Bigg(\frac{\partial^{n+2m-1}}{\partial t^{n-1}\partial y^{2m}}\Phi + n\frac{\partial^{n+6m-2}}{\partial t^{n-2}\partial y^{6m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+6m-1}}{\partial t^{n-3}\partial y^{6m+2}}\Phi + \\
&+ \ldots + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm+2m-3}}{\partial t\,\partial y^{4nm+2m-4}}\Phi + n\frac{\partial^{4nm+2m-2}}{\partial y^{4nm+2m-2}}\Phi \Bigg) + \\
&+\nu\mu\Bigg(\frac{\partial^{n+4m-1}}{\partial t^{n-1}\partial y^{4m}}\Phi + n\frac{\partial^{n+8m-2}}{\partial t^{n-2}\partial y^{8m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+8m-1}}{\partial t^{n-3}\partial y^{8m+2}}\Phi + \\
&+ \ldots + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm+4m-3}}{\partial t\,\partial y^{4nm+4m-4}}\Phi + n\frac{\partial^{4nm+4m-2}}{\partial y^{4nm+4m-2}}\Phi \Bigg) \Bigg]_{t=0} dy - \\
&-\int_0^l \varphi_2(y) \Bigg[\frac{\partial^{n-2}}{\partial t^{n-2}}\Phi + n\frac{\partial^{n+4m-3}}{\partial t^{n-3}\partial y^{4m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+4m-2}}{\partial t^{n-4}\partial y^{4m+2}}\Phi + \\
&+ \ldots + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\frac{\partial^{4nm-5}}{\partial t\,\partial x^{4nm-6}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm-4}}{\partial x^{4nm-4}}\Phi + \\
&+\nu\Bigg(\frac{\partial^{n+2m-2}}{\partial t^{n-2}\partial y^{2m}}\Phi + n\frac{\partial^{n+6m-3}}{\partial t^{n-3}\partial y^{6m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+6m-2}}{\partial t^{n-4}\partial y^{6m+2}}\Phi + \\
&\ldots + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\frac{\partial^{4nm+2m-5}}{\partial t\,\partial y^{4nm+2m-6}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm+2m-4}}{\partial y^{4nm+2m-4}}\Phi \Bigg) + \\
&+\nu\mu\Bigg(\frac{\partial^{n+4m-2}}{\partial t^{n-2}\partial y^{4m}}\Phi + n\frac{\partial^{n+8m-3}}{\partial t^{n-3}\partial y^{8m}}\Phi + \\
&\frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{n+8m-2}}{\partial t^{n-4}\partial y^{8m+2}}\Phi + \ldots + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \times \\
&\times \frac{\partial^{4nm+4m-5}}{\partial t\,\partial y^{4nm+4m-6}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4nm+4m-4}}{\partial y^{4nm+4m-4}}\Phi \Bigg) \Bigg]_{t=0} dy + \ldots - \\
&-\int_0^l \varphi_{n-2}(y) \Bigg[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi + n\frac{\partial^{4m+1}}{\partial t\,\partial y^{4m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{4m+2}}{\partial y^{4m+2}}\Phi + \\
&+\nu\Bigg(\frac{\partial^{2m+2}}{\partial t^2 \partial y^{2m}}\Phi + n\frac{\partial^{6m+1}}{\partial t\,\partial y^{6m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{6m+2}}{\partial y^{6m+2}}\Phi \Bigg) + \\
&+\nu\mu\Bigg(\frac{\partial^{4m+2}}{\partial t^2 \partial y^{4m}}\Phi + n\frac{\partial^{8m+1}}{\partial t\,\partial y^{8m}}\Phi + \frac{n(n-1)}{2}\frac{\partial^{8m+2}}{\partial y^{8m+2}}\Phi \Bigg) \Bigg]_{t=0} dy +
\end{aligned}
$$

$$+\int_0^l \varphi_{n-1}(y)\left[\frac{\partial}{\partial t}\Phi+n\frac{\partial^{4m}}{\partial y^{4m}}\Phi+\nu\left(\frac{\partial^{2m+1}}{\partial t\,\partial y^{2m}}\Phi+n\frac{\partial^{6m}}{\partial y^{6m}}\Phi\right)+\right.$$

$$\left.+\nu\mu\left(\frac{\partial^{4m+1}}{\partial t\,\partial y^{4m}}\Phi+n\frac{\partial^{8m}}{\partial y^{8m}}\Phi\right)\right]_{t=0}dy-$$

$$-\int_0^l \varphi_n(y)\left[\Phi+\nu\frac{\partial^{2m}}{\partial y^{2m}}\Phi+\nu\mu\frac{\partial^{4m}}{\partial y^{4m}}\Phi\right]_{t=0}dy$$

для любого $\Phi(t,x)\in W_2^{(n)}(D)$, то она называется слабым решением смешанной задачи (1)–(3).

В силу (4) из определения смешанной задачи (1)–(3) следует:

$$a_i(t)=w_i(t)+$$
$$+\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,\lim_{N\to\infty}\sum_{j=1}^N\left(1-\frac{j-1}{N}\right)a_j(s)b_j(y)\right)\times$$
$$\times P_i(t,s)\,b_i(y)\,dy\,ds;$$

т. е.

$$u(t,x)=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^N\left(1-\frac{i-1}{N}\right)a_i(t)\cdot b_i(x)=$$
$$=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^N\left(1-\frac{i-1}{N}\right)b_i(x)\Big[w_i(t)+$$
$$\left.+\int_0^t\int_0^l f\left(s,y,\lim_{N\to\infty}\sum_{j=1}^N\left(1-\frac{j-1}{N}\right)a_j(s)b_j(y)\right)P_i(t,s)b_i(y)\,dy\,ds\right];$$

$$w_i(t)=\sum_{k=1}^n\phi_{ki}\frac{t^{k-1}}{(k-1)!}\sum_{j=k}^n\theta_{1i}^{j-k}(\nu,\mu)\frac{t^{j-k}}{(j-k)!}\cdot\exp\{-\theta_{1i}(\nu,\mu)t\};$$

$$P_i(t,s)=\frac{(n-1)!(t-s)^{n-1}}{\theta_{0i}^n(\nu,\mu)}\cdot\exp\{-\theta_{1i}(\nu,\mu)(t-s)\};$$

$$\theta_{1i}^n(\nu,\mu)=\frac{\lambda_i^{4nm}}{\theta_{0i}^n(\nu,\mu)},$$

$$\theta_{0i}^n(\nu,\mu)=\left(1+\nu\lambda_i^{2m}+\nu\mu\,\lambda_i^{4m}\right)^n.$$

Теорема. Пусть выполняются следующие условия.

1. Функция $f(t,x,u)$ при фиксированном $t\in D_T$ непрерывна по $(x,u)\in D_l\times R$ и удовлетворяет условию Гельдера по x.

2. $f(t,x,u)\in \mathrm{Lip}\left\{g(t)_{|u}\right\}$, где $0<\int_0^t g(s)\,ds<\infty$;

3. $\left\|f\left(t,x,u_0(t,x)\right)\right\|_C\le g(t)$.

4. $u_0(t,x)\in C^1(D)$,

где

$$u_0(t,x)=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^N\left(1-\frac{i-1}{N}\right)w_i(t)\cdot b_i(x).$$

Тогда уравнение

$$u(t,x)=u_0(t,x)+$$
$$+\int_0^t\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^N\left(1-\frac{i-1}{N}\right)f_i(u)\cdot b_i(x)P_i(t,s)\,ds, \tag{5}$$

где $f_i(u)=\int_0^l f(s,y,u(t,y))\,b_i(y)\,dy$ имеет единственное решение в классе $C^1(D)$.

Доказательство. Если $u(t,x)\in C(D)$, то

$$\left|\sum_{i=1}^N\left[\int_0^l\left(1-\frac{i-1}{N}\right)f\left(t,y,u_0(t,y)\right)b_i(y)\,dy\right]b_i(x)\right|$$
$$\le\max_x\left|f\left(t,x,u_0(t,x)\right)\right|\le g(t)$$

и

$$\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^N\left[\int_0^l\left(1-\frac{i-1}{N}\right)f\left(t,y,u_0(t,y)\right)b_i(y)\,dy\right]\cdot b_i(x)=$$
$$=f\left(t,x,u_0(t,x)\right),$$

причем сходимость равномерна по x для любого $t\in D_T$.

Так как функция $f\left(t,x,u(t,x)\right)$ удовлетворяет условию Гельдера, ее частичные суммы равномерно ограничены:

$$\left|\sum_{i=1}^N f_i(u)b_i(x)\right|\le\delta_1\cdot\|f(u)\|_C,\quad 0<\delta_1=\mathrm{const}.$$

Рассмотрим следующий итерационный процесс:

$$u_{k+1}(t,x)=u_0(t,x)+$$
$$+\int_0^t\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^N\left(1-\frac{i-1}{N}\right)f_i(u_k)\cdot b_i(x)\,P_i(t,s)\,ds, \tag{6}$$

где

$$f_i(u_k)=\int_0^l f\left(s,y,u_k(t,y)\right)b_i(y)\,dy,\quad k=0,1,2,\ldots.$$

Тогда из (6) следуют оценки

$$\left\|u_1(t,x)-u_0(t,x)\right\|_{C(D)}\le$$
$$\le\int_0^t\left|\left[\int_0^l\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^N\left(1-\frac{i-1}{N}\right)f_i(u)\,b_i(y)\,dy\right]b_i(x)P_i(t,s)\right|ds\le$$
$$\le\int_0^t\|f_i(u)\|_{C(D)}\cdot P_i(t,s)\,ds\le\int_0^t g(s)\,ds, \tag{7}$$

$$\left\|u_{k+1}(t,x)-u_k(t,x)\right\|_{C(D)}\le\frac{1}{(k+1)!}\left[\int_0^t g(s)\,ds\right]^{k+1}. \tag{8}$$

Из (7) и (8) следует равномерная сходимость при $k\to\infty$ последовательности функций $\left\{u_k(t,x)\right\}_{k=1}^{\infty}$ к функции $u(t,x)$, которая является решением уравнения (5). Единственность решения уравнения (5) следует из оценки

$$\| u(t,x) - \vartheta(t,x) \|_{C(D)} \leq$$
$$\leq \int_0^t g(s) \| u(s,x) - \vartheta(s,x) \|_{C(D)} ds, \quad (9)$$

если предположим, что уравнение (5) имеет два решения $u(t,x)$ и $\vartheta(t,x)$ в области D и применимj к (9) неравенства Гронуолла–Беллмана.

Библиографические ссылки

1. Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М. : Наука, 1967.

2. Нахушев А. М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги и грунтовых вод // Дифференц. уравнения. 1982. Т. 18, № 1. С. 72–81.

3. Похожаев С. И. Об априорных оценках и градиентных катастрофах гладких решений гиперболических систем законов сохранения // Тр. МИ РАН. 2003. Т. 243. С. 257–288.

4. Юлдашев Т. К. Смешанная задача для нелинейного интегро-дифференциального уравнения, содержащего куб параболического оператора // Вестник СибГАУ. 2011. Вып. 2 (35). С. 96–100.

5. Юлдашев Т. К. Смешанная задача для нелинейного дифференциального уравнения четвертого порядка с малым параметром при параболическом операторе // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2011. Т. 51, № 9. С. 1703–1711.

T. K. Yuldashev

ON FEEBLE SOLUBILITY OF MIXED PROBLEM FOR NONLINEAR EQUATION WITH PSEUDO-PARABOLIC OPERATOR OF HIGH DEGREE

The author studies problems of feeble solubility of mixed value problem for nonlinear partial differential equations with pseudo-parabolic operator of arbitrary natural power.

Keywords: weak solubility, integral identity, countable system of nonlinear equations, method of successive approximations.