

В. М. Белолипецкий, Т. В. Пискажова, М. В. Емельяшин

ТЕПЛОВАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ
ТЕХНОЛОГИЕЙ ЭЛЕКТРОЛИЗА АЛЮМИНИЯ

Представлена тепловая динамическая модель алюминиевого электролизера, разработанная для управления технологическим процессом в режиме реального времени. Модель построена на основе схематизации электролизера по характерным областям и использования нульмерных подмоделей.

Алюминиевый электролизер для производства алюминия – это прежде всего тепловой агрегат, 50 % мощности которого теряется в окружающую среду. Поэтому для управляющих систем очень важно поддерживать на электролизере такой тепловой режим, который обеспечивал бы условия эффективной работы, постоянство оптимальной толщины застывшего электролита на стенках ванны для предохранения бортовых блоков от разрушения агрессивным расплавом, а также по возможности снижать потери энергии в окружающую среду. Поэтому в математической модели, включенной в систему управления, очень важно достоверно имитировать теплообмен электролизера с окружающей средой, изменение температур жидких и твердых слоев, плавление и образование настывли (изменение формы рабочего пространства). При этом, поскольку управляющее решение принимается в режиме реального времени, расчеты должны быть очень быстрыми, мгновенными.

Некоторые блоки тепловой модели представлены в [1; 2].

Здесь рассматривается комплекс математических моделей теплообмена всех блоков алюминиевого электролизера.

Электролизер для производства алюминия представляет собой футерованную угольными материалами ванну, содержащую два жидких высокотемпературных слоя – электролит и металл. Металл в электрохимическом процессе играет роль катода. Сверху в расплавленный электролит погружен угольный анод. В работе будем рассматривать электролизер Содерберга с самообжигающимся анодом (рис. 1). В каждой выделенной области тепловой режим рассчитывается по соответствующим подмоделям, с учетом теплообмена со смежными областями. Уравнения теплового баланса (нульмерные модели) составляются для глинозема, корки, электролита, металла, катода, дна и боковой стенки с настывью, имеющими средние температуры.

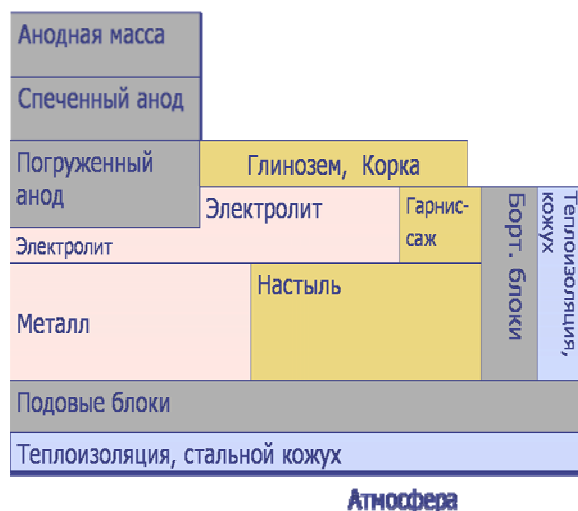


Рис. 1. Схема для тепловых расчетов

Нульмерная модель для оценки динамики температуры в заданном объеме среды. Рассмотрим вывод математической модели для исследования динамики средней температуры выделенного объема среды. Пусть Ω – заданный объем, Γ – его граница. Температура среды определяется по уравнению теплопроводности:

$$c\rho \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(T \cdot \vec{V}) \right] = \text{div}(\lambda \nabla T) + f, \quad (1)$$

здесь T – температура, c – удельная теплоемкость, ρ – плотность, λ – коэффициент теплопроводности, $\vec{V}$ – вектор скорости движения среды, f – внутренние источники тепла.

Граничные условия на границе Γ составляют

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = Q_{\Gamma}, \quad \vec{V} = 0.$$

Проинтегрируем уравнение (1) по объему Ω :

$$c\rho \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega + c\rho \int_{\Omega} \text{div}(T \vec{V}) d\Omega = \int_{\Omega} \text{div}(\lambda \nabla T) d\Omega + \int_{\Omega} f d\Omega. \quad (2)$$

Введем средние значения температуры и источника в рассматриваемом объеме:

$$\bar{T} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} T d\Omega, \quad \frac{d\bar{T}}{dt} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} d\Omega, \quad \bar{f} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} f d\Omega.$$

Учитывая формулу Гаусса-Остроградского:

$$\int_{\Omega} \operatorname{div}(\bar{A}) d\Omega = \int_{\Gamma} \bar{A} \cdot \bar{n} d\Gamma,$$

из (2) получаем

$$\operatorname{ср} \Omega \frac{d\hat{T}}{dt} + \operatorname{ср} \int_{\Gamma} TV_n d\Gamma = \int_{\Gamma} (\lambda \frac{\partial T}{\partial n}) d\Gamma + \Omega \hat{f}. \quad (3)$$

Так как $V_n|_{\Gamma} = 0$, $\lambda \frac{\partial T}{\partial n}|_{\Gamma} = Q_{\Gamma}$, то из (3) следует

$$cM \frac{d\hat{T}}{dt} = \int_{\Gamma} Q_{\Gamma} d\Gamma + \Omega \hat{f}, \quad (4)$$

где $M = \rho \Omega$ – масса среды в объеме Ω .

Следовательно, средняя температура явно не зависит от скоростей течения среды, однако от характеристик течений и неравномерности распределения температуры, зависят потоки через границу Q_{Γ} .

При использовании модели (4) эффекты конвективного переноса турбулентного обмена можно учитывать с помощью эффективного коэффициента теплопроводности. Этот коэффициент оценивается на основе использования натуральных данных для исследуемого объекта.

Способ оценки теплообмена между смежными слоями. Рассмотрим две произвольные смежные области «i» и «j». Оценим теплообмен между данными областями с использованием одномерных стационарных приближений:

$$T_i = a_i + b_i z, \quad T_j = a_j + b_j z,$$

где z – координата, направленная поперек слоя; T_i, T_j – температуры соответствующих слоев. Отсюда для средних температур в рассматриваемых слоях получаем соотношения:

$$\hat{T}_i = a_i + 0,5 b_i \Delta z_i; \quad \hat{T}_j = a_j + 0,5 b_j \Delta z_j, \quad (5)$$

где $\Delta z_i, \Delta z_j$ – толщины соответствующих слоев.

На границе раздела слоев выполняются условия непрерывности температуры и потоков тепла:

$$a_i + b_i \Delta z_i = a_j; \quad \lambda_i b_i = \lambda_j b_j. \quad (6)$$

Теплообмен между слоями рассчитывают по формуле

$$Q_{i-j} = S_{i-j} \lambda_i b_i, \quad (7)$$

где S_{i-j} – площадь границы раздела слоев.

Определим теплообмен между рассматриваемыми слоями по средним температурам

$$Q_{i-j} = S_{i-j} \kappa_{i-j} (\hat{T}_j - \hat{T}_i), \quad (8)$$

здесь κ_{i-j} – коэффициент теплопередачи. Из соотношений (5)–(8) находим

$$\kappa_{i-j} = 2 \left(\frac{\Delta z_i}{\lambda_i} + \frac{\Delta z_j}{\lambda_j} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Для известных средних температур в смежных слоях теплообмен между ними вычисляется по (8), (9).

Теплообмен в горизонтальных слоях расплавов и катода. Тепло, полученное от прохождения электрического тока, выделяется большей частью в электролите, здесь же оно и расходуется на основную реакцию. Теплообмен в областях глинозема, корки, электролита, металла, катода, дна описывается уравнениями относительно средних температур:

$$c_{\text{Э}} M_{\text{Э}} \cdot \frac{d\hat{T}_{\text{Э}}}{dt} = Q_1 + Q_{\text{ан}} - Q_{\text{Э-Н}} - Q_{\text{Э-М}} - Q_{\Gamma} - Q_{\text{р}} - Q_{\text{Э-кор}};$$

$$c_{\text{М}} M_{\text{М}} \cdot \frac{d\hat{T}_{\text{М}}}{dt} = Q_{\text{Э-М}} - Q_{\text{М-Н}} - Q_{\text{М-к}};$$

$$c_{\Gamma} M_{\Gamma} \cdot \frac{d\hat{T}_{\Gamma}}{dt} = Q_{\text{кор-}\Gamma} - Q_{\Gamma-\text{ат}}; \quad (10)$$

$$c_{\text{кор}} M_{\text{кор}} \cdot \frac{d\hat{T}_{\text{кор}}}{dt} = Q_{\text{Э-кор}} - Q_{\text{кор-}\Gamma};$$

$$c_{\text{к}} M_{\text{к}} \cdot \frac{d\hat{T}_{\text{к}}}{dt} = Q_{\text{М-к}} - Q_{\text{к-дн}} + Q_{q\text{к}};$$

$$c_{\text{дн}} M_{\text{дн}} \cdot \frac{d\hat{T}_{\text{дн}}}{dt} = Q_{\text{к-дн}} - Q_{\text{дн-ат}},$$

где $\hat{T}_i$ – средние температуры соответствующих слоев; Q_1 – приход тепла от электроэнергии в электролите; $Q_{\text{ан}}$ – теплообмен с анодом; c_i – удельные теплоемкости соответствующих материалов; M_i – массы соответствующих областей; Q_{Γ} – потери тепла на нагрев и растворение глинозема; $Q_{\text{р}}$ – расход тепла на основную реакцию; $Q_{q\text{к}}$ – тепловой поток от внутреннего источника тепла в катоде. Потоки тепла через границы соответствующих слоев рассчитывают по формулам

$Q_{\text{Э-Н}} = S_{\text{Э-Н}} \cdot \alpha_{\text{Э-Н}} (\hat{T}_{\text{Э}} - T_{\text{лик}}^{\text{Э}})$ – тепловой поток из электролита в настывль;

$T_{\text{лик}}^{\text{Э}}$ – температура ликвидуса электролита;

$Q_{\text{Э-М}} = S_{\text{Э-М}} \cdot \kappa_{\text{Э-М}} (\hat{T}_{\text{Э}} - \hat{T}_{\text{М}})$ – тепловой поток из электролита в металл;

$Q_{\text{Э-кор}} = \lambda_{\text{Э}} b_{\text{Э}} S_{\text{Э-кор}}$ – тепловой поток из электролита в корку; ($\lambda_{\text{Э}}$ – теплопроводность электролита);

$Q_{\text{кор-Г}} = S_{\text{кор-Г}} \cdot \kappa_{\text{кор-Г}} (\hat{T}_{\text{кор}} - \hat{T}_{\text{Г}})$ – тепловой поток от корки к глинозему;

$Q_{\text{М-к}} = S_{\text{М-к}} \cdot \kappa_{\text{М-к}} (\hat{T}_{\text{М}} - \hat{T}_{\text{к}})$ – тепловой поток из металла в катод;

$Q_{\text{М-н}} = S_{\text{М-н}} \cdot \alpha_{\text{М-н}} (\hat{T}_{\text{М}} - T_{\text{лик}}^{\text{М}})$ – тепловой поток из металла в настыл ($T_{\text{лик}}^{\text{М}}$ – температура ликвификации в слое металла);

$Q_{\text{Г-ат}} = S_{\text{Г-ат}} \cdot \alpha_{\text{Г-ат}} (T_{\text{Г}}|_{z=0} - T_{\text{ат}})$ – тепловой поток из глинозема в атмосферу, ($T_{\text{Г}}|_{z=0}$ – температура поверхности глинозема);

$Q_{\text{к-дн}} = S_{\text{к-дн}} \cdot \kappa_{\text{к-дн}} (\hat{T}_{\text{к}} - \hat{T}_{\text{дн}})$ – тепловой поток из угольного катода в теплоизолирующее дно;

$Q_{\text{дн-ат}} = S_{\text{дн-ат}} \cdot \alpha_{\text{дн-ат}} (T_{\text{дн}}|_{\Delta_{\text{дн}}} - T_{\text{ат}})$ – тепловой поток с наружной поверхности дна в атмосферу.

Здесь $S_{\text{Э-н}}, S_{\text{Э-М}}, S_{\text{Э-кор}}, S_{\text{М-н}}, S_{\text{М-к}}, S_{\text{кор-Г}}, S_{\text{Г-ат}}, S_{\text{к-дн}}, S_{\text{дн-ат}}$ – площади соответствующих границ.

Коэффициенты теплоотдачи $\alpha_{\text{Г-ат}}, \alpha_{\text{дн-ат}}, \alpha_{\text{Э-н}}, \alpha_{\text{М-н}}$ считаются заданными.

Для оценки коэффициентов теплопередачи κ_{ij} между горизонтальными слоями и нахождения профиля температур (в вертикальном направлении) используется стационарное приближение:

$$T_i = d_i + b_i z, \quad (11)$$

где $0 \leq z \leq \Delta z_i, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; Δz_i – высота соответствующих областей; $i = 1$ (Г) – слой глинозема; $i = 2$ (кор) – слой корки; $i = 3$ (Э) – слой электролита; $i = 4$ (М) – слой металла; $i = 5$ (к) – слой катода; $i = 6$ (дн) – дно.

Произвольные постоянные b_i, d_i определяют по условиям равенства температур и потоков на границе раздела слоев:

$$d_{\text{Г}} = T_{\text{ат}} + \frac{\lambda_{\text{Э}}}{\alpha_{\text{Г-ат}}} b_{\text{Э}}, \quad b_{\text{кор}} = \frac{\lambda_{\text{Э}}}{\lambda_{\text{кор}}} b_{\text{Э}}, \quad b_{\text{Г}} = \frac{\lambda_{\text{Э}}}{\lambda_{\text{Г}}} b_{\text{Э}},$$

$$b_{\text{М}} = \frac{\lambda_{\text{Э}}}{\lambda_{\text{М}}} b_{\text{Э}}, \quad b_{\text{к}} = \frac{\lambda_{\text{Э}}}{\lambda_{\text{к}}} b_{\text{Э}}, \quad b_{\text{дн}} = \frac{1}{\lambda_{\text{дн}}} \lambda_{\text{Э}} b_{\text{Э}},$$

$$d_{\text{кор}} = d_{\text{Г}} + b_{\text{Г}} \Delta_{\text{Г}}, \quad d_{\text{Э}} = T_{\text{лик}}^{\text{Э}}, \quad d_{\text{М}} = d_{\text{Э}} + b_{\text{Э}} \Delta_{\text{Э}}, \quad (12)$$

$$d_{\text{к}} = d_{\text{М}} + b_{\text{М}} \Delta_{\text{М}}, \quad d_{\text{дн}} = d_{\text{к}} + b_{\text{к}} \Delta_{\text{к}},$$

$$b_{\text{Э}} = \frac{T_{\text{ат}}^{\text{дн}} - T_{\text{лик}}^{\text{Э}}}{\lambda_{\text{Э}} \left(\frac{\Delta_{\text{Э}}}{\lambda_{\text{Э}}} + \frac{\Delta_{\text{М}}}{\lambda_{\text{М}}} + \frac{\Delta_{\text{к}}}{\lambda_{\text{к}}} + \frac{\Delta_{\text{дн}}}{\lambda_{\text{дн}}} + \frac{1}{\alpha_{\text{дн-ат}}} \right)}.$$

Коэффициенты теплопередачи $\kappa_{\text{кор-Г}}, \kappa_{\text{Э-М}}, \kappa_{\text{М-к}}, \kappa_{\text{к-дн}}$ вычисляются по формуле (9). По со-

отношениям (11), (12) определяются $T_{\text{Г}}|_{z=0}, T_{\text{дн}}|_{\Delta_{\text{дн}}}$.

По уравнению (10) в стационарном случае рассчитываем выражения для начальных значений средних температур в горизонтальных слоях:

$$\hat{T}_{\text{дн}} = \frac{b_1 - \mu_2 b_2 + \frac{\mu_2 a_{21} b_3}{a_{31}} - \frac{a_{11} b_3}{a_{31}}}{a_{13} - \mu_2 a_{23}},$$

$$\hat{T}_{\text{к}} = \frac{b_2 - a_{23} \hat{T}_{\text{дн}} - \frac{a_{21} b_3}{a_{31}}}{a_{22} - \frac{a_{21} a_{32}}{a_{31}}},$$

$$\hat{T}_{\text{М}} = -\frac{a_{32}}{a_{31}} \hat{T}_{\text{к}} + \frac{b_3}{a_{31}},$$

$$\hat{T}_{\text{Г}} = T_{\text{ат}} + \alpha_{\text{Э-кор}} \left(\frac{1}{\alpha_{\text{Г-ат}}} + \frac{\Delta_{\text{Г}}}{2\lambda_{\text{Г}}} \right) (\hat{T}_{\text{Э}} - T_{\text{лик}}^{\text{Э}}), \quad (13)$$

$$\hat{T}_{\text{кор}} = \hat{T}_{\text{Г}} + \frac{S_{\text{Э-кор}} \alpha_{\text{Э-кор}}}{S_{\text{кор-Г}} \kappa_{\text{кор-Г}}} (\hat{T}_{\text{Э}} - T_{\text{лик}}^{\text{Э}}),$$

$$\text{где } \mu_1 = \frac{\Delta_{\text{дн}}}{2\lambda_{\text{дн}} \left(\frac{\Delta_{\text{М}}}{2\lambda_{\text{М}}} + \frac{\Delta_{\text{к}}}{\lambda_{\text{к}}} + \frac{\Delta_{\text{дн}}}{\lambda_{\text{дн}}} + \frac{1}{\alpha_{\text{дн-ат}}} \right)};$$

$$a_{11} = \mu_1; \quad a_{12} = \frac{\kappa_{\text{к-дн}}}{\alpha_{\text{дн-ат}}}; \quad a_{13} = -\left(1 + \frac{\kappa_{\text{к-дн}}}{\alpha_{\text{дн-ат}}} \right);$$

$$b_1 = (\mu_1 - 1) T_{\text{ат}}^{\text{дн}}; \quad a_{21} = S_{\text{М-к}} \kappa_{\text{М-к}};$$

$$a_{22} = -(S_{\text{М-к}} \kappa_{\text{М-к}} + S_{\text{к-дн}} \kappa_{\text{к-дн}});$$

$$a_{23} = S_{\text{к-дн}} \kappa_{\text{к-дн}};$$

$$b_2 = -Q_{\text{кГ}};$$

$$a_{31} = S_{\text{Э-М}} \alpha_{\text{Э-М}} + S_{\text{М-н}} \alpha_{\text{М-н}} + S_{\text{М-к}} \kappa_{\text{М-к}};$$

$$a_{32} = -S_{\text{М-к}} \kappa_{\text{М-к}};$$

$$b_3 = S_{\text{Э-М}} \alpha_{\text{Э-М}} \hat{T}_{\text{Э}} + S_{\text{М-н}} \alpha_{\text{М-н}} T_{\text{лик}}^{\text{М}} - S_{\text{Э-М}} \beta_1 q_{\text{хим}}^1.$$

$$\mu_2 = \frac{\left(a_{12} - \frac{a_{11} a_{32}}{a_{31}} \right)}{a_{22} - \frac{a_{21} a_{32}}{a_{31}}}.$$

Средняя температура электролита $\hat{T}_{\text{Э}}$ считается заданной.

Для оценки $\alpha_{\text{Э-н}}$ получаем соотношение

$$\alpha_{\text{Э-н}} = \frac{Q_1 - Q_{\text{а3-Э}} - Q_{\text{Э-М}} - Q_{\text{Г}} - Q_{\text{рг}} - Q_{\text{Э-кор}} - \beta q_{\text{хим}} S_{\text{а3-Э}}}{S_{\text{Э-н}} (\hat{T}_{\text{Э}} - T_{\text{лик}}^{\text{Э}})}.$$

Теплообмен через бортовую футеровку с учетом настыли. Настыль контактирует непосредственно с электролитом или металлом, стальной кожух с окружающей средой (рис. 2).



Рис. 2. Схема бортовой стенки

δВ области 1 используется только стационарное приближение в силу малой толщины стального кожуха и большого значения коэффициента теплопроводности стали. Для слоев теплоизоляции, угольного блока и настыли решается нестационарная задача:

$$\begin{aligned} c_2 M_2 \cdot \frac{d\hat{T}_2}{dt} &= Q_{3-2} - Q_{2-1}; \\ c_3 M_3 \cdot \frac{d\hat{T}_3}{dt} &= Q_{4-3} - Q_{3-2}; \\ c_4 M_4 \cdot \frac{d\hat{T}_4}{dt} &= Q_{5-4} - Q_{4-3} + Q_{\text{фаз}}^{\text{наст}}; \\ Q_{2-1} &= Q_{1-\text{ат}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Тепловые потоки определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} Q_{1-\text{ат}} &= \alpha_{1-\text{ат}} (\hat{T}_1 - T_{\text{ат}}) \cdot S_{1-\text{ат}}, \\ Q_{2-1} &= \kappa_{2-1} (\hat{T}_2 - \hat{T}_1) \cdot S_{2-1}, \\ Q_{3-2} &= \kappa_{3-2} (\hat{T}_3 - \hat{T}_2) \cdot S_{3-2}, \\ Q_{4-3} &= \kappa_{4-3} (\hat{T}_4 - \hat{T}_3) \cdot S_{4-3}, \\ Q_{5-4} &= \alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}}) \cdot S_{5-4}, \\ Q_{\text{фаз}}^{\text{наст}} &= \rho_{\text{н}} L_{\text{н}} \frac{\delta_4^{n+1} - \delta_4^n}{\Delta t} \cdot S_{5-4}, \quad \kappa_{i-j} = 2 \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{\delta_j}{\lambda_j} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\hat{T}_i$ – среднее значение температуры в i -м слое; S_{i-j} – площади соответствующих границ слоев; $Q_{\text{фаз}}^{\text{наст}}$ – тепло фазового перехода; $\rho_{\text{н}}$ – плотность настыли; $L_{\text{н}}$ – скрытая теплота плавления настыли; M_i – массы соответствующих областей.

Начальное приближение находят, решив стационарную задачу:

$$\begin{aligned} Q_{3-2} - Q_{2-1} &= 0, \\ Q_{4-3} - Q_{3-2} &= 0, \\ Q_{5-4} - Q_{4-3} &= 0, \\ Q_{2-1} &= Q_{1-\text{ат}}. \end{aligned}$$

Решение этой системы с учетом формул (15) имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{T}_1^0 &= T_{\text{ат}} + \frac{\alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}})}{\alpha_{1-\text{ат}}}, \\ \hat{T}_2^0 &= \hat{T}_1^0 + \frac{\alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}})}{\kappa_{2-1}}, \\ \hat{T}_3^0 &= \hat{T}_2^0 + \frac{\alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}})}{\kappa_{3-2}}, \\ \hat{T}_4^0 &= \hat{T}_3^0 + \frac{\alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}})}{\kappa_{4-3}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для оценки динамики толщины настыли используем стационарные приближения в горизонтальном направлении:

$$T_i = d_i + b_i x, \quad 0 \leq x \leq \delta_i, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Для средних температур в слоях имеем

$$\hat{T}_i = d_i + 0,5 b_i \delta_i. \quad (17)$$

Считаем, что средние значения температур известны. По условиям непрерывности температур на границах между слоями и на границе фазового перехода получаем уравнения для определения d_i, b_i, δ_4 :

$$\begin{aligned} d_1 + b_1 \delta_1 &= d_2, \quad d_2 + b_2 \delta_2 = d_3, \\ d_3 + b_3 \delta_3 &= d_4, \quad d_4 + b_4 \delta_4 = T_{\text{лик}}^{\text{э}}, \\ \rho_{\text{н}} L_{\text{н}} \frac{d\delta_4}{dt} &= \lambda_4 b_4 - \alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}}). \end{aligned} \quad (18)$$

По (17), (18) при $\frac{d\delta_4}{dt} = 0$ находим начальное значение δ_4^0 :

$$\delta_4^0 = \frac{2\lambda_4 (T_{\text{лик}}^{\text{э}} - \hat{T}_4)}{\alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}})}. \quad (19)$$

В нестационарной задаче для определения толщины настыли получаем уравнение

$$\rho_{\text{н}} L_{\text{н}} \frac{d\delta_4}{dt} = 2\lambda_4 \frac{T_{\text{лик}}^{\text{э}} - \hat{T}_4}{\delta_4} - \alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}}).$$

Численное решение этого уравнения имеет вид

$$\begin{aligned} \delta_4^{n+1} &= 0,5 \left(\delta_4^n - \frac{\Delta t \cdot \alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}})}{\rho_{\text{н}} L_{\text{н}}} \right) + \\ &+ \sqrt{0,25 \left(\delta_4^n - \frac{\Delta t \cdot \alpha_{\text{э-н}} (\hat{T}_{\text{э}} - T_{\text{лик}}^{\text{э}})}{\rho_{\text{н}} L_{\text{н}}} \right)^2 + \frac{2\lambda_4 \Delta t (T_{\text{лик}}^{\text{э}} - \hat{T}_4)}{\rho_{\text{н}} L_{\text{н}}}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Толщина настыли в слое металла определяют по аналогичным формулам.

Полученные соотношения позволяют определить теплотери через бортовую футеровку с учетом динамики настыли.

Стационарная модель анода. Оценка положения границы спекания. Для построения упрощенной тепловой модели необожженного анода Содерберга выделим три характерные области: сверху жидкая анодная масса, далее спеченный анод, разделенный, в свою очередь, на погруженную и непогруженную в электролит части (рис. 3). Непогруженные в электролит зоны имеют сбоку стальной кожух.

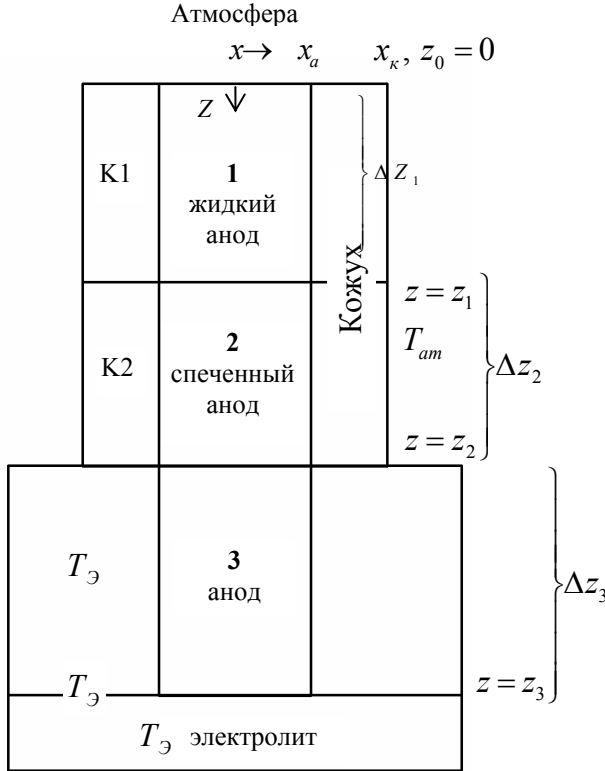


Рис. 3. Схема анода Содерберга

Потоки тепла через границы выделенных областей определяют по формулам

$$\begin{aligned} Q_{a1-ат} &= S_{a1-ат} \cdot \alpha_{a1-ат} (T_{a1}|_{z=0} - T_{ат}), \\ Q_{a1-a2} &= S_{a1-a2} \cdot \kappa_{a1-a2} (\hat{T}_{a2} - \hat{T}_{a1}), \\ Q_{a2-a3} &= S_{a2-a3} \cdot \kappa_{a2-a3} (\hat{T}_{a3} - \hat{T}_{a2}), \\ Q_{a3-э} &= S_{a3-э} \cdot \alpha_{a3-э} (\hat{T}_{э} - \hat{T}_{a3}) - S_{a3-э} \beta q_{хим}, \\ Q_{jкож-ат} &= \frac{S_{jкож-ат}}{\mu_{aj}} (\hat{T}_{aj} - T_{ат}), \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь $\mu_{aj} = \frac{x_a}{2\lambda_j} + \frac{1}{\alpha_{кож-ат}}$, S_{i-j} – площади соответствующих границ, $\hat{T}_{aj}$ – средняя температура в j -й области, $T_{ат}$ – температура воздуха, $\beta q_{хим}$ – теплота Пельтье на границе анод-электролит, λ_j – эффективные коэффициенты теплопроводности, учитывающие стальные токоподводящие стержни ($j = 1, 2$). Кроме того, значе-

ния $\alpha_{a1-ат}$, $\alpha_{a3-э}$, $\alpha_{кож-ат}$ считаются заданными, κ_{a1-a2} , κ_{a2-a3} находят по формулам (9). Формулы для потоков $Q_{jкож-ат}$ получены с использованием одномерных стационарных приближений в горизонтальном направлении. $T_{a1}|_{z=0}$ – температура жидкого анода на границе с атмосферой. Для нахождения этого значения температуры анода и оценки положения границы спекания используем стационарные приближения в вертикальном направлении:

$$T_{ai} = d_i + b_i z, \quad 0 \leq z \leq \Delta z_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

где Δz_i – высота соответствующих областей. Отсюда для средних температур получаем соотношения

$$\hat{T}_{ai} = d_i + 0,5 b_i \Delta z_i.$$

Считаем, что средние значения температур в областях анода известны. По условию непрерывности температур на горизонтальных границах получаем

$$d_1 + b_1 \Delta z_1 = d_2, \quad d_2 = T_{сп}, \quad d_2 + b_2 \Delta z_2 = d_3, \quad (22)$$

здесь $T_{сп}$ – температура спекания жидкого анода. В стационарном случае на границе раздела жидкого и спеченного анода выполняется условие равенства потоков тепла:

$$\lambda_1 b_1 = \lambda_2 b_2. \quad (23)$$

По соотношению (22), (23) находим

$$\begin{aligned} T_{a1}|_{z=0} &= d_1 = 2\hat{T}_{a1} - T_{сп}, \\ \Delta z_1 &= \frac{\lambda_1 z_2 (T_{сп} - \hat{T}_{a1})}{\lambda_1 (T_{сп} - \hat{T}_{a1}) + \lambda_2 (\hat{T}_{a2} - T_{сп})}. \end{aligned} \quad (24)$$

Для стационарного состояния имеют место уравнения:

$$\begin{aligned} Q_{a1-a2} - Q_{a1-ат} - Q_{1кож-ат} &= 0, \\ Q_{a2-a3} - Q_{a1-a2} - Q_{2кож-ат} + Q_{2q} &= 0, \\ Q_{a3-э} - Q_{a2-a3} + Q_{3q} &= 0, \end{aligned}$$

здесь Q_{2q} , Q_{3q} – внутренние источники тепла от прохождения электрического тока в соответствующих областях. Подставляя в эти соотношения формулы (21) для потоков тепла, получим систему линейных уравнений для определения $\hat{T}_{a1}$, $\hat{T}_{a2}$, $\hat{T}_{a3}$. Решение этой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{T}_{a1} &= A_1 / A_2, \quad \hat{T}_{a2} = A_{12} \hat{T}_{a1} + A_{42}, \\ \hat{T}_{a3} &= A_{13} \hat{T}_{a2} + A_{23}, \end{aligned} \quad (25)$$

где $A_{33} = S_{a3-э} \alpha_{a3-э} + S_{a2-a3} \kappa_{a2-a3}$;

$$A_{13} = \frac{S_{a2-a3} \kappa_{a2-a3}}{A_{33}}, \quad A_{23} = \frac{Q_{3q} + S_{a3-э} \alpha_{a3-э} \hat{T}_{э} - S_{a3-э} \beta q_{хим}}{A_{33}},$$

$$A_{22} = S_{a2-a3} \kappa_{a2-a3} (1 - A_{13}) + S_{a1-a2} \kappa_{a1-a2} + \frac{S_{2\text{кож-ат}}}{\mu_{a2}};$$

$$A_{12} = \frac{S_{a1-a2} \kappa_{a1-a2}}{A_{22}};$$

$$A_{42} = \frac{Q_{2q} + S_{a2-a3} \kappa_{a2-a3} A_{23} + \frac{S_{2\text{кож-ат}}}{\mu_{a2}} T_{\text{ат}}}{A_{22}}; \quad (26)$$

$$A_1 = S_{a1-a2} \kappa_{a1-a2} A_{42} + S_{a1-\text{ам}} \alpha_{a1-\text{ам}} (T_{\text{ам}} + T_{\text{сн}}) + \frac{S_{1\text{кож-ам}}}{\mu_{a1}} T_{\text{ам}};$$

$$A_2 = 2S_{a1-\text{ам}} \alpha_{a1-\text{ам}} + \frac{S_{1\text{кож-ам}}}{\mu_{a1}} - S_{a1-a2} \kappa_{a1-a2} A_{12}.$$

Рассмотрим алгоритм определения стационарного приближения для анода:

- этап 1. Из соотношений (25), (26) по заданной температуре электролита $\hat{T}_3$ находим средние значения температур в слоях анода 1, 2, 3;
- этап 2. По формуле (24) уточняем высоту слоя жидкого анода – Δz_1^m .

Далее переходим на этап 1. Итерации повторяются до выполнения условия $|\Delta z_1^{m+1} - \Delta z_1^m| \leq \varepsilon$.

Порядок выполнения численных расчетов.

Перед началом каждого динамического расчета вычисляется стационарное распределение температур, тепловых потоков, толщин настыли в металле и электролите, высоты спекания анода. Задаются начальные значения средней температуры электролита, температура воздуха, приходы тепла от электроэнергии в электролите, катоде и в аноде. По соотношениям (13), (16), (19), (24), (25) определяются начальные значения температур в рассматриваемых областях, толщины настыли и положение границы спеченного анода. Найденное стационарное состояние соответствует введенным начальным технологическим условиям и заданным параметрам.

Далее на каждом временном шаге последовательно решаются системы уравнений (10), (14), по формулам (20), (24) уточняются толщины настыли и положение границы спеченного анода. Система (14) решается так же, как для слоя металла.

Динамика теплообмена электролизера определяется по изменениям прихода тепла от электроэнергии, которые выводят систему из равновесия: изменяются температуры выделенных областей, толщины настыли. Вследствие этого увеличиваются или уменьшаются теплотери в атмосферу через днище, борта электролизера, анодную массу и кожух анода. Плавление настыли или затвердевание электролита приводит к изменению массы электролита. В результате электролизер приходит в новое стационарное состояние с повышенными (пониженными) температурами расплавов, повышенными (пониженными) температурами наружных поверхностей, уменьшенными (увеличенными) толщинами настыли.

На основе схематизации электролизера в виде характерных областей и использования нульмерных моделей разработана тепловая динамическая модель, предназначенная для эффективного решения задач управления технологией электролиза алюминия.

Библиографический список.

1. Белолипецкий, В. М. Многослойная математическая модель теплового баланса виртуального электролизера / В. М. Белолипецкий, Т. В. Пискажова // Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. 2004. № 7. (Т. 9). С. 295–299.
2. Белолипецкий, В. М. Упрощенная компьютерная модель динамики настыли виртуального электролизера / В. М. Белолипецкий, Т. В. Пискажова // Вестник КАЗНУ им. Аль-Фараби. 2003. № 6. (Т. 8). С. 22–28.

V. M. Belolipetsky, T. V. Piskazhova, M. V. Emelyashin

HEAT DYNAMIC MODEL FOR CONTROLLING OF ALUMINIUM ELECTROLYSIS PROCESS

The heat dynamic model of aluminium electrolysis is demonstrated. It is created for controlling of technological process in the real time. The model bases on aluminium cell schematization in special areas and zero-dimensional submodel.