ного резервирования, лишит ее такой защиты. Подсистемы оказываются объединенными в одну, и потеря жидкости в одной ветви z-й части системы приведет к потере жидкости во всей системе, а это недопустимо. Здесь возможно использование ряда блокирующих мер, например в каждой ветви z-й части системы может устанавливаться расходомер, в ее начале - запорный кран, а в конце - обратный клапан. На определенных участках полета расхода жидкости через систему быть не должно. Если расход жидкости на этих участках появляется, то это говорит о разгерметизации. В этом случае от расходомера поступает сигнал, перекрывной кран закрывается и утечка жидкости с учетом обратного клапана устраняется. При включении штатных потребителей, требующих определенного расхода жидкости для их работы, перекрывной клапан блокируется.

Для систем электропитания система обеспечения сохранения работоспособности станет намного проще. При обрыве цепи одной из ветвей *z*-й части эту ветвь блокировать не следует, так как она перестает работать и всю нагрузку принимает параллельная ветвь этой *z*-й части. Для блокирования распространения влияния короткого замыкания в одной ветви *z*-й части на предыдущие части системы в начале каждой ветви каждой *z*-й части необходимо установить автомат защиты сети A3C (предохранитель).

При альтернативной методике расчета увеличение надежности с разбиением системы на z частей существенно больше (см. рис. 6). Так, при z = 4 оно достигает 100 раз, а при z = 6 - 340...400 раз.

Для системы с общим резервированием при трех параллельно работающих подсистемах эффект будет еще выше. При традиционном подходе к расчету надежности при z = 4 он дает 12-кратное увеличение надежности (см. рис. 7), а при альтернативном подходе (см. рис. 8) надежность возрастает в 2 800 раз при z = 4 и в 9 000 раз при z = 5.

Это не может не стимулировать разработчиков к преодолению упомянутых выше трудностей, связанных с переходом от систем с общим резервированием к системам, имеющим *z* блоков индивидуального резервирования.

Библиографические ссылки

1. Воробьев В. Г., Константинов В. Д. Надежность и эффективность авиационного оборудования. М.: Транспорт, 1995.

2. Сугак Е. В., Василенко Н. В., Назаров Г. Г. Надежность технических систем. Красноярск : РАСКО, 2001.

E.A. Furmanova, O.G. Boiko, L.G. Shaimardanov

THE CIVIL AVIATION AIRPLANES FUNCTIONAL SYSTEM STRUCTURE OPTIMIZATION ABILITIES

The analysis of legitimacy of application of the traditional approach to calculation of reliability of systems with individual reservation is given. The alternative method of calculation of systems with individual reservation is developed and possibility of its use at the decision of problems of optimization of structure of functional systems is shown.

Keywords: reliability analysis, structure optimization, functional systems.

© Фурманова Е. А., Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г., 2010

УДК 621.373.14

А. М. Михеенко, С. С. Абрамов, И. И. Павлов

К АНАЛИЗУ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЫ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Приведены результаты исследования широтно-импульсной системы (ШИС), охваченной цепью отрицательной обратной связи. На основе асимптотического метода снижения порядка линейной части системы предложена методика сведения ШИС к эквивалентной нелинейной амплитудно-импульсной системе, для которой применимы известные методы исследования.

Ключевые слова: устойчивость, широтно-импульсные системы, сложные линейные цепи, нелинейные искажения.

Широтно-импульсные системы (ШИС) находят применение в устройствах автоматического регулирования (управления), а также в усилителях мощности класса D с промежуточной широтно-импульсной модуляцией, охваченных отрицательной обратной связью для уменьшения нелинейных искажений. Наличие обратной связи в ШИС неизбежно связано с проблемой обеспечения устойчивости. Решение этой проблемы в виде, приемлемом для практического применения, для ШИС в общем случае не существует. Возможности частных решений были рассмотрены в [1; 2].

Необходимо провести поиск новых методов анализа устойчивости ШИС, применимых в практических приложениях.

Методы анализа широтно-импульсных систем. Анализ импульсных систем производится, как правило, на базе теории решетчатых функций и дискретного преобразования Лапласа [1]. Теория амплитудно-импульсных систем (АИС) в настоящее время разработана достаточно подробно как для линейного тракта, так и для систем, содержащих нелинейные безынерционные элементы [1; 2].

В отличие от АИС, ШИС значительно труднее поддается анализу, поэтому их исследуют путем сведения к эквивалентным нелинейным АИС (рис. 1)

Согласно [2] уравнение системы (см. рис. 1) в решетчатых функциях имеет вид

$$x(n, 0) = f(n, 0) - BT \times$$
$$\times \sum_{m=0}^{n=1} \Phi(x) \int_{0}^{\gamma} S(\overline{\tau}) \omega(n - m - 1, 1 - \overline{\tau}) d\overline{\tau}, \qquad (1)$$

где $\overline{\tau} = \frac{\tau}{T}$ – дискретное время; *B* – коэффициент линейного усиления *x*(*t*) в тракте АИС.

Интеграл в (1) представляет собой свертку функции формирующего элемента и импульсной характеристики $\omega(t)$. В [2] он получил название приведенной импульсной характеристики $\omega_{t}(t)$.

Если уравнение ШИС удается свести к (1) (рис. 2), то к ней можно применить все известные методы анализа и расчета нелинейных АИС.

Для ШИС функция формирующего элемента s(t) имеет вид, представленный на рис. 3, где T – период тактовой частоты и $s(\bar{\tau})$ соответствует двусторонней широтноимпульсной модуляции (ШИМ). При $K_1 = 0$, или $K_2 = 0$ имеет место односторонняя ШИМ.

По аналогии с (1), для ШИС можно записать следующее выражение:

$$x(n,0) = f(n,0) - BT \times$$
$$\times \sum_{m=0}^{n-1} \int_{\varphi_1(\chi)}^{\varphi_2(\chi)} S(\overline{\tau}) \omega(n-m-1,1-\overline{\tau}) d\overline{\tau}.$$
 (2)

В отличие от (1) интеграл в (2) является функцией *x*(*t*), что и определяет особенности анализа ШИС. Согласно рис. 3,

 $\varphi_1(x) = K_2(1-x), \ \varphi_2(x) = K_1 + K_1 x, \ K_1 + K_2 = 1.$ (3) Введем понятие коэффициента асимметрии ШИМ:

$$A = \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2},$$

$$K_1 = \frac{1 + A}{2}, \quad K_2 = \frac{1 - A}{2}.$$
 (4)

На интервале интегрирования в (2) $s(\overline{\tau}) = 1$, а $\omega(n-m-1; 1-\overline{\tau})$ можно представить рядом элементарных импульсных характеристик:

$$\omega(n-m-1,1-\overline{\tau}) =$$

$$=\sum_{\nu=0}^{s}\sum_{\mu=0}^{r_{\nu}-1}C_{\nu\mu}'\frac{(n-m-\overline{\tau})^{\mu}}{\mu!}\times \exp\left[q_{\nu}(n-m-\overline{\tau})\right],$$
(5)

где s – число разных полюсов; r_{u} – кратность v-го полюса;

$$C_{\nu\mu}' = \frac{1}{(r_{\nu} - \mu - 1)!} \frac{d^{(r_{\nu} - \mu - 1)}}{dq^{(r_{\nu} - \mu - 1)}} \times \left[\frac{P_{\rm H}(q)}{TQ_{\rm H}(q)} (q - q_{\nu})^{r_{\nu}} \right]_{q = q_{\nu}};$$

 $P_{_{\rm H}}(q); Q_{_{\rm H}}(q)$ – полиномы в числителе и знаменателе передаточной функции непрерывной части ШИС W(q).

Предположим, что все полюса простые и не равны нулю (наличие нулевых или кратных полюсов не усложняет и не упрощает задачи сведения ШИС к АИС).

Для случая простых полюсов

$$C'_{\nu\mu} = C'_{\nu} = \frac{1}{T} |W(q)(q-q_{\nu})|_{q} = q_{\nu},$$

$$\omega(n-m-1,1-\overline{\tau}) = \sum_{\nu=1}^{s} C'_{\nu} \exp\left[q_{\nu}(n-m-\overline{\tau})\right]. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (2), получим



Рис. 1. Структурная схема нелинейной АИС: *f*(*t*), *z*(*t*) – соответственно входной и выходной сигналы; *w*(*t*) – импульсная характеристика непрерывной (линейной) части ШИС; γ – длительность импульса; *x*(*t*) – сигнал ошибки; *y*(*t*) – нелинейное преобразование *x*(*t*); 1 – нелинейные безынерционные преобразователи тракта; 2 – генератор тактовых δ-функций, модулированных по амплитуде сигналом *y*(*t*); 3 – генератор импульсов формы *s*(*t*); 4 – линейная часть тракта.



Рис. 2. Упрощенная структурная схема ШИС

$$x(n, 0) = f(n, 0) -$$

$$-BT\sum_{m=0}^{n-1} \sum_{\nu=1}^{s} \left[\int_{\varphi_{1}(x)}^{\varphi_{2}(x)} \exp\left[-q_{\nu} \overline{\tau}\right] d\overline{\tau} \right] \times$$

$$\times C'_{\nu} \exp\left[q_{\nu}(n-m)\right] =$$

$$= f(n, 0) - BT\sum_{m=0}^{n-1} \left\{ \sum_{\nu=1}^{s} \Phi_{\nu} [x(m, 0)] w_{\Pi\nu}(n-m) \right\} ..., \quad (7)$$

где

$$\Phi_{v}[x(m,0)] = \int_{\varphi_{1}[x(m,0)]}^{\varphi_{2}[x(m,0)]} \exp\left[-q_{v} \overline{\tau}\right] d \overline{\tau} \dots; \qquad (8)$$

$$w_{\Pi\nu} = C'_{\nu} \exp[q_{\nu}(n-m)].$$
⁽⁹⁾

Сравнивая (7) и (1), можно сделать вывод, что ШИС сводится к эквивалентной многомерной нелинейной АИС, а число параллельных ветвей эквивалентной АИС равно числу корней характеристического уравнения.



Рис. 3. Формирующий элемент ШИС

Анализ многомерных нелинейных АИС позволяет определить в общем виде лишь абсолютную устойчивость системы, причем приемлемые для практики результаты удается получить лишь для двумерных систем или для систем, сводящихся к двумерным при анализе устойчивости [3].

В связи с этим при анализе устойчивости ШИС прибегают к приближенным методам, позволяющим снизить порядок эквивалентной АИС. Например, в [4] предлагается представить $\Phi_v(x)$ степенным полиномом вида

$$\Phi_{\nu}(x) = \sum_{k=1}^{N} r_k^{(\nu)} x^k.$$
(10)

В этом случае (7) принимает вид

$$x(n,0) = f'(n,0) -$$

-BT $\sum_{m=0}^{n-1} \sum_{\nu=1}^{S} \sum_{k=1}^{N} C'_{\nu} \exp\left[q_{\nu}(n-m)\right] x^{k}(m,0) =$
= $f(n,0) - BT \sum_{m=0}^{n-1} \sum_{k=1}^{N} x^{k}(m,0)\overline{\omega}'_{\Pi k}(n-m),$ (11)

где

$$\overline{\omega}_{\Pi\nu}'(n-m) = \sum_{\nu=1}^{N} r_{k}^{(\nu)} C'_{\nu} \exp[q_{\nu}(n-m)]. \quad (12)$$

Сопоставляя (7) и (11), нетрудно заметить, что в (11) число ветвей определяется числом членов полинома (10), из которых одна ветвь – линейная.

Если эквивалентная нелинейность $\Phi_v(x)$ относительно мала, то в полиноме (10) можно оставить лишь два-три слагаемых. При этом эквивалентная АИС будет двух- или трехмерной даже в случае высоких порядков линейной части ШИС. Если

$$\Phi_{v}(x) = r_{1}^{(v)} \cdot x + r_{2}^{(v)} \cdot x^{2},$$

то, как показано в [4], структурная схема ШИС может быть сведена к одномерной нелинейной АИС.

Такой метод приближенного анализа устойчивости особенно эффективен, когда нелинейность эквивалентной АИС выражена слабо.

Анализ устойчивости ШИС методом искусственного понижения порядка её линейной части. В основу этого метода анализа положен способ приближенного расчета переходных процессов в сложных линейных цепях, предложенный и детально исследованный Я. С. Ицхоки [5]. Его суть заключается в следующем.

Порядок исходного дифференциального уравнения линейной части системы искусственно понижается (дифференциальное уравнение укорачивается), а в описание системы вводится эквивалентное запаздывание (в некоторых случаях возможно и незапаздывающее решение). Параметры укороченного уравнения подбираются таким образом, чтобы крутизна нарастания переходной функции h(t) в междецильном пространстве (МП) и амплитуда колебательного процесса (если он есть) соответствовали исходной h(t) (рис. 4).



Рис. 4. Аппроксимация переходной характеристики

Такой способ может быть весьма эффективен даже при понижении сложных линейных цепей высокого порядка до первого-второго порядка.

Для решения задачи приближенного описания линейной части ШИС ее передаточную функцию следует привести к нормированному виду:

$$W(p) = \frac{1 + g_1 p + g_2 p^2 + \dots + g_n p^n}{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_k p^k},$$

где по крайней мере n < k - 1 (при n > k - 1 аппроксимации запаздывающей функцией не существует).

Искомая аппроксимация *W*(*p*) порядка *m* отыскивается в виде

$$W_m(p) = \frac{\exp\left[-pt_{_{3m}}\right]}{1+b'_n p+b'_n p^2 + \dots + b'_n p^m},$$
 (12)

где t_{3m} определяется решением следующего уравнения:

$$\frac{t_{3m}^{m+1}}{(m+1)!} - \frac{t_{3m}^{m}}{m!} + \dots + (-1)^{m+1} \cdot \Delta_{m+1} = 0.$$

Здесь

Эдсев

1

$$\Delta_{1} = a_{1} - g_{1},$$

$$\Delta_{2} = a_{2} - g_{2} - a_{1} \cdot g_{1},$$

$$\Delta_{3} = a_{3} - g_{3} - a_{2} \cdot g_{2} - a_{2} \cdot g_{1}.$$

Заметим, что необходимое значение задержки t_3 соответствует одному и притом наименьшему вещественному (всегда положительному) корню $t_3 = t_{3m}$. Отыскать это значение непросто даже при m = 3.

Остальные параметры аппроксимации в (12) определяются следующим образом:

$$b'_{1} = \Delta_{1} - t_{3m},$$

$$b'_{2} = \Delta_{2} - \Delta_{1} \cdot t_{3m} + \frac{t_{3m}^{2}}{2!},$$

$$b'_{m} = \Delta m - \frac{\Delta_{m-1}}{1!} + \frac{\Delta_{m-2} \cdot t_{3m}^{2}}{2!} - \dots + (-1)^{m} \frac{t_{3m}^{m}}{m!}.$$

Для аппроксимации того или иного порядка имеются определенные условия существования.

Так, приближение порядка m = 0 существует всегда.

Приближение m = 1 ограничено условием $\frac{\Delta_2}{\Delta_2^2} < \frac{1}{2}$.

В случае *m* = 2 возможны два варианта:

– приближения m = 1 не существует, т. е. $\Delta_2 \ge 0.5 \Delta_1^2$. Тогда условие существования приближения m = 2 имеет вид

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_1^3} < \frac{\Delta_2}{\Delta_1^2} - \frac{1}{3};$$

– приближение m = 1 существует, но точность приближения недостаточна. Тогда условие существования приближения m = 2 принимает вид

$$\frac{\Delta_3}{\Delta_1^3} < -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{\left(1 - \frac{2\Delta_2}{\Delta_1^2}\right)^3} \approx$$
$$\approx \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1^2}\right)^2 \left[1 + \frac{\Delta_2}{3\Delta_1} + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1^2}\right)^2 + \cdots\right]$$

В связи с тем что повышение порядка аппроксимации резко усложняет задачу отыскания приближенного решения и анализа устойчивости ШИС, по-видимому, не следует использовать m > 2.

Предположим, что в результате применения рассмотренного выше метода аппроксимации определена передаточная функция линейной части ШИС в виде приближения первого порядка (m = 1):

$$W_{1}(p) = \frac{\exp[-pt_{31}]}{1+b_{1}'p} = \frac{1}{b_{1}'} \frac{\exp[-pt_{31}]}{p+\frac{1}{b_{1}'}}.$$

Соответствующая решетчатая (дискретная) импульсная характеристика на основании (6) примет вид

$$w(n-m-k,k-\overline{\tau}-t_1) =$$

$$= \frac{1}{b_1} \exp\left[-\frac{1}{b_1}(n-m-k)\right] \exp\left[-\frac{1}{b_1}(k-\overline{\tau}-\overline{t_1})\right],$$

где $\overline{t_1} = \frac{t_{31}}{T}$; $b_1 = \frac{b_1}{T}$; *k* выбирается таким, чтобы дискрет-

ное время $k - \overline{\tau} - \overline{t_1} > 0.$

Приведенная импульсная характеристика в соответствии с (9) может быть записана в виде

$$w_{n1} = \frac{1}{b_1} \exp\left[-\frac{1}{b_1}(n-m-1)\right] \exp\left[-\frac{1}{b_1}(1-\overline{t_1})\right].$$
(13)

Нелинейность эквивалентной АИС найдем согласно (8):

$$\Phi_{1}\left[X(m,0)\right] = \int_{K_{2}(1-X)}^{K_{2}+K_{1}X} \exp\left[\frac{1}{b_{1}}\overline{\tau}\right]d\overline{\tau} =$$
$$= b_{1}\left[\exp\left[\frac{1}{b_{1}}\left(K_{2}+K_{1}X\right)\right] - \exp\left[\frac{K_{2}}{b_{1}}\left(1-X\right)\right]\right]..., \quad (14)$$

где X – нормированный сигнал, изменяющийся в пределах 0 < X < 1. С учетом (4) выражение (14) можно переписать следующим образом:

$$\Phi_1(X) = 2b_1 \exp\left[\frac{1}{2b_1}(1-A)\right] \exp\left[\frac{AX}{2b_1}\right] \operatorname{sh}\frac{X}{2b_1}.$$
 (15)

Графики этой зависимости для частного случая $b_1 = 0,5$ показывают, что, как и следовало ожидать, при несимметричных видах ШИМ ($A = \pm 1$) нелинейность $\Phi_1(x)$ выражена значительно сильнее, чем при A = 0 (рис. 5).



Рис. 5. Нелинейные характеристики ШИС

Передаточную функцию приведенной линейной части найдем дискретным преобразованием Лапласа от (13):

$$W_n^*(q,0) = \frac{1}{b_1} \frac{\exp\left[-\frac{1}{b_1}(1-\overline{t_1})\right]}{\exp[q] - \exp\left[-\frac{1}{b_1}\right]}$$

Заменив в этом выражении q на $j \bar{\omega}$ ($\bar{\omega} = \omega T$), получим амплитудно-фазовую характеристику приведенной линейной части ШИС. Используя эту характеристику, можно оценить устойчивость ШИС с помощью одного из известных критериев, например критерия абсолютной устойчивости положения равновесия [2]:

$$\frac{1}{\sigma} + \operatorname{Re}\left[\frac{B}{b_{1}}\frac{\exp\left[-\frac{1}{b_{1}}\left(1-\overline{t_{1}}\right)\right]}{\exp\left[j\overline{w}\right] - \exp\left[-\frac{1}{b_{1}}\right]}\right] > 0,$$

где $\sigma = \left| \frac{\partial \Phi_1(x)}{\partial x} \right|_{\text{max}}$ – максимальное дифференциальное

значение коэффициента передачи эквивалентного нелинейного элемента; *В* – коэффициент линейного усиления в импульсном тракте ШИС.

Таким образом, метод приближенного расчета переходных процессов, предложенный Я. С. Ицхоки [5], позволяет существенно упростить задачу анализа устойчивости широтно-импульсной системы даже в случае высокого порядка ее линейной части.

Библиографические ссылки

1. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем. М.: Физматгиз, 1963.

2. Цыпкин Я. З., Попков Ю. С. Теория нелинейных импульсных систем. М.: Наука, 1973.

3. Полов К. П. Условия устойчивости усилителя в режиме D с обратной связью // Радиотехника. 1971. № 6.

4. Полов К. П. К исследованию устойчивости усилителя в режиме D с обратной связью // Радиотехника. 1974. № 1.

5. Ицхоки Я. С. Приближенный метод анализа переходных процессов в сложных линейных цепях. М. : Сов. радио, 1969.

A. M. Miheenko, S. S. Abramov, I. I. Pavlov

TO THE ANALYSIS OF PULSE-DURATION SYSTEM WITH A FEEDBACK

Results of research of pulse-duration system (PDS), covered by the chain of a negative feedback are shown. On the basis of symptom-free method of decrease of degree of order of a linear part of a system, the technique of converting PDS to equivalent nonlinear pulse-amplitude system for which the acquainted methods of research are suitable is offered.

Keywords: stability, pulse-duration systems, complex linear chain, nonlinear distortion.

© Михеенко А. М., Абрамов С. С., Павлов И. И., 2010

УДК 621.393.3

Е.В. Малинкин

ИНВАРИАНТНАЯ ПЕРЕДАЧА СИГНАЛОВ С ОБРАБОТКОЙ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Предложен способ передачи сигналов с последующей обработкой в частотной области. Для реализации такой обработки разработана структура, основанная на прямом и обратном преобразовании Фурье с элементом деления, позволяющим осуществить деление информационных и обучающих сигналов.

Ключевые слова: помехоустойчивость, инвариант, инвариантная относительная амплитудная модуляция, вероятность попарного перехода, отношение сигнал/шум.

В [1] была предложена относительная амплитудная модуляция (ОАМ). Ее суть заключается в том, что предыдущая посылка служит опорной для последующей, а их отношение на приеме, несмотря на воздействие мультипликативной помехи с коэффициентом передачи канала К, равно отношению этих посылок на передаче. ОАМ позволяет существенно снизить влияние мультипликативной помехи. Однако влияние аддитивной помехи при этом не устраняется.

Автор данной статьи воспользовался идеей ОАМ, но при этом опорные посылки одинаковой величины выделялись им в последовательность одинаковых обучающих сигналов с их дальнейшим усреднением для снижения воздействия аддитивной помехи, а информационные сигналы различной амплитуды выделялись в информационную последовательность. В результате отношение сигналов информационной последовательности к значению усредненных обучающих сигналов также снижало воздействие мультипликативной помехи. Такой способ формирования сигналов на передаче и их демодуляции на приемной стороне позволяет улучшить помехоустойчивость предложенной структуры как минимум на два порядка по сравнению с классическими системами с ОАМ.

Данная статья посвящена синтезу алгоритма обработки информации инвариантной системой передачи информации в частотной области и анализу полученных технических характеристик.

Постановка задачи. Пусть имеется аналоговый канал связи с полосой пропускания от $f_{\rm H}$ до $f_{\rm B}$, по которому передаются амплитудно-модулированные прямоугольной огибающей сигналы. Последовательности сигналов информационной и обучающей частей объединены в блоки.

Передаваемые сигналы подвергаются действию следующих помех: мультипликативной, описываемой изменением коэффициента передачи канала связи k(t) на определенной частоте, и аддитивной, представляющей собой белый шум с некоррелированными отсчетами и дисперсией s² (при моделировании дисперсия принимает значение, равное 1). Помимо этого на принимаемый сиг-