УДК 629.735.064

О. Г. Бойко, Л. Г. Шаймарданов

О СООТНОШЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНОЙ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФУНКЦИЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ОТКАЗОВ И ВЕРОЯТНОСТИ ОТКАЗА НА ПРОИЗВОЛЬНОМ ОТРЕЗКЕ ВРЕМЕНИ В РАСЧЕТАХ НАДЕЖНОСТИ АГРЕГАТОВ И СЛОЖНЫХ АВИАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Рассмотрен традиционный подход к решению задачи надежности систем с позиций удовлетворения условиям использования теоремы умножения вероятностей, ординарности и стационарности потока отказов агрегатов и систем. Предложен альтернативный подход к решению задачи надежности.

Ключевые слова: интегральная функция отказа, дифференциальная функция отказа, вероятность отказа на отрезке, исследование надежности.

Традиционно в расчетах надежности сложных систем [1–4] задача расчета надежности решается относительно интегральной функции вероятности отказа. При этом в решении используются интегральные функции вероятности отказов агрегатов. В работах [5–7] показано, что при таком подходе нарушается правомерность применения теоремы умножения вероятностей, оперирующей вероятностями дискретных событий, а не интегральными функциями.

Обычно вероятность отказа системы на произвольном отрезке времени определяется в виде приращения интегральной функции распределения вероятности отказа системы на этом отрезке. При этом вероятность отказа системы за единицу времени и в среднем по отрезку времени τ определяется как отношение приращения интегральной функции вероятности отказа на отрезке к самому отрезку.

В гражданской авиации надежность авиационной техники и функциональных систем самолетов, в частности, в соответствии с Нормами летной годности [8], нормируется в вероятности отказа за 1 ч полета, приводящей к последствиям различной степени тяжести. Поскольку отрезок в 1 ч является величиной 3–4-го порядка малости по сравнению с рассматриваемым интервалом времени в тысячи и десятки тысяч часов, хорда, соединяющая концы отрезка τ = 1 ч, стягивается в точку, и вероятность отказа за 1 ч допустимо определять в виде дифференциальной функции (плотности вероятности) отказа системы.

В работе ставится следующая задача: при расчетах надежности сложных систем исследовать возможности использования интегральных и дифференциальных функций вероятностей отказа, и вероятности отказа на произвольном промежутке времени протяженностью τ, в частности, и τ, равном 1 ч полета.

Для агрегатов функциональных систем примем известное распределение с равномерной плотностью вероятности (рис. 1), а параметр потока отказов ω постоянным, как это рекомендовано в [9].

Параметр потока отказов – величина обратная средней наработке на отказ: $\omega = \dfrac{1}{T_{\text{ср}}}$.

Интегральная функция вероятности отказа имеет вид

$$q(t) = \omega \cdot t . \quad (1)$$

Если $t = 1$, то можно утверждать, что вероятность отказа за 1 ч численно равна ω, т. е.

$$q(1) = \omega \cdot 1 = \text{const} . \quad (2)$$

Интегральная функция $q(t)$ определяет вероятность реализации отказа на интервале от 0 до t. С позиции анализа надежности агрегата она вносит существенную неопределенность, никак не определяя момент реализации отказа. Плотность вероятности (дифференциальная функция) вносит некоторую дополнительную информацию о моменте отказа агрегата. В частности, при распределении с равномерной плотностью вероятности, она указывает на то, что отказ равновозможен в любой момент времени от 0 до t.

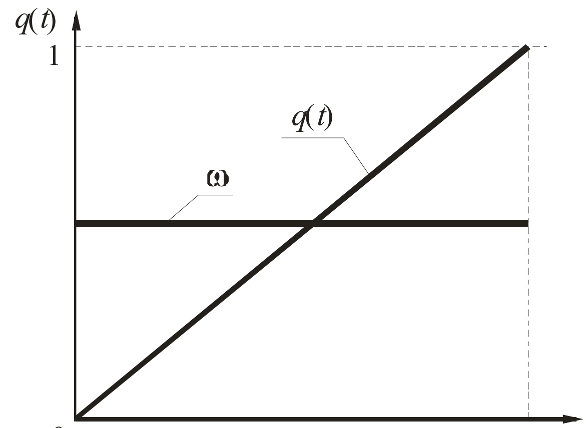

Рис. 1. Зависимость вероятности отказа и параметра потока отказов от времени при распределении с равномерной плотностью

Вероятность отказа агрегата на произвольном отрезке τ традиционно предполагается возможным определять как приращение интегральной функции на этом отрезке.

Рассмотрим возможность определения интегральной и дифференциальной функций вероятностей отказа для системы. Тестовая система общего резервирования, содержащая 16 агрегатов, приведена на рис. 2.

Для простоты положим, что все агрегаты одинаковые и имеют параметры потока отказов ω.

При традиционном подходе к решению задачи надежности интегральная функция вероятности отказа рассматриваемой системы $Q^{\text{тр}}(t)$ определится как

$$Q^{\text{тр}}\left(t\right)=\left[1-\left(1-\omega\cdot t\right)^{4}\right]^{4}. \qquad (3)$$

Положив $\omega = 10^{-4}$, по выражению (3) построим график интегральной функции вероятности отказа (рис. 3).

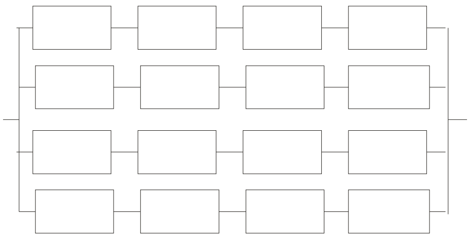

Рис. 2. Схема системы с общим резервированием

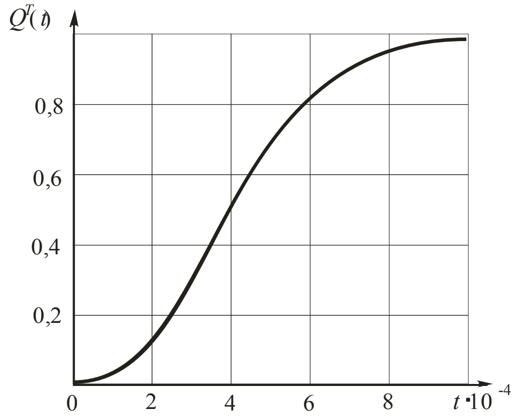

Рис. 3. Интегральная функция вероятности отказа тестовой системы с общим резервированием

Дифференциальная функция от (3) имеет вид плотности вероятности нормального распределения (рис. 4). Поскольку она определяет и вероятность отказа за 1 ч, то наблюдается противоречие исходным данным. Для агрегатов принято распределение равномерной плотности при $\omega = \text{const}$, и вероятность отказа агрегатов за 1 ч не зависит от времени. В работах [5; 7] отмечалось, что это несоответствие вызвано неправомерным использованием процедур теоремы умножения вероятностей к интегральным функциям. Кроме того, вероятность отказа за 1 ч, определенная в форме плотности вероятности нормального распределения, дает неоднозначность решения. Одно значение вероятности отказа за 1 ч реализуется при двух значениях времени (рис. 4).

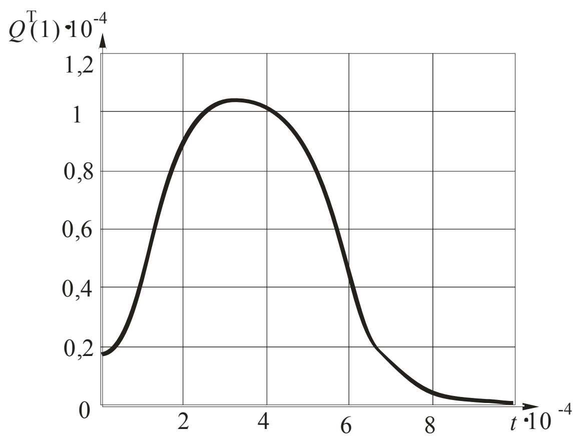

Рис. 4. Дифференциальная функция вероятности отказа тестовой системы с общим резервированием

Вероятность отказа системы на произвольном отрезке времени τ принято определять, как приращение интегральной функции вероятности отказа системы на этом отрезке. При построении интегральной функции вероятности отказа системы авторы традиционно не акцентируют внимание на условии возникновения отказа. Рассматриваемая система (рис. 2) откажет, если откажут 4 агрегата. Моменты отказов этих агрегатов их интегральными функциями на интервале времени $[0, t]$ никак не определены. В соответствии с условием ординарности, накладываемым на распределение отказов по оси времени, на малом отрезке τ не может реализоваться более 1 отказа. Тем более условие отказа системы не может быть выполнено на малом $\Delta t \to 0$, если оно происходит на интервале $[0, t]$. Это ставит под сомнение правомерность как дифференциальной функции отказа системы, так и исходной интегральной функции.

С позиций теории вероятностей все, на первый взгляд, представляется оправданным. Построена интегральная функция вероятности отказа системы и, как ее производная – дифференциальная функция. Они должны полностью характеризовать все свойства безотказности системы. Но при построении интегральной функции неправомерно применена теорема умножения вероятностей к интегральным функциям вероятностей отказов агрегатов. При построении дифференциальной функции формально взята производная от интегральной функции. Формально, поскольку проигнорировано условие возникновения отказа системы, а вслед за ним и условие ординарности.

В работах [5; 7] показана возможность решения задачи расчета надежности сложных систем непосредственно относительно вероятности отказа на произвольном отрезке времени τ, принимаемом за единицу времени. Вероятности отказа агрегатов за единицу времени являются дискретными событиями и применение к ним теоремы умножения вероятностей вполне оправданно. Тогда в соответствии с (2) и (3) вероятность отказа системы за 1 ч по альтернативной методике определится в виде

$$Q^{\text{ал}}\left(1\right)=\left[1-\left(1-\omega\right)^{4}\right]^{4}. \qquad (4)$$

При определении этого значения вероятности отказа на систему наложено условие, что в течение 1 ч в системе с вероятностью $Q^{\text{ал}}(1)$ откажут 4 агрегата. Такое же условие наложено и при построении выражения (3) относительно вероятности $Q^{\text{тр}}(t)$, но в этом случае оно реализуется и на интервале $[0, t]$. Одновременная реализация условия отказа системы на интервале $[0, t]$ и на малом отрезке $\Delta t \to 0$, реализуемом при построении дифференциальной функции вероятности отказа системы, невозможна. Эти условия несовместны.

При определении вероятности отказа за 1 ч на систему накладывается требование отказа агрегатов в течение этого часа. В соответствии с условием ординарности выполнение этого требования маловероятно. Но Нормы летной годности [8] требуют определения вероятности отказа именно за 1 ч, хотя и с крайне малой вероятностью. Для функциональной системы, оказывающей влияние на безопасность полетов, эта величина должна быть не более 1×10^{-9}.

Системы самолетов имеют 2–3-кратное резервирование и являются системами, работающими с восстановлением. Если отказ агрегата имеет открытую для экипажа функцию, то после отказа в полете он заменяется при техническом обслуживании по замечанию экипажа. В этом случае, временем, характерным для расчета надежности системы, является продолжительность типового полета. Если отказ имеет скрытую для экипажа функцию, то он будет обнаружен только при очередной проверке системы и характерное время определится периодичностью проверок.

Дублирование с восстановлением обеспечивает высокую надежность систем. Нам не известны катастрофы, вызванные отказами систем. Надежность систем, рассчитанная по статистическим материалам эксплуатантов, оценивается вероятностью отказа $10^{-9}\ldots10^{-16}$ за 1 ч полета.

Если выражение (4) умножить на время t:

$$Q^{\text{ал}}(t)=\left[1-(1-\omega)^4\right]^4\cdot t\,, \tag{5}$$

то функция от t определит зависимость вероятности отказа системы от времени. Но ее смысл существенно отличается от заложенного в выражение (3), которое определяет зависимость вероятности отказа от t при условии, что на интервале $[0, t]$ откажут агрегаты, обусловливающие отказ системы. Выражение (5) тоже предполагает определение вероятности отказа системы в функции t, но при условии, что в течение каждого часа интервала $[0, t]$ будет выполняться условие ее отказа. Фактически, это произведение вероятности отказа в течение 1 ч на число часов в интервале $[0, t]$.

Нетрудно получить выражение вида (5) для случая, когда за единицу времени принят не 1 ч, а произвольная единица τ. Наши исследования показали, что в этом случае для каждой τ будет получена своя зависимость вероятности отказа системы от времени, т. е. построено поле таких зависимостей, что противоречит условию однозначности вероятности отказа от времени.

Построить решение относительно вероятности отказа системы на интервале [0, τ] в дискретных значениях отказов агрегатов, как этого требует теорема умножения вероятностей, возможно, определив эти дискретные значения. Для этого интервал [0, τ] необходимо принять за единицу времени, которая может изменяться, и применительно к ней определить параметр потока отказов в виде

$$\omega_\tau=\tau\cdot\omega\,.$$

Тогда, в соответствии с (2), вероятность отказа агрегата на интервале [0, τ], как за единицу времени, будет иметь вид

$$q(\tau_1)=\omega_\tau\cdot 1 \tag{6}$$

и вероятность отказа системы будет выглядеть следующим образом:

$$Q^{\text{ал}}(\tau_1)=\left[1-(1-\omega_\tau)^4\right]^4. \tag{7}$$

Поскольку $\omega_\tau=\tau\cdot\omega$, выражение (7) формально подобно выражению (3). Отличие состоит в понимании, трактовке и использовании результатов расчетов.

Выражение (3) обычно трактуется как интегральная функция вероятности отказа системы, по которой возможно определить текущее по t значение вероятности отказа, и вероятность отказа на отрезке τ, как ее приращение, а также вероятность отказа в течение 1 ч в форме дифференциальной функции (рис. 4). Выше было сказано, что это ошибочные представления.

Выражение (7) также не является интегральной функцией вероятности отказа системы. Оно определяет вероятности ее отказа на дискретных интервалах времени [0, τ], в том числе и при длительности интервала, равной 1 ч. В выражении (7), при изменении длительности интервала τ, всегда понимается изменение параметра потока отказов ω_τ при единичном значении времени. В выражении (7) время равно 1, т. е. оно не является функцией времени, и вследствие этого вероятность отказа на отрезке τ не зависит от его положения на оси времени t. В выражении (3) параметр потока отказов w принимается постоянным, а изменяется время t.

Сходство выражений (3) и (7) определяет получение одинаковых результатов только при расчете на равных интервалах, имеющих начало, которое совпадает с началом оси времени, т. е. только на интервалах $[0, t]$. При определении вероятностей отказа системы на одинаковых отрезках τ, произвольно расположенных на оси t, результаты расчетов существенно различны.

Рассмотренная в работе система в соответствии с традиционным подходом (3) на отрезке протяженностью τ = 1 000 ч имеет вероятность отказа равную:

– 0,014 в диапазоне времени 0...1 000 ч;
– 0,2 в диапазоне времени 4 000...5 000 ч;
– 0,0256 в диапазоне времени 7 000...8 000 ч;
– 0,0004 в диапазоне времени 9 000...10 000 ч.

При альтернативном подходе, в соответствии с (7), вероятность отказа при τ = 1 000 ч равна 0,014 и не зависит от положения отрезка τ на оси времени.

В первом случае выражение (3) рассматривалось как интегральная функция вероятности отказа (рис. 3), и в соответствии с ней на участке τ = 1 000 ч в зависимости от его положения на оси t получены различные вероятности отказа. Во втором случае уравнение (7) представляет собой вероятность отказа на дискретных отрезках времени τ.

В рассмотренном примере для агрегатов принято распределение с равномерной плотностью вероятности, при котором вероятности их отказов на отрезке τ зависят только от его длины и не зависят от его положения на оси времени. Это свойство пуассоновского потока событий. Несмотря на нелинейность выражения (7) и рис. 3, при альтернативном подходе это свойство осталось присущим и системе.

Следует отдельно остановиться на правомерности традиционной интегральной функции вероятности отказа с позиций стационарности процесса эксплуатации и потоков событий отказов агрегатов. Практикой эксплуатации авиационной техники отечественного и зарубежного производства показано, что при действующей системе технического обслуживания, потоки отказов агрегатов стационарны, т. е. параметры потоков отказов не зависят от времени работы системы (от налета часов). При этом момент времени, принятый за начало отсчета времени в выражении (3) и рис. 3, является произвольным и может быть выбран любым, т. е. реализуется не одна функция вида (3), принятая за интегральную, а поле таких функций. Любому произвольному моменту времени t будут соответствовать вероятности отказа системы в интервале от 0 до 1 в зависимости от момента начала отсчета времени. Таким образом, интегральная функция вероятности отказа системы теряет смысл. Оправданным является определение вероятностей отказа системы на определенных отрезках времени τ, значения которых остаются независящими от начала отсчета времени.

Библиографические ссылки

1. Воробьев В. Г., Константинов В. Д. Надежность и эффективность авиационного оборудования. М. : Транспорт, 1995.

2. Сугак Е. В., Василенко Н. В., Назаров Г. Г. Надежность технических систем. Красноярск : МПГ «Раско», 2001.

3. Базовский И. Надежность. Теория и практика : пер. с англ. М. : Мир, 1965.

4. Александровская Л. Н., Аронов Н. З. Безопасность и надежность технических систем. М. : Универс. книга ; Логос, 2008.

5. Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г. Математические модели и методы расчета схемной надежности функциональных систем самолетов ГА // Вестник СибГАУ. Вып. 3(20). 2008. С. 78–82.

6. Бойко О. Г. Правомерность использования интегральных функций распределения вероятности в расчетах надежности // Вестник СибГАУ. Вып. 4(21). 2008. С. 109–111.

7. Бойко О. Г., Шаймарданов Л. Г. Математические модели и методы расчета надежности сложных систем // Вопросы современной науки и практики. 2009. № 8(22). С. 64–72.

8. Авиационные правила : АП-25. Нормы летной годности самолетов. М. : МАК, 1994.

9. ОСТ 1 00132–84. Надежность изделий авиационной техники. Методы количественного анализа безотказности функциональных систем при проектировании самолетов и вертолетов. М. : Изд-во стандартов, 1984.

O. G. Boyko, L. G. Shaimardanov

THE PAPER IS ABOUT INTEGRAL, DIFFERENTIAL BREAKDOWN PROBABILITIES FUNCTION BREAKDOWN PROBABILITY AT A RANDOM TIME PIECE CORRELATION IN COMPLICATED SYSTEMS AND AGGREGATES CALCULATION

The traditional approach to solution the reliability task is viewed from the positions of satisfaction conditions of probabilities multiplying theorem usage, ordinarity and stationarity of systems and aggregates breakdowns stream. The alternative approach to reliability task solution is proposed.

Keywords: breakdown integral function, differential breakdown function, breakdown probability at a piece, reliability study.

УДК 629.7.017.1

В. В. Лукасов

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ АВАРИЙНОЙ СИТУАЦИИ НА ВОЗДУШНОМ СУДНЕ В ПОЛЕТЕ

Показана возможность прогнозирования перехода особой ситуации в полете в аварийную с использованием статистического метода теории вероятностей.

Ключевые слова: авиационная техника, экипаж, аварийная ситуация, признак, вероятность появления состояния, вероятность проявления признака.

Анализ инцидентов, авиационных происшествий и катастроф, произошедших с летательными аппаратами (ЛА), показывает, что все они происходят по вине человека или техники. При подготовке и выполнении полета на человека или технику влияют различные факторы, которые в ряде случаев приводят к тяжелым последствиям. Рассмотрим эти факторы.

На авиационную технику влияет качество серийного производства, выполнение требований летной и технической эксплуатации, своевременное и полное проведение технического обслуживания и ремонта (ТОиР) и грамотность техники пилотирования.

На экипаж оказывает влияние обученность, регулярность выполнения полетов, качество подготовки к полету, физическое и психологическое состояние членов экипажа.

Выполнение полета можно разделить на этапы, в ходе которых возможны ошибочные действия членов экипа-