

E. N. Garin

THE INFLUENCE OF CONDITIONS FOR PASSING GLONASS AND GPS SATELLITE RADIO NAVIGATION SIGNALS ON THE ERRORS OF DEFINING RELATIVE COORDINATES

The influence of the conditions for passing GLONASS and GPS satellite radio navigation signals on the errors of defining relative coordinates is overlooked.

Keywords: signal delay, multipath propagation, error, frequency, navigation spacecraft.

©Гарин Е. Н., 2010

УДК 621.45–181.4:629.78

Е. М. Краева

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ОБТЕКАНИЯ РЕШЕТКИ ПРОФИЛЕЙ МАЛОРАСХОДНОГО ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ*

С учетом конструктивных особенностей проточной части рабочего колеса малорасходного центробежного насоса выполнен анализ обтекания решетки профилей потока вязкой жидкости. Выполнен расчет параметров пограничного слоя.

Ключевые слова: гидродинамика, малорасходный центробежный насос, рабочее колесо, пограничный слой, степень диффузорности.

В анализе принято значение степени диффузорности канала рабочего колеса (РК) насоса, при котором на рабочей (напорной) стороне лопатки реализуется безотрывное обтекание профиля, а отрыв с развитием спутного потока реализуется на тыльной стороне профиля лопатки. Эта особенность гидродинамики РК МН была экспериментально изучена при визуализации и испытаниях [1]. Критическое значение степени диффузорности \bar{W} в экспериментах находилось по непосредственному измерению параметров и реализуемому КПД насоса. В определенную таким образом величину \bar{W} не входят в явном виде такие важные характеристики РК как густота решетки τ , распределение скоростей по контурам профиля лопатки, параметры пограничного слоя и их изменения по длине канала.

К параметрам, характеризующим пограничный слой, как правило, относят [2] не саму толщину пограничного слоя δ , в пределах которой величина скорости потока W_x отличается на 1 % от скорости ядра W_k , а толщину вытеснения динамического пограничного слоя δ^* , соответствующую расстоянию, на которое сдвигаются от профиля лопатки линии тока внешнего течения вследствие образования пограничного слоя. Это позволяет при определении расхода вязкой жидкости принимать поток невязким, но считать, что он отгеснен от поверхности лопатки на величину δ^* . Значение толщины вытеснения находим из выражения [2]

$$W_k \delta^* = \int_0^{\delta} (W_k - W_x) dn, \quad (1)$$

где W_x – текущее значение скорости потока в пограничном слое.

Так как при $n \rightarrow \infty$; $W_x \rightarrow W_k$ подынтегральное выражение стремится к нулю, тогда получим

$$\delta^* = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{W_x}{W_k}\right) dn$$

или

$$W_k \delta^* = \int_0^{\delta} (W_k - W_x) dn = \int_0^{\infty} (W_k - W_x) dn. \quad (2)$$

Аналогично для толщины потери импульса

$$W_k^2 \delta^{**} = \int_0^{\delta} W_x (W_k - W_x) dn. \quad (3)$$

Для анализа, в силу осесимметричности степени сдвига потока в радиальной плоскости по шагу решетки, действительный трехмерный поток в РК МН условно разделяем на два: внешнее ядро потока (вне пограничного слоя) и пограничный слой, в котором проявляются силы вязкости.

При профилировании и расчете течения в круговых решетках лопаточных машин целесообразно использовать соответствующие исследования прямых решеток, и все изученные свойства потока через прямые решетки непосредственно распространить на круговые решетки. При этом наиболее эффективно применение метода конформных отображений [3].

* Работа выполнена при поддержке грантов: АВИЦП РПН ВШ № 2.1.2/802.

Применительно к РК лопаток одинарной кривизны, образующая которых параллельна вектору угловой скорости ω . Профили круговых решеток в полярных координатах R, θ и их конформное отображение на плоскостях x, y приведены на рис. 1. Используя граничные условия $x = 0, R = R_1$ и $x = S, R = R_2$, получим связь между текущими координатами прямой решетки x, y и полярными координатами R, θ профиля круговой решетки:

$$R = R_1 \exp \frac{x}{l} \ln \frac{R_2}{R_1};$$

$$\theta = \frac{\pi y}{t_{пр}}; \quad \frac{l_{пр}}{t_{пр}} = \frac{z \ln R_2 / R_1}{2\pi}. \quad (4)$$

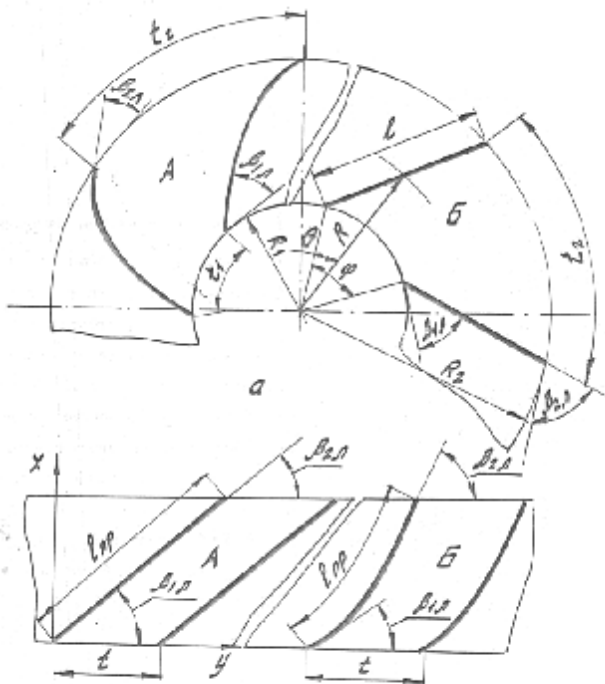


Рис. 1. Схемы решеток профилей при их конформном перестроении: а – круговые; б – прямые

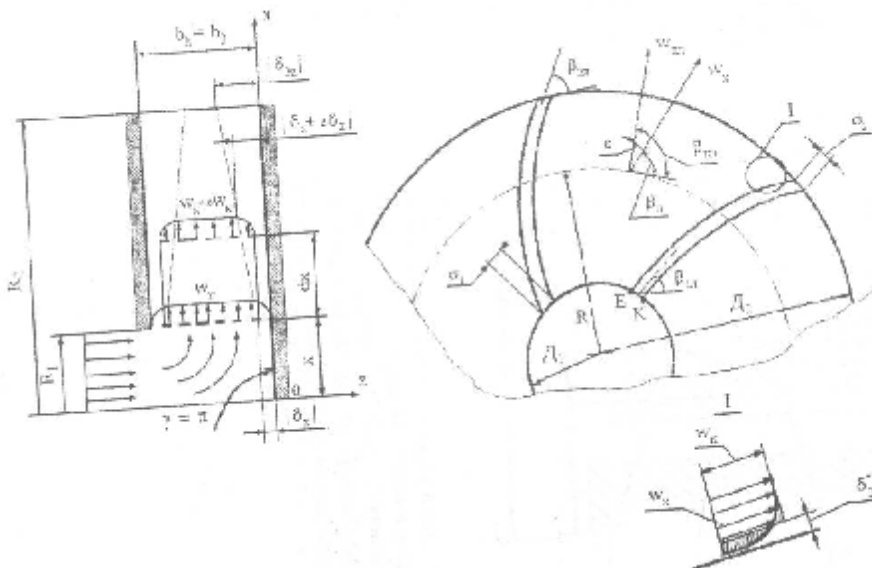


Рис. 2. Расчетная схема течения в РК центробежного насоса

Сформулируем основные положения принятой модели течения при расчете закрытого РК насоса.

1. Абсолютная скорость потока на входе в РК постоянна и направлена параллельно оси вращения РК.
2. Сдвиговые течения в плоскости вращения по дискам РК существенны и их необходимо учитывать.
3. Средняя скорость потока в решетке постоянна и с учетом сдвига равна скорости на выходе РК ($W_k = W_2$).
4. Форма входной кромки лопатки представлена на рис. 2, а обтекание ее соответствует натеканию потока вязкой жидкости окрестности клинообразного тела с критической точкой E на вершине.
5. Влиянием пограничных слоев вдоль каналов и начальным сдвигом потока в меридиональной плоскости на основной поток пренебрегаем.
6. Характеры течений на покрывном и ведущем дисках РК при $\bar{W} < 5$ отличаются незначительно, что допускает принять плоскость симметрии потока по средней линии (по ширине) межлопаточного канала (рис. 2). Поэтому при расчете пограничных слоев на лопатках (с учетом сдвиговых течений по дискам) учитывается симметричность параметров вторичных течений.

7. Эффектами, связанными с течением в углах (в стыке между лопатками и дисками), и их влиянием на профиль скорости вторичных течений пренебрегаем.

Наличие градиента давления по шагу межлопаточного канала приводит к поперечному сдвиговому течению, что вызывает изменение характера потока в пограничном слое вдоль дисков РК. Большая относительная толщина пограничного слоя на дисках РК, с учетом сдвигового течения ядра потока в радиальной плоскости, предопределяет условное разделение потока в канале РК на ядро со скоростью W_k и вязкий пограничный слой, рассчитываемый с использованием интегрального уравнения импульсов [2]. Этот метод достаточно точен для инженерной практики и позволяет сравнить результаты расчета с опытом, учитывая более надежное определение в РК МН опытных интегральных, а не локальных параметров потока.

Течение на входном участке в РК рассмотрим с учетом особенностей поворота потока в окружности крити-

ческой точки с координатами $x = 0; z = 0$ (рис. 2). При таком течении, жидкость, набегающая на ограничивающий диск РК, оттекает от критической точки 0 вдоль диска во все стороны равномерно до входа в межлопаточный канал РК, лопатки которого образуют решетку профилей.

Точное решение такой задачи для осесимметричного течения ввиду его аффинно-подобия вблизи критической точки выполнено Н. Фреслингом [2]. Расчет параметров осесимметричного течения на входе в РК сводится к расчету пограничного слоя плоского течения около клина с углом раствора $\gamma = \pi\psi = \frac{\pi}{2}$ [2]. В этом случае скорость потенциального течения вдоль ограничивающего диска имеет вид [2]

$$W_x = cx^m, \quad (5)$$

где c и m – постоянные величины.

Тогда m рассчитывается по формуле

$$m = \frac{\psi}{2 - \psi} = \frac{\gamma/\pi}{(2 - \gamma/\pi)} = \frac{\gamma}{2\pi - \gamma} = \frac{1}{3}. \quad (6)$$

По оси z соответствующее значение толщины пограничного слоя определяется по выражению [2]

$$\delta_{z0} \approx 4,4 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}. \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что вблизи критической точки величина, на которую распространяется влияние трения, пропорциональна корню квадратному из кинематической вязкости и с учетом ω составляет малое значение. Следует заметить, что безразмерное распределение скоростей $\frac{W_x}{W_k}$ и значение δ_{z1} не зависят от координаты x , т. е. не изменяются вдоль радиуса диска вплоть до начала лопаток на радиусе R_1 . Это позволяет проводить расчет течения вдоль ограничивающих дисков межлопаточных каналов РК МН от радиуса R_1 и далее по каналу, принимая $\delta_{z0} = \delta_{z1} = \text{const}$.

Для каналов с гидродинамической степенью диффузорности $\bar{W}_r = \frac{W_1}{W_2} = 1$ при $x = l_{np}$ имеем $W_x \approx W_2$.

С учетом сдвига по дискам относительно средней линии каналов будет $W_{(x)} \cos \varepsilon = W_k \cos \varepsilon_R$. Тогда из уравнения (5) получим

$$c = \frac{W_x}{x^m} = \frac{W_k \cos \varepsilon_R}{l_{np}^m}. \quad (8)$$

Уравнение (8) запишем следующим образом:

$$W_x = \frac{W_k \cos \varepsilon_{R_2}}{l_{np}^m} x^m. \quad (9)$$

При переходе от круговой к прямой решетке, с учетом выражения (5), получим уравнение средней линии канала РК в виде

$$x = \frac{l_{(x)}(l_n R_2 - l_n R_1)}{l_n \frac{R_2}{R_1}}, \quad (10)$$

тогда выражение (9) будет выглядеть следующим образом:

$$W_x = W_k \bar{l}_{np}^m \left[\frac{l_n R_2 - l_n R_1}{l_n \frac{R_2}{R_1}} \right]^m \cos \varepsilon_R, \quad (11)$$

где $\bar{l}_{np} = \frac{l(x)}{l_{np}}$; $l(x)$ – текущее значение длины канала.

При $\gamma = 0$ имеем случай продольного обтекания пластины со сдвигом. Тогда из уравнения (5) $m = 0$ и величина относительно скорости на выходе из РК МН имеет вид

$$W_{(x_2)} = W_k \cos \varepsilon_R = W_2. \quad (12)$$

Будем считать, что по всей поверхности дисков РК пограничный слой ламинарный (в последствии это докажем). Решение уравнения пограничного слоя проводим с учетом градиентного течения, используя для оценки закона изменения толщины потери импульса δ_{z1}^{**} вдоль ограничивающих дисков межлопаточного канала выражение из работы [2], сведенное к простой квадратуре:

$$(\delta_z^{**})^2 = \frac{0,47\nu}{W_{(x)}^6} \int_0^l W_{(x)}^5 dx. \quad (13)$$

С учетом уравнения (11), решая относительно δ_z^{**} , имеем

$$\delta_{z1}^{**} = 0,686 \times \sqrt[4]{\frac{\nu l_{np}^m \left[l_n \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \right]^m}{(5m+1) [l_n R_2 - l_n R_1]^m W_k \cos \varepsilon_{R_2} l(x)^{m-1}}}. \quad (14)$$

При $m = 0$; $\varepsilon_{R_2} = 0$ и $l(x) = l_{np}$ уравнение (14) принимает вид

$$\delta_{z1}^{**} = 0,686 \sqrt{\frac{\nu l_{np}}{W_k}}, \quad (15)$$

и дает результат, соответствующий точному решению при продольном обтекании плоской пластины.

Для оценки толщины вытеснения пограничного слоя воспользуемся вспомогательной функцией [2]

$$f_1(\chi) = \frac{\delta_z^{**}}{\delta_z^{**}}, \quad (16)$$

в которой значение формпараметра (χ), согласно Г. Хольштейну и Т. Болену [2], выразим следующим образом:

$$\chi = \left(\frac{\delta_z^{**}}{\nu} \right)^2 \frac{dW(x)}{dx} = \frac{m}{(10,64m + 2,128)}. \quad (17)$$

Выражение для касательного напряжения τ на ограничивающих поверхностях дисков определим, воспользовавшись табличной функцией $f_2(\chi)$ [2]:

$$f_2(\chi) = \frac{\delta_z^{**} \tau_0}{\nu \rho W(x)}. \quad (18)$$

Откуда

$$\tau_{0z} = \frac{\tau \nu f_2(\chi) W_k}{\delta_{z1}^{**}}, \quad (19)$$

где

$$f_2(\chi) = \left(2 + \frac{\Lambda}{6} \right) \left(\frac{37}{315} - \frac{\Lambda}{945} - \frac{\Lambda^2}{9072} \right). \quad (20)$$

С учетом постоянного значения гидродинамической степени диффузорности РК ($W_k = W_2$), согласно

К. Польгаузену в работе [2], $\delta_{z1}^{**} \sqrt{\frac{W_k}{\nu}} = \sqrt{\chi_0} = 0,278$ уравнение (19) запишем

$$\tau_{0z} = f_2(\chi)\rho v W_k \sqrt{\frac{W_k}{v\chi}} = \frac{f_2(\chi)\rho v W_k}{\delta_{z1}^{**}} \quad (21)$$

или, с учетом значения $f_2(\chi) = 0,235$, имеем

$$\tau_{0z} = \frac{0,235\rho W_k v}{\delta_{z1}^{**}}, \quad (22)$$

где значение δ_{z1}^{**} определяется по уравнению (14).

Решение уравнений пограничного слоя К. Польгаузена для случая продольного обтекания плоской пластины ($m = 0$) дает выражение

$$\delta_{z1}^{**} = 0,686 \sqrt{\frac{v l_{np}}{W_k}}. \quad (23)$$

Тогда уравнение (21) преобразуем к виду

$$\tau_{z1} = 0,343\rho v^{0,5} W_k^{1,5} \quad (24)$$

или с учетом сдвигового течения

$$\tau_{z1} = 0,343\rho l_{(s)}^{\frac{m-1}{2}} \sqrt{W_k^3 v (5m+1) \cos \varepsilon_{R2}} \times \left(\frac{\ln R_2 - \ln R_1}{l_{np} \ln R_2 / R_1} \right)^{\frac{m}{2}}. \quad (25)$$

Результаты расчета параметров пограничного слоя δ_z^* , δ_z^{**} вдоль ограничивающих дисков каналов РК в зависимости от скорости набегающего потока $W(x)$, с учетом сдвига в радиальной плоскости на угол ε со следующими параметрами: $R_1 = 8,25$ мм; $R_2 = 20,25$ мм; шаг решетки $t_{np} = 14,95$ мм ($z = 6$); $l_{np} = 18,6$ мм; ширина канала $b_1 = 4,3$ мм и угловой скорости $\omega = 800$ рад/с (рис. 3); для ряда рабочих жидкостей: вода ($\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $\rho = 10^3$ кг/м³); водный раствор глицерина ($\nu = 1 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $\rho = 1,23 \cdot 10^3$ кг/м³); ЛЗ-ТК-2 при $t = +20$ °С ($\nu = 0,7 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $\rho = 691$ кг/м³) и при $t = -100$ °С ($\nu = 1,55 \cdot 10^{-5}$ м²/с; $\rho = 784$ кг/м³).

Из графиков видна существенная зависимость роста δ_z^{**} и δ_z^* с увеличением вязкости рабочей среды. Это приводит к оттеснению области течения, которое можно рассматривать как потенциальное, от стенок канала и сужению проходного сечения межлопаточных каналов на выходе РК до 50 %, что необходимо учитывать при расчете МН. Следует отметить, что значения толщины вытеснения и потери импульса возрастают, достигая на половине расчетного участка 80 % своего значения, соответствующего параметрам на выходе из РК.

Е. М. Kraeva

THEORETICAL ANALYSIS OF FLOW OF CASCADE OF LOW-FLOW CENTRIFUGAL PUMP BY VISCID FLUID STREAM

In view of design features of air-gas channel of impeller of low-flow centrifugal pump the analysis of flow of cascade by viscid fluid flow is executed. Calculation of parameters of a boundary layer is executed.

Keywords: hydrodynamics, low-flow centrifugal pump, impeller, boundary layer, diffuser degree.

С учетом уравнений (14) и (16) для приведенных выше параметров РК МН при угловой скорости $\omega = 800$ рад/с для ряда реальных рабочих тел число Рейнольдса $Re_{кр0z}$ изменялось от 34,2 ($\nu = 10^{-4}$ м²/с) до 342 ($\nu = 0,7 \cdot 10^{-6}$ м²/с), что существенно ниже его критического значения (рис. 3).

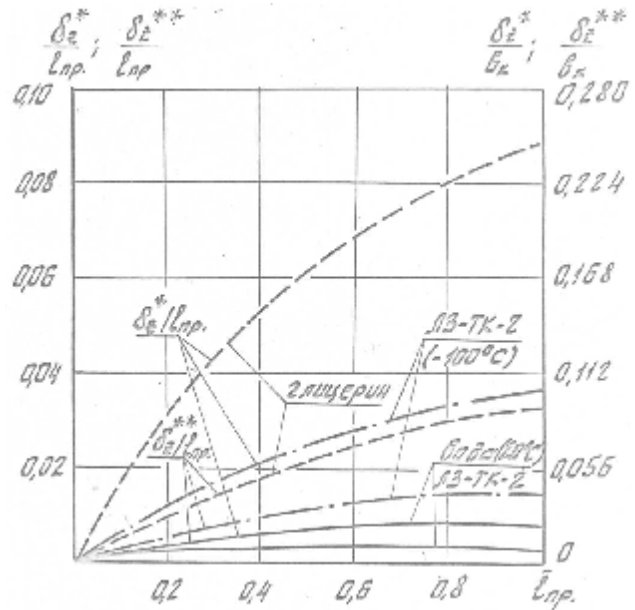


Рис. 3. Результаты расчета параметров пограничного слоя для ряда рабочих жидкостей вдоль ограничивающих дисков канала РК ($R_1 = 8,25$ мм; $R_2 = 20,25$ мм; $b_1 = 4,3$ мм; $t_{np} = 14,95$ мм ($z = 6$); $l_{np} = 18,6$ мм; $\omega = 800$ рад/с)

Таким образом, для правильно спроектированных РК при реализуемых в эксплуатации режимах работы МН в широком диапазоне изменения параметров рабочего тела присущ ламинарный пограничный слой по всей длине проточной части каналов РК.

Библиографические ссылки

1. Отчет по НИР Б1.6.08 «Математическое моделирование и гидродинамический анализ трехмерного пространственного течения (I этап). № 0120.0804367 ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2008.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М. : Наука, 1969.
3. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток гидромашин. М. : Физматгиз, 1962.