### P. K. Lopatin

# ALGORITHM OF A MANIPULATING ROBOT MOVEMENT IN AN ENVIRONMENT WITH UNKNOWN OBSTACLES

An algorithm is presented for a manipulating robot (MR) control in an unknown static environment. A theorem is proved stating that following the algorithm the MR in a finite number of steps will either reach a target configuration or come to the proved conclusion that the target configuration may not be reached. Given sequences from the theorem facilitating the MR functioning in the unknown environment.

Keywords: robot, unknown environment, obstacles, reachability.

© Лопатин П. К., 2011

УДК 62.501

#### А. В. Медведев

## ТЕОРИЯ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ. К-МОДЕЛИ

Рассматриваются некоторые задачи идентификации в «широком» смысле. Идентификация безынерционных объектов и объектов с памятью исследуется в условиях непараметрической априорной информации. Анализируется также случай, когда априорная информация соответствует как непараметрическому, так и параметрическому уровню одновременно. Это относится к системе многосвязных объектов. Приводятся непараметрические модели некоторых статических и динамических объектов с запаздыванием.

Ключевые слова: идентификация, априорная информация, идентификация в «широком», непараметрические модели, дискретно-непрерывные процессы, К-модели.

Теория – в виду практики. Девиз конгрессов IFAC

При изучении неизвестных явлений можно строить очень общие гипотезы и продвигаться шаг за шагом с помощью опыта. Слишком конкретная гипотеза почти наверняка заключает в себе долю ошибки наряду с долей истины

П. Кюри

Проблема идентификации является одной из центральных в теории управления и других областях науки, объединяемых емким термином – кибернетика. Основное внимание мы уделим задачам идентификации в «широком» смысле, наряду с достаточно хорошо развитой теорией идентификации в «узком» смысле. Ранее [1–3] были описаны дискретнонепрерывные процессы и пути идентификации стохастических систем, которые тесно связаны с имеющейся априорной информацией.

Более того, нас будет интересовать прежде всего идентификация в условиях непараметрической неопределенности, а также случай, когда априорная информация соответствует одновременно как непараметрическому [3], так и параметрическому типу исходных данных об исследуемом процессе. Приведем достаточно общепринятую схему задачи идентификации (рис. 1) [4].

На рисунке приняты следующие обозначения:  $u_t$ ,  $x_t$  — соответственно векторные входные и выходные переменные, контролируемые в дискретные моменты времени t;  $\xi_t$  — случайная ненаблюдаемая помеха;

 $\hat{x}_t$  — выходная величина настраиваемой модели;  $\varepsilon_t = x_t - \hat{x}_t$ ;  $Q(\varepsilon_t)$  — выпуклая функция потерь;  $\alpha$  — вектор параметров настраиваемой модели;  $I_t$  — вектор всех наблюдений к моменту времени t; M — символ математического ожидания;  $R(\alpha)$  — критерий идентификации.

Идентификация по данной схеме осуществляется при помощи настраиваемой модели (блок «модель») той или иной параметрической структуры, параметры  $\alpha$  которой корректируются по мере поступления наблюдений «вход-выход». Обычно предполагается, что объект работает в стационарном режиме, т. е. вероятностные характеристики последовательностей  $\vec{x}_s$ ,  $\vec{u}_s$  неизменны во времени,  $\vec{x}_s = (x_1, x_2, ..., x_s)$ ,  $\vec{u}_s = (u_1, u_2, ..., u_s)$  – временные векторы. Соответствие настраиваемой модели объекту оценивается критерием качества идентификации:

$$R(\alpha) = M\left\{Q\left(\varepsilon\left(x_{t}, \hat{x}_{t}\right)\right)\right\}. \tag{1}$$

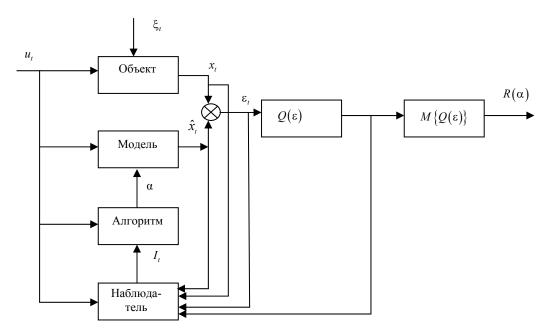


Рис. 1. Схема задачи идентификации

Алгоритм идентификации (блок «алгоритм») определяется параметрической структурой модели, видом функции потерь, методом минимизации критерия качества идентификации  $R(\alpha)$  по  $\alpha$ , т. е. нахождением такого  $\alpha^*$ , что

$$R(\alpha^*) = \min_{\alpha} R(\alpha). \tag{2}$$

Решение задачи (2) может быть получено, например, методом стохастических аппроксимаций, методом наименьших квадратов, методом случайного поиска и др.

**Постановка задачи.** Рассмотрим более общую схему дискретно-непрерывного объекта (рис. 2). Здесь приняты обозначения: x(t) — векторная выходная переменная процесса; u(t) — векторное управляющее воздействие;  $\mu(t)$  — векторное случайное воздействие; (t) — непрерывное время;  $H^{\mu}$ ,  $H^{u}$ ,  $H^{x}$ ,  $H^{\omega}$  — каналы связи, соответствующие различным переменным, включающие в себя средства контроля, приборы для измерения наблюдаемых переменных;  $\mu_{t}$ ,  $u_{t}$ ,  $x_{t}$ ,  $\omega_{t}$  — означает измерение  $\mu(t)$ , u(t), x(t),  $\omega(t)$  в дискретное время t;  $\omega^{i}(t)$ : i=1,2,...,k — переменные процесса, контролируемые, в том числе, по длине объекта.

Отметим существенное отличие выходных переменных z(t), q(t) и x(t), представленных на рис. 2. Выходная переменная x(t), как и  $\mu(t)$ , u(t), контролируется через интервалы времени  $\Delta t$ , q(t) контролируется через существенно большие интервалы времени  $\Delta T$ , z(t) — через T ( $T >> \Delta T >> \Delta t$ ).

С практической точки зрения для исследуемого процесса наиболее важным часто является контроль переменных z(t). Например, выходные переменные x(t) контролируются с помощью различного рода индукционных, емкостных и других датчиков, доступных электрическому измерению, q(t) – на основе лабораторных анализов, а z(t) – в результате длительного химического анализа, физико-механических испытаний и др. Этим и обусловлено существенное различие дискретности контроля выходных переменных q(t) и z(t). Особенностью здесь является то, что измеренное значение выхода объекта станет известным только через определенные промежутки времени, этим объясняется запаздывание в измерениях выходных переменных объекта x(t), q(t) и z(t), а  $\Delta t$ ,  $\Delta T$  и T – дискретность, с которой происходят измерения.

В этом случае выходные переменные, как и ранее, зависят от входных u(t),  $\mu(t)$ ,  $\xi(t)$ , а  $\omega(t)$  играет роль дополнительной информации, и тогда процесс описывается следующим образом:

$$x(t) = A(u(t), \mu(t), \xi(t), t)$$
. (4)

Достаточно подробный анализ такого процесса был проведен в [1; 2]. Конкретные задачи идентификации будут ниже приведены с указанием различий в каждом рассматриваемом случае. Из рис. 2 ясно, что значения выходных переменных x(t), q(t), z(t) объекта зависят от входных u(t),  $\mu(t)$ ,  $\xi(t)$ . Полученные  $\omega(t)$  представляют дополнительную информацию о протекании исследуемого процесса, которую целесообразно использовать при построении модели.

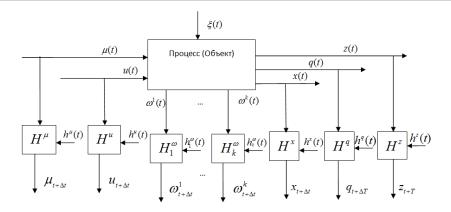


Рис. 2. Общая схема многомерного стохастического процесса

Таким образом, основная задача идентификации состоит в построении моделей, которые в достаточно общем виде могут быть представлены следующим образом:

$$\hat{x}(t) = \hat{A}(u(t-\tau), \mu(t-\tau), \omega(t-\tau)), \tag{5}$$

$$\hat{q}(t) = \hat{A}(u(t-\tau), \mu(t-\tau), \omega(t-\tau), \hat{x}(t)), \tag{6}$$

$$\hat{z}(t) = \hat{A}(u(t-\tau), \mu(t-\tau), \omega(t-\tau), \hat{x}(t), \hat{q}(t)), \quad (7)$$

где  $\tau$  — запаздывание, отличающееся по различным каналам (из соображений простоты принято единообразное обозначение).

Многообразие задач идентификации будет обусловлено различными объемами априорной информации, типами процессов, наличием запаздывания в объекте и каналах связи.

**Н-модели безынерционных объектов.** Сделаем следующие допущения: объект, представленный на рис. 2, — безынерционный, переменные  $\omega(t) = (\omega'(t),...,\omega^k(t)),\ q(t),\ z(t)$  отсутствуют вместе со своими каналами измерения. В этом случае объект описывается зависимостью

$$x(t) = A(u(t), \mu(t), \xi(t), t)$$
. (8)

Примем, что модель такого объекта с запаздыванием имеет вид

$$\hat{x}(t) = \hat{A}(u(t-\tau), \mu(t-\tau), \alpha), \qquad (9)$$

где  $\hat{A}$  — выбранный класс функций;  $\alpha$  — вектор параметров;  $\tau$  — запаздывание.

Запаздывания по различным каналам связи, конечно же, могут быть различными, но мы не будем это отмечать в формулах, чтобы не перегружать их индексами. Отметим лишь, что все запаздывания по соответствующим каналам связи известны.

Рассмотрим еще один процесс, часто имеющий место на практике [2]. Сущность его состоит в том, что из-за стохастической зависимости компонент вектора входных переменных, которая почти всегда неизвестна, исследуемый процесс имеет «трубчатую»

структуру. Пусть  $u \in R^1$ ,  $\mu \in R^1$ ,  $x \in R^1$  (рис. 3). Интервалы изменения  $(u,\mu,x) \in R^3$  всегда известны из практических соображений. Без нарушения общности выделим в  $R^3$  единичный куб. Реально протекающий процесс же принадлежит подобласти  $\Omega^H(u,\mu,x) \subset \Omega(u,\mu,x)$ , которая никогда не известна.

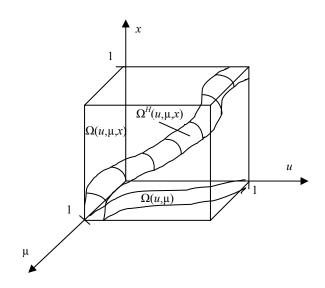


Рис. 3. Процесс, протекающий в трубке

Таким образом,  $u \in [0;1]$ ,  $\mu \in [0;1]$ ,  $x \in [0;1]$ , а триада  $(u,\mu,x) \in \Omega(u,\mu,x)$ . Ясно, что не каждое значение триады  $(u,\mu,x)$ , полученной в эксперименте или измеренной на реальном процессе, будет принадлежать  $\Omega^H(u,\mu,x)$ . Следует отметить, что в теории идентификации области  $\Omega(u,\mu,x)$ ,  $\Omega(u,\mu)$ ,  $\Omega(u)$ ,  $\Omega(\mu)$ ,  $\Omega(x)$  всегда известны, а область  $\Omega^H(u,\mu,x)$  всегда неизвестна. В случае стохастической независимости входных переменных процесса  $\Omega^H(u,\mu,x)$  совпадает с  $\Omega(u,\mu,x)$ , т. е.  $\Omega^H(u,\mu,x) = \Omega(u,\mu,x)$ . Если объект динамический, то переменные фазового

пространства обязательно стохастически зависимы. Это, безусловно, накладывает отпечаток и на особенности моделирования подобных процессов, которые мы рассмотрим в дальнейшем.

Параметрическая модель статического процесса (см. рис. 1) может быть принята в виде [3; 4]

$$\hat{x}(u,\mu) = F(u,\mu,\alpha) , \qquad (10)$$

где  $F(\cdot)$  – некоторая функция;  $\alpha$  – вектор параметров, например,

$$\hat{x}(u,\mu) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \varphi_i(u,\mu) , \qquad (11)$$

где  $\varphi_i, i=\overline{1,N}$  — система линейно-независимых функций;  $(u,\mu)\in\Omega(u,\mu)$ ,  $(u,\mu,x)\in\Omega(u,\mu,x)$ . В случае стохастической зависимости компонент векторов  $u\in R^n$ ,  $\mu\in R^m$  исследуемый процесс имеет «трубчатую» структуру [1]. Тогда параметрическая модель должна быть взята в виде

$$\hat{x}(u,\mu) = F(u,\mu,\alpha)I(u,\mu), \qquad (12)$$

где  $I(u, \mu)$  – индикатор такой, что

$$I(u,\mu) = \begin{cases} 1, & \text{if } (u,\mu) \in \Omega^H(u,\mu) \subset \Omega(u,\mu), \\ 0, & \text{if } (u,\mu) \notin \Omega^H(u,\mu). \end{cases}$$

Ясно, что, если  $\Omega^H(u,\mu) = \Omega(u,\mu)$ , то модель (12) совпадает с обычными моделями (10) либо (11). В качестве оценки индикаторной функции  $I(u,\mu)$  может быть принята статистика:

$$I_{s}(u,\mu) = \begin{cases} 1, & \text{if } \sum_{i=1}^{s} \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{u_{j} - u_{j}^{i}}{c_{s}}\right) \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(\frac{\mu_{i} - \mu_{j}^{i}}{c_{s}}\right) > 0, \\ 0, & \text{if } \sum_{i=1}^{s} \prod_{j=1}^{n} \Phi\left(\frac{u_{j} - u_{j}^{i}}{c_{s}}\right) \prod_{j=1}^{m} \Phi\left(\frac{\mu_{i} - \mu_{j}^{i}}{c_{s}}\right) \leq 0. \end{cases}$$
(13)

Здесь колоколообразные функции  $\Phi(\cdot)$  и параметр размытости  $c_s$  удовлетворяют условиям сходимости [3],  $u \in R^n$ ,  $\mu \in R^m$ ,  $x \in \Omega(x) \subset R^e$ .

**КН-модели безынерционных объектов.** Здесь примем те же предположения, что и ранее, тогда

$$\hat{x}_i(u(t),\mu(t)) = F_i(u(t-\tau),\mu(t-\tau)), i = \overline{1,l} \quad (14)$$

или в более общем виде

$$f_i\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau),\mu^{\langle i\rangle}(t-\tau),x^{\langle i\rangle}(t)\right) = 0, \ i = \overline{1,l}. \quad (15)$$

Здесь  $F(\cdot)$  и  $f(\cdot)$  – неизвестные функции, соответствующие тому или иному классу, индекс  $\langle i \rangle$  указывает, что векторы u,  $\mu$ , x в данном случае составные. Это значит, что  $u^{\langle i \rangle}$ ,  $\mu^{\langle i \rangle}$ ,  $x^{\langle i \rangle}$ ,  $i=\overline{1,l}$  составлены из различных наборов компонент соответствующих

векторов  $u=(u_1,...,u_n)$ ,  $\mu=(\mu_1,...,\mu_m)$ ,  $x=(x_1,...,x_e)$ , т. е.  $u^{\langle 1 \rangle}$ , например, отличен по составу от компонент вектора  $u^{\langle 2 \rangle}$ . В частности, может иметь место следующее:  $u^{\langle 1 \rangle}=(u_1,u_3,u_4,u_7)$ , а  $u^{\langle 2 \rangle}=(u_2,u_3,u_5,u_8,u_9)$ . То же самое относится к векторам  $\mu\in\Omega(\mu)\subset R^m$ , к  $x\in\Omega(x)\subset R^l$  и к последующим аналогичным обозначениям.

Пусть исследуемые процессы имеют «трубчатую» структуру, тогда модель (14) имеет вид

$$\hat{x}_i(u(t), \mu(t)) =$$

$$= \hat{F}_i(u(t-\tau), \mu(t-\tau)) I_s(u(t-\tau), \mu(t-\tau)),$$
(16)

где индикатор  $I_s(\cdot)$  (в дальнейшем, при наличии индекса s, мы будем опускать в формулах временные векторы)

$$I_{s}\left(u(t-\tau),\mu(t-\tau)\right) =$$

$$= I_{s}\left(u(t-\tau),\mu(t-\tau),\vec{u}_{s},\vec{\mu}_{s}\right),$$
(17)

такой, что

$$I_{s}\left(u(t-\tau),\mu(t-\tau)\right) =$$

$$=\begin{cases} 1, & \text{if } \left(u(t-\tau),\mu(t-\tau)\right) \in \Omega_{s}^{H}\left(u,\mu\right), & (18) \\ 0, & \text{if } \left(u(t-\tau),\mu(t-\tau)\right) \notin \Omega_{s}^{H}\left(u,\mu\right). \end{cases}$$

Модель процесса (15) будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{f}_{i}\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau), \mu^{\langle i\rangle}(t-\tau), x^{\langle i\rangle}(t)\right) \times X_{s}^{i}\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau), \mu^{\langle i\rangle}(t-\tau)\right) = 0, \ i = \overline{1, l},$$
(19)

где индикатор  $I_{s}^{i}(\cdot)$  равен

$$I_{s}^{i}\left(u^{\langle i\rangle}\left(t-\tau\right),\mu^{\langle i\rangle}\left(t-\tau\right),\vec{u}_{s}^{\langle i\rangle},\vec{\mu}_{s}^{\langle i\rangle}\right) =$$

$$=\begin{cases} 1, & \text{if } \left(u,\mu\right) \in \Omega_{s}^{H}\left(u,\mu\right), \\ 0, & \text{if } \left(u,\mu\right) \in \Omega_{s}^{H}\left(u,\mu\right). \end{cases}$$
(20)

Модели класса (16)—(20) будем называть КН-моделями безынерционных объектов с запаздыванием, поскольку они принципиально отличаются от общепринятых моделей [4; 5] не только потому, что описывают процессы «трубчатой» структуры, но и наличием априорной информации по различным каналам многомерного объекта как параметрического, так и непараметрического типа. Более конкретно модель подобного объекта может быть представлена следующим образом:

$$\begin{cases} \hat{f}_{i}\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau), \mu^{\langle i\rangle}(t-\tau), x^{\langle i\rangle}(t), \alpha\right) I_{s}^{i} = 0, & i = \overline{1, k}, \\ \hat{S}_{i}\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau), \mu^{\langle i\rangle}(t-\tau), x^{\langle i\rangle}(t), \overline{u}_{s}^{\langle i\rangle}, \overline{\mu}_{s}^{\langle i\rangle}, \overline{x}_{s}^{\langle i\rangle}, \alpha\right) I_{s}^{i} = 0, (21) \\ i = \overline{k+1, l}, \end{cases}$$

где  $\alpha$  — вектор параметров;  $I_s^i$ ,  $i=\overline{1,k}$  — индикатор (20);  $\hat{S}_i$ ,  $i=\overline{\lambda+1,l}$  — соответствующие непараметрические статистики;  $\hat{f}_i(\cdot)$ ,  $i=\overline{1,\lambda}$  — семейство параметрических функций, определенных на основании априорной информации [3].

Система уравнений (21) представляет собой модель многомерного многосвязного безынерционного объекта с запаздыванием, который относятся к классу КН-моделей, принципиально отличающихся от известных [4; 5]. Их отличие состоит в том, что по отдельным каналам многомерного процесса известна его параметрическая структура с точностью до параметров  $\alpha$ . Она может быть определена на основе фундаментальных законов физики, механики, электротехники и др.

Вторая группа уравнений (21)  $\hat{S}_i$ ,  $i = \overline{\lambda + 1, l_1}$  соответствует уровню непараметрической неопределенности. В этом случае мы можем располагать априорной информацией лишь качественного характера об исследуемом объекте и используем стохастические аппроксимации непараметрического типа.

Оценка параметров  $\alpha$  в  $\lambda$ -уравнениях (21) может быть сведена к задаче идентификации в «узком смысле». Оценка второй группы уравнений  $\hat{S}_i$ ,  $i=\overline{\lambda+1,l}$  в (21) может быть осуществлена непараметрическими методами [3]. Если система уравнений (21) распадается, т. е. в случае процесса, описываемого (14), то по известным значениям u(t) и  $\mu(t)$  можно легко дать прогноз  $x(t+\tau)$ , если же нет, тогда возникает необходимость решения системы (иначе, КН-модели) относительно вектора  $x \in \Omega(x) \subset R^e$ . В случае наличия одного корня системы (21) в  $\Omega(x)$  возможно использовать прием, изложенный в [3]. Вообще говоря, этот вопрос требует специального исследования.

**К-модели динамических объектов.** Рассмотрим задачу построения модели динамического процесса (см. рис. 2). Отметим, что  $\Delta T$  и T значительно превышают постоянную времени объекта по всем остальным каналам.

Без нарушения общности можно считать, что контроль переменных u(t),  $\mu(t)$ ,  $\omega(t)$ , x(t) осуществляется через интервал времени  $\Delta t << \Delta T << T$ . Следовательно, процесс по каналам q(t) и z(t) относится к классу безынерционных с запаздыванием, а по каналам  $\omega(t)$  и  $\omega(t)$  может быть отнесен к классу динамических, так как их контроль осуществляется через интервал  $\omega(t)$  заначительно меньший, чем постоянная времени объекта по соответствующим каналам. В этом случае достаточно общая K-модель может быть принята в виде

$$\begin{cases}
\hat{f}_{i}\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau), \mu^{\langle i\rangle}(t-\tau), \omega^{\langle i\rangle}(t-\tau), \\
x^{\langle i\rangle}(t), \frac{dx^{\langle i\rangle}(t)}{dt}, \frac{d^{2}x^{\langle i\rangle}(t)}{dt^{2}}, ..., \alpha\right) = 0, \quad i = \overline{1, k}; \\
\hat{f}_{i}\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau), \mu^{\langle i\rangle}(t-\tau), \omega^{\langle i\rangle}(t-\tau), x^{\langle i\rangle}(t), \\
q^{\langle i\rangle}(t), z^{\langle i\rangle}(t), \beta\right) I_{s}^{i} = 0, \quad i = \overline{k+1, l_{1}}; \\
\hat{S}_{i}\left(u^{\langle i\rangle}(t-\tau), \mu^{\langle i\rangle}(t-\tau), \omega^{\langle i\rangle}(t-\tau), x^{\langle i\rangle}(t), \\
q^{\langle i\rangle}(t), z^{\langle i\rangle}(t), W_{s}^{\langle i\rangle}\right) = 0, \quad i = \overline{l_{1}+1, l_{2}}, \quad l_{2} > l_{1} > l,
\end{cases}$$

где первая группа уравнений (22) найдена на основе известных фундаментальных законов, соответствующих исследуемому процессу с точностью до параметров  $\alpha$ . Вторая группа уравнений объекта получена на основе имеющейся априорной информации с точностью до вектора параметров  $\beta$ . Третья группа уравнений (22) не известна с точностью до параметров, но класс функций, характеризующих взаимосвязь «входных-выходных» и промежуточных переменных, определен на основе априорной информации. Фигурирующее в ней обозначение  $W_s^{(i)}$  представляет собой совокупность всех i-х наблюдений переменных объемом s, т. е.

$$W_s^{\langle i \rangle} = \left( \overrightarrow{u_s^{\langle i \rangle}}, \overrightarrow{\mu_s^{\langle i \rangle}}, \overrightarrow{\omega_s^{\langle i \rangle}}, \overrightarrow{x_s^{\langle i \rangle}}, \overrightarrow{q_s^{\langle i \rangle}}, \overrightarrow{z_s^{\langle i \rangle}} \right), \quad i = \overline{l_1 + 1, l_2} .$$

Оценка значений компонент векторов выходных переменных x(t), q(t), z(t) может быть найдена в результате решения системы уравнений (22) при фиксированных значениях  $u(t), \mu(t), \omega(t)$ . К-модели принципиально отличаются от общепринятых прежде всего тем, что учитывают во взаимосвязи все имеющиеся переменные и связи между ними в ситуации, когда дискретность контроля последних существенно различаются. Отличаются также и уровни априорной информации о различных каналах исследуемого процесса. Таким образом, К-модели представляют собой органический синтез, описывающий исследуемый процесс или систему взаимосвязанных объектов во всем их многообразии.

Основное содержание вышесказанного состоит в следующем. Во-первых, постановка задачи идентификации чаще всего должна осуществляться в условиях, когда частично мы находимся в условиях и параметрической, и непараметрической неопределенности. Это соответствует одновременно идентификации в «узком» и «широком» смыслах. Именно практика диктует нам требования, когда необходимо строить К-модели, – такова реальность. Во-вторых, при формулировке задачи идентификации необходимо обязательно учитывать имеющиеся средства контроля,

дискретность измерения переменных, характеризующих состояние исследуемого процесса, случайные ошибки, непредставительность выборок, действие случайных возмущений и т. д. И, наконец, в-третьих, чаще всего мы лишены на практике возможности проводить желаемые эксперименты, потому что объекты «включены» в реально функционирующий производственный процесс. Необходимо с большой осторожностью на этапе математической постановки задачи произносить ставшие обычными допущения: «Пусть объект описывается...», «Имеем генеральную совокупность» и т. п. Только учет всех перечисленных выше факторов позволяет строить качественные модели реальных дискретно-непрерывных процессов и использовать их в дальнейшем для целей управления.

#### Библиографические ссылки

- 1. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Процессы // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 3. С. 4–9.
- 2. Медведев А. В. Теория непараметрических систем. Моделирование // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 4. С. 4–9.
- 3. Медведев А. В. Непараметрические системы адаптации. Новосибирск: Наука, 1983.
- 4. Цыпкин Я. 3. Основы информационной теории идентификации. М. : Наука, 1984.
- 5. Методы классической и современной теории автоматического управления: в 2 т. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. М.: Изд. Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана, 2004.

## A. V. Medvedev

#### THEORY OF NON-PARAMETRIC SYSTEMS. K-MODELS

Some problems of identification in a wide sense are considered in the paper. Identification of intertia-free objects and objects with mamory are investigated in condition of non-parametric a priory information. A case when a priory information corresponds either non-parametric level simultaneously is researched. It belongs to the system of multiply connected objects. Non-parametric models of some static and dynamic objects with delay are given.

Keywords: identification, a priory information, identification in "wide", non-parametric models, discrete-continuous processes, K-models.

© Медведев А. В., 2011

УДК 519.872

## А. А. Назаров, Е. А. Судыко

## НЕЭРГОДИЧНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОМПЬЮТЕРНОЙ СЕТИ СЛУЧАЙНОГО ДОСТУПА

Рассмотрена математическая модель компьютерной сети случайного доступа с конфликтами заявок, при возникновении которых обе заявки переходят в источник повторных вызовов. Для процесса изменения состояний системы построена вложенная цепь Маркова. Сформулирована теорема о неэргодичности цепи Маркова, что доказывает неустойчивость функционирования рассматриваемой компьютерной сети связи, управляемой протоколом случайного множественного доступа.

Ключевые слова: теория массового обслуживания, RQ-системы, конфликты заявок.

Рассмотрим сеть связи случайного доступа. Обращение к общему ресурсу (моноканалу) реализуется протоколом случайного множественного доступа с оповещением о конфликте. Абонентская станция, сформировав сообщение, отправляет его на общий ресурс. Если ресурс свободен, то начинает осуществляться немедленная передача сообщения, которая заканчивается успешно, если за это время другие заявки не поступали. Если же за время передачи одного сообщения поступает другое, то происходит наложение сигналов, в результате чего сообщения искажаются. Сообщения, попавшие в конфликт, а также поступившие на этапе оповещения о конфликте, считаются искаженными и переходят в источник повторных вы-

зовов (ИПВ), откуда вновь подаются на обслуживание после случайной задержки.

В качестве математической модели сети случайного доступа рассмотрим (см. рисунок) однолинейную немарковскую RQ-систему (Retrial Queues) с конфликтами заявок, на вход которой поступает простейший поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Требование, обратившееся к прибору и заставшее его свободным, немедленно занимает прибор и начинает обслуживаться в течение случайного времени, имеющего произвольную функцию распределения B(x). Если за время обслуживания заявки другие требования не поступали, то обслуживаемая заявка покидает систему после полного завершения обслуживания. Если