

УДК 629.7:629.018

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-291-308

Для цитирования: Астахов С. А., Бирюков В. И., Боровиков Д. А. Алгоритм моделирования вибрационных воздействий при трековых испытаниях авиационной и ракетной техники // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 2. С. 291–308. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-291-308.

For citation: Astakhov S. A., Biryukov V. I., Borovikov D. A. [Algorithm for simulation of vibration effects during track tests of aircraft and missile technology]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 2, P. 291–308. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-291-308.

Алгоритм моделирования вибрационных воздействий при трековых испытаниях авиационной и ракетной техники

С. А. Астахов¹, В. И. Бирюков^{1, 2*}, Д. А. Боровиков²

¹Федеральное казенное предприятие «Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова»

Российская Федерация, 140250, Московская обл., г.о. Воскресенск, г. Белоозерский

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Российская Федерация, 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4

*E-mail: aviatrix@mail.ru

Трековые высокоскоростные наземные испытания изделий авиационной и ракетной техники позволяют экспериментально подтвердить аэродинамические и прочностные характеристики новых летательных аппаратов или их составных частей. Экспериментальная установка «Ракетный рельсовый трек 3500», расположенная на территории Федерального казенного предприятия «Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова» (ФКП «ГкНИПАС» имени Л. К. Сафронова), представляет собой сложное гидрогазодинамическое инженерное сооружение. Основной частью этой установки является рельсовый путь, размещенный на специальном бетонном основании, которое опирается на сваи для исключения влияния вязкоупругих колебаний грунта. Между рельсами с учетом профиля трека выполнен гидродинамический многоуровневый лоток, предназначенный для гидравлического торможения сохраняемой трековой каретки. Подвижная ракетная трековая каретка опирается на багеты скольжения, охватывающие верхнюю головку рельса. На трековой каретке размещаются ракетные двигатели твердого топлива и объект исследования. В статье изложен подход расчетного определения динамических нагрузок, действующих на упругую конструкцию трековой каретки с объектом испытания. Конструкция представлена схематической пространственной моделью упругих балок в виде стержней, пластин, труб с эквивалентной массой и жесткостью, соединенных между собой упругими связями. Сформулирована модель нестационарных аэродинамических сил с учетом вязкости для численных расчетов обтекания конструкции каретки. Разработаны программы и выполнено моделирование аэродинамического взаимодействия при обтекании сверхзвуковым воздушным потоком конструкции ракетной каретки. Расчетным путем получены результаты вибрационных ускорений элементов, составных частей каретки и объекта испытания в зависимости от скорости движения. Определены формы и частоты собственных свободных колебаний конструкции каретки, вычислены плотности спектров виброускорений.

Ключевые слова: наземные испытания, рельсовый трек, ракетная каретка, вибрация, частота свободных колебаний, плотность спектра мощности.

Algorithm for simulation of vibration effects during track tests of aircraft and missile technology

S. A. Astakhov¹, V. I. Biryukov^{1,2*}, D. A. Borovikov²

¹Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov
Beloozersky, Moscow region, 140250, Russian Federation

²Moscow Aviation Institute (National Research University)
4, Volokolamskoe highway, Moscow, 125993, Russian Federation
E-mail: aviatex@mail.ru

Track high-speed ground tests of products of aviation and rocket technology make it possible to experimentally confirm the aerodynamic and strength characteristics of new aircraft or their components. Experimental installation "Rocket rail track 3500", located on the territory of the Federal State Enterprise "Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov" (FKP "GkNIPAS" named after L.K. Safronov), is a complex hydro-gas-dynamic engineering structure. The main part of this installation is a rail track placed on a special concrete base, which is based on piles to eliminate the influence of viscoelastic ground vibrations. Between the rails, taking into account the profile of the track, a hydrodynamic multi-level tray is made, designed for hydraulic braking of the stored track sled. The movable rocket track sled rests on slip shoes covering the top rail head. On the track sleigh, solid propellant rocket engines and the object of study are placed. The article describes the approach to the calculation of determining the dynamic loads acting on the elastic structure of the track sled with the test object. The design is represented by a schematic spatial model of elastic beams in the form of rods, plates, pipes with equivalent mass and stiffness, interconnected by elastic links. A model of non-stationary aerodynamic forces is formulated taking into account viscosity for numerical calculations of the flow around the sled structure. Programs have been developed and modeling of the aerodynamic interaction in the case of a supersonic air flow around the structure of a rocket sled has been carried out. The results of vibrational accelerations of elements, components of the sled and the test object, depending on the speed of movement, were obtained by calculation. The forms and frequencies of natural free vibrations of the sled structure are determined, and the densities of the vibration acceleration spectra are calculated.

Keywords: ground tests, rail track, rocket sled, vibration, frequency of free oscillations, power spectrum density.

Введение

Одной из наиболее значимых проблем при трековых испытаниях авиационной и ракетной техники является вибрация элементов подвижной трековой ракетной каретки и трудно прогнозируемая вибрация объекта испытания. Целью настоящей работы является разработка методологии расчетного прогнозирования вибрационного поля при высокоскоростных трековых испытаниях и, кроме того, в условиях больших ускорений до 50–70 g из-за ограниченной длины рельсового пути.

Любое изделие, обладающее массой и упругостью, нагруженное объемными силами и моментами является динамической колебательной системой с бесконечно большим числом степеней свободы. Для анализа колебаний такой системы часто применяют метод Даламбера, при котором в дифференциальные уравнения, описывающие равновесие системы вместо объемных сил, применяют эквивалентные силы инерции. Таким образом, получаются дифференциальные уравнения свободных колебаний упругого тела. Решение этих уравнений представляют в виде произведения функций координат на функции времени, изменяющиеся по гармоническому закону [1–6]. В этом случае функции координат являются модами свободных колебаний, а временные зависимости описывают движение, как главные координаты. Тогда собственные колебания динамической системы моделируются в виде суммы произведений различных форм собственных колебаний на главные координаты. Для исследования форм свободных колебаний

формулируется краевая задача в виде системы дифференциальных уравнений с нулевыми частями и однородными граничными условиями, где не известной является частота собственных колебаний системы. В некоторых случаях оказывается предпочтительным применение уравнений Лагранжа второго рода или метода интегральных уравнений [2–7].

При формировании расчетной модели конструкция каретки представляется системой взаимосвязанных упругих балок с эквивалентной массой и жесткостью. Балки (стержни) с переменными по длине инерционными и упругими свойствами соединены сосредоточенными жесткими связями со своей упругостью (либо в виде вязкоупругой связи), нагружены изменяющимися внешними силами и моментами. Ракетные двигатели твердого топлива (РДТТ) представляются блоком с распределенной по длине массой, переменной по времени, вязко-упруго или жестко закрепленной на каретке. Упруго закрепленные массы представляют собой осцилляторы. Связи элементов каретки, препятствующие перемещениям балок, моделируются соответствующими опорами. Для оценок собственных частот, форм колебаний и их производных, единичных нагрузок в различных сечениях по длине балок, приведенных масс используются известные методы расчета, такие как метод конечных элементов, начальных параметров, конечно-разностный метод и др. [5–14]. При создании модели учитывалось превышение собственного спектра частот по отношению к спектру внешних воздействий на 100 %. Для задания нагрузок применяется метод прямого интегрирования дифференциальных уравнений движения модели. Диссипативные силы учитываются через логарифмические декременты колебаний. Дискретно-массовая модель позволяет определить усилия и моменты в связях между элементами, виброускорения, перемещения и углы поворота. Для отдельных элементов напряжения, перемещения, деформации внутри них определяются через перемещения связей методом конечных элементов.

Упруго-массовая схема трековой каретки с изделием

В качестве расчетной схемы применяется связанная система балок в виде стержней, пластин, труб и др., обладающих жесткостью на изгиб в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и на кручение. Делаем предположение о том, что все деформации являются малыми, тогда применима теория изгиба и кручения балок с неравномерно распределенной массой и переменной жесткостью в линейной постановке [1–8]. Дополнительно вводится вектор углов поворота элементов конструкции, тогда суммарный поворот не зависит от порядка последовательных элементарных вращений относительно осей координат, т. е. выполняется свойство коммутативности. Каждый элемент трековой каретки связан с местной системой координат, относительно которой определяются силы и моменты, действующие в его сечениях, а также вычисляются линейные и угловые перемещения и упругие деформации. Местная система координат размещена в начале каждого элемента конструкции в месте стыка с другими частями каретки таким образом, что ось X ориентирована по оси жесткости в сторону свободного конца элемента конструкции. Поле перемещений определяется векторами перемещений точек на оси жесткости вдоль осей X , Y (вертикальная координата), Z (горизонтальная координата)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где x , y , z – положение элемента каретки, m , и углов поворота сечений, вокруг этих осей

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где α , β , γ – ориентация элемента каретки в пространстве, град.

Перерезывающие силы, действующие в сечениях элементов конструкции, представлены в виде

$$\begin{pmatrix} F_{x_кон} \\ F_{y_кон} \\ F_{z_кон} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где F_x, F_y, F_z – упругие силы в контакте между элементами тележки, Н.

В свою очередь

$$\begin{pmatrix} M_{x_k_изг} \\ M_{y_k_изг} \\ M_{z_k_изг} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $M_{x_k_изг}, M_{y_k_изг}, M_{z_k_изг}$ – изгибающие моменты в контакте между элементами тележки, Н·м и крутящие моменты

$$\begin{pmatrix} M_{x_k_кр} \\ M_{y_k_кр} \\ M_{z_k_кр} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$M_{x_k_кр}, M_{y_k_кр}, M_{z_k_кр}$ – в контакте между элементами тележки, Н·м.

Силы и перемещения положительно направлены в стороны положительных направлений осей координат. Положительные повороты для моментов и углов вокруг осей представлены в правой системе координат.

Каждый элемент конструкции, представляемой балкой, задан геометрическими размерами и разбивается на n сечений, в которых задаются массовые и упругие свойства:

$$\begin{pmatrix} I_{xx} I_{xy} I_{xz} \\ I_{xy} I_{yy} I_{yz} \\ I_{xz} I_{yz} I_{zz} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

I – тензор инерции элемента каретки, кг·м²,

$$\begin{pmatrix} EI_{xx}^{изг} EI_{xy}^{изг} EI_{xz}^{изг} \\ EI_{xy}^{изг} EI_{yy}^{изг} EI_{yz}^{изг} \\ EI_{xz}^{изг} EI_{yz}^{изг} EI_{zz}^{изг} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

EI – тензор жесткости элемента каретки, кг·м².

В общем случае рассматриваются совместные изгибные и крутильные колебания, возникающие из-за смещения оси центра масс и оси жесткости элемента балки [11; 13–14]. Задается вектор положения центра масс относительно оси жесткости. Соединение составных частей каретки (сварка, болтовые крепления с затяжкой) полагаются упругой заделкой и представляются матрицей податливости в местной системе координат, связанной с соответствующей балкой. Соединяемые элементы каретки получают упругие перемещения относительно сечения заделки, которые представляются в виде векторов линейных и угловых перемещений начала каждой балки.

$$\begin{pmatrix} F_{x_k} \\ F_{y_k} \\ F_{z_k} \end{pmatrix} = [M]_{\text{пер}} k \begin{pmatrix} \Delta l_x \\ \Delta l_y \\ \Delta l_z \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} \Delta V_x \\ \Delta V_y \\ \Delta V_z \end{pmatrix}, \quad (8)$$

здесь $\begin{pmatrix} F_{x_k} \\ F_{y_k} \\ F_{z_k} \end{pmatrix}$ – упругие силы в контакте между элементами каретки, Н; $[M]_{\text{пер}}$ – матрица

перехода; k – коэффициент упругости, Н/м; b – коэффициент демпфирования, Н/м·с; $\begin{pmatrix} \Delta l_x \\ \Delta l_y \\ \Delta l_z \end{pmatrix}$ –

линейная деформация контакта, м; $\begin{pmatrix} \Delta V_x \\ \Delta V_y \\ \Delta V_z \end{pmatrix}$ – скорость деформации контакта, м/с.

$$\begin{pmatrix} M_{x_k} \\ M_{y_k} \\ M_{z_k} \end{pmatrix} = [M]_{\text{per}} k_r \begin{pmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \beta \\ \Delta \gamma \end{pmatrix} + b_r \begin{pmatrix} \Delta \omega_x \\ \Delta \omega_y \\ \Delta \omega_z \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $\begin{pmatrix} M_{x_k} \\ M_{y_k} \\ M_{z_k} \end{pmatrix}$ – крутящий момент в контакте между элементами каретки, Н·м; k_r – коэффициент

упругости при скручивании, Н·м/град; b_r – коэффициент демпфирования, $\begin{pmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta \beta \\ \Delta \gamma \end{pmatrix}$ – угловая де-

формация контакта, град; Н·м/об·мин; $\begin{pmatrix} \Delta \omega_x \\ \Delta \omega_y \\ \Delta \omega_z \end{pmatrix}$ – скорость деформации контакта, об/мин.

Силы сопротивления представляются в виде

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} F_m \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где F_x – сила аэродинамического сопротивления, Н; F_z – боковая сила, Н; F_y – подъемная сила, Н; ρ – плотность газа, кг/м³; F_m – площадь миделя, м²; C_x – коэффициент силы аэродинамического сопротивления; C_y – коэффициент подъемной силы; C_z – коэффициент боковой силы.

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -F_z & F_y \\ -F_z & 0 & F_x \\ -F_y & F_x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где M_x – крутящий момент вокруг оси x , Н·м; M_y – крутящий момент вокруг оси y , Н·м;

M_z – крутящий момент вокруг оси z , Н·м; $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ – координаты фокуса аэродинамических сил от-

носительно центра масс каретки, м.

Силовая установка задана функцией тяги в зависимости от времени, действующей до полного сгорания топлива.

$$F_x = \begin{cases} f(t); M_T > 0, \\ 0; M_T \leq 0, \end{cases} \quad (12)$$

где F_x – тяга двигателя, Н; M_T – масса топлива, кг.

$$G_T = F_x \cdot C_{ud}, \quad (13)$$

где G_T – расход топлива, кг/с; C_{ud} – удельный расход топлива, кг/(Н·с).

Наибольшую сложность в данной задаче представляет модель скользящего пространственного контакта опора – рельс. Сделаны следующие допущения: одновременно в одной опоре существует не более одной зоны контакта; деформации конструкции опоры являются малыми; рельс является абсолютно жестким. Последнее допущение базируется на том, что рельсы трека, в отличие от работы [4], являются короткими – длиной 25 м. Стыковые зазоры рельсов разобщают волновой процесс, вызванный изгибными колебаниями самих рельсов при перемещении каретки [2–3]:

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} = f(S), \quad (14)$$

где $\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}$ – положение поверхности рельса, м; S – пройденный путь, м.

Длина пути вычисляется так:

$$S = \int |V|. \quad (15)$$

Угловые координаты пути

$$\begin{pmatrix} \alpha_p \\ \beta_p \\ \gamma_p \end{pmatrix} = f(S), \quad (16)$$

здесь $\begin{pmatrix} \alpha_p \\ \beta_p \\ \gamma_p \end{pmatrix}$ – ориентация точек поверхности рельса, град.

Геометрия подвижного контакта

$$\begin{pmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta z_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где $\begin{pmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta z_o \end{pmatrix}$ – расстояние между поверхностью опоры и поверхностью рельса, м, а $\begin{pmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{pmatrix}$ – положение поверхности опоры, м.

Угловое мгновенное положение контактной пары опоры и рельсовых направляющих

$$\begin{pmatrix} \Delta \alpha_o \\ \Delta \beta_o \\ \Delta \gamma_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_p \\ \beta_p \\ \gamma_p \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \alpha_o \\ \beta_o \\ \gamma_o \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $\begin{pmatrix} \Delta \alpha_o \\ \Delta \beta_o \\ \Delta \gamma_o \end{pmatrix}$ – угол между поверхностью опоры и поверхностью рельса, град; $\begin{pmatrix} \alpha_o \\ \beta_o \\ \gamma_o \end{pmatrix}$ – угол между поверхностью опоры и осями глобальной системы координат, град.

Положение опор в глобальной системе координат представляется соотношением

$$\begin{pmatrix} \Delta x_{op} \\ \Delta y_{op} \\ \Delta z_{op} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_o \\ \Delta y_o \\ \Delta z_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \alpha_p & \cos \beta_p & \cos \gamma_p \end{pmatrix}, \quad (19)$$

здесь $\begin{pmatrix} \Delta x_{op} \\ \Delta y_{op} \\ \Delta z_{op} \end{pmatrix}$ – проекции положения опоры в глобальной системе координат, м.

Контактное взаимодействие моделируется зависимостями

$$k_{pp} = \begin{cases} 0; \sin \frac{S + x_o}{L_r \cdot 2\pi} \geq \frac{R_{gb}}{2\pi L_r}, \\ k_{pp}; \sin \frac{S + x_o}{L_r \cdot 2\pi} < \frac{R_{gb}}{2\pi L_r}, \end{cases} \quad (20)$$

где k_{pp} – коэффициент упругости контакта опоры и рельса при плоском контакте, Н/м; x_o – смещение опоры относительно системы координат каретки, м; L_r – длина одного рельса, м; R_{gb} – ширина стыкового зазора между двумя рельсами, м.

Коэффициент упругости при контактном взаимодействии по направлениям осей X, Y, Z :

$$\begin{pmatrix} k_{px} \\ k_{py} \\ k_{pz} \end{pmatrix} = \begin{cases} 0; \begin{pmatrix} \Delta x_{op} \\ \Delta y_{op} \\ \Delta z_{op} \end{pmatrix} \geq R_g, \\ k_{pp}; \begin{pmatrix} \Delta x_{op} \\ \Delta y_{op} \\ \Delta z_{op} \end{pmatrix} < R_g, \end{cases} \quad (21)$$

здесь k_{px}, k_{py}, k_{pz} – коэффициенты упругости контакта при плоском контакте в соответствующих направлениях, Н/м; R_g – размер зазора между рельсом и опорой, м;

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{cases} 1; \begin{pmatrix} \Delta x_{op} \\ \Delta y_{op} \\ \Delta z_{op} \end{pmatrix} \geq 0, \\ -1; \begin{pmatrix} \Delta x_{op} \\ \Delta y_{op} \\ \Delta z_{op} \end{pmatrix} < 0, \end{cases} \quad (22)$$

где a, b, c – коэффициенты для определения контактирующей стороны опоры.

Упругие силы при контактном взаимодействии поверхностей опоры и рельсов определяются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} F_{oyx} \\ F_{oyy} \\ F_{oyz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x_{op} \\ \Delta y_{op} \\ \Delta z_{op} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} R_g \begin{pmatrix} k_{px} & k_{py} & k_{pz} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

здесь $\begin{pmatrix} F_{oyx} \\ F_{oyy} \\ F_{oyz} \end{pmatrix}$ – упругие силы в абсолютной системе координат, Н.

Геометрия контактирующих поверхностей опоры и рельса связаны соотношением

$$\begin{pmatrix} L_{op} \\ H_{op} \\ W_{op} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_o \\ L_o \\ W_o \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \Delta \alpha_p & \sin \Delta \beta_p & \sin \Delta \gamma_p \end{pmatrix}, \quad (24)$$

где L_o – длина опоры, м; W_o – ширина опоры, м; $\begin{pmatrix} L_{op} \\ H_{op} \\ W_{op} \end{pmatrix}$ – проекции длины и ширины опоры, м.

Упругое взаимодействие контактирующих поверхностей моделируется соотношениями

$$\begin{pmatrix} k_{ppz} \\ k_{ppy} \\ k_{ppz2} \end{pmatrix} = \begin{cases} 0; \begin{pmatrix} |L_{op}| \\ |H_{op}| \\ |W_{op}| \end{pmatrix} \geq R_g, \\ F_k \cdot k_{pp}; \begin{pmatrix} |L_{op}| \\ |H_{op}| \\ |W_{op}| \end{pmatrix} < R_g, \end{cases} \quad (25)$$

где k_{ppz} , k_{ppy} , k_{ppz2} – коэффициент упругости контакта при определении внутренних сил, Н/м; F_k – коэффициент формы пятна контакта при наклоне опоры;

$$\begin{pmatrix} F_{внз} \\ F_{вну} \\ F_{внз2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{op} \\ H_{op} \\ W_{op} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{ppz} & k_{ppy} & k_{ppz2} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

здесь $\begin{pmatrix} F_{внз} \\ F_{вну} \\ F_{внз2} \end{pmatrix}$ – внутренние силы в опоре, Н;

Моменты при силовом взаимодействии определяются из зависимости

$$\begin{pmatrix} M_{ox} \\ M_{oy} \\ M_{oz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{внз2} \\ F_{вну} \\ F_{внз} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_o & L_o & L_o \end{pmatrix}, \quad (27)$$

где $\begin{pmatrix} M_{ox} \\ M_{oy} \\ M_{oz} \end{pmatrix}$ – крутящий момент со стороны опоры, Н·м;

В свою очередь силы трения равны

$$F_{тр} = 2\mu \left(|F_{внз}| + |F_{внз2}| + |F_{вну}| \right), \quad (28)$$

где $F_{тр}$ – компонент силы трения от внутренних сил, Н; μ – коэффициент трения.

Составляющие сил трения моделируются соотношениями

$$\begin{pmatrix} F_{оуох} \\ F_{оуоу} \\ F_{оуоз} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{оуох} \\ F_{оуоу} \\ F_{оуоз} \end{pmatrix} [M]_{пер}, \quad (29)$$

где $\begin{pmatrix} F_{оуох} \\ F_{оуоу} \\ F_{оуоз} \end{pmatrix}$ – упругие силы в системе координат опоры, Н;

$$\begin{pmatrix} F_{ox} \\ F_{oy} \\ F_{oz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{oyox} + \sqrt{F_{oyoy}^2 + F_{oyoz}^2} + F_{тр} \\ F_{oyoy} \\ F_{oyoz} \end{pmatrix}, \quad (30)$$

здесь $\begin{pmatrix} F_{ox} \\ F_{oy} \\ F_{oz} \end{pmatrix}$ – силы, действующие со стороны опоры.

На подвижной каретке могут быть дополнительно размещены в любой точке упруго связанные объекты, характеризующиеся точечной нагрузкой, например, приборный блок для записи показаний датчиков вибраций, размещенных на элементах установки. Центр масс таких дополнительных объектов вынесен произвольно относительно точки крепления к расчетному сечению балки и обозначается нижним индексом. Каждый такой объект имеет порядковый номер и связан с системой координат с началом в его центре масс. Эта система координат совмещена с главными центральными осями инерции объекта и по направлению осей. Перемещения объекта определяются векторами линейных и угловых движений относительно системы координат, связанной с объектом в недеформированном состоянии. Инерционные свойства этих элементов с сосредоточенной массой задаются массой объекта и матрицей его моментов инерции. Диагональные элементы представляют моменты инерции груза относительно осей. Упругость связи объекта задается матрицей податливости в системе координат, связанной с конкретным дополнительным элементом. Упругие линейные и угловые перемещения относительно точки крепления определяются векторами относительно координат, связанных с грузом в недеформированном состоянии. Все элементы конструкции каретки (балки и объекты) соединяются между собой через точку, обладающую свойством абсолютно жесткой балки, через которую передаются силы и моменты. Также через точку крепления объекты получают перемещения в виде суммы перемещений точки крепления и относительного смещения вследствие упругости заделки. Для расчета прочности конструктивных элементов составных частей каретки используется метод конечных элементов (МКЭ) [5; 8; 11–14]. Поскольку подвижная каретка при наборе скорости находится в режиме ускорения до значений (50–70) g, то динамические нагрузки на некоторые элементы могут превышать предельно допустимые значения. В этой связи предпочтительной является комбинированная схема, совмещающая разбиение каретки на составные части в виде балок и отдельных узлов сложной формы, рассчитываемых МКЭ. В этом случае решается проблема определения форм и частот собственных колебаний конструкции, а также моделирование нестационарного аэродинамического нагружения при больших числах Маха с учетом интерференции скачков уплотнения, возникающих при ускоренном движении снаряженной каретки с отраженными скачками от рельефа местности.

Модель аэродинамических сил

Для расчета аэродинамических сил в математическую модель закладывается зависимость коэффициентов аэродинамического сопротивления, подъемной силы и боковой силы от скорости движения. Для расчета моментов аэродинамических сил в модель закладываются координаты фокуса аэродинамических сил. Расчет аэродинамических сил выполняется как для отдельных элементов, так и для всей каретки программным пакетом Flow Vision [15–19]. В качестве примера определения аэродинамических сил и моментов для разработанной математической модели приводятся результаты численных расчетов [16]. На рис. 1 представлена 3D-модель трековой каретки 33АВ-НО505 № 2, используемой для испытаний в ФКП «ГКНИПАС имени Л. К. Сафронова» [3; 16]. Сама трековая каретка представляет собой раму с приваренными поперек тремя балками. На торцевых окончаниях передней и задней балок шарнирно размещены башмаки – опоры скольжения, охватывающие головку рельсов. На средней и задней балках вы-

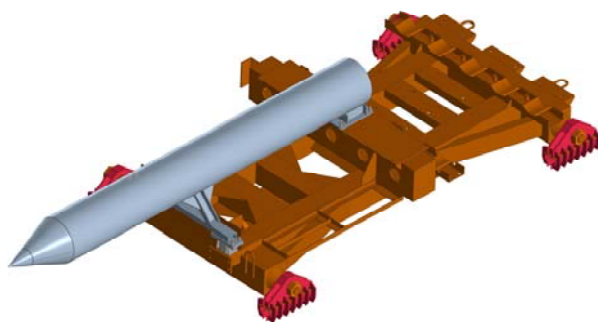


Рис. 1. 3D-модель трековой каретки с ложементами под РДТТ

Fig. 1. 3D model of a track sled with lodgements for solid propellant rocket motors

полнены ложементы для размещения РДТТ. Количество РДТТ обеспечивает необходимую тягу для достижения запланированной скорости испытания. На передней и средней балках размещается консольно объект испытания с вынесенным вперед обтекателем. Заделка объекта испытания жесткая. Внизу посередине каретки установлен ковш, предназначенный для гидродинамического торможения в целях сохранения материальной части после проведения эксперимента.

На рис. 2–4 приводятся результаты численного моделирования динамики движения двухрельсовой каретки с пятью РДТТ [16].

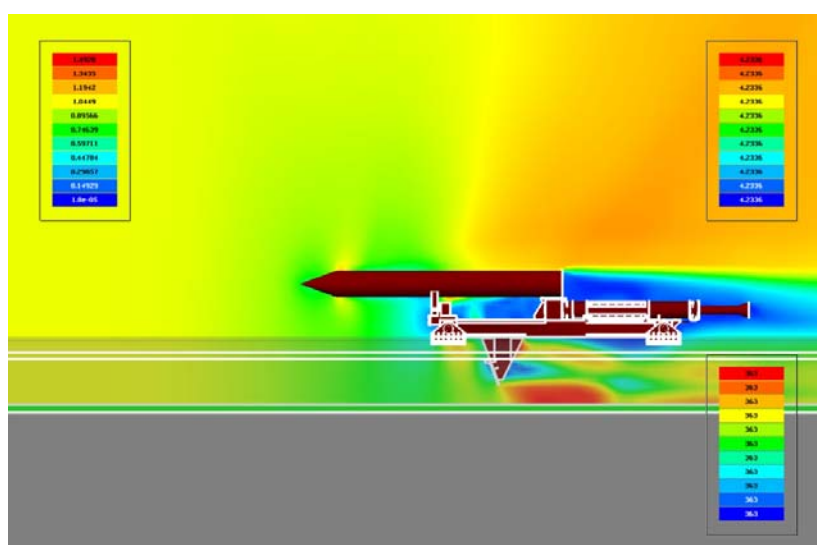


Рис. 2. Фронтальное изображение обтекания модели воздушным потоком со скоростью 363 м/с

Fig. 2. Frontal image of the air flow around the model at a speed of 363 m/s

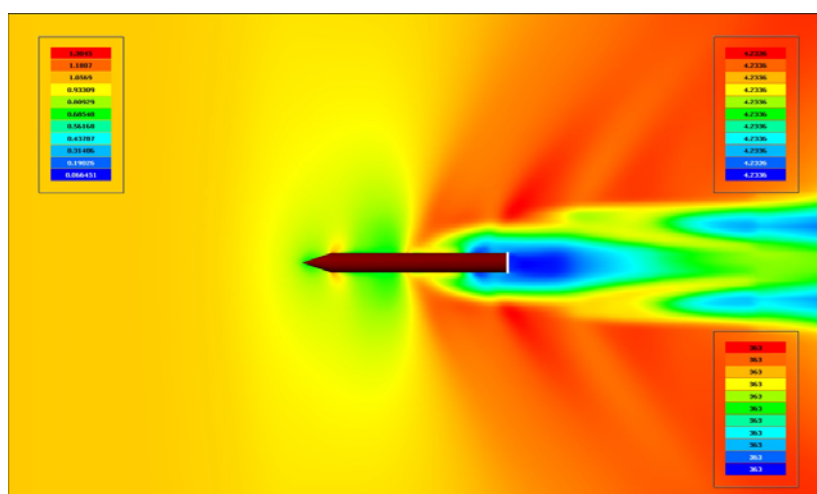


Рис. 3. Вид сверху. Картина обтекания модели воздушным потоком со скоростью 363 м/с. Уровень объекта испытания

Fig. 3. Top view. Pattern of airflow around the model at a speed of 363 m/s

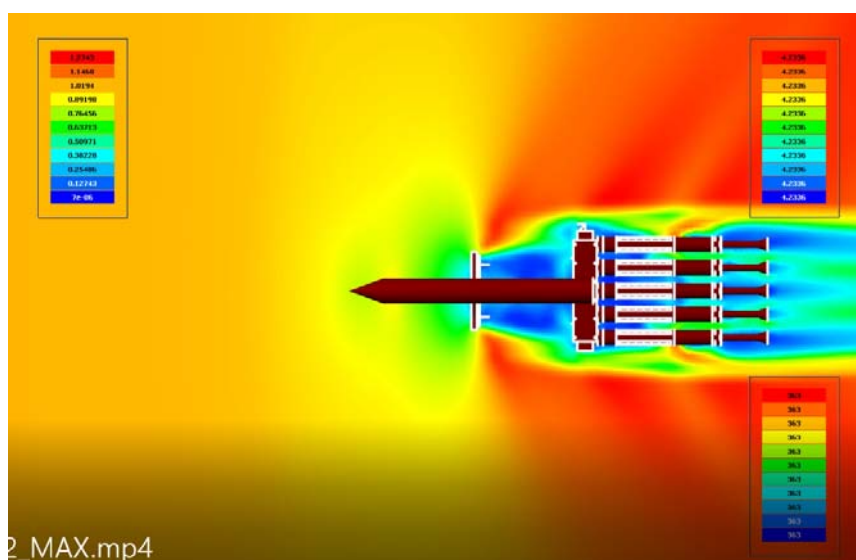


Рис. 4. Вид сверху. Картина обтекания модели воздушным потоком со скоростью 363 м/с. Уровень трековой каретки

Fig. 4. Top view. Pattern of airflow around the model at a speed of 363 m/s. Track sled level

На рис. 2–4 справа внизу представлены значения скорости воздушного потока при обтекании элементов конструкции ракетной каретки в м/с, а слева сверху – в числах М. Видна сложная картина интерференции скачков уплотнений, отраженных от элементов конструкции каретки и полотна рельсового трека. Для различных режимов движения получены численные значения газодинамических сил, моментов и распределения параметров давления, плотности, температуры.

Для прогнозирования трековых испытаний изделий баллистического типа представляет интерес изучение существенности влияния на вибрационные характеристики элементов конструкции каретки и объекта испытания изменяющихся величин стыковых зазоров между рельсами вследствие температурного удлинения (или уменьшения) в диапазоне значений от $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $+25\text{ }^{\circ}\text{C}$, а также конструктивных зазоров между боковыми стенками опор скольжения и головкой рельсовой направляющей. Все эти зазоры разнонаправлено влияют на динамику разгона трековой каретки и имеют рациональные значения для конкретной конструкции башмаков в зависимости от скорости движения каретки. Также важен учет механических свойств элементов каретки (изменение упругих свойств на растяжение / сжатие и изгиб, кручение). Как показали расчеты, высокая жесткость рамы приводит к увеличению вибрационной нагрузки вплоть до деформаций, приводящих к заклиниванию каретки на рельсах при малых зазорах между боковыми стенками башмаков и головкой рельсов. Достаточно важным является передаваемость вибраций от элементов каретки к объекту испытания и особенно его электронике, расположенной в носовой части. Численные расчеты выполняются в программной среде Амесим [20]. Моделирование позволяет варьировать установкой различного количества РДТТ, изменяя тягу и массу подвижного трекового снаряжения. Геометрическая 3D-модель трековой каретки для упрощения программы была разделена на четыре блока. Ко всем блокам присоединены соответствующие опоры. Блоки масс связаны между собой соединениями, жёсткость которых подсчитана по формуле $k = \frac{ES}{L_0}$, где E – модуль Юнга; S – площадь поперечного сечения; L_0 – длина.

Площадь каждого поперечного сечения выбирается из 3D-модели.

На рис. 5, а и б изображены фрагменты разбиения 3D-модели каретки с РДТТ.

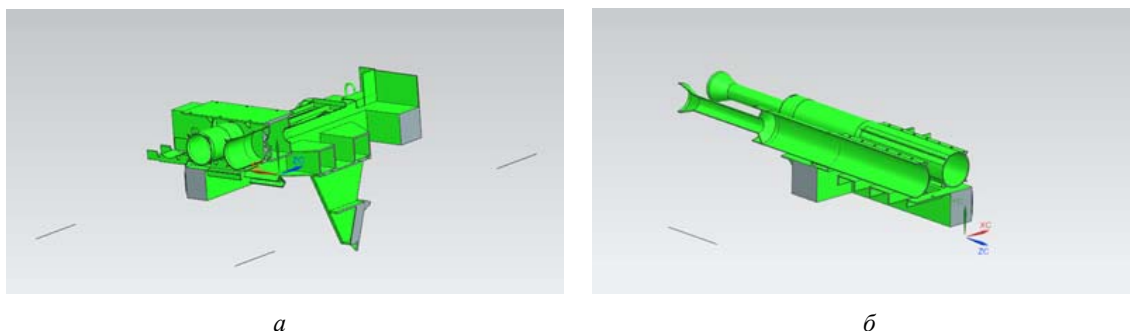


Рис. 5. Элементы разбиения 3D-модели трековой каретки:

- a* – блок правой четверти модели, включающей переднюю и среднюю балки, а также ковш для гидродинамического торможения каретки;
б – блок правой четверти модели, включающей среднюю и заднюю балки каретки и РДТТ

Fig. 5. Breakdown elements of the 3D track sled model:

- a* – block of the right quarter of the model, including the front and middle beams, as well as a bucket for hydrodynamic braking of the sled; *b* – block of the right quarter of the model, including the middle and rear beams of the sled and solid propellant rocket motor

Результаты численного эксперимента движения трековой каретки с пятью двигателями

На рис. 6–11 представлены результаты вычислений по модели.

На рис. 6 приведен график, иллюстрирующий разгон двухрельсовой каретки с пятью РДТТ и ее торможение.

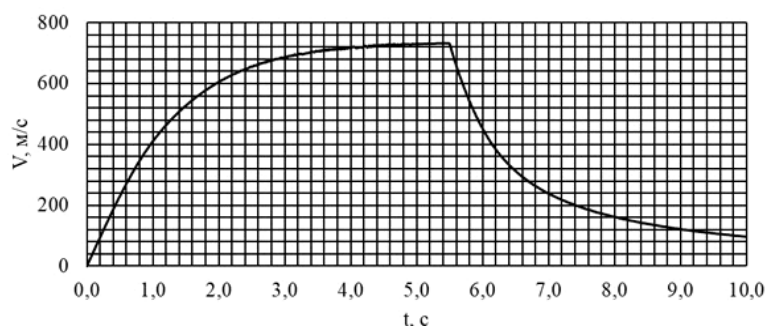


Рис. 6. График зависимости скорости трековой каретки с модельным объектом испытания по времени

Fig. 6. Graph of the dependence of the speed of a track sled with a model test object over time

Направление оси *X* глобальных координат, принятое в расчетах, совпадает с направлением движения каретки. Ось *Y* направлена вертикально вверх, а ось *Z* направлена горизонтально влево.

Ускорение каретки изменяется в процессе разгона в соответствии с циклограммой работы блока РДТТ, одновременно по мере роста скорости каретки увеличиваются силы аэродинамического сопротивления. Силы трения башмаков каретки о рельсы в процессе движения переменны. В программу заложено влияние стыковых зазоров между рельсами и зазоров между стенками опор скольжения и головкой рельсов на площадь контакта башмаков. При увеличении скорости движения каретки возникающая подъемная сила уменьшает силу веса снаряжения и соответственно снижает трение скольжения. Одновременно уменьшается масса подвижной установки из-за сгорания топлива двигателей. На рис. 7 приведены графики изменения аэродинамических сил по различным направлениям.

По оси *Z* боковая сила составляет всего 1,5 кН. Все аэродинамические силы верифицированы расчетами в программном комплексе Flow Vision. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с данными экспериментов, проводимых при испытаниях на натурных объектах [17].

Величины сил трения на передних и задних опорах на начальном участке трека при разгоне характеризуются графиками на рис. 8. Силы трения на передней опоре на участке разгона с 2 по 5 с практически постоянны в процессе ускоренного движения. Башмаки воспринимают ударные импульсы при прохождении их носовой частью через стыковые зазоры между рельсами. Это взаимодействие учитывается в локальной системе координат, связанной с контактом опоры и рельсовой поверхностью. В настоящей модели рельсовые поверхности идеализированы, однако реальная рельсовая дорожка имеет неровности и шероховатости, геометрия которых для данного трека известна. Планируем в дальнейшем совершенствование данной программы посредством учета неровностей рельсового пути по длине участка разгона. Для верификации разработанной модели использовались известные подходы моделирования и результаты экспериментальных работ [16–23].

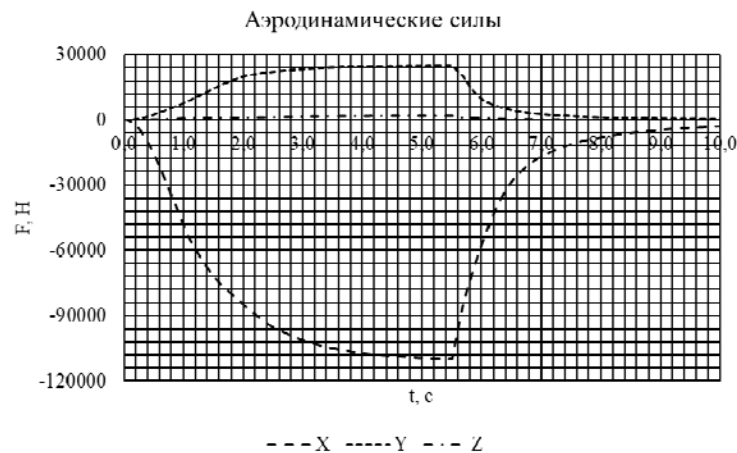


Рис. 7. Силы аэродинамического сопротивления, действующие по направлениям осей X, Y, Z

Fig. 7. Forces of aerodynamic resistance acting in the directions of the axes X, Y, Z

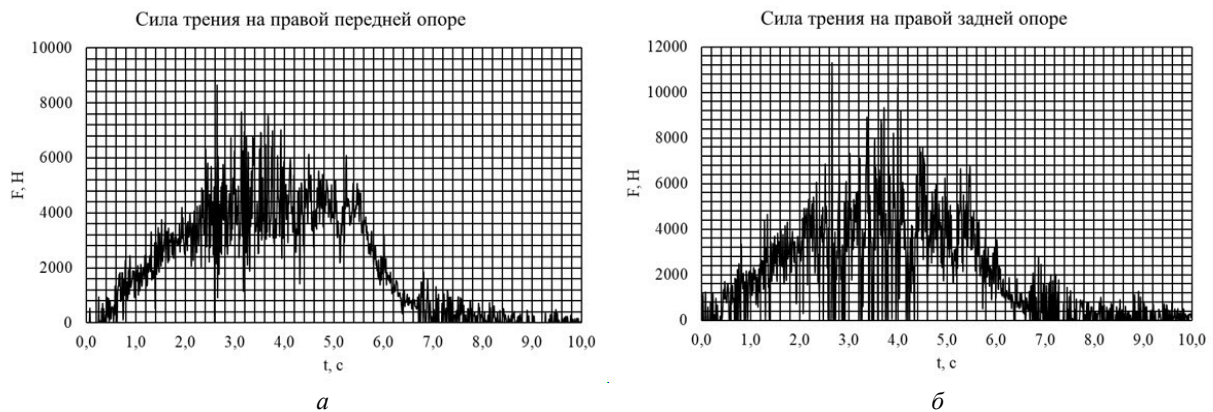


Рис. 8. Силы трения:

a – на передней опоре с правой стороны каретки; *б* – на задней опоре с правой стороны каретки

Fig. 8. Friction forces:

a – on the front support on the right side of the sled; *b* – on the rear support on the right side of the sled

Динамика изменения величин потерь трения на задней опоре несколько отличается (см. рис. 8, *a*, *б*). Сначала в процессе разгона до скорости 690 м/с (на 2,9 с) силы трения заднего башмака растут, а далее по мере увеличения скорости уменьшаются. Сказывается распределение массы трековой каретки и влияние сил аэродинамического сопротивления. Размах амплитуд сил трения на заднем башмаке выше, чем на переднем. Графики сил трения по левой стороне каретки по форме близки к представленным на рис. 8, *a* и *б*, но величины несколько отлича-

ются из-за небольшой боковой силы аэродинамического сопротивления по оси Z , направленной влево (см. рис. 7). Эта сила возникает из-за аэродинамического воздействия несимметричного окружения трекового рельсового пути. На участке торможения на 7,0 с реализуется удар при вхождении ковша в воду лотка, размещенного между рельсами, и возникают значительные гидравлические силы и моменты, уменьшающие скорость движения каретки. При этом неровности рельсового пути на этом участке трека являются не значимыми с точки зрения динамических воздействий на конструкцию башмаков, каретки и объекта испытания.

Для данной трековой каретки определены частоты собственных колебаний. Так, по оси X нижние частоты собственных резонансов составляют $f_1 = 57,16302$ Гц; $f_2 = 89,156$ Гц; $f_3 = 121,85$ Гц; $f_4 = 149$ Гц; $f_5 = 200$ Гц; $f_6 = 249$ Гц; $f_7 = 277$ Гц и др.

Частоты собственных колебаний по оси Y равны: $f_1 = 89,156$ Гц; $f_2 = 153,14$ Гц; $f_3 = 213,01$ Гц; $f_4 = 244,88$ Гц; $f_5 = 248,53$ Гц; $f_6 = 249,12$ Гц и др.

На рис. 9 приведены зависимости плотности спектра амплитуды в диапазоне низких частот от 0 Гц до 500 Гц.

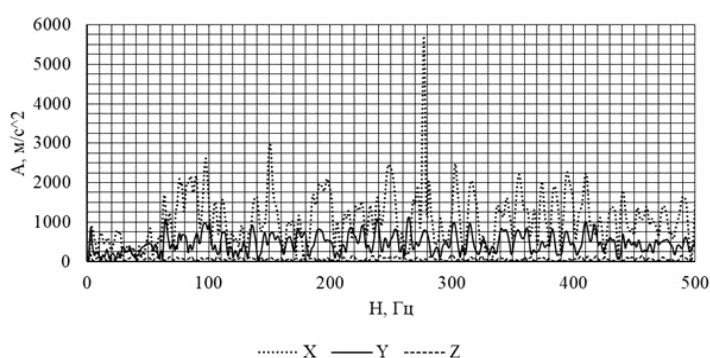


Рис. 9. Плотность спектра мощности виброускорений каретки в направлении осей X , Y и Z

Fig. 9. Density of the power spectrum of vibration accelerations of the sleigh in the direction of the X , Y and Z axes

По оси X виброускорения с большими значениями соответствуют собственным частотам. Так, $A_R = 300$ g при частоте $f = 150$ Гц; $A_R = 580$ g при частоте $f = 277$ Гц. По оси Y виброускорения относительно невелики и не превышают 100 g в широкой полосе частот.

На рис. 10 и 11 приведены амплитудно-частотные зависимости для виброперегрузок на опорах.

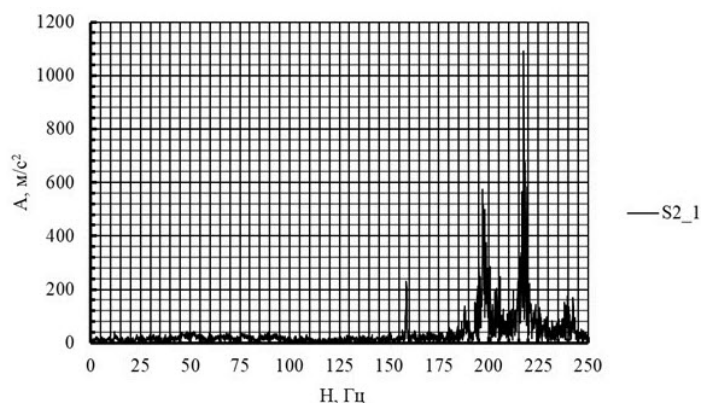


Рис. 10. Плотность спектра виброускорений по оси Y правой передней опоры ($S2_1$)

Fig. 10. Density of the vibration acceleration spectrum along the Y -axis of the right front support ($S2_1$)

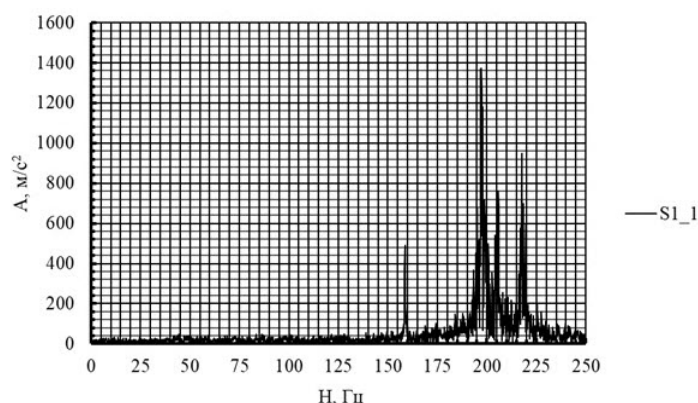


Рис. 11. Плотность спектра виброускорений по оси Y правой задней опоры (S1_1)

Fig. 11. Density of the spectrum of vibration accelerations of the sled supports in the vertical direction along the Y axis (S1_1)

В среднем по всем передним и задним опорам каретки амплитуды вибраций по оси Y в диапазоне частоты от 0 до 250 Гц остаются на уровне 500 м/с^2 (около 50 g). Выделяются резонансы с амплитудой $A_R = 250 \text{ g}$ на частотах $f = 89 \text{ Гц}$ и 126 Гц , а также $A_R = 780 \text{ g}$ при $f = 154 \text{ Гц}$ и др. Реальные нагрузки на опорах каретки, как показали испытания [21], могут превышать расчетные почти на порядок. Однако физическая природа их спонтанного возникновения еще не установлена. Предполагается стохастичность возникновения автоколебаний, поскольку для одинакового снаряжения ракетной каретки и при равном ускорении, и одинаковой скорости в следующих испытаниях на данном участке трека всплески виброперегрузок не наблюдались.

Расчетами определено влияние зазоров между боковыми стенками опор и головкой рельсов для конструкции данной ракетной каретки (см. рис. 1) при достижении различных значений скоростей разгона. Так, при скоростях разгона каретки до 2М и значениях боковых зазоров от 3 мм до 5 мм обеспечивается рациональный средний уровень виброускорений, не превышающий (30–50) g, включая допустимые резонансные всплески для различных элементов трекового снаряжения. Это стабильный диапазон. Однако на скоростях ракетной каретки больших 3М возникают существенные вибрационные перегрузки. Малые зазоры меньше 2 мм увеличивают силы трения и амплитуды виброускорений. Напротив, при высокой жесткости рамы на скручивание и больших боковых зазорах в опорах, превышающих 8 мм, ракетная каретка может периодически терять устойчивость по оси Z.

Заключение

Требование увеличения скорости испытаний новых изделий авиационной техники баллистического типа обуславливает необходимость предварительных оценок силовых нагружений элементов конструкции трекового снаряжения. Совокупность факторов, таких как кратность длины рельсов трека и величина стыковых зазоров между ними, переменная из-за различных температур окружающей среды, а также величина боковых зазоров между стенками опор скольжения и головкой рельсовой направляющей в зависимости от ускорения и скорости трековой каретки влияют на амплитуду виброперегрузок по направлениям осей X, Y, Z. Особенно это влияние выражено при частотах, совпадающих с собственными частотами элементов конструкции. Для прогнозирования высокоскоростных трековых испытаний изделий создана программа численных оценок вибрационных перегрузок элементов конструкции объектов испытаний и самой ракетной трековой каретки в программной среде Амесим. Выполнены расчеты по определению рациональных значений величин боковых зазоров между стенками башмаков каретки известной конструкции и рельсами. Выполняются оценки по улучшению демпфирующих характеристик опор скольжения в зависимости от их форм и размеров, а также варьируя упругостью материалов связей опор и рамы каретки. Верификация программы реализуется по мере выполнения экспериментальных трековых испытаний.

Библиографические ссылки

1. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / пер. с англ. Л. Г. Корнейчука ; под ред. Э. И. Григолюка. М. : Машиностроение, 1985. 472 с.
2. Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков, А. Л. Медведский, Л. Н. Рабинский, Д. В. Тарлаковский. М. : Физматлит, 2004. 472 с.
3. Изгибно-крутильные колебания консольно размещенного обтекаемого тела, имеющего кольцевое поперечное сечение, при высокоскоростных трековых испытаниях / Астахов С. А., Бирюков В. И., Кулак И. П. и др. // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред : материалы XXVIII Междунар. симпозиума им. А. Г. Горшкова. Т. 2. С. 12–14.
4. Ерофеев В. И., Кажаяев В. В., Семерикова Н. П. Волны в стержнях. Дисперсия. Диссипация. Нелинейность. М. : Физматлит, 2002. 208 с.
5. Вибрации в технике : справочник в 6 т. Т. 1. Колебания линейных систем. 2-е изд., испр. и доп. / под ред. В. В. Болотина. М. : Машиностроение, 1999. 504 с.
6. Артоболовский И. И., Бобровницкий Ю. И., Генкин М. Д. Введение в акустическую динамику машин. М. : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. 296 с.
7. Явленский А. К., Явленский К. Н. Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. Л. : Машиностроение, 1983. 239 с.
8. Ивантеев В. И., Чубань В. Д. Некоторые вопросы построения упруго-массовых схем самолета с использованием метода конечных элементов // Тр. ЦАГИ. 1988. Вып. 2405. С. 36–48.
9. Фершинг Г. Основы аэроупругости / пер. с нем. К. Ф. Плитта ; под ред. Г. М. Фомина. М. : Машиностроение, 1984. 599 с.
10. Лурье А. И. Аналитическая динамика. М. : Физматгиз. 1961, 824с.
11. Кузнецов О. А. Динамические нагрузки на самолет. М. : Физматлит, 2008. 264 с.
12. Клячко М. Д., Арнаутов Е. В. Летные прочностные испытания самолетов. Динамические нагрузки. М. : Машиностроение, 1984. 484 с.
13. Макаревский А. И., Чижов В. М. Основы прочности и аэроупругости летательных аппаратов. М. : Машиностроение, 1975. 238с.
14. Морозов В. И., Пономарев А. Т., Рысев О. В. Математическое моделирование сложных аэроупругих систем. М. : Физматлит, 1995. 727с.
15. Flow Vision. Rukovodstvo polzovatelya [FlowVision. User manual]. Moscow : ООО “TESIS”, 1999–2021.
16. Моделирование аэродинамического взаимодействия при трековых испытаниях изделий авиационной техники / С. А. Астахов, В. И. Бирюков, С. Ф. Тимушев, А. В. Катаев // Вестник Пермского нац. исслед. политехн. ун-та. Аэрокосмическая техника. 2023. № 72. С. 5–20. DOI: 10.15593/2224-9982/2023.72.01.
17. Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD // DCW Industries, Inc., 1994. 460 p.
18. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. : Дрофа, 2003. 840 с.
19. Применение пакетов прикладных программ при изучении курсов механики жидкости и газа / Т. В. Кондранин, Б. К. Ткаченко, М. В. Березникова и др. М. : МФТИ, 2005. 104 с.
20. Программное обеспечение Siemens PLM. **Siemens Simcenter** Amesim 2020.2.0 (x64) [Электронный ресурс]. URL: <https://www.siemens.com/global/en/products/simcenter/simcenter>.
21. Астахов С. А., Бирюков В. И., Катаев А. В. Экспериментальное определение проводимости вибраций элементами конструкции ракетной каретки при высокоскоростных трековых испытаниях авиационной техники // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 1. С. 44–63. Doi: 10.31772/2712- 8970-2023-24-1-44-63.
22. Random Vibration and Stress Analysis of Fluidization Reactor System / Swetal Patel, Reena R. Trivedi, Bhadresh Jariwala // International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science (IJLTEMAS). 2017. No. 8. P. 102–111.

23. Kishen Karumbaiah B. J., Y. J. Suresh, Basava T. Random vibration analysis on installation of an environmental control system component in fighter aircraft // International Journal of Research in Engineering and Technology. 2015. No. 12. P. 57– 62.

References

1. Timoshenko S. P., Yang D. KH., Uiver U. *Kolebaniya v inzhenernom dele : perevod s angl. L. G. Korneychuka* [Fluctuations in engineering]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1985, 472 p.
2. *Volny v sploshnykh sredakh* [Waves in continuous media]. A. G. Gorshkov, A. L. Medvedskiy, L. N. Rabinskiy, D. V. Tarlakovskiy. Moscow, Fizmatlit Publ., 2004, 472 p.
3. Astakhov S. A., Biryukov V. I., Kulak I. P. et al. [Bending-torsional vibrations of a cantilevered streamlined body having an annular cross-section during high-speed track tests]. *Materialy XXVIII Mezhdunar. simpoziuma "Dinamicheskiye i tekhnologicheskiye problemy mekhaniki konstruktiv i sploshnykh sred" im. A. G. Gorshkova* [Dynamic and technological problems of mechanics of structures and continuous media: materials of XXVIII International. A. G. Gorshkov Symposium.]. Vol. 2, P. 12–14.
4. Yerofeyev V. I., Kazhayev V. V., Semerikova N. P. *Volny v sterzhnyakh. Dispersiya. Dissipatsiya. Nelineynost'* [Waves in rods. Variance. Dissipation. Nonlinearity]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2002, 208 p.
5. *Vibratsii v tekhnike : spravochnik v 6-ti t. T. 1.: Kolebaniya lineynykh system* [Vibrations in engineering : handbook in 6 vols. 1. Vibrations of linear systems]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1999, 504 p.
6. Artobolevskiy I. I., Bobrovnikskiy Y. I., Genkin M. D. *Vvedeniye v akusticheskuyu dinamiku mashin* [Introduction to acoustic dynamics of machines]. Moscow, Gl. red. fiz.-mat. lit. Publ., 1979, 296 p.
7. Yavlenskiy A. K., Yavlenskiy K. N. *Vibrodiagnostika i prognozirovaniye kachestva mekhanicheskikh system* [Vibrodiagnostics and prediction of the quality of mechanical systems]. Leningrad, Mashinostroyeniye Publ., 1983, 239 p.
8. Ivanteyev V. I., Chuban' V. D. [Some questions of constructing elastic-mass schemes of an aircraft using the finite element method]. *Trudy TSAGI*. 1988, No. 2405, P. 36–48 (In Russ.).
9. Fershing G. *Osnovy aerouprugosti* [Fundamentals of aeroelasticity]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1984, 599 p.
10. Lur'ye A. I. *Analiticheskaya dinamika* [Analytical dynamics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1961, 824 p.
11. Kuznetsov O. A. *Dinamicheskiye nagruzki na samolet* [Dynamic loads on aircraft]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008, 264 p.
12. Klyachko M. D., Arnautov E. V. *Letnyye prochnostnyye ispytaniya samoletov. Dinamicheskiye nagruzki* [Flight strength tests of aircraft. Dynamic loads]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1984, 484 p.
13. Makarevskiy A. I., Chizhov V. M. *Osnovy prochnosti i aerouprugosti letatel'nykh apparatov* [Fundamentals of strength and aeroelasticity of aircraft]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1975, 238 p.
14. Morozov V. I., Ponomarev A. T., Rysev O. V. *Matematicheskoye modelirovaniye slozhnykh aerouprugikh system* [Mathematical modeling of complex aeroelastic systems]. Moscow, Fizmatlit Publ., 1995, 727 p.
15. *Flow Vision. Rukovodstvo polzovatelya* [FlowVision. User manual]. Moscow, OOO "TESIS" Publ., 1999–2021.
16. Astakhov S. A., Biryukov V. I., Timushev S. F., Katayev A. V. [Modeling of aerodynamic interaction during track tests of aviation equipment products]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika*. 2023, No. 72, P. 5–20 (In Russ.). DOI: 10.15593/2224-9982/2023.72.01.

17. Wilcox D. C. Turbulence modeling for CFD, DCW Industries, Inc., 1994, 460 p.
18. Loytsyanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. Moscow, Drofa Publ., 2003, 840 p.
19. Kondranin T. V., Tkachenko B. K., Bereznikova M. V. et al. *Primeneniye paketov prikladnykh programm pri izuchenii kursov mekhaniki zhidkosti i gaza* [Application of application software packages in the study of fluid and gas mechanics courses]. Moscow, MFTI Publ., 2005, 104 p.
20. Programmnoye obespecheniye Siemens PLM. Siemens Simcenter Amesim 2020.2.0 (x64). Available at: <https://www.siemens.com/global/en/products/simcenter/simcenter>.
21. Astakhov S. A., Biryukov V. I., Katayev A. V. [Experimental determination of vibration conductivity by rocket carriage structural elements during high-speed track tests of aviation equipment]. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal*. 2023, Vol. 24, No. 1, P. 44–63 (In Russ.). Doi: 10.31772/2712- 8970-2023-24-1-44-63.
22. Random Vibration and Stress Analysis of Fluidization Reactor System / Swetal Patel, Reena R. Trivedi, Bhadrash Jariwala. *International Journal of Latest Technology in Engineering, Management & Applied Science (IJLTEMAS)*. 2017, No. 8, P. 102–111.
23. Kishen Karumbaiah B. J., Y. J. Suresh, Basava T. Random vibration analysis on installation of an environmental control system component in fighter aircraft. *International Journal of Research in Engineering and Technology*. 2015, No. 12, P. 57– 62.

© Астахов С. А., Бирюков В. И., Боровиков Д. А., 2023

Астахов Сергей Анатольевич – кандидат технических наук, директор; Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова. E-mail: info@gknipas.ru.

Бирюков Василий Иванович – доктор технических наук, доцент, научный сотрудник, Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л. К. Сафронова; профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: aviatex@mail.ru.

Боровиков Дмитрий Александрович – аспирант; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: deman.994@yandex.ru.

Astakhov Sergey Anatolyevich – PhD. Sc, Director; Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov. E-mail: info@gknipas.ru.

Biryukov Vasily Ivanovich – Dr. Sc, Docent; Research assistant of Scientific Test Range of Aviation Systems named after L. K. Safronov; Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University). E-mail: aviatex@mail.ru.

Borovikov Dmitry Aleksandrovich – Postgraduate student, Moscow Aviation Institute (National Research University). E-mail: deman.994@yandex.ru.
