

УДК 533.9.03

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-309-324

**Для цитирования:** Воронин С. Т. Численное моделирование сверхзвукового потока газов в коническом сопле с локальным подогревом плазмой и результаты экспериментов // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 2. С. 309–324. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-309-324.

**For citation:** Voronin S. T. [Numerical simulation of supersonic gas flow in a conical nozzle with local plasma heating and experimental results]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 2, P. 309–324. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-309-324.

## Численное моделирование сверхзвукового потока газов в коническом сопле с локальным подогревом плазмой и результаты экспериментов

С. Т. Воронин

ООО «Аника М»

Российская Федерация, 630058, г. Новосибирск, ул. Русская, 40

E-mail: anika\_m@mail.ru

*Приводятся результаты основных теоретических расчётов и некоторых экспериментов по локальному подогреву низкотемпературной плазмой сверхзвукового потока газов внешним индуктором при ионизации газов в керамическом коническом сопле, осуществляемой посредством мощного высокочастотного электромагнитного поля. В основе численных расчётов лежат положения электромагнитной теории поля на основе уравнений Максвелла, Навье – Стокса для газодинамики, Саха – Эггерта для ионов и электронов, которые дают возможность рассчитать основные параметры индуктора и необходимую удельную мощность для подогрева низкотемпературной плазмой сверхзвуковых многокомпонентных газовых потоков.*

*Использована модель безвихревого (ламинарного) сверхзвукового стационарного потока газов и проведено математическое моделирование его движения в коническом сопле с целью возможного использования эффекта дополнительного подогрева газового потока низкотемпературной плазмой для увеличения эффективности работы жидкостного ракетного двигателя.*

*Установлено, что, для осуществления эффективного подогрева газового потока низкотемпературной плазмой в расчётном диаметре, требуется проводимость газов не менее  $\sigma_s \geq 200$  I/Ω·м для исходной температуры  $T_a = 2528 - 2674$  °K и частоты  $f = 27,12$  МГц, что неосуществимо даже при наличии высокой концентрации примесей на основе щелочных металлов. Поэтому был разработан специальный прибор – ионизатор для камеры сгорания. Использование ионизатора позволяет достигнуть указанной проводимости для давления в камере сгорания 15 МПа.*

*Расчёты показывают на возможность эффективного подогрева низкотемпературной плазмой сверхзвукового потока газов в начальном объёме конического сопла, который прилегает к критическому сечению жидкостного ракетного двигателя. Это позволит в дальнейшем значительно увеличить его удельный импульс и тягу на старте у поверхности Земли вследствие увеличения скорости потока газов в расчётном сечении. Также определено, что пристеночная область конического сопла обладает значительным градиентом температуры в радиальном направлении, тогда как вдоль оси симметрии конического сопла рост температуры имеет линейную зависимость.*

*Результаты численного моделирования качественно согласуются с проведёнными экспериментами в кварцевом реакторе, охлаждаемом водой, что позволяло использовать разнообразные газовые и газо-жидкостные смеси для выбора топлива с оптимальным составом компонентов. Приводятся предварительные данные, полученные на рабочем стенде с тепловой мощностью кварцевого реактора, не превышавшей 4 кВт.*

**Ключевые слова:** низкотемпературная плазма, скин-слой, удельная высокочастотная мощность, давление магнитного поля, кварцевый реактор, окислитель нового типа.

## Numerical simulation of supersonic gas flow in a conical nozzle with local plasma heating and experimental results

S. T. Voronin

LLC "Anika M"  
40, Russkaya St., Novosibirsk, Russian Federation  
E-mail: anika\_m@mail.ru

*The results of the main theoretical calculations and some experiments on local heating of the supersonic flow of gases by an external inductor with low-temperature plasma during the ionization of gases in a ceramic, conical nozzle, carried out by means of a powerful, high-frequency, electromagnetic field, are given. Numerical calculations are based on the provisions of electromagnetic field theory based on the equations of Maxwell, Navier – Stokes for gas dynamics, Saha – Eggert for ions and electrons, which make it possible to calculate the basic parameters of the inductor and the necessary specific power for heating supersonic, multicomponent, gas flows with low-temperature plasma. A model of vortexless (laminar), supersonic, stationary gas flow was used and mathematical modeling of its movement in a conical nozzle was carried out with the aim of possibly using the effect of additional heating of the gas flow with low-temperature plasma to increase the efficiency of the liquid rocket engine.*

*It was found that in order to effectively heat the gas flow with low-temperature plasma in the design diameter, a conductivity of gases of at least  $\sigma_s \geq 200 \text{ 1}/\Omega \cdot \text{m}$  is required for the initial temperature  $T_a = 2528 - 2674 \text{ }^\circ\text{K}$  and the frequency  $f = 27,12 \text{ MHz}$ , which is not feasible even in the presence of a high concentration of impurities based on alkali metals. Therefore, a special device was developed – an ionizer for the combustion chamber. The use of an ionizer allows to achieve the specified conductivity for the pressure in the combustion chamber of 15 MPa (a link to the article is given in the list of references).*

*Calculations indicate the possibility of effective heating with low-temperature plasma of the supersonic flow of gases in the initial volume of the conical nozzle, which is adjacent to the critical cross-section of the liquid rocket engine. This will allow in the future to significantly increase its specific impulse and thrust at the start, due to an increase in the flow rate of gases in the design section. It has also been determined that the parietal region of a conical nozzle has a significant temperature gradient in the radial direction, whereas along the symmetry axis of the conical nozzle, the temperature increase has a linear relationship.*

*The results of numerical simulations are qualitatively consistent with the experiments conducted in a quartz reactor cooled by water, which made it possible to use a variety of gas and gas-liquid mixtures to select fuel with the optimal composition of components. Preliminary data obtained on a working stand with a thermal power of a quartz reactor not exceeding 4 kW are given.*

*Keywords: low-temperature plasma, skin layer, specific high-frequency power, magnetic field pressure, quartz reactor, an oxidizer of a new type.*

### Введение

Подогрев газа низкотемпературной плазмой (НТП) в сверхзвуковом, коническом сопле, посредством внешнего электромагнитного высокочастотного (ВЧ) поля индуктора интересен для возможного локального подогрева потока газов, образующихся при сгорании топлива в камере сгорания (КС) жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) с целью увеличения его тяги. Подогрев газов может происходить даже на относительно небольшом участке по сравнению со всей длиной сопла. Тем не менее в результате этого скорость атомов (ионов) может существенно увеличиться за счёт локального подогрева в поле индуктора при увеличении температуры движущегося потока газов при уменьшении его плотности, соответственно. В данной работе рассмотрены результаты численного моделирования процессов ионизации в коническом сопле для реальных, многоатомных газов, образующихся при сгорании топлива в КС для ЖРД. Данная задача усложняется многокомпонентностью газовой смеси, что увеличивает количество решаемых уравнений и требует расчёта значительного числа коэффициентов переноса и стандартных па-

раметров. Нам неизвестны работы по моделированию подогрева плазмой сверхзвуковых потоков газовых смесей соответствующей плотности и с параметрами выхлопных газов от ЖРД, хотя сверхзвуковые потоки плазмы аргона и азота исследовались экспериментально [1]. Считается, что мощное, электромагнитное ВЧ-поле разогревает электроны до температуры значительно превышающей температуру окружающих нейтральных молекул, атомов, ионов, что соответствует двухтемпературной модели. В основу для расчётов положена изменённая теория для плазмотронов, работающих на смеси газов – азота, углекислого газа и воды. Удельная мощность электромагнитного ВЧ-поля принята соответствующей реальным возможностям генераторов ВЧ-энергии на мощных полупроводниковых приборах. В работе [2] рассматривалась задача такого дополнительного подогрева газового потока внешним источником, однако конечный отрицательный результат, в том числе для практического использования, выведен для прямой цилиндрической трубы, как у плазмотронов, а не расширяющегося конического сопла. В этом случае локальный подогрев приводит к уменьшению плотности газов, но при движении по трубе газы втекают в пространство, занятое более плотным газом, и скорость их резко уменьшается. Это явление называется «тепловой кризис», и его основной причиной является снижение температуры (энтропии) вдоль цилиндрической трубы. В сверхзвуковом коническом сопле локальное повышение температуры уменьшает плотность газов в данной области, увеличивая их местную среднюю тепловую скорость  $V_a = (8k_B T_a / \pi m_a)^{1/2}$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $T_a$  – температура атомов (ионов);  $m_a$  – масса атома (иона). Энтальпия  $h_i$  в области подогрева и скорость газов  $V_a$  связаны с их давлением, но не по адиабате или политропически, а по более сложной нелинейной зависимости, характерной для плазмы, поэтому давление локальных «горячих» газов будет всегда превышать давление в области не подвергнувшейся подогреву, а локальная плотность газов значительно снизится. Это следует из первого закона термодинамики: тепло  $dQ$ , подводимое газу извне, например, посредством его локального индукционного нагрева, может расходоваться только на повышение внутренней энергии газов  $dU$  и работу по его расширению (деформации)  $p dV$ , причём  $dU = \langle c_p \rangle \cdot dT$ , где  $\langle c_p \rangle$  – средняя теплоёмкость локального объёма газов;  $dT$  – изменение температуры вследствие дополнительного подогрева;  $p$  – давление газов в локальном объёме;  $dV$  – изменение объёма, обратно пропорциональное изменению плотности газов  $\rho$ . В наших расчётах также учитывалось изменение  $\langle c_p \rangle$  от локальной температуры и определялось изменение  $dT$  и  $dV \sim 1/d\rho$ , что однозначно приводило к увеличению температуры, объёма и скорости потока газов.

Теоретически может возникнуть ситуация, когда давление газов, расширяющихся из-за локального подогрева, сравнится или превысит статическое давление, обусловленное расширением сопла, которое будет недостаточным по сравнению с энергией локального подогрева газов. Такое может произойти при малых степенях расширения длинного конического сопла или при достаточно высоких удельных мощностях подогрева (температурах), но так как потери на излучение увеличиваются пропорционально четвёртой степени температуры, то эффективность подогрева газового потока плазмой тогда резко снижается. Следовательно, выбор степени расширения сверхзвукового конического сопла и величины энтальпии  $h_i$  внешнего подогрева плазмой потока газов взаимосвязаны и должны иметь некоторую оптимальную величину. Для оценки возможного увеличения скорости потока газов в ЖРД проводилось численное моделирование процессов, происходящих в сверхзвуковом коническом сопле на основе газодинамических функций из работы [3]. В зоне плазменного подогрева, ограниченного объёмом строго под витками индуктора, для упрощённой модели при расчётах использовался метод контрольного объёма с локальной аппроксимацией газодинамических функций, подробно описанного в работах [4; 5], где также приведены программы расчётов плазмы для редактора MathCAD2001 Professional.

### 1. Постановка задачи

Образование и движение плазменного потока в сверхзвуковом коническом сопле сопровождается рядом существенных отличий от расширения газов без внешнего подогрева: а) происходит частичная диссоциация молекул из-за роста температуры газа  $T_a$  вдоль оси индуктора,

иначе изменение их молекулярного веса; б) давление в плазме перестаёт изменяться по известным термодинамическим функциям при уменьшении плотности газов вследствие зависимости удельных теплоёмкостей  $c_p$ , теплопроводности  $\chi_a$  и вязкости  $\mu_a$  плазмы от температуры ионов и атомов  $T_a$ ; в) внутри зоны разогрева газов плазмой образуются круговые электронные токи, текущие поперёк продольных газовых потоков, полностью заполняя объём под витками индуктора, а проводимость газов  $\sigma_s$  значительно изменяется по длине подогреваемого объёма; г) появившийся электронный газ *лоренцевского* типа, в котором электроны передают свою кинетическую энергию молекулам, атомам и ионам в процессе множества столкновений; д) в образующейся плазме газового потока температура электронов  $T_e \gg T_a$ , и можно считать, что ионы и атомы малоподвижны по сравнению с электронами; е) скорости ионов и атомов подчиняются статистике Максвелла – Больцмана, а образование ионов и электронов можно описать системой известных уравнений Саха – Эггерта; ж) плазма в подогреваемом объёме в целом квазинейтральна, а степень ионизации  $ion \ll 1$ ; з) дрейфовая скорость ионов и электронов в электрическом поле индуктора меньше их тепловой скорости.

## 2. Исходные данные и начальные условия

Сверхзвуковые потоки газов считаются ламинарными и безвихревыми, т. е.  $\text{rot}(W) = 0$ , где  $W$  – локальная скорость газового потока. Перенос тепла излучением для НТП не учитывается вследствие низких расчётных температур для электронов  $T_e < 3750$  °К, а для молекул, атомов, ионов  $T_a < 3200$  °К. Область, занятая плазмой, отделена от витков индукторов охлаждаемым коническим керамическим соплом с температурой поверхности  $T_o = 1000$  °К. Рабочая частота  $f = 27,12$  МГц соответствует тому, чтобы воздействие электромагнитного ВЧ поля, определяемое величиной скин-слоя  $\Delta_p$  в нашей конструкции конического сопла, происходило наиболее эффективно. Параметры образующейся плазмы на входе индуктора сильно зависят от проводимости втекающего газа, который обычно имеет небольшую проводимость  $\sigma_o < 20$  1/Ω·м для типичных температур газов в начале сопла  $T_a = 2528 - 2674$  °К, что соответствует давлениям в камере сгорания ЖРД  $\sim 1 - 15$  МПа. Этой величины  $\sigma_o$  недостаточно для оптимального поглощения электромагнитного ВЧ поля и эффективного подогрева потока газов в индукторе даже при наличии щелочных металлов. Если же некоторым способом повысить степень ионизации газов, то величина их проводимости достигнет оптимальной величины  $\sigma_s \sim 200$  1/Ω·м на входе в сопло. В этом случае подогреваемый и достаточно проводящий газ будет нагрузкой и частью магнитной системы индуктора. Тогда «горячие» электроны образуют короткозамкнутый виток виртуального трансформатора с большой плотностью тока, направленного навстречу первичному току обмотки индуктора. Если электромагнитная ВЧ энергия проникает на глубину скин-слоя  $\Delta_p$ , соизмеримого с входным радиусом  $R_{in}$  индуктора, то на этой глубине поглощается около 87 % энергии, подогревающей сверхзвуковой газовый поток. В противном случае эффективность передачи ВЧ энергии будет незначительной. Геометрические размеры для конического сопла и индукторов подбирались на основе предварительного моделирования с целью наиболее эффективного подогрева газов индуктором и согласования индуктора с генератором ВЧ-энергии. На основе известных из литературы зависимостей теплоёмкости плазмы газов  $c_p$  от температуры [4–7] был произведён численный расчёт полной энтальпии  $\Sigma h_i$  для интервала температур  $\Delta T = 2500 - 3750$  °К с учётом доли энергии 10–18 %, затраченной на частичную диссоциацию  $H_2O$  и  $CO_2$  по работе [8] для давлений  $\sim 0,1 - 0,25$  МПа. Молекулы азота  $N_2$  считались не диссоциированными. В результате были получены следующие значения: для водорода –  $h_i(H_2) = 158,1$  МДж/кг; кислорода –  $h_i(O_2) = 8,1$  МДж/кг; углекислого газа –  $h_i(CO_2) = 6,9$  МДж/кг и азота –  $h_i(N_2) = 2,8$  МДж/кг. Состав газов при входе в зону нагрева плазмой был выбран для стехиометрического соотношения керосина к азотной кислоте равного 5,5 [3]. Тогда молекулярная доля газов составляет  $N_2 \sim 18,5$  %,  $H_2O \sim 32$  %,  $CO_2 \sim 43$  %, прочие окислы  $\sim 6,5$  %. С учётом доли  $k_i$  каждого вида молекул, суммарная энтальпия плазмы на участке подогрева, равна  $\Sigma h_i = h_i(H_2) \cdot 0,0364 + h_i(CO_2) \cdot 0,4373 + h_i(O_2) \cdot 0,2916 + h_i(N_2) \cdot 0,1854 = 11,7$  МДж/кг для интервала  $\Delta T = 2500 - 3750$  °К. Все расчёты проводились для одной конкретной геометрии конического сопла с внутренним входным диаметром  $D_{cr} = 10$  мм для критического сечения, выход-

ным диаметром  $D_{out} = 60$  мм и длиной сопла  $L_c = 150$  мм. Толщина диэлектрических охлаждаемых стенок сопла 8 мм. Тепловая мощность КС составляла 26 кВт при её объёме  $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  (радиус 3,8 см и длина  $\sim 11$  см). Удельная тепловая мощность для КС равнялась  $52 \text{ Вт/см}^3$  для расчётной топливной пары керосин – азотная кислота при рабочем давлении в камере сгорания 1 МПа и скорости потока газов в критическом сечении  $W_{cr} = 997 \text{ м/с}$  для расхода топлива  $G = 0,052 \text{ кг/с}$  [3]. Расчётная удельная ВЧ-мощность электромагнитного поля составляла  $\sim 1200 \text{ Вт/см}^3$  и значительно превышала удельную тепловую мощность для КС. Энергия электронов  $k_B T_e \cdot 3/2$ , передаваемая посредством столкновений атомам (ионам), принята постоянной во всём объёме и соответствует их температуре  $T_e = 3750 \text{ °K}$  за исключением небольшой области у поверхности сопла, где температура электронов близка к температуре атомов (ионов).

### 3. Расчёт локального подогрева потока газов плазмой

В литературе довольно много работ по моделированию плазменных потоков в сложных газовых смесях, однако большинство из них исследует дозвуковые плазменные потоки с высокой энтальпией при малых расходах газа [6; 9]. Поэтому представляет особый интерес моделирование и исследование процесса подогрева плазмой сверхзвуковых газовых потоков достаточно высокой плотности. Уравнение для энергии атомов, ионов и электронов для каждой доли  $k_i$  локального объёма можно представить в следующем виде:

$$(n_a + n_i) \cdot k_B \cdot T_a \cdot 5/2 + n_e \cdot k_B \cdot T_e \cdot 3/2 = k_i \cdot \Sigma h_i \cdot \rho_i, \quad (1)$$

где  $n_a, n_i, n_e, \text{ м}^{-3}$  – локальные концентрации атомов, ионов и электронов;  $\rho_i, \text{ кг/м}^{-3}$  – локальная плотность газов. Для описания скорости потоков расширяющихся газов, можно использовать дифференциальные уравнения Навье – Стокса для потоков газа с учётом сил внутреннего трения и сил Лоренца в магнитном поле индуктора по работе [2]:

$$\frac{d(\rho \vec{W})}{dt} = \rho \cdot \vec{J} - \text{grad}(P) + \nabla^2(\mu_a \cdot \vec{W}) + \frac{1}{3} \text{grad}(\mu_a \cdot \text{div} \vec{W}) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \cdot \vec{W}), \quad (2)$$

где  $\vec{W}$  – вектор потока газа;  $\vec{J}$  – вектор силы Лоренца для ионов в магнитном поле индуктора;  $P$  – давление газа. Для упрощения системы дифференциальных уравнений (2), можно оценить его составляющие и рассмотреть стационарный случай. Максимальное значение силы Лоренца для иона в магнитном поле индуктора будет равно  $F_L = q \cdot W_r \cdot \mu_v \cdot I \cdot N_i / (2 \cdot R_c) \approx 3,4 \cdot 10^{-18} \text{ Н}$ , где  $q$  – заряд электрона;  $W_r \sim 2000 \text{ м/с}$  – радиальная составляющая скорости потока;  $I = 71 \text{ А}$ , средний ток индуктора;  $N_i = 4$  – количество витков индуктора;  $R_c = 6,7 \text{ мм}$  – средний радиус конического сопла;  $\mu_v$  – магнитная постоянная вакуума. Сила статического давления газов вдоль продольной оси, приведённая к одному атому (иону), равна  $F_z = P_c \cdot \pi \cdot (R_c)^2 / n_c \sim 1,8 \cdot 10^{-14} \text{ Н}$ , где  $P_c \sim 0,2 \text{ МПа}$  – среднее давление в сопле;  $n_c \sim 2 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-3}$  – количество атомов (ионов) в среднем сечении сопла. Поэтому отношение  $F_z / F_L > 10^3$  и силой Лоренца для ионов по сравнению с силой статического давления для атомов можно пренебречь, а это и означает, что  $\text{rot}(\vec{W}) = 0$ , как мы и предположили во втором разделе. Тогда уравнения (2) для вектора скорости потока газов вдоль сопла приводятся к следующему расчётному уравнению:

$$\frac{\partial^2 \vec{W}}{\partial z^2} = \frac{3}{4 \cdot \mu_a} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}. \quad (3)$$

Также необходимо использовать исходное уравнение баланса энергии для газов, имеющее следующий вид в дифференциальной форме по работе [4]:

$$\rho \cdot c_p \left( \frac{\partial T_a}{\partial t} + \vec{W} \cdot \text{grad}(T_a) \right) = \sigma_s \cdot E_\theta^2 + \text{div}(\chi_a \cdot \text{grad}(T_a)), \quad (4)$$

где  $E_\theta$  – электрическое поле внутри индуктора. В уравнении (4) источником внутреннего тепла является Джоулев нагрев, а потоки тепла появляются из-за теплопроводности электронов,

ионов, атомов и молекул. С учётом сделанных выше упрощений, можно преобразовать уравнение (4) в расчётное безразмерное уравнение для стационарного случая

$$\nabla^2 \check{T}_a - A_1 \nabla \check{T}_a = -A_2, \quad (5)$$

где  $A_1 = G \cdot c_p / (S_i \cdot \chi_a)$ ;  $S_i$  – расчётное сечение сопла  $i = 1..10$ ;  $A_2 = \sigma_s \cdot (E_0)^2 / \chi_a$ ;  $\check{T}_a = T_a/T_0$  – безразмерная температура. В этой работе использовались табличные данные коэффициентов вязкости и теплопроводности, линейно зависящих от температуры, взятые из работы [8], так как расчётная температура ионов и атомов фактически не превышала  $T_a < 3087$  °К. Расчёт проводимости плазмы  $\sigma_s(T)$  проводился на основе известной системы уравнений Саха – Эггера для каждой компоненты НТП, которые определяют их вклад в общую проводимость по закону Дальтона. Данные уравнения для расчёта концентраций ионов и электронов для доли каждого вида атомов  $k_i$  имеют следующий вид:

$$n(T) = \sum n_i(T), \quad n_i(T) = k_i \cdot (g_+/g_a)^{1/2} \cdot (A \cdot N_{cs})^{1/2} \cdot (T)^{3/4} \cdot \exp[-q(\Delta \varepsilon_i - \Delta I) / 2k_B T], \quad (6)$$

где  $A = 2(2\pi \cdot m_e \cdot k_B / h^2)^{3/2}$ ;  $g_a, g_+$  – безразмерные нормировочные множители для одноатомных, двухатомных и многоатомных молекул газов и их ионов;  $N_{cs}, m^{-3}$  – концентрация атомов и молекул на входе в расчётное сопло;  $\Delta \varepsilon_i, \text{эВ}$  – энергия ионизации атомов;  $\Delta I, \text{эВ}$  – энергия экранирования ионов электронами, зависящая от их концентрации и температуры по формуле Эккера – Вейцеля [7];  $h$  – постоянная Планка;  $m_e$  – масса электрона;  $k_i$  – доля атомов (ионов): азота, кислорода, водорода, углерода. Всего рассчитывалось 14 компонент атомов и ионов с учётом данных по диссоциации газов из работы [8]. Проводимость плазмы, определяемая температурной ионизацией атомов и молекул,  $\sigma_o = (\pi \cdot \varepsilon \cdot q^2 \cdot n(T) / 8m_e)^{1/2}$ , где  $\varepsilon$  – диэлектрическая постоянная вакуума. Глубина среднего проникновения  $\Delta_p$  электромагнитного ВЧ-поля (скин-слой) определяется известным соотношением  $\Delta_p = [2/(\mu_v \cdot \sigma_s(T) \cdot 2\pi f)]^{1/2}$ . Суммарная проводимость плазмы  $\sigma_s(T)$ , определяемая концентрацией атомов и молекул по формуле (6), а также дрейфом электронов в сильном электромагнитном ВЧ-поле, выражается следующими формулами:

$$\sigma_s(T) = q \cdot n(T) \cdot [\mu_o(T) + \mu_{dr}(T)], \quad (7)$$

$$\mu_o(T) = (q/m_e) \cdot (R_D / V_{et}(T)) = [\pi \cdot \varepsilon / m_e n(T)]^{1/2}, \quad (8a)$$

$$\mu_{dr}(T) = (q/m_e) \cdot (L_{ea} / V_{et}(T)) = [(q/m_e) \cdot (1/V_{et}(T))] \cdot (1/Q_{ea} N_a), \quad (8b)$$

где  $R_D = [\varepsilon \cdot k_B T / q^2 n(T)]^{1/2}$  – длина Дебая;  $V_{et} = (8k_B T_e / \pi m_e)^{1/2}$  – средняя тепловая скорость электронов;  $\mu_o(T), m^2/V \cdot c$  – подвижность электронов при отсутствии электрического поля;  $\mu_{dr}(T), m^2/V \cdot c$  – подвижность электронов в электрическом поле;  $L_{ea}, m$  – средняя длина свободного пробега электронов в электрическом поле до взаимодействия с атомами;  $N_a, m^{-3}$  – средняя концентрация атомов в каждом расчётном объёме;  $Q_{ea} \approx 16 \cdot 10^{-20}, m^2$  – среднее сечение взаимодействия электронов с атомами кислорода, азота и углерода по Рамзауэру [6]. Различие в величине подвижностей  $\mu_o(T)$  и  $\mu_{dr}(T)$  объясняется различным временем взаимодействия электронов с атомами: для малой длины Дебая  $R_D$  при тепловом движении вблизи атомов и большой дрейфовой длиной пробега  $L_{ea}$  при движении между атомами и молекулами в электрическом ВЧ-поле. Такой подход к вычислению подвижностей электронов и проводимости  $\sigma_s(T)$  позволяет улучшить сходимость вычислений, особенно в граничных областях на входе и выходе из зоны плазменного подогрева конуса. Расчёт степени ионизации  $ion(T)$  для диапазона температур  $T_a = 2586 - 3750$  °К для давлений 0,1–0,2 МПа даёт величину, лежащую в интервале  $3,2 \cdot 10^{-4} - 7 \cdot 10^{-3}$ . На рис. 1 приведён расчёт суммарной проводимости газов  $\sigma_s(T)$  для локального давления 0,25 МПа.

Иной подход для расчётов предложен в работе [9], в которой рассматривались поток электронного газа и поток колебательной энергии атомов с учётом бародиффузии в двухтемпера-

турной модели (электронов и ионов) с вычислением коэффициентов вязкости и теплопроводности по приближённым формулам Уилке – Васильевой [10], причём проводимость плазмы определялась из соотношения Стефана – Максвелла. Данный подход объясняется тем, что градиент радиальных потоков достигал  $\Delta T_a \sim 5000$  °К. Скорости для имевшихся вихревых потоков обладали высокими градиентами при небольших расходах газов  $G \sim 2,4\text{--}4,8$  г/с. Температура плазмы достигала  $2 \cdot 10^4$  °К, для неоднородного, вихревого потока газов по вышеуказанной работе, когда основные потери энергии – это излучение света, характерное для ВЧ плазмотронов.

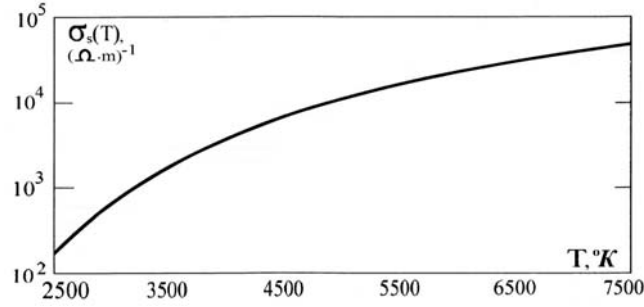


Рис. 1. Зависимость суммарной локальной проводимости газов  $\sigma_s(T)$  от их температуры при давлении 0,25 МПа

Fig. 1. Dependence of the total local conductivity of gases  $\sigma_s(T)$  on their temperature at a pressure of 0.25 MPa

#### 4. Определение составляющих высокочастотного поля

Распределение электрического и магнитного полей в коническом сопле требует обязательного расчёта напряжённости электромагнитного ВЧ поля  $\dot{E}_\theta$  в комплексной форме по уравнениям Максвелла. Их можно свести к одному уравнению для тангенциальной компоненты комплексного  $\dot{E}_\theta$  при магнитной проницаемости плазмы равной 1, если рассматривать поля в рамках осевой симметрии и пренебречь токами смещения, согласно работе [6]:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_\theta}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{E}_\theta) \right] = -j\omega\mu_v\sigma_s \dot{E}_\theta, \quad (9)$$

где  $j$  – мнимая единица;  $\omega$  – угловая частота. Также нужно использовать уравнения для связи векторного потенциала магнитного поля  $\dot{H}_m$  и напряжённости электрического поля  $\dot{E}_\theta$  в комплексной форме по работе [11] для индукционного нагрева:

$$\frac{\partial}{\partial r} (\dot{E}_\theta) + \frac{\dot{E}_\theta}{r} = -j\omega\mu_v \dot{H}_m \quad \frac{\partial \dot{H}_m}{\partial r} = -\sigma_s \dot{E}_\theta \quad \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{E}_\theta) = j\omega\mu_v \dot{H}_m \rightarrow \langle r = R_c \rangle. \quad (10)$$

Начальные условия для уравнений (9), (10) были аналогичны работе [12]: при  $r = 0$ ,  $E_\theta = 0$ ; при  $r = R_c$ ,  $H_{me}(z) = \text{const}$  – есть амплитуда магнитного поля на внутренней поверхности диэлектрического конуса вдоль конического сопла, ограниченного витками индуктора. Решение уравнений (9) и (10) получено в работе [11] в цилиндрических функциях Бесселя для относительной безразмерной координаты  $m = (R/\Delta_p) \cdot \sqrt{2}$ , где  $R$ , – переменный радиус конического сопла, м. Соответствующие решения для модулей  $H_m$  и  $E_\theta$ , а также для комплексной амплитуды плотности тока электронов и его модуля  $\delta_m$  получены для функций Бесселя  $ber(m)$  и  $bei(m)$  в следующем виде [11]:

$$\dot{H}_m = H_{me} \cdot \frac{ber(m) + j \cdot bei(m)}{ber(m_2) + j \cdot bei(m_2)}, \quad H_m = H_{me} \sqrt{\frac{ber^2(m) + bei^2(m)}{ber^2(m_2) + bei^2(m_2)}}, \quad (11)$$

где  $H_{me} = W_o \cdot I_i \cdot \sqrt{2} / L_i$ , ( $A \cdot \text{виток}$ )/м;  $W_o$  – число витков;  $I_i$ ,  $A$  – ток индуктора;  $L_i$ ,  $m$  – длина индуктора;  $m_2 = (R_{in} / \Delta_p) \sqrt{2}$ ;  $R_{in}$ , м – входной радиус расчётного объёма сопла,

$$\dot{\delta}_m = \delta_{me} \frac{ber'(m) + j \cdot bei'(m)}{ber(m_2) + j \cdot bei'(m_2)}, \quad \delta_m = \delta_{me} \sqrt{\frac{[ber'(m)]^2 + [bei'(m)]^2}{ber^2(m_2) + bei^2(m_2)}}, \quad (12)$$

где  $\delta_{me} = H_{me} \cdot \sqrt{2/\Delta_p}$ , А/м<sup>2</sup> – плотность тока электронов у сопла; функции  $ber'(m)$  и  $bei'(m)$  – это производные по “R” от соответствующих функций. На рис. 2 приведены результаты расчёта по формуле (11) для безразмерных функций  $\Psi_{Hme1}(m) = H_m / H_{me1}$ ,  $\Psi_{Hme2}(m) = H_m / H_{me2}$ , описывающих изменение магнитного поля и равных отношению амплитуд от безразмерной координаты  $m$  для параметров  $m_2 = 1,6202$  и  $0,8101$ . Связь величины модуля для электрического поля  $E_m$  и модуля плотности тока  $\delta_m$  определяется по закону Ома:  $\delta_m = \sigma_s \cdot E_m$  и равна нулю при  $m = 0$  ( $R = 0$ ) для соответствующего значения по оси конусного сопла. Электрическое поле  $E_m(m)$  изменяется от координаты  $m$  по зависимости близкой к линейной для параметров  $m_2 < 3,2$  и значений  $m < 4$ .

Плотность тока на оси сопла равна нулю вследствие равенства нулю электрического поля и максимальна у поверхности конического сопла, что указывает на поток тепловой энергии ВЧ-поля, идущий от поверхности к оси конического сопла.

Результаты расчёта по формуле (12) для безразмерных функций  $\Psi_{\delta m1}(m) = \delta_m / \delta_{me1}$ ,  $\Psi_{\delta m2}(m) = \delta_m / \delta_{me2}$  приведены на рис. 3 и описывают распределение плотности тока для параметров  $m_2 = 1,6202$  и  $0,8101$ , соответственно.

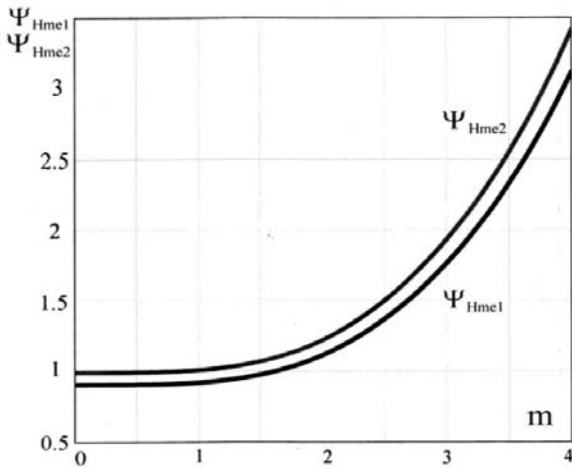


Рис. 2. Зависимости безразмерных функций  $\Psi_{Hme1}$  и  $\Psi_{Hme2}$  от безразмерной координаты  $m$

Fig. 2. Dependencies of dimensionless functions  $\Psi_{Hme1}$  and  $\Psi_{Hme2}$  on the dimensionless coordinate  $m$

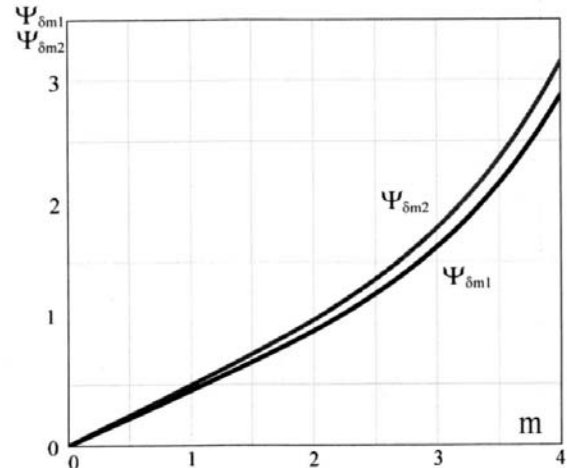


Рис. 3. Зависимость безразмерных функций  $\Psi_{\delta m1} = \delta_m / \delta_{me1}$ ,  $\Psi_{\delta m2} = \delta_m / \delta_{me2}$  от безразмерной координаты  $m$

Fig. 3. Dependence of dimensionless functions  $\Psi_{\delta m1} = \delta_m / \delta_{me1}$ ,  $\Psi_{\delta m2} = \delta_m / \delta_{me2}$  on the dimensionless coordinate  $m$

Ранее отмечалось, что при оптимальной удельной проводимости  $\sigma_s$ , величина скин-слоя  $\Delta_p$  должна примерно соответствовать входному радиусу в расчётном конусе  $R_{in}$ . Тогда основная часть электромагнитной ВЧ-энергии будет поглощаться наиболее эффективно по всему сечению для конусного объёма, а весь поток будет прогрет до заданной температуры. В этом случае, оптимальное расчётное значение  $m_2$  находится в интервале от 1,6 до 3,2 и связано с частотой электромагнитного ВЧ-поля и величиной изменяющейся средней проводимости плазмы  $\sigma_{si}$  в каждом расчётном объёме.

Электромагнитная ВЧ-волна движется по нормали от поверхности индуктора. Энергия волны  $\dot{S}_p$  пропорциональна векторному произведению комплексно сопряжённых электрического  $\vec{E}_m$  и магнитного  $\vec{H}_m$  полей. Известно, что магнитное поле, определяющее реактивную энергию индуктора, переходит в активную энергию электрического поля с частотой колебаний электро-



магнитной ВЧ-волны, при этом происходит осцилляция плотности электронов, изменение их дрейфовой скорости и рост температуры носителей заряда, соответственно. Опуская выкладки, приведём окончательное выражение для  $\dot{S}_p$ :

$$\dot{S}_p = - \{ (H_{me})^2 m_2 / (2\sqrt{2} \cdot \sigma_s \cdot \Delta_p) \} [\Psi_a + j \cdot \Psi_p], \quad (13)$$

где  $\Psi_a$ ,  $\Psi_p$  есть функции от  $m_2$ , которые определяют активную и реактивную мощность, соответственно. Здесь

$$\Psi_a = \frac{2}{m_2} \cdot \frac{ber'(m_2) \cdot ber(m_2) + bei'(m_2) \cdot bei(m_2)}{ber^2(m_2) + bei^2(m_2)},$$

$$\Psi_p = \frac{2}{m_2} \cdot \frac{bei'(m_2) \cdot ber(m_2) - ber'(m_2) \cdot bei(m_2)}{ber^2(m_2) + bei^2(m_2)}. \quad (14)$$

На рис. 4 приведены графики безразмерных, вспомогательных функций для активной  $\Psi_a$  и реактивной  $\Psi_p$  компоненты электромагнитного ВЧ-поля, рассчитанных по формуле (14), которые полностью определяют параметры электромагнитной волны ВЧ-поля с вектором  $\dot{S}_p$ , а также соотношения  $\eta(m) = \Psi_a / \Psi_p$ , пропорционального локальной эффективности подогрева газов плазмой. Видно, что расчётная эффективность в оптимальном диапазоне  $m$  менее  $< 70\%$ . Вектор  $\dot{S}_p$  можно представить состоящим из двух ортогональных составляющих – аксиального и радиального векторов. Аксиальный вектор совпадает с потоком газов и является дополнительным источником, ускоряющим поток газов, хотя и незначительным, и равным произведению модуля  $\dot{S}_p \cdot \sin(90^\circ 32')$  в нашем случае.

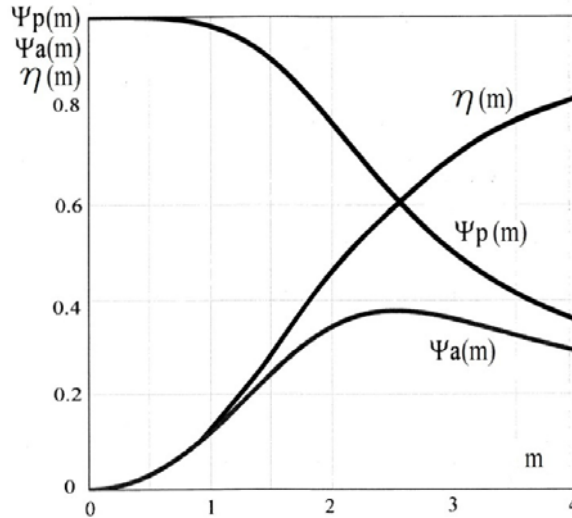


Рис. 4. Графики безразмерных функций для активной  $\Psi_a$  и реактивной  $\Psi_p$  компоненты электромагнитного ВЧ поля, а также их соотношения  $\eta(m) = \Psi_a / \Psi_p$  от безразмерной координаты  $m$

Fig. 4. Graphs of dimensionless functions for the active  $\Psi_a$  and reactive  $\Psi_p$  components of the electromagnetic RF field, as well as their ratios  $\eta(m) = \Psi_a / \Psi_p$  from the dimensionless coordinate  $m$

Радиальный вектор отклоняет поток ионов от стенок к центру. Он равен произведению модуля  $\dot{S}_p \cdot \cos(90^\circ 32')$ , соответственно. Расчёт для модуля  $\dot{S}_p$  даёт незначительное продольное давление  $P_m \approx 30$  Па для тока индуктора  $I_i = 71$  А. Давление  $P_m$  увеличивается с ростом произведения тока на число витков в квадратичной зависимости и может достигать значительной величины. Этот эффект увеличения тяги ЖРД можно использовать в глубоком вакууме при значительном токе индуктора и воздействии аксиальной компоненты электромагнитного ВЧ-поля на поток газов. Для керамического конуса прилегающая к плазме поверхность будет заряжена

положительно в соответствии с законом Пуассона по формуле  $\Psi_e = (k_B \cdot T_e / 2q) \ln(M_i / 2\pi m_e)$ , где  $\Psi_e$ , В – потенциал;  $M_i$ , кг – средняя масса иона. Расчёт даёт величину  $\Psi_e \approx 2$  В для  $T_e \approx 3750$  °К и средней массе ионов  $M_i \sim 5 \cdot 10^{-26}$  кг. Следовательно, небольшой объёмный заряд около поверхности конуса будет влиять на распределение зарядов у поверхности конусного сопла, что может служить некоторым “защитным слоем” от перегрева поверхности. Удельная мощность электромагнитного ВЧ поля в единице объёма  $\Psi P_i$ , с учётом формулы (11), определяется следующим образом:

$$\Psi P_i = \frac{(\delta_m)^2}{\sigma_s} = \frac{2(H_{me})^2}{\sigma_s \cdot (\Delta_p)^2} \cdot \frac{[ber'(m)]^2 + [bei'(m)]^2}{ber^2(m_2) + bei^2(m_2)}, \quad (\text{Вт/м}^3). \quad (15)$$

На рис. 5 приведена зависимость удельной объёмной мощности  $\Psi P_i$ , вычисленной по формуле (15) в зависимости от безразмерной поперечной координаты  $m$  для средней проводимости  $\sigma_s = 230$  1/Ω·м и напряжённости магнитного поля  $H_{me} = 9563$  А/м на границе конуса, что соответствует току индуктора 71 А, длине конуса индуктора 42 мм и количеству витков  $N = 4$  для индуктора. Глубина скин-слоя равна  $\Delta_p \approx 10$  мм для параметра  $m_2 = 2,9$ .

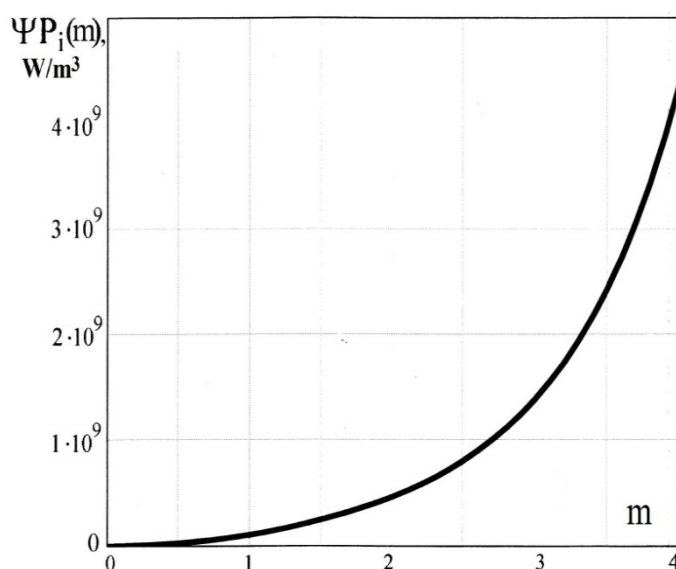


Рис. 5. Расчётная удельная мощность  $\Psi P_i$  (W / m³) в зависимости от безразмерной координаты  $m$  для проводимости  $\sigma_s = 230$  1/Ω·м

Fig. 5. Estimated specific power  $\Psi P_i$  (W/m³) depending on the dimensionless coordinate  $m$  for conductivity  $\sigma_s = 230$  1/Ω·m

Для эффективного разогрева газов плазмой важным параметром является зависимость от температуры времени их рекомбинации  $\langle \tau_{ion} \rangle$ . Это время определяется физическими свойствами: массой, температурой и средней концентрацией ионов в единице объёма и должно быть не меньше, чем время их пролёта через зону подогрева плазмой  $\tau_f \sim 8$  мкс. Данное требование соответствует полученным экспериментальным данным для азота, причём  $\langle \tau_{ion} \rangle$  имеет тенденцию увеличения с ростом температуры с  $\sim 1$  мкс при  $T_a = 300$  °К до  $\sim 10$  мкс при  $T_a = 3000$  °К для равной концентраций ионов и электронов, около  $n_i \sim 10^{18}$  м⁻³ и давлении  $\sim 0,1$  МПа [13]. Следовательно, время разогрева ионов в азотосодержащей плазме значительно меньше времени их пролёта  $\tau_f$ , а время её «остывания» значительно больше  $\tau_f$  и достигает величины  $\sim 100$  мкс по оптическим измерениям температуры потоков плазмы по выходу из плазматрона [12]. Это важное экспериментальное наблюдение для плазмы чистого азота, но для сложного состава газов, соответствующего нашей работе, экспериментальных данных для  $\langle \tau_{ion} \rangle$  пока не получено.

### 5. Результаты численного моделирования

Для проведения моделирования необходимо определить основные газодинамические соотношения для расширяющихся газовых потоков в конусном сопле без внешнего подогрева и затем ввести некоторый участок сопла с подогревом газов ВЧ плазмой. Самым важным участком для всего конусного сопла является, естественно, начальный участок, прилегающий к критическому сечению и располагающийся до расчётного сечения, определяющего всю тягу ЖРД. Это обосновано тем, что занимаемый здесь объём под индуктором является наименьшим и поэтому требуется относительно небольшая удельная мощность ВЧ поля для существенного подогрева газов плазмой. В работе [2] приведены основные формулы для расчётов распределения относительной скорости  $\lambda = W(z) / W_{cr}$ , распределения давления  $P(\lambda)$ , температуры  $T(\lambda)$  и плотности газов  $\rho(\lambda)$  вдоль сопла. Здесь  $W(z)$  – скорость потока газа вдоль оси сопла,  $W_{cr}$  – значение скорости в критическом сечении. Приведём эти формулы по данной работе [2]:

$$f_c(\lambda) = S/S_{cr} = (1/\lambda) \cdot \{(2/(k+1)) / (1 - \lambda^2 \cdot [(k-1)/(k+1)])\}^{1/k-1}, \quad (16)$$

где  $S, S_{cr}$  – площадь сечения сопла вдоль конуса и в критическом сечении;  $k = 1,125$  – показатель политропического расширения газов в конусном сопле при расчётном давлении  $P_{KC} = 1$  МПа и температуре  $T_{KC} = 2949$  °К в КС;

$$T(\lambda) = T_{cr} \cdot \{1 - [(k-1)/(k+1)] \cdot \lambda^2\}, P(\lambda) = P_{cr} \cdot [T(\lambda)]^{k/k-1}, \rho(\lambda) = \rho_{cr} \cdot (P/P_{cr})^{1/k}, \quad (17)$$

где  $P_{cr} = 0,581$  МПа – давление,  $T_{cr} = 2816$  °К температура,  $\rho_{cr} = 0,658$  кг/м<sup>3</sup> – плотность газа в критическом сечении, соответственно. Результаты расчётов газодинамических функций по формулам (16) и (17) и с параметрами раздела 3 приведены в табл. 1. Расчёты удовлетворительно согласуются с данными, приведёнными в работе [3], для смеси керосина с азотной кислотой, которые получены с учётом неполного сгорания топлива в КС.

#### Параметры расчётных газодинамических функций по длине конического сопла без подогрева плазмой

	R <sub>cr</sub>										
L, мм	0	5	10	15	20	40	60	80	100	120	150
R, мм	5,0	5,8	6,7	7,5	8,3	11,7	15	18,3	21,7	25	30
S, мм <sup>2</sup>	78	107	140	177	218	428	707	1056	1475	1963	2827
F = S/S <sub>cr</sub>	1,00	1,36	1,78	2,25	2,78	5,44	9,00	13,4	18,78	25,0	36,0
λ	1,00	1,56	1,76	1,92	2,02	2,29	2,45	2,57	2,65	2,72	2,79
P, кПа	581	250	162	115	86	36	20	12	8	6	4
P <sub>cr</sub> /P	1,0	2,3	3,6	5,1	6,8	16,1	29,1	47,6	70,0	96,8	145,3
T, °К	2816	2528	2409	2319	2245	2038	1904	1807	1732	1670	1597
V, м/с	997	1553	1758	1909	2008	2284	2446	2557	2640	2706	2782
ρ кг/м <sup>3</sup>	0,66	0,31	0,21	0,16	0,12	0,06	0,03	0,02	0,015	0,011	0,008

Дальнейшие вычисления проводились с применением метода контрольного объёма по работе [5]. Для этого область под индуктором от  $L_1 = 5$  мм до области  $L_2 = 15$  мм была разбита на 10 неравных объёмов с шагом 1 мм, а все вычисления программы AutoCAD2001 Professional по формулам (1), (3), (5) – (10), (15) – (18) проводились до тех пор, пока величина давления не превышала предыдущее значение не более, чем на 1 кПа. Значения  $\lambda$  вычислялись с точностью не менее  $10^{-6}$  после запятой, тогда погрешность функций  $f_c(\lambda), P(\lambda), T(\lambda), \rho(\lambda)$  составляла менее  $10^{-4}$ . Удельная поглощённая ВЧ мощность для всего объёма с плазмой  $P_i = 1,2 \cdot 10^9$  Вт/м<sup>3</sup>, была выбрана с многократным превышением над удельной тепловой мощностью в камере сгорания с целью нивелировать рассчитанные потери от диссоциации газов (~14,2 Вт/см<sup>3</sup>), внутреннего трения (~1,3 Вт/см<sup>3</sup>) и теплопроводности плазмы стенками (~16,5 Вт/см<sup>3</sup>). Доля поглощённой электромагнитной ВЧ мощности для каждого контрольного объёма определялась с учётом её доли  $\xi_i$  от всего объёма и доли от энтальпии  $\vartheta_i$  с учётом зависимостей  $\mu_a, \chi_a$  и  $c_p$  от температуры, причём функции  $\mu_a \sim \mu_a(T_a)$  и  $\chi_a \sim \chi_a(T_a)$  принимались увеличивавшимися линейно. Решение для

всех уравнений находилось при условии, что температура электронов в объёме под витками индуктора составляет постоянную величину  $T_e = \text{const} = 3750 \text{ }^\circ\text{K}$ , за исключением граничного участка у поверхности сопла. Температура атомов (ионов)  $T_i(z)$  определялась в итерационном процессе вычислений. Формулы для расчёта участка плазменного подогрева следующие:

$$\lambda_c = [1 + \lambda^2 + (\lambda_{ni})^2]^{1/2}, (\lambda_{ni})^2 = [2 \cdot (\sum h_i \cdot \xi_i) / \langle W_{cr} \rangle]^2 \cdot (\vartheta_i / \sum \vartheta_i),$$

$$\vartheta_i = (1/10) \cdot [(T_i - T_n) / T_n + (T_i - T_{i-1}) / 2T_n], \quad (18)$$

где  $(\lambda_{ni})^2$  – составляющая скорости, обусловленная подогревом плазмой, согласно формулам (15)–(17);  $\sum h_i = 11,7 \text{ МДж/кг}$ , рассчитанное выше значение для энтальпии плазмы газов;  $\xi_i$  – доля расчётного объёма от всего объёма плазмы в интервале 5–15 мм, шаг 1 мм ( $i = 1..10$ );  $\vartheta_i$  – доля от полной энтальпии для расчётного объёма с температурами на границах объёма  $T_i, T_{i-1}$ ;  $T_n = 2528 \text{ }^\circ\text{K}$ . Начальные условия для расчётов приведены в табл. 1 для значения длины сопла  $L = 5 \text{ мм}$ , а также взяты из работ [3; 5]. В соответствии с методом контрольного объёма [4], определялась плотность газов для каждого контрольного объёма:  $\rho_i = G / (v_i \cdot S_i)$ . Затем вычислялось давление при программном подборе температуры  $T_i$ :  $P_i = k_B \cdot T_i \cdot (\rho_i / \langle M_a \rangle)$ , где  $\langle M_a \rangle = 5,3 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$  средний вес атомов газов. В табл. 2 приведены результаты расчётов в десяти расчётных объёмах, а также после участка плазменного подогрева. Расчётные значения параметров: мощность, подводимая к индуктору 1,68 кВт; частота ВЧ поля 27,12 МГц. Расчёт для объёмов после участка плазменного подогрева проводился по формулам (16) – (17) с учётом того, что значение длины сопла  $L = 16 \text{ мм}$ , прилегающее к конусу плазменного подогрева считалось новым критическим сечением с  $R_{cr2} = 7,6 \text{ мм}$ . Фактически получилось, что сечение для  $R_{cr2}$  совпало с расчётным сечением  $S_a = 185 \text{ мм}^2$ , для которого давление близко атмосферному давлению  $\sim 0,1 \text{ МПа}$ , причём скорость потока газов  $v_a = 2094 \text{ м/с}$ , поэтому можно было вычислить расчётную тягу на уровне моря  $\sim 108 \text{ Н}$ , что больше расчётной тяги без подогрева в 1,064 раза. Предельная полная тяга  $\sim 185,3 \text{ Н}$ , соответствует высоте около 16 км и равна произведению скорости потока в конце конического сопла ( $L_c = 150 \text{ мм}$ ) на расход газов  $G = 0,052 \text{ кг/с}$  плюс произведение площади сопла на выходе на выходное давление. Это значение больше тяги без плазменного подогрева на 19 %. Из табл. 1 и 2 следует, что достаточно мощный локальный подогрев газов в коническом сопле приводит к подъёму локальной температуры в 1,22 раза при незначительном изменении давления. Плотность газов становится значительно меньше, чем плотность без локального подогрева, причём температура остаётся достаточно высокой до самого конца конического сопла  $\sim 1788 \text{ }^\circ\text{K}$  при длине сопла  $L_c = 150 \text{ мм}$ . На рис. 6 приведены результаты расчётов для скорости и температуры потока газов без подогрева плазмой ( $v_c, T_c$ ) и с подогревом плазмой ( $v_p, T_p$ ) при удельной мощности подогрева плазмой  $P_i = 1,2 \cdot 10^9 \text{ (Вт/м}^3\text{)}$  и давлении в камере сгорания 1 МПа.

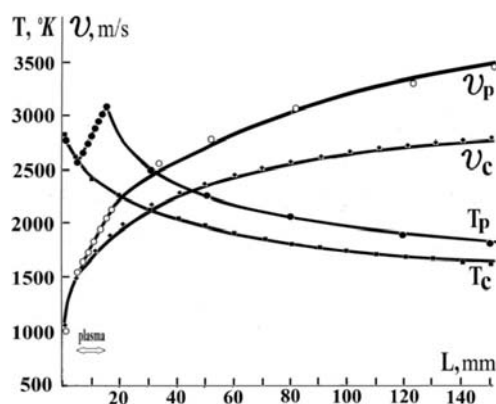


Рис. 6. Зависимости температуры  $T_c$  и средней скорости газов  $v_c$  вдоль оси сопла без подогрева плазмой и температуры  $T_p$  и скорости  $v_p$  при подогреве плазмой на длине 5–15 мм

Fig. 6. The dependence of the temperature  $T_c$  and the average velocity of gases  $v_c$  along the nozzle axis without plasma heating and the temperature  $T_p$  and the speed  $v_p$  when heated by plasma at a length of 5–15 mm

Видно, что с ростом температуры увеличивается и скорость потока газов в объёме, подвергнутому подогреву плазмой. Величина такого увеличения определяется энтальпией для газов, которая зависит от подводимой мощности к индуктору и эффективности передачи энергии от индуктора к току электронов, а от электронов потоку газов.

На рис. 7 приведены результаты численных расчётов для температуры газов  $T_a$  и электронов  $T_e$  на участке подогрева газов плазмой с учётом её изменения в азимутальном и радиальном направлении.

Вдоль стенок сопла температура имеет некоторый экстремум  $T_{max}$ , который плавно смещается к оси сопла вдоль продольной оси  $z$ . Наличие данного экстремума объясняется тем, что вектор Умова – Пойтинга для потока энергии электромагнитного ВЧ-поля направлен по нормали от поверхности диэлектрического сопла. Поэтому максимальная плотность энергии будет лежать у данной поверхности, где локальный градиент температур  $T_a$  и  $T_e$  максимален, что согласуется с расчётами по формуле (14) для удельной мощности  $\Psi P_1$ , показанной на рис. 5.

Предельная температура НТП  $T \sim 6000$  °К будет ограничиваться не столько теплостойкостью охлаждаемых стенок из высокотемпературной керамики конического сопла, сколько общим падением эффективности передачи энергии электрического ВЧ-поля в кинетическую энергию потока газов, вследствие резкого возрастания потерь на излучение, что установлено теоретически [7] и экспериментально [14]. Следовательно, при дальнейшем увеличении температуры газового потока, при подводе дополнительной мощности электромагнитного ВЧ-поля, добиться значительного прироста его скорости будет, вероятно, затруднительно.

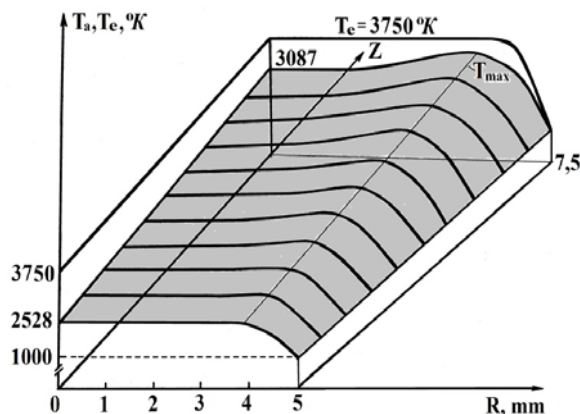


Рис. 7. График 3-D типа для участков от критического сечения  $R_{cr} = 5$  мм и подогрева плазмой с радиусом от 5 до 7,5 мм для температуры газов  $T_a$  и электронов  $T_e$

Fig. 7. 3-D type graph for sections from the critical cross-section  $R_{cr}=5$  mm and plasma heating with a radius of 5 to 7.5 mm for the temperature of gases  $T_a$  and electrons  $T_e$

## 6. Основные экспериментальные результаты

Для проведения экспериментов с газовыми смесями, был изготовлен охлаждаемый водой кварцевый реактор, с размерами близкими к разделу 2 и плазмо-газопламенный стенд (рис. 8 и 9). Измерение энтальпии газовых потоков производилось массивной термпарой вольфрам / рений ТВР-251 с молибденовым кожухом. Проводились эксперименты с газовыми, жидкими и комбинированными горючими смесями с массовым расходом до 0,01 кг/с.

На основании численных расчётов и ряда предварительных физических опытов и экспериментов, был сделан вывод о необходимости модификации топлива на основе керосина со свойством самовоспламенения, а также изготовления специального окислителя нового типа. Этот окислитель с оптимальным составом был изготовлен и испытан в кварцевом реакторе, показав достаточную стабильность физических свойств в течение одного года. Измерительный стенд с генератором мощностью 1,5 кВт на основе двух генераторных ламп ГУ-81М, работавших на частоте 13,56 МГц, позволял проводить измерение средней проводимости сверхзвукового

газового потока на выходе из сопла. На данном стенде проводились все необходимые физические эксперименты, которые, собственно, и позволили создать модифицированное топливо со свойствами самовоспламенения при контакте с окислителем нового типа. Эксперименты происходили при максимальной температуре в камере сгорания  $\sim 2500$  °К и давлениях  $\leq 0,2$  МПа.



Рис. 8. Реактор кварцевый

Fig. 8. Quartz reactor



Рис. 9. Стенд плазмо-газопламенный

Fig. 9. Plasma/gas flame stand

При локальном подогреве НТП сверхзвукового газового потока в коническом, кварцевом сопле, посредством ВЧ индуктора, установлено: температура на выходе из сопла увеличивается до  $\sim 90$  °К, значительно возрастает средняя проводимость газового потока, происходит заметный рост энтальпии всего газового потока. Эффективность подогрева плазмой, по нашей оценке, составляет 8–10 %. Тепловая мощность КС для кварцевого реактора кратковременно достигала 4 кВт и ограничивалась его механической прочностью.

### Заключение

Проведённые расчёты показывают, что, для сверхзвукового потока газов в коническом сопле около критического сечения при  $T = 2528 - 2752$  °К, проводимость газов является недостаточной для осуществления значительного плазменного подогрева даже при использовании примесей щелочных металлов. Поэтому появляется необходимость использования дополнительной, внешней ионизации газов до расчётной величины дополнительным устройством – ионизатором [15], чтобы скин-слой был соизмерим с радиусом каждого расчётного конического сопла, особенно прилегающего к критическому сечению. Тогда нагрев газов будет носить объёмный характер, а энергия ВЧ поля будет поглощаться достаточно эффективно ( $\sim 70$  %). Расчётная температура в области подогрева увеличится с 2319 до 3087 °К. Произойдёт рост скорости потока газов с 1909 до 2049 м/с. Значит, если удельная мощность при нагреве газов электромагнитным ВЧ-полем значительно превышает удельную (тепловую) мощность для КС, то происходит общий рост скорости газов вдоль сопла, обусловленный локальным подогревом плазмой в ВЧ-индукторе. По настоящему расчёту, для одного короткого индуктора увеличение расчётной тяги на уровне моря, без учёта влияния давления электромагнитного поля, составляло 6,4 % при максимальной энтальпии плазмы  $\sim 11,7$  МДж/кг. Рост полной расчётной тяги на высоте 16 км достигал 19 %, а при увеличении длины сопла может возрасти ещё значительно. Давление от электромагнитного ВЧ-поля при смоделированных потоках электронов (ионов) незначительно  $\sim 30$  Па, но способно увеличить тягу ЖРД на больших высотах полёта при увеличении тока индуктора.

Таким образом, расчёты и эксперименты показывают возможность подогрева плазмой сверхзвукового потока газов для конического сопла малогабаритного ЖРД. Это позволит в дальнейшем значительно увеличить его удельный импульс вследствие увеличения скорости потока газов в расчётном сечении, а также полную тягу на больших высотах полёта КА, если производить подогрев плазмой газовый поток по всей длине сопла.

**Благодарности.** Автор благодарит ООО «Аника М» (г. Новосибирск, [www.anikam.ru](http://www.anikam.ru)) за всестороннюю помощь и финансовую поддержку при выполнении данной работы.

**Acknowledgements.** The author is especially grateful to “Anika M” LLC (Novosibirsk, [www.anikam.ru](http://www.anikam.ru)) for financial assistance in performing this work.

### Библиографические ссылки

1. Коротеев А. С., Миронов В. М., Свирчук Ю. С. Плазматроны. М. : Машиностроение, 1993. 296 с.
2. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. Т. 1. М. : Наука, 1991. 597 с.
3. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания : справочник в 10 т. Т. 5 / под ред. ак. В. П. Глушко. М. : ВИНТИ АН СССР, 1971.
4. Дресвин С. В., Иванов Д. В. Основы математического моделирования плазматронов. Ч. 2. СПб. : СПб политехн. ун-т, 2006. 292 с.
5. Дресвин С. В., Иванов Д. В., Нгуен К. Ши. Основы математического моделирования плазматронов. Ч. 3. СПб. : СПб политехн. ун-т, 2006. 138 с.
6. Васильевский С. А., Колесников А. Ф. Численное моделирование течений равновесной индукционной плазмы в цилиндрическом канале плазматрона // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2000. № 5. С. 164–173.
7. Рожанский В. А. Теория плазмы. СПб., М., Краснодар : Лань, 2012. 320 с.
8. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М. : Наука, 1972. 720 с.
9. Сахаров В. И. Численное моделирование термически и химически неравновесных течений и теплообмена в недорасширенных струях индукционного плазматрона // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 6. С. 157–168.
10. Reid R. C., Prausnitz J. M., Sherwood T. K. The Properties of Gases and Liquids. N.Y. : McGraw-Hill, 1977. 688 p.
11. Слухоцкий А. Е., Рыскин С. Е. Индукторы для индукционного нагрева. Л. : Энергия, 1974. 264 с.
12. Kolesnikov A. F., Vasil'evskii S. A. Some problems of numerical simulation of discharge electrodynamic in induction plasmatron // Proc. 15th IMACS World Cong.: Berlin, 1997. Vol. 3. Computation Physics. / Ed. by A. Sydow. Wissenschaft & Technik Verlag. P. 175–180.
13. Шибкова Л. В. Физические процессы в движущейся плазме многокомпонентных инертных и химически активных смесей : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М. : МГУ им. М. В. Ломоносова, 2007. 43 с.
14. Voronin S. T. Numerical simulation of supersonic gas flow in a conical nozzle with local plasma heating // Technical Physics Letters. 2022. Vol. 48, No. 5, P. 62–66.
15. Воронин С. Т. Ионизатор горячих газовых потоков высокой плотности рентгеновским, характеристическим излучением при фотолюминесценции комбинированного анода трансмиссионного типа // Физические основы приборостроения. 2022. Т. 11, № 3(45). С. 14–21. DOI: 10.25210/jfop-2203-014021.

### References

1. Koroteev A. S., Mironov V. M., Svirchuk Yu. S. *Plazmatrony* [Plasmatrony]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1993, 296 p.

2. Abramovich G. N. *Prikladnaya gazovaya dinamika* [Applied gas dynamics]. Vol. 1. Moscow, Nauka Publ., 1991, 597 p.
3. *Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya* [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products]. Ed. V. P. Glushko. Moscow, VINITI AS USSR Publ., P. 1971–1979.
4. Dressvin S. V., Ivanov D. V. *Osnovy matematicheskogo modelirovaniya plazmotronov* [Basics of mathematical modeling of plasma torches]. Part 2. SPb, SPb Polytechnic University Publ., 2006, 292 p.
5. Dresvin S. V., Ivanov D. V., Nguyen K. Shi. *Osnovy matematicheskogo modelirovaniya plazmotronov* [Fundamentals of mathematical modeling of plasma torches]. Part 3. SPb., SPb Polytechnic University Publ., 2006, 138 p.
6. Vasilevsky S. A., Kolesnikov A. F. [Numerical modeling of the flows of equilibrium induction plasma in the cylindrical channel of the plasma torch]. *Izvestiya RAN. Mechanics of liquid and gas*. 2000, No. 5, P. 164–173 (In Russ.).
7. Rozhansky V. A. *Teoriya plazmy* [Plasma Theory]. SPb., Moscow, Krasnodar, Lan Publ., 2012, 320 p.
8. Vargaftik N. B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey* [Handbook on thermophysical properties of gases and liquids]. Moscow, Nauka Publ., 1972, 720 p.
9. Sakharov V. I. [Numerical modeling of thermally and chemically non-equilibrium flows and heat exchange in underexpanded jets of induction plasmatron]. *Izvestiya RAN. Mechanics of liquid and gas*. 2007, No. 6, P. 157–168 (In Russ.).
10. Reid R. C., Prausnitz J. M., Sherwood T. K. *The Properties of Gases and Liquids*. N.Y.: McGraw-Hill, 1977, 688 p.
11. Lukhotsky A. E., Ryskin S. E. *Induktory dlya induktsionnogo nagreva* [Inductors for induction heating]. Leningrad, Energy Publ., 1974, 264 p.
12. Kolesnikov A. F., Vasil'evskii S. A. Some problems of numerical simulation of discharge electrodynamics in induction plasmatron. *Proc. 15th IMACS World Cong.* Berlin, 1997, Vol. 3. Computation Physics. Ed. by A. Sydow. Wissenschaft & Technic Verlag. P. 175–180.
13. Shibkova L. V. *Fizicheskie protsessy v dvizhushcheysya plazme mnogokomponentnykh inertnykh i khimicheskii aktivnykh smesey. Dr. Diss.* [Physical processes in the moving plasma of multicomponent inert and chemically active mixtures. Dr. Diss.]. Moscow, 2007, 43 p.
14. Voronin S. T. Numerical simulation of supersonic gas flow in a conical nozzle with local plasma heating. *Technical Physics Letters*. 2022, Vol. 48, No. 5, P. 62–66.
15. Voronin S. T. [Ionizer of hot gas flows of high density by X-ray, characteristic radiation during photoluminescence of the combined anode of the transmission type]. *Physical foundations of instrumentation*. 2022, Vol. 11, No. 3(45), P. 14–21. DOI: 10.25210/jfop-2203-014021.

© Воронин С. Т., 2023

---

**Воронин Сергей Тимофеевич** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник; ООО «Аника М». E-mail: anika\_m@mail.ru.

---

**Voronin Sergey Timofeevich** – Cand. Sc., Leading Researcher; Anika M” LLC. E-mail: anika\_m@mail.ru.

---