

УДК 537.312:538.911'956

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-366-374

Для цитирования: Термодинамические свойства анизотропных антиферромагнетиков с четырехспиновым обменом / С. С. Аплеснин, Е. Г. Даниленко, П. П. Машков и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 2. С. 366–374. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-366-374.

For citation: Aplesnin S. S., Danilenko E. G., Mashkov P. P., Cheremnykh N. A., Zhivulko A. M. [Thermodynamic properties of anisotropic antiferromagnets with four-spin exchange]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 2, P. 366–374. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-2-366-374.

Термодинамические свойства анизотропных антиферромагнетиков с четырехспиновым обменом

С. С. Аплеснин¹, Е. Г. Даниленко^{1*}, П. П. Машков¹,
Н. А. Черемных¹, А. М. Живулько²

¹Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31

²Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по материаловедению
Республика Беларусь, 220072, г. Минск, ул. П. Бровки, 19

*E-mail: evg.danilenko@mail.ru

Магнитные полупроводники широко используются в микроэлектронике, которая используется для управления космическими аппаратами. Транспортные и электрические свойства зависят от магнитной структуры, которую можно менять под действием магнитного поля и управлять током. Исследуется магнитная структура полупроводников с сильным спин-решеточным взаимодействием, которое сводится к четырехспиновому обменному взаимодействию. Магнитные характеристики вычисляются в классической модели Гейзенберга, построенной из эквивалентных магнитных атомов, образующих простую кубическую и квадратную решетку. Гамильтониан системы содержит обменное взаимодействия между ближайшими соседями, четырехспиновый обмен, одноионную анизотропию типа «легкая ось». Методом Монте-Карло вычисляются термодинамические характеристики: подрешеточная намагниченность, квадрупольный параметр, парные спин-спиновые корреляционные функции, спонтанный момент на узле, направленный вдоль «легкой оси», и в базисной плоскости, внутренняя энергия и магнитная восприимчивость. Найдена смена типа магнитного порядка от коллинеарного антиферромагнетика (АФМ) к неколлинеарному (НАФ) с ростом константы четырехспинового обмена. Зависимость спиновых корреляционных функций от расстояния имеет слабо затухающий осциллирующий характер. В области перехода АФМ-НАФ ближний антиферромагнитный порядок заменяется ферромагнитным при сохранении дальнего антиферромагнитного порядка. На плоскости четырехспиновый обмен – одноосная анизотропия построена фазовая диаграмма антиферромагнетика (АФМ) и неколлинеарного (НАФ) на квадратной и кубической решетках. Вычислена продольная и поперечная восприимчивость НАФ от температуры для разных параметров четырехспинового обмена. Определена область параметров анизотропии и четырехспинового обмена в неколлинеарном АФМ с фазовым переходом I-го рода, скачок подрешеточной намагниченности, квадрупольного параметра от температуры. Найдены константы анизотропии и четырехспинового обмена в классическом антиферромагнетике со спонтанным моментом и параметры дальнего и ближнего порядка.

Ключевые слова: анизотропный антиферромагнетик, четырехспиновое взаимодействие, магнитная восприимчивость, магнитный фазовый переход.

Thermodynamic properties of anisotropic antiferromagnets with four-spin exchange

S. S. Aplesnin¹, E. G. Danilenko^{1*}, P. P. Mashkov¹,
N. A. Cheremnykh¹, A. M. Zhivulko²

¹Reshetnev Siberian State University of Science and Technology

31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

²Scientific and Practical Materials Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus

19, P. Brovki St., Minsk, 220072, Republic of Belarus

*E-mail: evg.danilenko@mail.ru

Magnetic semiconductors are widely used in microelectronics, which is used to control spacecraft. The transport and electrical properties depend on the magnetic structure, which can be changed by the action of the magnetic field and controlled by the current. The magnetic structure of semiconductors with a strong spin-lattice interaction, which is reduced to a four-spin exchange interaction, is investigated. The magnetic characteristics are calculated in a classical Heisenberg model constructed from equivalent magnetic atoms forming a simple cubic and square lattice. The Hamiltonian of the system contains the exchange interaction between the nearest neighbors, the four-spin exchange, and the one-ion anisotropy of the “light axis” type. The Monte Carlo method calculates the thermodynamic characteristics: the sublattice magnetization, the quadrupole parameter, the pairwise spin-spin correlation functions, the spontaneous moment at the node directed along the “light axis” and in the basis plane, the internal energy, and the magnetic susceptibility. The magnetic order type was found to change from a collinear antiferromagnet (AFM) to a noncollinear (NAF) as the four-spin exchange constant increases. The dependence of the spin correlation functions on the distance has a weakly damped oscillatory character. In the AFM-NAF transition region, the near antiferromagnetic order is replaced by the ferromagnetic one, while the far antiferromagnetic order is preserved. A phase diagram of the antiferromagnetic (AFM) and non-collinear (NAF) on square and cubic lattices is constructed on the four-spin exchange-single-axis anisotropy plane. The longitudinal and transverse susceptibility of the NAF from temperature for different parameters of the four-spin exchange is calculated. The region of anisotropy and quadrupole exchange parameters in noncollinear NAF with a first-order phase transition, the sublattice magnetization jump, and the quadrupole parameter from temperature are determined. The anisotropy and four-spin exchange constants in a classical antiferromagnet with spontaneous momentum and far- and near-order parameters were found.

Keywords: anisotropic antiferromagnet, four-spin interaction, magnetic susceptibility, magnetic phase transition.

Введение

Магнитные полупроводники широко используются в микроэлектронике, которая является необходимой компонентой для управления космическими аппаратами. Транспортные и электрические свойства зависят от магнитной структуры, которую можно менять под действием магнитного поля и управлять током [1–3]. Тип магнитного состояния определяется кристаллической структурой. Температуры магнитного фазового перехода, термодинамические характеристики определяются обменным взаимодействием между спинами ионов, которое зависит от степени гибридизации волновых функций электронов. Обменный интеграл в полупроводниках экспоненциально зависит от расстояния и определяется магнитоупругим взаимодействием, что может привести к появлению высшего порядка по спину необменной природы [4–7]. Сильное взаимодействие с решеткой может привести к четырехспиновому обменному взаимодействию, величина которого пропорциональна константе спин-решеточного взаимодействия и зависит от обмена между виртуальными фононами [8–10].

Возможен механизм образования негейзенберговского обмена за счет обменного взаимодействия между спинами зонных и локализованных электронов (Isd). Отношение билинейного

обмена к четырехспиновому обмену $J/A \sim (IsdW)^2 / E_g^4$, где W – ширина зоны, E_g – щель в спектре электронных возбуждений [10]. В низкомерных магнетиках со спином $S = 1/2$ учет четырехспинового взаимодействия приводит к новым магнитным состояниям, к димерному состоянию со щелью в спектре спиновых возбуждений [11]. В двумерной анизотропной модели Гейзенберга найдено два типа квантовых состояний спиновой жидкости с разным типом зависимости спиновых корреляционных функций от расстояния [12; 13]. В манганитах $La_{1-x}Sr_xMnO_3$ зависимость температуры Кюри от концентрации и переход металл-диэлектрик удалось объяснить в рамках модели с четырехспиновым обменом [9].

Влияние негейзенберговского изотропного обменного взаимодействия на магнитные свойства широко исследовалось многими авторами и отражено в монографии [10]. Теоретическое объяснение происхождения этого взаимодействия дано Андерсоном [14] в теории суперобменного взаимодействия и Киттелем [15] в теории магнитоупругих эффектов. Величина этих взаимодействий порядка $|J/J| = 10^{-3}$ до 10^{-1} , а энергия растет с ростом величины спина как S^2 для четырехспинового взаимодействия. В большинстве работ [16; 17] исследования проводились для гейзенберговского ферромагнетика со спином $S = 1$ и биквадратным обменным взаимодействием положительного знака. Отсутствие собственных волновых функций для антиферромагнетика со спином $S \gg 1$ и наличие одноионной анизотропии затрудняет использование достаточно точных аналитических методов, которые выходят за рамки приближения молекулярного поля, и делает необходимым на первом этапе исследования негейзенберговских антиферромагнетиков (АФМ) с одноионной анизотропией использование численного моделирования в рамках классической модели, справедливой при $S \rightarrow \infty$.

В данной работе исследуется низкотемпературное состояние АФМ с конкурирующими билинейным и многочастичным обменом, определяется температурное поведение восприимчивости, влияние анизотропии и размерности на устойчивость антиферромагнитного состояния.

Модель

Рассмотрим антиферромагнетик в классической модели Гейзенберга, построенной из эквивалентных магнитных атомов со спином $\vec{S} = S_0 / \sqrt{S_0(S_0 + 1)}$, образующих простую кубическую и квадратную решетку с постоянной a . Гамильтониан системы с четырехспиновым обменом

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{ij} J_{ij} (\vec{S}_i \vec{S}_j) - \frac{1}{2} \sum_{ijkl} A_{ijkl} (\vec{S}_i \vec{S}_j) (\vec{S}_k \vec{S}_l) - \sum_i D_i (S_i^z)^2, \quad (1)$$

где $J_{ij} < 0$ – константа обменного взаимодействия между ближайшими соседями (Б. С.), $A_{ijkl} < 0, D_i > 0 (d = D/|J|)$ – константа одноионной анизотропии типа «легкая ось».

Методом Монте-Карло (МК) на решетке 30×30 и $12 \times 12 \times 12$ вычисляются термодинамические характеристики: подрешеточная намагниченность $\sigma = (\langle S_1 \rangle - \langle S_2 \rangle) + (\langle S_1 \rangle + \langle S_2 \rangle)$, квадрупольный параметр $q = \langle (S^z)^2 \rangle$, парные спин-спиновые корреляционные функции $R^{zz}(r) = \langle S_{(0)}^z S_{(r)}^z \rangle$, $R^{xx}(r) = \langle S_{(0)}^x S_{(r)}^x \rangle$, спонтанный момент на один узел, направленный вдоль «легкой оси» $m^z = \frac{1}{N} \sum_i S_i^z$ и базисной плоскости по оси OX $m^x = \frac{1}{N} \sum_i S_i^x$, и внутренняя энергия E .

Ниже будем использовать нормированные величины: температура $T = \frac{k_B \tilde{T}}{IS_0(S_0 + 1)}$, расстоя-

ние нормировано на постоянную решетки $r = \frac{r}{a}$, энергия $\varepsilon = \frac{\tilde{\varepsilon}}{NIS_0(S_0 + 1)}$.

Результаты и обсуждение

Четырехспиновый обмен в АФМ приводит к повышению энергии и при некотором критическом параметре $\lambda = \frac{A}{I_1}$ магнитная структура изменяется, становится энергетически выгодным неколлинеарное расположение спинов между подрешетками. Спиновые корреляционные функции, подрешеточная намагниченность АФМ с четырехспиновым обменом даны на рис. 1.

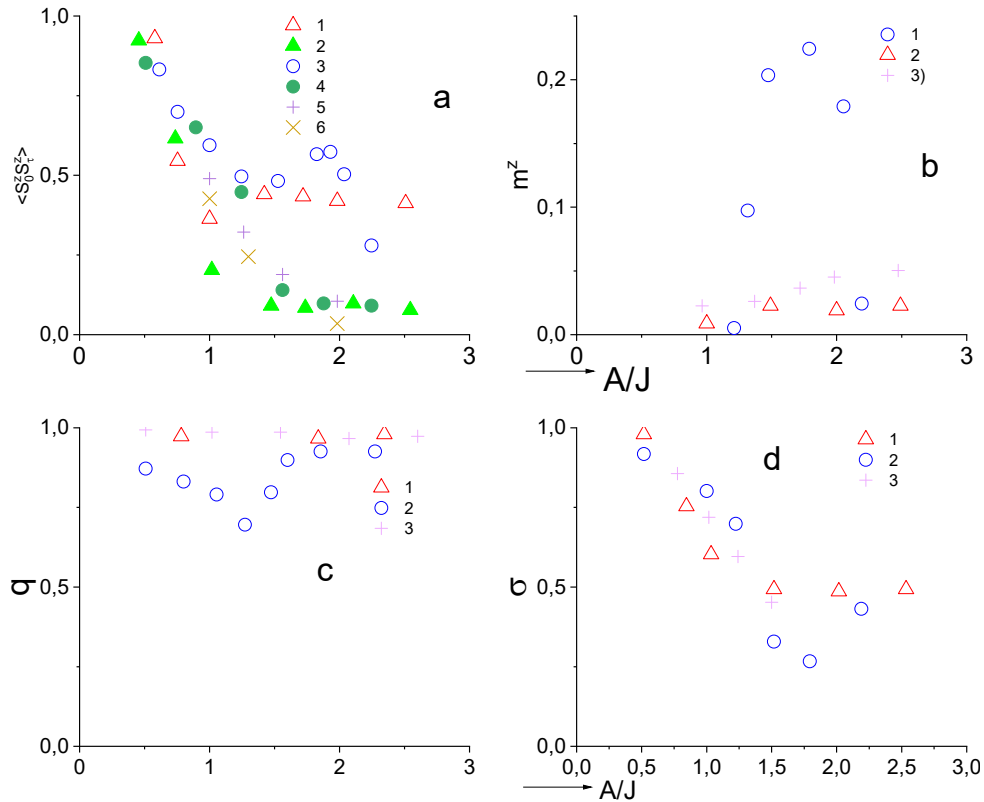


Рис. 1. Спиновые корреляционные функции на расстоянии $r=1(1,3,5)$, $r=10(4,6)$ и $r=6(2)$ (a); спонтанный момент вдоль оси анизотропии m^z (b), квадрупольный параметр q (c), подрешеточная намагниченность σ (d) АФМ от нормированной константы четырехспинового обмена при $d=1(1, 2), 10(3)$ в квадратной и простой кубической решетках

Fig. 1. Spin correlation functions at a distance $r=1(1, 3, 5)$, $r=10(4,6)$ and $r=6(2)$ (a) spontaneous moment along the anisotropy axis m^z (b), quadrupole parameter q (c), sublattice magnetization σ (d) AFM from the normalized constant of the four – spin exchange at $d=1(1, 2), 10(3)$, in square and simple cubic lattices

Коллинеарное АФМ упорядочение при усилении константы четырехспинового обмена заменяется неколлинеарным НАФ, имеющим спонтанный момент вдоль легкой оси. Зависимость спиновых корреляционных функций от расстояния имеет слабо затухающий осциллирующий характер (рис. 1). В области перехода АФМ – НАФ ближний антиферромагнитный порядок заменяется ферромагнитным на расстоянии $r=1$ при сохранении дальнего антиферромагнитного порядка. Внутренняя энергия уменьшается с ростом константы A в результате конкуренции билинейного и четырехспиновых обменных взаимодействий. Фазовая диаграмма магнетика с четырехспиновым обменом, вычисленная методом МК на квадратной и кубической решетке, изображена на рис. 2 на плоскости четырехспиновый обмен – одноосная анизотропия.

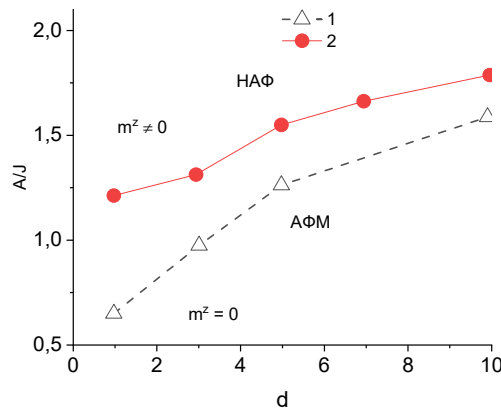


Рис. 2. Фазовая диаграмма АФМ на квадратной (1) и кубической (2) решетках неколлинеарного антиферромагнетика (НАФ) со спонтанным моментом вдоль «легкой оси» на плоскости нормированные константы четырехспинового обмена – анизотропия типа «легкая ось»

Fig. 2. Phase diagram of AFM on square (1) and cubic (2) lattices, non-collinear antiferromagnet (NAF) with spontaneous moment along the “light axis” on the plane normalized constants of four-spin exchange-anisotropy of the “light axis” type

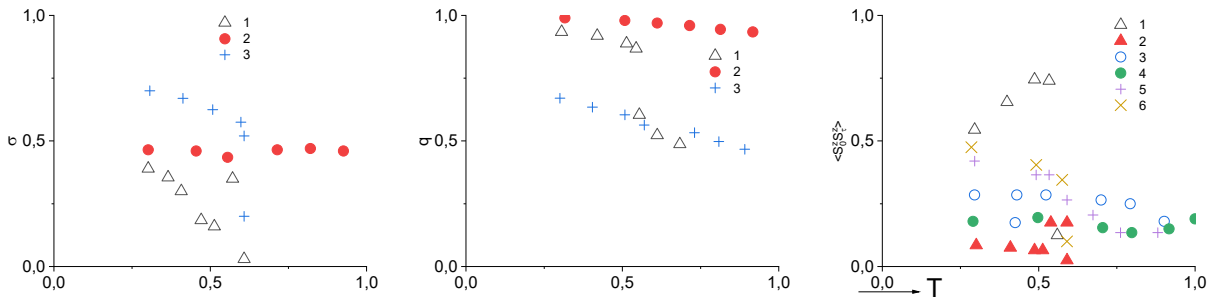


Рис. 3. Зависимость спиновых корреляционных функций $\langle S_0 S_r \rangle$ на $r=1(1,56)$ и $r=10(2,3,4)$, а также термодинамических характеристик σ и q в двумерном АФМ с четырехспиновым обменом и анизотропией $d = 1, A/J = 1,25$ (3), $A/J = 1,75$ (2), $d = 10, A/J = 1,5$ (1)

Fig. 3. Dependence of spin correlation functions $\langle S_0 S_r \rangle$ on $r=1(1,56)$ and $r=10(2,3,4)$ as well as thermodynamic characteristics σ and q in two-dimensional AFM with four-spin exchange and anisotropy $d = 1, A/J = 1,25$ (3), $A/J = 1,75$ (2), $d = 10, A/J = 1,5$ (1)

Температурные фазовые переходы

Рассмотрим двумерный анизотропный АФМ с негейзенберговским обменом во всей области параметром A и D . В коллинеарном АФМ с четырехспиновым обменом при $A < A_1$ существует обычный фазовый переход второго рода по подрешеточной намагниченности, квадрупольному параметру и спиновым корреляционным функциям (рис. 3). В неколлинеарном АФМ со спонтанным моментом наблюдается ориентационный переход по спонтанному моменту из базисной плоскости вдоль легкой оси анизотропии, подрешеточные положительные спиновые корреляционные функции увеличиваются по сравнению с отрицательными. Дальнейшее повышение температуры разрушает дальний магнитный порядок и наблюдается фазовый переход «порядок – чужой беспорядок», который характеризуется несовпадением векторов дальнего и ближнего порядка ниже и выше точки перехода. Такие переходы наиболее ярко выражены в НАФ с четырехспиновым взаимодействием и со спонтанным моментом $m^z \neq 0$ (рис. 3). Вектор ближнего порядка выше температуры Нееля равен $\left(\frac{\pi}{2a}, \frac{\pi}{2a}, \frac{\pi}{2a} \right)$, в то время как вектор дальнего порядка

имеет максимум интенсивности в центре зоны $(0, 0, 0)$. Смена знака вектора ближнего порядка весьма существенно может отразиться на парамагнитной восприимчивости, электрических и оптических свойствах магнетика. По-видимому, в этой области параметров анизотропии D и четырехспинового обмена A в неколлинеарном АФМ фазовый переход имеет характер I-го рода. Подрешеточная намагниченность, квадрупольный параметров (рис. 3) меняются от температуры скачком и использования в процедуре МК двух исходных конфигураций – АФМ и случайной, что приводит в окрестности фазового перехода к гистерезисным явлениям, которые не наблюдаются в чистом гейзенбертовском магнетике.

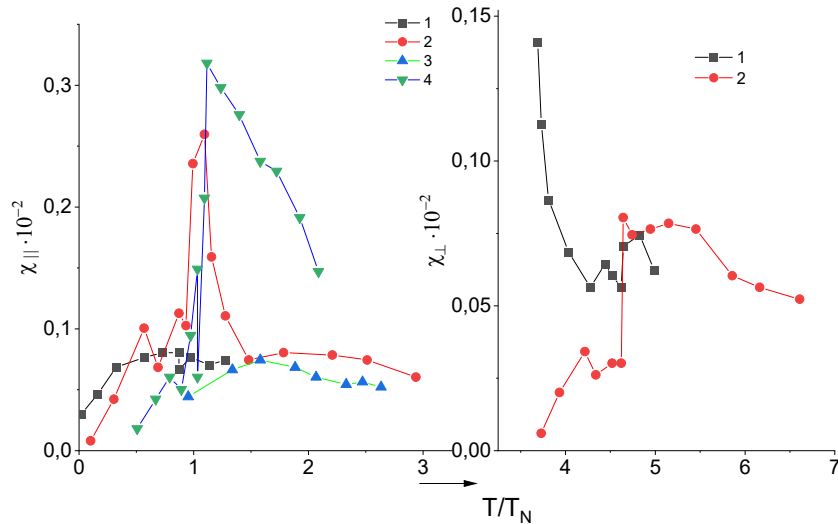


Рис. 4. Температурные зависимости продольной χ_{\parallel} и поперечной восприимчивости χ_{\perp} АФМ с многочастичным обменом $d = 1$, $A/J = 1$ (1), 1,75 (2) и гейзенберговским $d = 10$ (4), $d = 0,1$ (3)

Fig. 4. Temperature dependences of the longitudinal χ_{\parallel} and transverse susceptibility χ_{\perp} AFM with multiparticle exchange $d = 1$, $A/J = 1$ (1), 1,75 (2) and Heisenberg's $d = 10$ (4), $d = 0,1$ (3)

Существование в магнетике негейзенберговских типов взаимодействий существенным образом проявляется в температурном поведении восприимчивости. Продольная восприимчивость АФМ с многоспиновым обменом в неколлинеарном состоянии растет с ростом константы A и имеет максимум по температуре, в то время как поперечная восприимчивость слабо меняется с температурой. На рис. 4 приведены характерные зависимости восприимчивости АФМ с негейзенберговским обменом совместно с АФМ, имеющим только билинейный обмен.

Заклучение

В антиферромагнетиках с сильным спин-фононным взаимодействием [18; 19] возможно образование спонтанного магнитного момента, температурное поведение которого будет отличаться от антиферромагнетиков с антисимметричным обменом. Для этих магнетиков характерно вырождение по магнитному моменту, которое можно снять слабым магнитным полем.

В классическом антиферромагнетике с четырехспиновым взаимодействием при определенных константах анизотропии и четырехспинового обмена существует спонтанный момент, причем вектор дальнего и ближнего порядка не совпадает между собой при $A > J$.

Библиографические ссылки

1. Quantum spin hall insulator state in HgTe quantum wells / X.-L. Qi, S.-C. Zhang, König M., Wiedmann S. et al. // Science. 2007. No. 318. P. 766.

2. Fermi-level-dependent charge-to-spin current conversion by Dirac surface states of topological insulators / K. Kondou, R. Yoshimi, A. Tsukazaki et al. / *Nature Phys.* 2016. No. 12. P. 1027–1031. <https://doi.org/10.1038/nphys3833>.
3. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange / G. Binasch, P. Grünberg, F. Saurenbach, W. Zinn // *Phys. Rev.* 1989. No. B 39. P. 4828(R).
4. Красинькова М. В. О роли обменного взаимодействия в магнитном упорядочении и проводимости манганатов // *Журнал технической физики.* 2002. Т. 72, № 5. С. 30.
5. Нагаев Э. Л. Аномальные магнитные структуру и фазовые переходы в негејзенберговских магнетика // *УФН.* 1982. Т. 136, № 1. С. 61–100.
6. Data-driven magneto-elastic predictions with scalable classical spin-lattice dynamics / S. Nikolov, M. A. Wood, A. Cangi et al. *npj Comput Mater* 7. 153. 2021. <https://doi.org/10.1038/s41524-021-00617-2>.
7. Сејдов Ю. М., Гусейнов М. Б., Гусейнов Н. Г. К теории негејзенберговских ферромагнетиков // *ФММ.* 1986. Т. 62, № 5. С. 1020–1022.
8. Aplesnin S. S. Quantum spin liquid in an antiferromagnet with four-spin interactions // *Physics of the Solid State.* 1997. Vol. 39, No. 8. P. 1246–1250.
9. Aplesnin S. S., Piskunova N. I. Influence of the four-spin exchange interaction on the magnetic properties of manganites // *Journal of Physics Condensed Matter.* 2005. Vol. 17, Is. 37. P. 5881–588.
10. Nagaev E. L. Magnetics with complex exchange interaction // *Science.* 1988. С. 231.
11. Aplesnin S. S. Quantum Spin Liquid in an Antiferromagnetic Chain with Spin-Phonon Interaction with $S = \frac{1}{2}$ // *Physics of Metals and Metallography.* 2003. Vol. 96, Is. 3. P. 264–270.
12. Aplesnin S. S. Two-dimensional quantum spin liquid with $S = 1/2$ spins interacting with acoustic phonons // *Phys Lett.* 2004. A 333. Vol. 5–6. P. 446–449.
13. Aplesnin S. S. Nonadiabatic Interaction of Acoustic Phonons with Spins $S = 1/2$ in the Two-Dimensional Heisenberg Model // *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* 2003. Vol. 97, No. 5. P. 969–977.
14. Anderson P. W. New approach to the theory of superexchange interactions // *Phys. Rev.* 1959. Vol. 115, No. 1. P. 2–13.
15. Kittel C. Model of exchange-inversion magnetisation // *Phys. Rev.* 1960. Vol. 120, No. 2. P. 335–352.
16. Interatomic Exchange Interactions for Finite-Temperature Magnetism and Nonequilibrium Spin Dynamics / A. Szilva, M. Costa, A. Bergman et al. / *Phys. Rev. Lett.* 2013. No. 111. P. 127204.
17. Singer R., Dietermann F., Fahnle M. Spin Interactions in bcc and fcc Fe beyond the Heisenberg Model // *Phys. Rev. Lett.* 2011. No. 107. P. 017204.
18. Spin-Phonon Coupling Effects in Antiferromagnetic Cr_2O_3 / Chi-Hang Hung et al. // *Nanoparticles. Journal of Nanoscience and Nanotechnology.* 2010. Vol. 10, Is. 7. P. 4596–601. DOI: 10.1166/jnn.2010.1703.
19. Cottam M. G., Lockwood D. J. Unusual behaviour of the spin-phonon coupling in the quasi-one-dimensional antiferromagnet RbCoCl_3 // *Sci Rep.* 2022. Vol. 12. P. 14065. [Doi.org/10.1038/s41598-022-18073-3](https://doi.org/10.1038/s41598-022-18073-3).

References

1. X.-L. Qi, S.-C. Zhang, König M., Wiedmann S., Brüne C., Roth A., Bühmann H., Molenkamp L.W. Quantum spin hall insulator state in HgTe quantum wells. *Science.* 2007, No. 318, P. 766.
2. Kondou K., Yoshimi R., Tsukazaki A. et al. Fermi-level-dependent charge-to-spin current conversion by Dirac surface states of topological insulators. *Nature Phys.* 2016, No. 12, P. 1027–1031. <https://doi.org/10.1038/nphys3833>.

3. Binasch G., Grünberg P., Saurenbach F., Zinn W. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange. *Phys. Rev.* 1989, No. B 39, P. 4828(R).
4. Krasinkova M. V. [On the role of exchange interaction in magnetic ordering and conductivity of manganates]. *Journal of Technical Physics*. 2002, Vol. 72, No 5, P. 30 (In Russ.).
5. Nagaev E. L. [Anomalous magnetic structure and phase transitions in non-Heisenberg magnets]. *UFN*. 1982, Vol. 136, No 1, P. 61–100 (In Russ.).
6. Nikolov S., Wood M. A., Cangi A. et al. Data-driven magneto-elastic predictions with scalable classical spin-lattice dynamics. *npj Comput Mater* 7. 153. 2021. <https://doi.org/10.1038/s41524-021-00617-2>.
7. Seidov Yu. M., Huseynov M. B., Huseynov N. G. [On the theory of non-Heisenberg ferromagnets]. *FMM*. 1986, Vol. 62, Is. 5, P. 1020–1022 (In Russ.).
8. Aplesnin S. S. Quantum spin liquid in an antiferromagnet with four-spin interactions. *Physics of the Solid State*. 1997, Vol. 39, No. 8, P. 1246–1250.
9. Aplesnin S. S., Piskunova N. I. Influence of the four-spin exchange interaction on the magnetic properties of manganites. *Journal of Physics Condensed Matter*. 2005, Vol. 17, No. 37, P. 5881–588.
10. Nagaev E. L. Magnetism with complex exchange interaction. *Science*. 1988. P. 231.
11. Aplesnin S. S. Quantum Spin Liquid in an Antiferromagnetic Chain with Spin-Phonon Interaction with $S = 1/2$. *Physics of Metals and Metallography*. 2003, Vol. 96, Is. 3, P. 264–270.
12. Aplesnin S. S. pTwo-dimensional quantum spin liquid with $S = 1/2$ spins interacting with acoustic phonons. *Phys Lett. A* 333. 2004, Vol. 5–6, P. 446–449.
13. Aplesnin S. S. Nonadiabatic Interaction of Acoustic Phonons with Spins $S = 1/2$ in the Two-Dimensional Heisenberg Model. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2003, Vol. 97, No. 5, P. 969–977.
14. Anderson P. W. New approach to the theory of superexchange interactions. *Phys. Rev.* 1959, Vol. 115, No. 1, P. 2–13.
15. Kittel C. Model of exchange-inversion magnetisation. *Phys. Rev.* 1960, Vol. 120, No. 2, P. 335–352.
16. Szilva A., Costa M., Bergman A., Szunyogh L., Nordstrom L., Eriksson O. Interatomic Exchange Interactions for Finite-Temperature Magnetism and Nonequilibrium Spin Dynamics. *Phys. Rev. Lett.* 2013, No. 111, P. 127204.
17. Singer R., Dietermann F., Fahnle M. Spin Interactions in bcc and fcc Fe beyond the Heisenberg Model. *Phys. Rev. Lett.* 2011, No. 107, P. 017204.
18. Chi-Hang Hung et al. Spin-Phonon Coupling Effects in Antiferromagnetic Cr_2O_3 . *Nanoparticles. Journal of Nanoscience and Nanotechnology*. 2010, Vol. 10, Is. 7, P. 4596–601. DOI: 10.1166/jnn.2010.1703.
19. Cottam M. G., Lockwood D. J. Unusual behaviour of the spin-phonon coupling in the quasi-one-dimensional antiferromagnet RbCoCl_3 . *Sci Rep.* 2022, Vol. 12, P. 14065. [Doi.org/10.1038/s41598-022-18073-3](https://doi.org/10.1038/s41598-022-18073-3).

© Аплеснин С. С., Даниленко Е. Г., Черемных Н. А.,
Машков П. П., Живулько А. М., 2023

Аплеснин Сергей Степанович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: aplesnin@sibsau.ru.

Даниленко Евгения Григорьевна – аспирант; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: evg.danilenko@mail.ru.

Черемных Наталья Алексеевна – магистрант; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: natasha13082002@gmail.com.

Машков Павел Павлович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: mpp113@yandex.ru.

Живулько Алёна Михайловна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории физики магнитных материалов; ГО «НПЦ НАН Беларуси по материаловедению». E-mail: alyona_panasevich@mail.ru.

Aplesnin Sergey Stepanovich – Dr. Sc., Professor; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: aplesnin@sibsau.ru.

Danilenko Evgenia Grigorievna – Postgraduate student; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: evg.danilenko@mail.ru.

Cheremnykh Natalia Alekseevna – Undergraduate; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: sok@mail.ru.

Mashkov Pavel Pavlovich – Cand. Sc., docent; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: mpp113@yandex.ru.

Zhivulko Alena Mikhailovna – Cand. Sc., Senior Researcher at the Laboratory; Physics of Magnetic Materials of the State Scientific Research Center of the National Academy of Sciences of Belarus for Materials Science. E-mail: alyona_panasevich@mail.ru.
