

УДК 536.2:623.5

Doi: 10.31772/2712-8970-2022-23-2-209-226

Для цитирования: Идентификационно-имитационная математическая модель теплофизического нагружения малокалиберного артиллерийского ствола / А. В. Подкопаев, А. Б. Бабаджанов, И. А. Подкопаев, В. И. Должиков // Сибирский аэрокосмический журнал. 2022. Т. 23, № 2. С. 209–226. Doi: 10.31772/2712-8970-2022-23-2-209-226.

For citation: Podkopaev A. V., Babadzhanov A. B., Podkopaev I. A., Dolzhikov V. I. [Identification and simulation mathematical model of thermo and physical loading of a small-caliber artillery barrel]. *Siberian Aerospace Journal*. 2022, Vol. 23, No. 2, P. 209–226. Doi: 10.31772/2712-8970-2022-23-2-209-226.

Идентификационно-имитационная математическая модель теплофизического нагружения малокалиберного артиллерийского ствола

А. В. Подкопаев^{*}, А. Б. Бабаджанов, И. А. Подкопаев, В. И. Должиков

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина»
Российская Федерация, 394064, г. Воронеж, ул. Старых большевиков, 54а
^{*}E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru

Артиллерийский выстрел представляет собой сложный газо- и термодинамический процесс быстрого превращения химической энергии пороха в тепловую, а затем в механическую работу перемещения снаряда и откатных частей артиллерийского орудия. Отличительной особенностью применения авиационного артиллерийского оружия (ААО) является малое время, в течение которого возможна стрельба с летательного аппарата по цели, что требует производства не одного артиллерийского выстрела, а отстрела максимального количества снарядов с минимальными перерывами между очередями выстрелов. Анализ сложившихся физических представлений о процессах, протекающих в малокалиберном артиллерийском стволе (далее – ствол), позволяет выделить основную количественную характеристику температурного состояния, влияющую на качество функционирования ААО, – температурное поле ствола. Высокое по уровню и градиентам температурное поле, образующееся в стенке ствола при выстреле, очередях и сериях выстрелов, оказывает существенное влияние на снижение тактико-технических и эксплуатационных характеристик ААО. Поэтому задача синтеза математической модели теплофизического нагружения ствола (далее – модель, если из контекста изложения материала ясно, что речь идет именно о разработанной модели) и дефиниции температурного поля имеет большое значение для решения ряда практических приложений. К ним относятся: оценка износа канала ствола в зависимости от нагрева; анализ термпрочности материала ствола; анализ условий ведения снаряда по каналу ствола и экстракции гильзы при выстреле; оценка различных способов и методов искусственного охлаждения стволов; определение безопасности ААО по исключению события самосрабатывания термонагруженного патрона, находящегося в разогретом стрельбой стволе; обеспечение условий сохранения работоспособности взрывателей и т. д. Вместе с тем адекватный расчет нестационарного теплообмена в канале ствола затруднен, что связано с неполной достоверностью исходных данных и динамикой быстропотекающих процессов применения ААО. Целью работы установлено совершенствование математических средств, описывающих термодинамические состояния ствола на основе базовых функциональных зависимостей внутренней баллистики и рассредоточенного комбинирования методов теплообмена и конечных разностей. Многочисленное и всестороннее тестирование синтезированной модели, сравнение результатов расчета с данными классической теории, автотельными решениями и с экспериментальными данными подтвердили достоверность и предопределили достаточную приспособленность модели к использованию по назначению по мере усложнения объектов исследований.

Ключевые слова: режим стрельбы, теплопроводность, теплоотдача, дифференциальное уравнение, разностное уравнение, достоверность.

Identification and simulation mathematical model of thermo and physical loading of a small-caliber artillery barrel

A. V. Podkopaev*, A. B. Babadzhanov, I. A. Podkopaev, V. I. Dolzhikov

Air Force Military educational and scientific center
“Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin”
54a, Starykh bol'shevikov St., Voronezh, 394064, Russian Federation
*E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru

An artillery shot is a complex gas and thermodynamic process of rapidly converting the chemical energy of gunpowder into heat, and then into mechanical work of moving the projectile and the recoil parts of the artillery gun. A distinctive feature of the use of aviation artillery weapons is the short time during which firing from an aircraft at a target is possible, which requires the production of not one artillery shot, but the firing of the maximum number of shells with minimal interruptions between bursts of shots. An analysis of the existing physical concepts of the processes occurring in a small-caliber artillery barrel (hereinafter referred to as the barrel) makes it possible to single out the main quantitative characteristic of the temperature state that affects the quality of the functioning of aviation artillery weapons – the temperature field of the barrel. The temperature field, high in level and gradients, formed in the barrel wall during firing, bursts and series of shots, has a significant impact on the reduction in the tactical, technical and operational characteristics of aviation artillery weapons. Therefore, the problem of synthesizing a mathematical model of thermophysical loading of a wellbore (hereinafter referred to as the model, if it is clear from the context of the presentation of the material that we are talking about the developed model) and the definition of the temperature field is of great importance for solving a number of practical applications. These include: assessment of bore wear depending on heating; analysis of the thermal strength of the barrel material; analysis of the conditions of projectile guidance along the bore and cartridge case extraction during firing; evaluation of various ways and methods of artificial cooling of shafts; determination of the safety of aviation artillery weapons by eliminating the event of self-activation of a thermally loaded cartridge located in a barrel heated by firing; ensuring the conditions for maintaining the operability of fuses, etc. At the same time, an adequate calculation of non-stationary heat transfer in the bore is difficult, due to the incomplete reliability of the initial data and the dynamics of fast processes in the use of aviation artillery weapons. The aim of the work is to improve mathematical tools that describe the thermodynamic states of the barrel based on the basic functional dependencies of internal ballistics and a dispersed combination of heat transfer methods and finite differences. Numerous and comprehensive testing of the synthesized model, comparison of the calculation results with the data of the classical theory, self-similar solutions and experimental data confirmed the reliability and predetermined the sufficient suitability of the model for its intended use as the objects of research become more complex.

Keywords: firing mode, thermal conductivity, heat transfer, differential equation, difference equation, reliability.

Введение

Рост требований к интенсификации режимов стрельбы (увеличению количества выстрелов в очереди и количества очередей выстрелов, уменьшению интервалов времени между очередями выстрелов), непрерывность разработок по созданию новых скорострельных артиллерийских орудий, обуславливают исключительную важность корректировок методов и способов описания процесса нагрева ствола, ограничивающего боевые свойства ААО [1]. Поэтому научно-техническая задача формализации температурного поля ствола, циклично подвергающегося высоким термомеханическим нагрузкам, представляется приоритетной задачей проектирования и исследования ААО.

При решении введенной в рассмотрение проблемы необходимо определить, во-первых, в какой мере будут действительны традиционные методы решения обобщенной задачи нагрева инженерных

конструкций и, во-вторых, какие новые подходы можно предложить для достижения цели, поставленной в работе. Так, в статьях [2–4] предложены схемы экспериментальных исследований и методы обработки выходных данных, обеспечивающие повышение точности определения температуры тела и расширение диапазона измерений; в публикации [5] представлен уникальный вариант тепловой модели, разработанной на основе аппарата теории вероятностей; в работе [6] численными решениями многомерной задачи теплопроводности определены температурные поля оребренных стенок различной конфигурации; трудом [7] предложены инструменты моделирования температурного поля в узлах газовых турбин, максимально учитывающие совокупность параметров в многофакторных граничных условиях пограничного слоя; в статье [8] получены корреляционные регрессионные зависимости оптимальных экстремумов нагружения стволов стрелково-пушечного артиллерийского вооружения. В качестве примеров работ подобной тематики в области авиационной артиллерийской науки можно привести публикации [9–13].

В анализируемых подходах находит применение как простой метод перебора различных вариантов и их комбинаций, так и группа сложных методов класса «предиктор – корректор», предусматривающих экстраполирующие и исправляющие формулы. Естественно, указать какую-либо определенную, строго регламентированную методику, дающую истинные результаты по нагреву тел разнообразных конструкций и условий эксплуатации нельзя. Тем не менее поиск решений, адекватно сопоставляющих сложность объекта со сложностью математических или экспериментальных средств (закон адекватности объекта и регулятора) актуален в ближайшей и долгосрочной перспективе. По принятой терминологии [14; 15] непосредственное построение отдельных блоков модели подразумевает процесс имитации. В случае использования известных заимствований и установлении соответствующей организации параметров, в работе различима проблема идентификации модели.

Синтез дифференциальных операторов идентификации и имитации температурного поля ствола

При решении задач теплопроводности используется основное дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье, в общем случае описывающее распределение температуры в твердом теле [16]. Для ствола, имеющего сложную геометрическую форму составного цилиндра, уравнение теплопроводности Фурье целесообразно представить в цилиндрической системе координат, а так как ствол является телом вращения и симметричен относительно продольной оси, рассмотрение задачи определения температурного поля ствола ограничено двумерной формой в одной из радиальных плоскостей [16; 17]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right), \quad (1)$$

где T – температура ствола; τ – время; a – коэффициент температуропроводности стали ствола; r, θ – радиус вектор и полярный угол, соответственно, цилиндрической системы координат.

Коэффициент температуропроводности материала в уравнении (1), характеризующий скорость изменения температуры тела, особо важен для описания именно нестационарных тепловых процессов и рассчитывается по формуле:

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}, \quad (2)$$

где λ, c, ρ – коэффициенты теплопроводности, удельной теплоемкости и плотность, соответственно, стали ствола.

Реальное явление нагрева и охлаждения ствола абстрагируется некоторыми допущениями, упрощающими, но не снижающими качества построения модели и основанными на обобщении опыта, аккумулированного в прикладных исследованиях, отмеченных ранее:

– материал ствольной стали ОХНЗМФА считается изотропным и однородным;

- начальная температура ствола равна температуре окружающей среды ($T_0 = T_b$);
- теплообменом между камерной частью ствола и патроном во время выстрела пренебрегают вследствие незначительности рассматриваемого периода;
- патрон представляется модельным концентратором температур с постоянными теплофизическими характеристиками.

Принятие крайнего допущения при исследовании вопроса о безопасном нахождении очередного патрона в разогретом стрельбой стволе, диктует объективную необходимость прямого учета в формуле (2) зависимости коэффициентов теплопроводности λ и удельной теплоемкости c ствольной стали от температуры ствола T путем процедурных запросов требуемых значений из массива данных [18]. Вместе с тем нелинейность теплофизических коэффициентов материала ствола, несомненно, приводит к существенному усложнению задачи и увеличению времени машинного счета. Поскольку цилиндр является осесимметричным, то из соображений целесообразности рассмотрено его продольное сечение. Исходя из первого допущения, в целях дифференциации расчетных процедур, при известной связи цилиндрических координат с прямоугольными декартовыми координатами [17], уравнение (1) заменено двумя одномерными дифференциальными уравнениями, одно из которых записано в цилиндрических, а другое – в прямоугольных декартовых координатах. В результате получена система уравнений вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где x – ось абсцисс прямоугольной декартовой системы координат.

Дуализм условий в формуле (3) объясняется потребностью в согласовании точностных характеристик применяемых физико-математических методов с располагаемыми характеристиками машинного времени, памяти и разрядной сетки вычислителя. Такой прием предполагает последовательное подключение подпрограмм-процедур, содержащих вызовы более упрощенных, по сравнению с полной, математических моделей, которые описывают локальные изменения температурного поля ствола в поперечном r и продольном x направлениях.

В приложении к моделированию теплофизического нагружения ствола первое уравнение системы (3) определяет нестационарную температуру ствола T исключительно в радиальном направлении r . Второе уравнение системы (3) определяет эту же величину в продольном направлении по оси x . В целом система уравнений (3) характеризует пространственно-временное изменение температуры цилиндра в любой точке, объединяя все типы явления теплопроводности независимо от физических свойств тела и условий взаимодействия с окружающей средой. Для выделения изучаемого явления к системе уравнений (3) присоединены условия однозначности, специфичные для объекта и предмета исследования. В условия однозначности включены требуемые интерпретации геометрических, краевых (совокупность начального и граничных), физических условий однозначности. На рис. 1 представлена схема осевой симметрии ствола наиболее распространенной авиационной пушки ГШ-301.

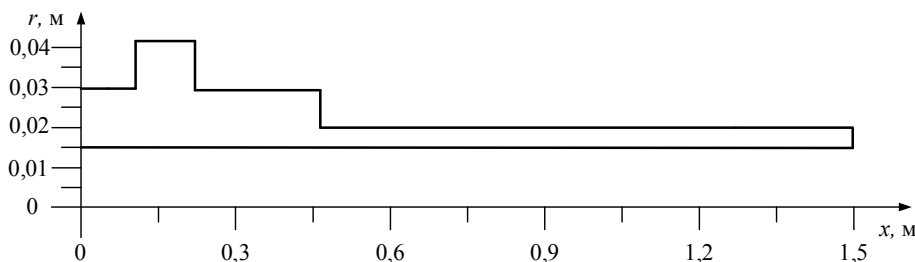


Рис. 1. Схема осевой симметрии ствола авиационной пушки ГШ-301

Fig. 1. Scheme of axial symmetry of the GSh-301 aircraft gun barrel

При самой большой для 30-миллиметровых пушек скорострельности на один ствол, данное ААО с типовым осколочно-фугасно-зажигательным снарядом ОФЗ-30 обеспечивает режимы стрельбы с максимальной тепловой нагрузкой ствола. Ось x на рис. 1 совмещена с продольной осью ствола, и рассмотрение области, расположенной только по одну сторону от продольной оси ствола, вполне достаточно.

Начальные условия однозначности определяются заданным распределением температур в стволе для фиксированного времени, предшествующему рассматриваемому и принимаемому за начальный момент времени $\tau = 0$. Уравнение температурного поля ствола для этого момента времени τ записано в виде:

$$T(r, x, 0) = T_0(r, x). \quad (4)$$

Так как начальная температура ствола T_0 в любой точке (r, x) в момент времени $\tau = 0$ равна температуре окружающей среды, уравнение (4) имеет вид:

$$T(r, x, 0) = T_b = \text{const}. \quad (5)$$

Граничные условия определяют значения параметров теплопередачи на границах ствола. Ствол авиационной пушки ГШ-301 является нетеплоизолированным, поэтому граничные условия заданы в виде температур окружающей среды и законов теплообмена между средой и поверхностями ствола, в зависимости от конструктивных параметров и условий применения ААО (условия III-го рода) [16].

Интенсивность теплообмена между пороховыми газами (далее – газы), образующимися в процессе горения пороха, стволом и воздухом зависит от физико-механических процессов, протекающих у границ ствола. Эти процессы достаточно точно описываются известными уравнениями основной задачи внутренней баллистики для автоматических артиллерийских орудий [1; 19; 20] и уравнением теплового баланса [16].

Для каждой точки внутренней границы ствола граничное условие, в котором входящие величины зависят от времени τ и координаты x , записано через уравнение теплового баланса:

$$\alpha_r [T_r(\tau) - T(x, \tau)] = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (6)$$

где α_r – коэффициент теплоотдачи от газов к каналу ствола; T_r – температура газов в канале ствола.

Уравнением (6) определяется конвективный тепловой поток от газов, направленный вглубь стенки ствола к его внешней поверхности в данной точке.

Воздействие движущегося снаряда на канал приводит к дополнительному нагреву ствола. При использовании в автоматической стрельбе медных ведущих поясков средняя температура трения рассчитывается по эмпирической формуле, учитывающей текущую по координатам и времени скорость газов в канале ствола v [20].

Граничное условие для каждой точки внешней границы ствола, на которой действует конвективный тепловой поток от воздуха, образовано аналогично уравнению (6)

$$\alpha_b [T_b - T(x, \tau)] = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (7)$$

где α_b – коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности ствола к воздуху.

На дульном срезе ствола действует конвективный тепловой поток, формируемый температурой газов у дульного среза T_d . В этом случае уравнения (6) и (7) записаны для окончания процесса выстрела

$$\alpha_r [T_d(\tau) - T(r, \tau)] = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (8)$$

Для интервалов времени между очередями выстрелов уравнения (7) и (8) имеют вид:

$$\alpha_{\text{в}} [T_{\text{в}} - T(r, \tau)] = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (9)$$

Так как канал ствола является замкнутым, т. е. непосредственное распространение теплового излучения во внешнюю среду отсутствует, а величина потока теплового излучения от внешней стенки ствола в окружающую среду незначительна и по предварительным расчетам составляет менее 1 % от температуры ствола T на его внешней поверхности, то расчеты теплового потока лучистой энергии в работе не проводятся.

При очередях выстрелов канал и внешняя поверхность ствола имеют достаточно высокие температуры, поэтому необходим учет особенностей конструкции опорного образца ААО. Моделирование процесса функционирования штатной системы охлаждения авиационной пушки ГШ-301 реализовано введением локального коэффициента теплоотдачи.

Учет влияния гильзы, находящейся во время выстрела в казенной части, на распределение температурного поля ствола необходим. Поскольку гильза, располагаемая на расстоянии $x = 0,175$ м длины ствола, под действием давления газов плотно прижимается к стенке патронника, можно принять допущение о том, что такой контакт является идеальным, т. е. перенос тепла осуществляется лишь посредством теплопроводности. Так как толщина стенки гильзы сравнительно мала, предположен ее мгновенный прогрев до температуры газов в канале ствола $T_{\text{г}}$. На основании вышеуказанного сформулировано граничное условие на поверхности патронника в характерных точках ствола, где происходит непосредственный контакт гильзы со стенкой (условие I-го рода) [16]

$$T(r = 0, x = 0 \dots 0,175) = T_{\text{г}}(\tau), \quad (10)$$

Физические процессы конвективного переноса тепла при автоматической стрельбе и в перерывах между очередями выстрелов носят достаточно сложный характер. Совершенный математический учет теплообмена на стенках ствола посредством коэффициентов теплоотдачи от газов к каналу ствола α_1 и от внешней поверхности ствола к воздуху α_2 представляется самостоятельной задачей, базирующейся, как правило, на применении аппарата теории подобия процессов теплообмена в артиллерийских орудиях [19; 20].

Таким образом, при заданных дифференциальных уравнениях процесса (3), геометрических условиях однозначности, показанных на рис. 1, физических условиях однозначности, двумерная, нестационарная, нелинейная задача по определению температурного поля ствола представлена системой уравнений, полностью определяющей краевую задачу (4)–(10):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right); \\ \frac{\partial T}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \\ \alpha_{\text{г}} [T_{\text{г}}(\tau) - T(x, \tau)] &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}; \\ \alpha_{\text{в}} [T_{\text{в}} - T(x, \tau)] &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}; \\ \alpha_{\text{г}} [T_{\text{д}}(\tau) - T(r, \tau)] &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}; \\ \alpha_{\text{в}} [T_{\text{в}} - T(r, \tau)] &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}; \\ T(r = 0, x = 0 \dots 0,175) &= T_{\text{г}}(\tau); \\ T(r, x, 0) &= T_{\text{в}} = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Достоинства системы уравнений (11) заключаются в простоте группирования исходных данных и наглядности их распределения по уровням иерархии с постоянно нарастающей степенью детализации.

Тем не менее система уравнений (11) не может быть непосредственно применена для решения поставленной задачи. Дело в том, что аналитическое решение задач теплопроводности и теплоотдачи возможно для тел простых форм и при несложных граничных условиях [21; 22]. Аналитические методы решения задач теплопередачи подробно изложены в работе [23]. Сложная двумерная, нестационарная, нелинейная прикладная задача теплопередачи в области со сложной конфигурацией границ в такой постановке не имеет точного аналитического решения. Получение результата, близкого к вероятно существующему аналитическому решению, возможно лишь селекцией численных методов, суть которых сводится к конечно-разностным аппроксимациям системы уравнений (11).

Формирование разностной схемы и селекция методов расчета температурного поля ствола

Приближенное решение задачи теплообмена в стволе проведем применением метода конечных разностей как наиболее апробированного и приемлемого для тел с переменными по длине сечениями [21–24]. Область непрерывного изменения аргумента заменена разностной сеткой (далее – сетка) – дискретным множеством точек, пересечения которых образует узлы. Вместо функций непрерывных аргументов введены функции дискретных аргументов – сеточные функции, определяемые в узлах сетки. Частные производные, входящие в интегрированные дифференциальные уравнения и краевые условия, заменены (аппроксимированы) разностными соотношениями. В результате подобных замен, систему дифференциальных уравнений в частных производных (11) требуется свести к системе конечно-разностных алгебраических (далее – разностных) уравнений – разностным схемам. Если решение системы разностных уравнений существует и при увеличении степени подробности сетки стремится к решению поставленной задачи, то это решение и будет являться искомым приближенным решением аналитической задачи. Несмотря на то, что число неизвестных в системе разностных уравнений будет весьма значительно, ее решение с точки зрения математических трудностей проще, чем решения исходной системы дифференциальных уравнений (11). Следовательно, при решении системы (11) необходимо: осуществить выбор конфигурации и размеров сетки; построить разностную схему; определить устойчивость разностной схемы; выполнить многошаговую аппроксимацию исходной дифференциальной задачи; выяснить сходимость разностной схемы.

Итак, заменим область Ω_T непрерывного изменения аргументов искомой величины T некоторым конечным множеством точек, лежащих в этой области. Точки сетки формирования конечной разности функции целочисленного аргумента T_{kj} по оси x будем обозначать через k , а такие же точки по оси r – через j . В соответствии со спецификой решаемой задачи, область Ω_T трансформируется в область $\Omega_{T_{kj}}$ расчета температуры T_{kj} в k_j -точках сечений ствола при величине τ . Решение исходной задачи сводится к нахождению таблицы числовых значений функции T_{kj} в узлах сетки области $\Omega_{T_{kj}}$.

В соответствии с выбранной системой координат $(0, x, r,)$ разобьем ствол в направлении оси x на ϑ равных частей $\vartheta = l / \Delta x$, а в направлении оси r на ν равных частей $\nu = r_y / \Delta r$, где Δx , Δr – шаги сетки по соответствующим координатам; l – длина ствола; r_y – максимальная толщина ствола. Для этого проведем $\vartheta - 1$ лучей в направлении, перпендикулярном оси x и $\nu - 1$ лучей в направлении, перпендикулярном оси r , как представлено на рис. 2. В результате такого разбиения будем иметь сетку, состоящую из совокупности внутренних (на рис. 2 обозначены \blacksquare) и граничных (на рис. 2 обозначены \blacksquare) узлов. Так как в рассматриваемом случае $\Delta x = l / \vartheta = \text{const}$ и $\Delta r = r_y / \nu = \text{const}$, то множество узлов x_k , определяемых точками с номерами $k = 0, 1, 2, \dots, K_\vartheta$, и множество узлов r_j , определяемых точками с номерами $j = 0, 1, 2, \dots, J_\nu$, представляет собой равномерную пространственную сетку в области $\Omega_{T_{kj}}$.

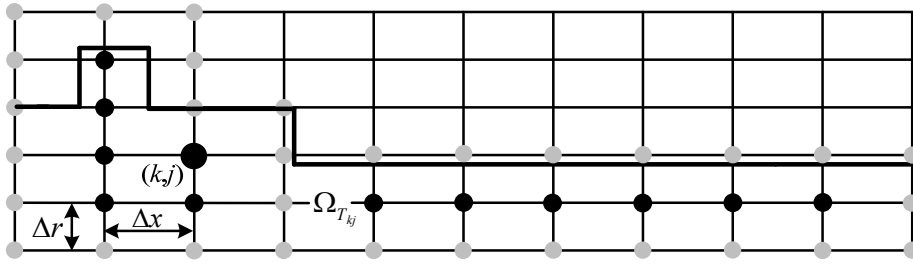


Рис. 2. Сеточная схема ствола авиационной пушки ГШ-301

Fig. 2. Grid diagram of the GSh-301 aircraft gun barrel

Здесь следует остановиться на одной из особенностей построения сетки. Эта особенность заключается в том, что разбиение осей x и r на отрезки производится не от начала координат, а от поверхности ствола с учетом конфигурации его продольного сечения и нарезов. Такое разбиение делается для того, чтобы в процессе составления разностных уравнений граничные узлы максимально совпадали с положением поверхности области $\Omega_{T_{kj}}$. При этом, конечно, не все граничные узлы окажутся на линии, определяющей границу поверхности ствола, а расстояние между r_{j-1} и r_j узлами не на всех v лучах может оказаться равным Δr . Однако эти обстоятельства менее существенны по сравнению с выполнением граничных условий III-го рода, так как они в основном и определяют характер описания процесса его нагрева и охлаждения.

При построении разностных аналогов дифференциальных операторов системы (11) воспользуемся методом формальной замены производных конечно-разностными отношениями. Наиболее естественный способ замены производной основывается на определении производной (например, по координате r 1-го уравнения системы (11)) как предела [17; 24]

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} [T(r + \Delta r) - T(r)] \frac{1}{\Delta r}. \quad (12)$$

Если в равенстве (12) зафиксировать шаг Δr , то получим приближенную формулу для первой производной, выраженной через конечные разности.

Для так называемого правого разностного отношения или разности «вперед»

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx [T(r + \Delta r) - T(r)] \frac{1}{\Delta r}. \quad (13)$$

Аналогично вводится левое разностное отношение (разность «назад»), записываемое в виде:

$$\frac{\partial T}{\partial r} \approx [T(r) - T(r - \Delta r)] \frac{1}{\Delta r}. \quad (14)$$

При решении задач теплопроводности необходимо аппроксимировать и вторую производную. Для второй производной рассматривается линейная комбинация отношений (13) и (14)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \approx [T(r + \Delta r) - 2T(r) + T(r - \Delta r)] \frac{1}{\Delta r^2}. \quad (15)$$

Каждый переход на 1 шаг «вперед» условно обозначен через «+1», а «назад» – через «-1». Тогда для j -й точки сетки формирования конечной разности величины T_{kj} по оси r правое разностное соотношение (13) преобразуется к виду

$$\frac{\partial T}{\partial r} = (T_{j+1} - T_j) \frac{1}{\Delta r}. \quad (16)$$

Аналогично преобразовано левое разностное отношения (14)

$$\frac{\partial T}{\partial r} = (T_j - T_{j-1}) \frac{1}{\Delta r}. \quad (17)$$

Разностный аналог второй производной, соответствующий формуле (15), представлен отношением:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = (T_{j+1} - 2T_j + T_{j-1}) \frac{1}{\Delta r^2}. \quad (18)$$

Формулы (12) – (18) и их обоснования справедливы и при замене разностными отношениями производной $\partial^2 T / \partial x^2$ во втором уравнении системы (11). В этом случае в уравнениях-аналогах вместо переменной r будет присутствовать переменная x , а индекс j будет замещен индексом k . Показанные аналогии будем иметь в виду далее, иногда не прибегая к прямой детализации задачи по второй пространственной переменной x .

Для построения соотношений, аппроксимирующих временную производную $\partial T / \partial \tau$ в первом и втором уравнениях системы (11), в принципе можно использовать значения температур в kj -точках сечений ствола в различные моменты времени: $T_{k,j,i}, T_{k,j,i-1}, T_{k,j,i-2}, \dots$, где i – точка сетки формирования конечной разности величины температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола по времени τ . Однако в практике решения большинства задач теплопроводности в подавляющем большинстве случаев используются исключительно двухслойные (по времени τ) разностные схемы, аппроксимирующие значения искомых температур на текущей i -й и предыдущей $(i - 1)$ -й временной точке. Значительно реже учитываются значения температур в $(i - 2)$ -й момент времени получением трехслойных разностных схем [21–24].

При получении вариантов двухслойных разностных схем, производная по времени τ аппроксимирована временной разностью «назад»

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = (T_i - T_{i-1}) \frac{1}{\Delta \tau}, \quad (19)$$

где $\Delta \tau$ – шаг сетки по времени τ .

Пространственные дифференциальные операторы при двухслойной разностной схеме аппроксимированы также на основе значений температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола в i -й и $(i - 1)$ -й моменты времени τ . При этом возможны два предельных случая.

В первом случае в аппроксимации задействованы только значения температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола для текущего i -го момента времени τ . Так, для пространственной переменной r одномерная пространственно-временная аппроксимация соответствующего дифференциального оператора уравнения (11) будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = (T_{j+1,i} - 2T_{j,i} + T_{j-1,i}) \frac{1}{\Delta r^2}. \quad (20)$$

Во втором случае при аппроксимации используются только значения температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола для предыдущего момента времени $(i - 1)$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = (T_{j-1,i-1} - 2T_{j,i-1} + T_{j-1,i-1}) \frac{1}{\Delta r^2}. \quad (21)$$

Принимая во внимание формулу (2), в соответствии с уравнениями (19) – (21) представлено два различных разностных уравнения, аппроксимирующих первое уравнение системы (11) в одномерной версии:

$$\frac{T_{j,i} - T_{j,i-1}}{\Delta \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} (T_{j+1,i} - 2T_{j,i} + T_{j-1,i}) \frac{1}{\Delta r^2}; \quad (22)$$

$$\frac{T_{j,i} - T_{j,i-1}}{\Delta\tau} = \frac{\lambda}{c\rho} (T_{j-1,i-1} - 2T_{j,i-1} + T_{j-1,i-1}) \frac{1}{\Delta r^2}. \quad (23)$$

Разностное уравнение вида (23) позволяет выразить решение задачи теплопроводности в стволе в явном виде на i -м временном слое через известные решения на предыдущем $(i - 1)$ -м слое. В совокупности с аппроксимацией условий однозначности (4)–(10), разностное уравнение (23) образует явную разностную схему. Алгоритмы численного расчета по явной разностной схеме достаточно просты в программировании, но предъявляют требования к машинному времени.

Разностная схема, заданная разностным уравнением вида (22), сложнее, поскольку в каждое разностное уравнение вида (22) кроме неизвестного решения для j -й пространственной точки входят еще два искомого решения для соседних $(j - 1)$ -й и $(j + 1)$ -й пространственных точек. Все искомые решения оказываются «завязанными» друг с другом в общую нераспадающуюся систему разностных уравнений. Таким образом, в данном случае на каждом i -м временном слое решения определяются не по явным формулам вида (23), а из решения системы разностных уравнений, поэтому разностная схема, заданная разностным уравнением вида (22) неявна. Эффективные алгоритмы решения системы уравнений (11) по неявной разностной схеме значительно сложнее алгоритмов численного расчета по явной разностной схеме, но время решения задачи может быть существенно уменьшено рациональным выбором шагов Δx , Δr и $\Delta\tau$.

Для построения конечно-разностного аналога системы уравнений (11) в работе использована исключительно неявная разностная схема в силу ее безусловной устойчивости, т. е. способности обеспечивать точность решения при любой степени подробности сетки.

При решении двумерной в пространственных координатах задачи достаточно действенным оказался локально-одномерный метод, относящийся к группе методов расщепления [21; 23] Сложная краевая задача математической физики сведена к последовательному решению одномерных задач. При решении двумерной задачи по определению температурного поля ствола локально-одномерный метод позволил в два этапа вычислить температуру T в множестве точек ствола в фиксированное время τ путем последовательного решения двух одномерных задач. Шаг сетки по времени t при этом на каждом этапе решения поделен пополам – $0,5 \Delta\tau$.

В развитие приведенных обоснований, с учетом выражения (22), система уравнений (11) примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T_{k,j,i} - T_{k,j,i-1/2}}{0,5\Delta\tau} &= \frac{\lambda}{c\rho} \left[\frac{T_{k,j+1,i} - 2T_{k,j,i} + T_{k,j-1,i}}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{T_{k,j,i} - T_{k,j,i-1}}{\Delta r} \right) \right]; \\ \frac{T_{k,j,i} - T_{k,j,i-1/2}}{0,5\Delta\tau} &= \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{T_{k+1,j,i} - 2T_{k,j,i} + T_{k-1,j,i}}{\Delta x^2} \right); \\ \alpha_{\Gamma} [T_{\Gamma}(\tau) - T_{k,j-1,i}(x, \tau)] &= -\lambda \frac{T_{k,j,i}(x, \tau) - T_{k,j-1,i}(x, \tau)}{\Delta r}; \\ \alpha_{\text{Б}} [T_{\text{Б}} - T_{k,j,i}(x, \tau)] &= -\lambda \frac{T_{k,j,i}(x, \tau) - T_{k,j-1,i}(x, \tau)}{\Delta r}; \\ \alpha_{\Gamma} [T_{\text{Д}}(\tau) - T_{k-1,j,i}(r, \tau)] &= -\lambda \frac{T_{k,j,i}(r, \tau) - T_{k-1,j,i}(r, \tau)}{\Delta x}; \\ \alpha_{\text{Б}} [T_{\text{Б}} - T_{k-1,j,i}(r, \tau)] &= -\lambda \frac{T_{k,j,i}(r, \tau) - T_{k-1,j,i}(r, \tau)}{\Delta x}; \\ T(r=0, x=0 \dots 0,175) &= T_{\Gamma}(\tau); \\ T(r, x, 0) &= T_{\text{Б}} = \text{const.} \end{aligned} \right\}. \quad (24)$$

Разрешением разностных уравнений системы (24) относительно $T_{k,j,i-1/2}$, $T_{k,j-1,i}(x, \tau)$, $T_{k,j,i}(x, \tau)$, $T_{k-1,j,i}(r, \tau)$, $T_{k,j,i}(r, \tau)$ получена система вида:

$$\left. \begin{aligned}
 T_{k,j,i-1/2} &= -\left(\frac{0,5\lambda\Delta\tau}{c\rho\Delta r^2}\right)T_{k,j+1,i} + \left(\frac{\lambda\Delta\tau}{c\rho\Delta r^2} - \frac{0,5\lambda\Delta\tau}{c\rho(r_0\Delta r + \Delta r^2 J_v)} + 1\right)T_{k,j,i} - \\
 &\quad - \left(\frac{0,5\lambda\Delta\tau}{c\rho\Delta r^2} - \frac{0,5\lambda\Delta\tau}{c\rho(r_0\Delta r + \Delta r^2 J_v)}\right)T_{k,j-1,i}; \\
 T_{k,j,i-1/2} &= -\left(\frac{0,5\lambda\Delta\tau}{c\rho\Delta x^2}\right)T_{k+1,j,i} + \left(1 + \frac{\lambda\Delta\tau}{c\rho\Delta x^2}\right)T_{k,j,i} - \left(\frac{0,5\lambda\Delta\tau}{c\rho\Delta x^2}\right)T_{k-1,j,i}; \\
 T_{k,j-1,i}(x, \tau) &= T_{k,j,i}(x, \tau) \left(\frac{\lambda}{\lambda + \alpha_\Gamma \Delta r}\right) + \left(\frac{\alpha_\Gamma T_\Gamma(\tau)\Delta r}{\lambda + \alpha_\Gamma \Delta r}\right); \\
 T_{k,j,i}(x, \tau) &= T_{k,j-1,i}(x, \tau) \left(\frac{\lambda}{\lambda - \alpha_B \Delta r}\right) - \left(\frac{\alpha_B T_B(\tau)\Delta r}{\lambda - \alpha_B \Delta r}\right); \\
 T_{k-1,j,i}(r, \tau) &= T_{k,j,i}(x, \tau) \left(\frac{\lambda}{\lambda + \alpha_\Gamma \Delta x}\right) + \left(\frac{\alpha_\Gamma T_D(\tau)\Delta x}{\lambda + \alpha_\Gamma \Delta x}\right); \\
 T_{k,j,i}(r, \tau) &= T_{k-1,j,i}(r, \tau) \left(\frac{\lambda}{\lambda - \alpha_B \Delta x}\right) - \left(\frac{\alpha_B T_B(\tau)\Delta x}{\lambda - \alpha_B \Delta x}\right); \\
 T(r=0, x=0\dots 0,175) &= T_\Gamma(\tau); \quad T(r, x, 0) = T_B = \text{const},
 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где r_0 – расстояние от продольной оси ствола до его внутренней стенки.

Для решения системы разностных уравнений (25) можно применять обычные методы линейной алгебры или методы итераций. Но реализация локально-одномерного метода расщепления позволяет организовать вычисления методом прогонки или методом факторизации [21–23], наиболее выгодным и экономичным по объему вычислений.

Обозначением выражений в скобках через коэффициенты метода прогонки при искомой температуре T_{kj} на текущем i -м временном слое, система разностных уравнений (25) преобразована к компактной форме

$$\left. \begin{aligned}
 T_{k,j,i-1/2} &= -A_j T_{k,j+1,i} + C_j T_{k,j,i} - B_j T_{k,j-1,i}; \\
 T_{k,j,i-1/2} &= -A_k T_{k+1,j,i} + C_k T_{k,j,i} - B_k T_{k-1,j,i}; \\
 T_{k,j-1,i}(x, \tau) &= T_{k,j,i}(x, \tau) \xi_\Gamma^r + \Phi_\Gamma^r; \\
 T_{k,j,i}(x, \tau) &= T_{k,j-1,i}(x, \tau) \xi_B^r - \Phi_B^r; \\
 T_{k-1,j,i}(r, \tau) &= T_{k,j,i}(x, \tau) \xi_\Gamma^x + \Phi_\Gamma^x; \\
 T_{k,j,i}(r, \tau) &= T_{k-1,j,i}(r, \tau) \xi_B^x - \Phi_B^x; \\
 T(r=0, x=0\dots 0,175) &= T_\Gamma(\tau); \\
 T(r, x, 0) &= T_B = \text{const}.
 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Идентичность в системе разностных уравнений (26) группировок параметров при коэффициентах метода прогонки значительно упрощает составление машинной программы (далее – программа) расчета температурного поля ствола, учитывающей специальный вид матриц прогонки первых двух разностных уравнений системы (26) – их трехдиагональность. Так, например, для первого разностного уравнения системы (26) матрица прогонки имеет вид

$$\begin{vmatrix}
 1 & \xi_r^r & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 A_1 & C_1 & B_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & A_j & C_j & B_j & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & A_{r_j-1} & C_{r_j-1} & B_{r_j-1} \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \xi_B^r & 1
 \end{vmatrix}. \quad (27)$$

При заданных граничных условиях однозначности III-го рода порядок матрицы (27) равен $r_j - 1$, причем отличны от нуля только коэффициенты прогонки, располагающиеся на трех диагоналях – главной и двух соседних. Трехдиагональная форма матрицы вида (27) позволяет организовать вычисления по методу Гаусса [17; 23; 24] так, чтобы не проводить операции с нулевыми элементами. Тем самым объем вычислений удастся значительно уменьшить. Достоинством схемы (26), (27) является то, что она позволяет реализовать прямоугольную сетку, наиболее апробированную при решении задач теплопроводности, а также; существенно упростить процессы получения объективных результатов. Кроме того, система уравнений (26) позволяет применить неявную форму представления конечно-разностных аналогов дифференциального уравнения (11), описывающего теплопередачу в стволе, что обеспечивает абсолютную устойчивость разностной схемы. Время решения задачи при этом существенно уменьшается путем выбора сколь угодно большой величины Δt шага сетки по времени τ без риска нарушить устойчивость разностной схемы.

Однако выполнение требования устойчивости разностной схемы совершенно не означает выполнение условия аппроксимации исходной дифференциальной задачи. Поэтому существенно важным является решение вопроса выбора степени подробности сетки, влияющей на точность результатов. При этом необходимо учитывать, что чрезмерное уменьшение шагов Δx и Δr сетки по соответствующим осям x и r приводит к возрастанию числа неизвестных в разностной схеме (26), (27), а, следовательно, и к увеличению времени машинного счета. Увеличение шагов Δx и Δr сетки по соответствующим осям x и r не способствует повышению точности требуемого результата. Сопряжение величины Δt шага сетки по времени τ со значением аналогичной величины, задаваемой в процедурах решения основной задачи внутренней баллистики и периода последствия [1; 19; 20] определяет переменность отрезков времени τ . При отладке модели выбор значений шагов сетки Δx , Δr по соответствующим координатам x , r и величины шага по времени Δt осуществлен, исходя из условий наибольшей точности решения, наименьшего числа неизвестных в системе разностных уравнений, учета реальных размеров области дискретного изменения аргументов $\Omega_{T_{kj}}$ величины T_{kj} температуры в kj -точках сечений ствола. Первоочередным в решении задачи представлялся учет конфигурации нарезов, поскольку их наличие приводит к неравномерности распределения температуры по периметру нарезной части канала ствола [8; 9; 11]. Исходное требование несравненной малости величина Δr шага сетки по оси r в отношении к высоте поля нареза очевидна.

Математический анализ степени подробности разностных схем представляет собой достаточно сложную задачу. Результаты исследований влияния значений шагов сетки Δx , Δr по соответствующим координатам x , r и величины шага по времени Δt на точность решения задачи в данной работе приведены без доказательств. Наличие аппроксимации легко устанавливалось на практике путем численных экспериментов в процессе проведения пробных расчетов элементарных задач теплопроводности в цилиндрических стенках и сравнения полученных результатов с известными [25].

При измельчении пространственно-временной сетки точность решения задач возрастает, что свидетельствует о стремлении к нулю погрешности аппроксимации, но при этом, естественно,

увеличивается время машинного счета. Приемлемыми следует считать шаги сетки по координате $x - \Delta x = 0,001$ м, по координате $r - \Delta r = 4 \cdot 10^{-4}$ м, поскольку осредненная среднеквадратическая погрешность по всем точкам в этом случае не превышает 10 %, а время моделирования однократного нагружения – не более 17 с. Дальнейшее увеличение степени подробности сетки, например, в 2 раза, приводит к увеличению времени решения задач на порядок при увеличении точности счета всего на 3 %.

Так как скорость газов в канале ствола v во времени τ и по длине ствола l постепенно возрастает, то такая особенность не позволяет построить равномерную сетку по времени $\Delta\tau$, поскольку по длине ствола l величина шага Δx сетки по оси x так же будет увеличиваться. Это, в свою очередь, может привести к тому, что точность результатов решения полученных в различных точках области дискретного изменения аргументов $\Omega_{T_{kj}}$ температуры в kj -точках сечений ствола T_{kj} , будет существенно отличаться между собой, что недопустимо. Учитывая также и то, что вычисления на каждом i -м временном слое производятся на основании значений предыдущего $(i - 1)$ -го временного слоя, ошибка будет накапливаться достаточно быстро. В целях исключения этого события целесообразно использовать переменный шаг по времени, определяемый исходя из скорости газов в канале ствола v , получаемой решением основной задачи внутренней баллистики [1; 19; 20]

$$\Delta\tau = \frac{\Delta x}{v(l)}. \quad (28)$$

В отличие от пространственной сетки множество узлов τ_i , определяемых точками $i = 0, 1, 2, \dots, I_0$, представляет собой неравномерную временную сетку в области Ω_{τ_i} .

Формула (28) предъясвляет жесткую связь величины $\Delta\tau$ шага сетки по времени τ со значениями Δx шага сетки по оси x , поскольку точность решения задачи непосредственно зависит от правильности выбора последнего.

Сходимость всех типов разностных схем при наличии условий их устойчивости и аппроксимации доказана в трудах [21–24].

Расчет температурного поля ствола при применении ААО сводится к многократному (по количеству выстрелов в очереди, количеству очередей выстрелов и интервалам времени между очередями выстрелов) решению системы уравнений (26) при начальном распределении температуры ствола T , которое устанавливается к началу очередного выстрела и определяется при решении той же системы уравнений (26) для предыдущего выстрела. Завершенной формой разработки модели явилась программа, позволяющая рассчитывать температурное поле ствола авиационной пушки ГШ-301.

Вследствие принятия некоторых допущений модель обладает определенным уровнем абстракции и, по причине неизбежной потери информации, не дает полную картину, характеризующую исследуемые физические процессы. Обоснование частных формулировок и дальнейшие обсуждения следствий представляются возможными после проверки адекватности модели реальным процессам теплообмена в стволе.

Проверка адекватности и ресурсоемкости модели

Достоверность разработанной модели установлена проверкой пространственного распределения нестационарных значений температуры ствола T при различных режимах стрельбы. Значения рассматриваемого основного теплофизического параметра для оружейной стали ОХНЗМФА хорошо известны и позволяют сравнить результаты моделирования с экспериментальными данными, классифицированными, например, в [8; 10; 11] и результатами моделирования, наиболее близкими к опытным, зарегистрированными в работах [8; 9; 12; 13].

Анализ выходных данных показал, что расхождение результатов вычислений и эксперимента не превышает 10 % и отличие результатов моделирования от других теоретических расчетов не существенно. Сопоставление совместных расчетных и экспериментальных данных показывает незначительное (не более 1,3 %) увеличение точности получения совокупных нестационарных значений температуры ствола T . Вместе с тем оценка ресурсов, необходимых для проведения заявленных вычислений, обнаружила некоторые преимущества модели. В качестве оцениваемого ресурса рассмотрена временная эффективность [26], зависящая от списка, типа и структуры взаимодействия операторов программы и, естественно, от быстродействия вычислительной машины (тактовой частоты процессоров, объема оперативной памяти). Учитывалось то обстоятельство, что одна и та же программа при одних и тех же случаях на разных вычислителях выполняется за разное время.

С целью сравнения временной эффективности модели версии программ, ранее применяемые в работах [9; 12; 13], импортировались на один и тот же современный вычислитель. По итогам прямого хронометража и абсолютных количественных сравнений наблюдалось сокращение времени машинного счета с использованием модели в 1,6 раза, что считается вполне приемлемым для задач такого класса. Указанные выводы обуславливают возможность моделирования рабочих процессов выстрела и нагружения ствола с точностью, как минимум не снижающей прежнюю, но с немаловажным выигрышем во времени.

Экономии временных затрат на моделирование теплового состояния ствола способствовало, по-видимому, проведение следующих мероприятий:

- рациональный выбор значений шагов сетки Δx , Δr по соответствующим координатам x , r и величины шага по времени Δt , систематизированных по итогам оценок окончательных данных численных экспериментов, проведенных в работе;
- адаптация величины шага по времени Δt , влияющего, в первую очередь, на временные ресурсы, к идентифицируемым параметрам теплоносителей в канале ствола;
- успешное сочетание достоинств (безусловная устойчивость) и компенсация недостатков (повышенные затраты машинного времени) неявных разностных схем.

Рекомендации по распространению решений при исследовании разнотипных образцов артиллерийских орудий

В качестве опорного образца в работе выбрано ААО типа ГШ-301, имеющее базовую одноствольную схему автоматики, стоящее на вооружении большей части современных, а также планирующееся на оснащение перспективных комплексов авиационного вооружения. Однако направленность исследований не исключает факта трансформирования разработанной модели к исследованиям других моделей ААО, прочих типов сухопутных и морских скорострельных артиллерийских орудий, а также артиллерийских орудий крупных калибров при выполнении ряда условий:

1. Решение основной задачи внутренней баллистики применительно к артиллерийскому орудью конкретной схемы действия и конструктивного оформления. Так, известны решения для безоткатных артиллерийских орудий, гаубиц, минометов и т. д. [19; 20].

2. Построение схемы осевой симметрии и сеточной схемы для области с конкретной геометрией. Отдание предпочтения тому или иному варианту в настоящее время является вопросом разрешаемым, но не закрытым [21–25]. Во многом предпочтения диктуются особенностями решаемой задачи, во многом зависят от вкуса исследователя.

3. Многофакторная композиция дифференциальных и разностных операторов, представляющая собой две стороны единого процесса моделирования. К примеру, несравненно большая длина и относительно малая толщина стенок в аналогичных агрегатах танковых и противотанковых пушек заставляют дополнительно учитывать тепло от солнечной радиации. В части касаемой аппроксимации системы уравнений (11), отметим, что обычно после проведения сопоставления явной и неявной разностных схем, делается вывод о нецелесообразности применения первой. Однако практика решения реальных задач не подтверждает безусловную правильность

такой рекомендации. В пользу явной разностной схемы можно привести следующие соображения. Во-первых, при анализе быстропротекающих процессов преимущество неявной разностной схемы, заключающееся в более свободном выборе величины временного шага, может не проявиться. Во-вторых, явные разностные схемы удобны при реализации на вычислителях с несколькими параллельными процессорами, которые получили широкое распространение в настоящее время.

4. Нахождение решения сложнейшей задачи о теплообмене между стволом и окружающими газами. Полная система дифференциальных уравнений теплоотдачи включает уравнения переноса теплоты, теплоотдачи, движения, неразрывности [16], а решение должно быть относительно простым и приемлемым для инженерной практики.

5. Непременный учет взаимного влияния нагретых стволов в ААО, высокотемпных сухопутных и морских артиллерийских орудиях многоствольной схемы служит критерием полезности выводов и повышает практическую значимость модели.

Заключение

Способами и приемами дифференциально-разностного описания быстропротекающих тепловых процессов образован один из возможных вариантов модели, позволяющей достаточно объективно, но с меньшими затратами времени производить расчет нестационарного температурного поля разностенного составного цилиндра. Определены направления модификации модели при включении в инструменты исследований многообразной типологии артиллерийских орудий.

Таким образом, предлагаемая модель может быть использована в научно-исследовательских организациях Воздушно-космических сил России для определения оптимальных условий применения ААО в составе комплексов авиационного вооружения ударных носителей; в проектно-конструкторских организациях при проведении расчетов, связанных с определением теплового состояния ствола; в образовательной деятельности для развития научных основ учебных дисциплин.

Библиографические ссылки

1. Миропольский Ф. П., Морозов А. А., Пырьев Е. В. Баллистика авиационных средств поражения. Ч. 1. Внутренняя баллистика ствольных систем и ракетные двигатели твердого топлива. М. : ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 2008. 255 с.
2. Деревянко В. А., Макуха А. В. Измерение распределения температуры с помощью трехпроводной системы датчиков на основе термисторов // СибЖНТ. 2019. Т. 20, № 3. С. 334–343.
3. Анализ экспериментальных данных по плавлению и движению расплава металла по цилиндрической поверхности / П. Д. Лобанов, Э. В. Усов, А. И. Светоносов и др. // Теплофизика и аэромеханика. 2020. № 3. С. 483–490.
4. Cruz C., Marshall A. Surface and gas measurements along a film cooled wall // Thermophysics and Heat Transfer. 2007. No. 21. P. 181–189.
5. Гусев С. А., Николаев В. Н. Параметрическая идентификация теплового состояния радиоэлектронного оборудования в приборном отсеке самолета // Сибирский журнал науки и технологий. 2019. Т. 20, № 1. С. 62–67.
6. Васильев Е. Н. Расчет характеристик теплообмена оребренной стенки // Сибирский аэрокосмический журнал. 2020. Т. 21, № 2. С. 226–232.
7. Зуев А. А., Арнгольд А. А., Ходенкова Э. В. Теплоотдача в поле центробежных сил для элементов газовых турбин // Сибирский аэрокосмический журнал. 2020. Т. 21, № 3. С. 364–376.
8. Исследование термоэрозионной стойкости стволов методом планирования эксперимента / В. Ф. Захаренков, О. Г. Агошков, В. А. Девяткин и др. // Фундаментальные основы баллистического проектирования : материалы III Всерос. науч.-техн. конф. (2–6 июня 2012, г. Санкт-Петербург) : в 2 т. / Балтийский гос. техн. ун-т «Военмех». СПб., 2012. Т. 1. С. 79–86.

9. Ашурков А. А., Лазовик И. Н., Никитенко Ю. В. Исследование процесса износа стволов импульсных тепловых машин комплексов авиационного вооружения // Проблемы повышения боевой готовности, боевого применения, технической эксплуатации и обеспечения безопасности полетов летательных аппаратов с учетом климатических условий Сибири, Забайкалья и Дальнего Востока : материалы XIII Всерос. науч.-техн. конф. (25–27 июня 2003, г. Иркутск) : в 2 ч. / ИВАИИ. Иркутск, 2003. Ч. 1. С. 97–100.
10. Экспериментальные исследования предельных тепловых нагрузок на ствол скорострельной пушки / А. В. Подкопаев, Н. Ф. Крайнов, И. Н. Лазовик и др. // Проблемы повышения боевой готовности, боевого применения, технической эксплуатации и обеспечения безопасности полетов летательных аппаратов с учетом климатических условий Сибири, Забайкалья и Дальнего Востока : материалы XIII Всерос. науч.-техн. конф. (25–27 июня 2003, г. Иркутск) : в 2 ч. / ИВАИИ. Иркутск, 2003. Ч. 1. С. 127–129.
11. Захарченко А. С., Ашурков А. А., Лазовик И. Н. Способ оценки живучести стволов авиационного артиллерийского оружия // Проблемы повышения боевой эффективности ракетно-артиллерийского вооружения : материалы XIV Всерос. науч.-практ. конф. (14–17 марта 2006, г. Москва) / ВВИА им. Н. Е. Жуковского. М., 2006. С. 28–35.
12. Подкопаев А. В., Гусев А. В. Исследование возможности уточнения конечно-разностной схемы решения многомерных задач теплопроводности // Инновации в авиационных комплексах и системах военного назначения : материалы Всерос. науч.-практ. конф. (26 ноября 2009, г. Воронеж) : в 12 ч. / ВАИУ. Воронеж, 2009. Ч. 11. С. 157–161.
13. Даниленко Р. А., Подкопаев А. В. Синтез математической модели функционирования системы «оружие – патрон» на основе решения квазилинейного нестационарного уравнения теплопроводности // Академические Жуковские чтения. : материалы V Всерос. науч.-практ. конф. (22–23 ноября 2017, г. Воронеж) / ВУНЦ ВВС «ВВА». Воронеж, 2018. С. 67–73.
14. Дейч А. М. Методы идентификации динамических объектов. М. : Энергия, 1979. 240 с.
15. Острейковский В. А. Теория систем. М. : Высшая школа, 1997. 240 с.
16. Сапожников С. В., Китанин Л. В. Техническая термодинамика и теплопередача. СПб. : СПбГТУ, 1999. 319 с.
17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М. : Наука, 1984. 832 с.
18. Справочник по авиационным материалам и технологии их применения / под ред. В. Г. Александрова. М. : Транспорт, 1979. 242 с.
19. Проектирование ракетных и ствольных систем / под ред. Б. В. Орлова. М. : Машиностроение, 1974. 828 с.
20. Алферов В. В. Конструкция и расчет автоматического оружия. М. : Машиностроение, 1977. 248 с.
21. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М. : Наука, 1978. 592 с.
22. Зарубин В. С., Станкевич И. В. Расчет теплонапряженных конструкций. М. : Машиностроение, 2005. 352 с.
23. Дульнев Г. Н., Парфенов В. Г., Сигалов А. В. Применение электронных вычислительных машин для решения задач теплообмена. М. : Высшая школа, 1990. 207 с.
24. Власова Е. А., Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н. Приближенные методы математической физики. М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 700 с.
25. Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена / В. Н. Афанасьев, С. И. Исаев, И. А. Кожин и др.; под ред. В. И. Крутова и Г. Б. Петражицкого. СПб. : БВХ-Петербург, 2011. 384 с.
26. Столяр С. Е., Владыкин А. А. Информатика. Представление данных и алгоритмы. СПб. : Невский диалект; М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. 382 с.

References

1. Miropolsky F. P., Morozov A. A., Pyriev E. V. *Ballistika aviatsionnykh sredstv porazheniya. Ch. 1. Vnutrennyaya ballistika stvol'nykh sistem i raketnyye dvigateli tverdogo topliva* [Ballistics of means of destruction. P. 1. Internal ballistics of barrel systems and solid propellant rocket engines]. Moscow, AFIA named after N. E. Zhukovsky Publ., 2008, 255 p.
2. Derevianko V. A., Makukha A. V. [Measuring the temperature distribution with a three-wire thermistor sensor system]. *Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologii*. 2019, Vol. 20, No. 3, P. 334–343 (In Russ.).
3. Lobanov P. D., Usov E. V., Svetonosov A. I., Lezhnin S. I. [Analysis of experimental data on melting and movement of a metal melt over a cylindrical surface]. *Teplofizika i aeromekhanika*. 2020. No. 3, P. 483–490 (In Russ.).
4. Cruz C., Marshall A. Surface and gas measurements along a film cooled wall. *Thermophysics and Heat Transfer*, 2007. No. 21. P. 181–189.
5. Gusev S. A., Nikolaev V. N. [Parametric identification of the thermal state of electronic equipment in the aircraft instrument compartment]. *Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologii*. 2019, Vol. 20, No. 1, P. 62–67 (In Russ.).
6. Vasiliev E. N. [Calculation of heat transfer characteristics of a ribbed wall]. *Sibirskiy aerokosmicheskij zhurnal*. 2020, Vol. 21, No. 2, P. 226–232 (In Russ.).
7. Zuev A. A., Arngold A. A., Khodenkova E. V. [Heat transfer in the field of centrifugal forces for elements of gas turbines]. *Sibirskiy aerokosmicheskij zhurnal*. 2020, Vol. 21, No. 3, P. 364–376 (In Russ.).
8. Zakharenkov V. F., Agoshkov O. G., Devyatkin V. A., Yurchenko N. A. [Study of the thermal erosion resistance of barrel by the method of planning an experiment]. *Materialy III Vseros. nauch.-tekhn. konf. "Fundamental'nyye osnovy ballisticheskogo proyektirovaniya"* [Materials III All-Russ. Scient. and Technic. Conf. "Fundamentals of ballistic design"]. St. Petersburg, 2012, P. 79–86 (In Russ.).
9. Ashurkov A. A., Lazovik I. N., Nikitenko Yu. V. [Study of the process of wear of barrels of pulsed heat engines of aviation weapons systems]. *Materialy XIII Vseros. nauch.-tekhn. konf. "Problemy povysheniya boyevoy gotovnosti, boyevogo primeneniya, tekhnicheskoy ekspluatatsii i obespecheniya bezopasnosti poletov letatel'nykh apparatov s uchetom klimaticheskikh usloviy Sibiri, Zabaykal'ya i Dal'nego Vostoka"* [Materials XIII All-Russ. Scient. and Technic. Conf. "Problems of increasing combat readiness, combat use, technical operation and ensuring flight safety of aircraft, taking into account the climatic conditions of Siberia, Transbaikalia and the Far East"]. Irkutsk, 2003, P. 97–100 (In Russ.).
10. Podkopaev A. V., Krainov N. F., Lazovik I. N., Morozov S. A. [Experimental studies of limiting thermal loads on the barrel of a rapid-firing gun]. *Materialy XIII Vseros. nauch.-tekhn. konf. "Problemy povysheniya boyevoy gotovnosti, boyevogo primeneniya, tekhnicheskoy ekspluatatsii i obespecheniya bezopasnosti poletov letatel'nykh apparatov s uchetom klimaticheskikh usloviy Sibiri, Zabaykal'ya i Dal'nego Vostoka"* [Materials XIII All-Russ. Scient. and Technic. Conf. "Problems of increasing combat readiness, combat use, technical operation and ensuring flight safety of aircraft, taking into account the climatic conditions of Siberia, Transbaikalia and the Far East"]. Irkutsk, 2003, P. 127–129 (In Russ.).
12. Podkopaev A. V., Gusev A. V. [Study of the possibility of refining the finite-difference scheme for solving multidimensional problems of heat conduction]. *Materialy Vseros. nauch.-prakt. konf. "Innovatsii v aviatsionnykh kompleksakh i sistemakh voyennogo naznacheniya"* [Materials All-Russ. Scient. and Practic. Conf. "Innovations in aviation complexes and military systems"]. Voronezh, 2009, P. 157–161 (In Russ.).
13. Danilenko R. A., Podkopaev A. V. [Synthesis of a mathematical model for the functioning of the "weapon-cartridge" system based on the solution of a quasi-linear non-stationary heat conduction equation]. *Materialy V Vseros. nauch.-prakt. konf. "Akademicheskije Zhukovskiye chteniya"* [Materials V All-Russ. Scient. and Practic. Conf. "Academic Zhukovsky reading"]. Voronezh, 2018, P. 67–73 (In Russ.).
14. Deutsch A. M. *Metody identifikatsii dinamicheskikh ob'yektov* [Methods for identifying dynamic objects]. Moscow, Energiya Publ., 1979, 240 p.
15. Ostreikovskiy V. A. *Teoriya sistem* [Systems theory]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1997, 240 p.
16. Sapozhnikov S. V., Kitanin L. V. *Tekhnicheskaya termodinamika i teploperedacha* [Technical thermodynamics and heat transfer]. St. Petersburg, SPbSTU Publ., 1999, 319 p.

17. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Mathematical handbook for scientists and engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 832 p.
18. *Spravochnik po aviatsionnym materialam i tekhnologii ikh primeneniya* [Handbook of aviation materials and technologies for their application]. Ed. by V. G. Alexandrov. Moscow, Transport Publ., 1979, 242 p.
19. *Proyektirovaniye raketnykh i stvol'nykh sistem* [Design of rocket and barrel systems]. Ed. by B. V. Orlov. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1974, 828 p.
20. Alferov V. V. *Konstruktsiya i raschet avtomaticheskogo oruzhiya* [Design and calculation of automatic weapons]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1977, 248 p.
21. Samarsky A. A., Nikolaev E. S. *Metody resheniya setochnykh uravneniy* [Methods for solving grid equations]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 592 p.
22. Zarubin V. S., Stankevich I. V. *Raschet teplonapryazhennykh konstruktsiy* [Calculation of heat-stressed structures]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 2005, 352 p.
23. Dulnev G. N., Parfenov V. G., Sigalov A. V. *Primeneniye elektronnykh vychislitel'nykh mashin dlya resheniya zadach teploobmena* [The use of electronic computers for solving heat transfer problems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1990, 207 p.
24. Vlasova E. A., Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N. *Priblizhennyye metody matematicheskoy fiziki* [Approximate methods of mathematical physics]. Moscow, MSTU named after N. E. Bauman Publ., 2001, 700 p.
25. *Zadachnik po tekhnicheskoy termodinamike i teorii teplomassoobmena* [Task book on technical thermodynamics and the theory of heat and mass transfer]. Ed. by V. I. Krutov and G. B. Petrazhitsky. St. Petersburg, BVH-Petersburg Publ., 2011, 384 p.
26. Stolyar S. E., Vladykin A. A. *Informatika. Predstavleniye dannykh i algoritmy*. [Informatics. Data representation and algorithms]. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2007, 382 p.

© Подкопаев А. В., Бабаджанов А. Б., Подкопаев И. А., Должиков В. И., 2022

Подкопаев Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры эксплуатации комплексов авиационного вооружения (и прицельных систем); Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж). E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru.

Бабаджанов Азизулло Бахшиллоевич – адъюнкт; Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж). E-mail: azizullobabadzhanov@mail.ru.

Подкопаев Илья Александрович – адъюнкт; Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж). E-mail: ilya.podkopaev.96@bk.ru.

Должиков Василий Иванович – кандидат технических наук, доцент, начальник кафедры эксплуатации комплексов авиационного вооружения (и прицельных систем); Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж). E-mail: Link707@mail.ru.

Podkopaev Aleksandr Vladimirovich – Cand. Sc., associate professor, professor of the department operation of aircraft weapon systems (and sighting systems); Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin” (Voronezh). E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru.

Babadzhanov Azizullo Bakhshilloevich – adjunct; Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin” (Voronezh). E-mail: azizullobabadzhanov@mail.ru.

Podkopaev Ilya Aleksandrovich – adjunct; Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin” (Voronezh). E-mail: ilya.podkopaev.96@bk.ru.

Dolzhevik Vasily Ivanovich – Cand. Sc., associate professor, head of the department operation of aircraft weapon systems (and sighting systems); Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin” (Voronezh). E-mail: Link707@mail.ru.
