

УДК 539.21:537.86

Doi: 10.31772/2712-8970-2021-22-3-506-516

Для цитирования: Несоразмерная магнитная структура в антиферромагнетике с сильным обменным взаимодействием между делокализованными и локализованными электронами / С. С. Аплеснин, Ф. В. Зеленов, О. Н. Бандурина, П. П. Машков // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 3. С. 506–516. Doi: 10.31772/2712-8970-2021-22-3-506-516.

For citation Aplesnin S. S., Zelenov F. V., Bandurina O. N., Mashkov P. P. Incommensurate magnetic structure in an antiferromagnet with a strong exchange interaction between delocalized and localized electrons. *Siberian Aerospace Journal*. 2021, Vol. 22, No. 3, P. 506–516. Doi: 10.31772/2712-8970-2021-22-3-506-516.

Несоразмерная магнитная структура в антиферромагнетике с сильным обменным взаимодействием между делокализованными и локализованными электронами

С. С. Аплеснин^{*}, Ф. В. Зеленов, О. Н. Бандурина, П. П. Машков

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31

^{*}E-mail: aplesnin@sibsau.ru

Исследуется формирование несоразмерного трехмерного магнитного порядка в антиферромагнетике в результате сильной корреляции между дырками и локализованными спинами. В модели решетки Кондо вычисляется спектр спиновых поляронов, волна спиновой плотности и волновой вектор структуры. Магнитная система рассматривается в адиабатическом приближении, подрешеточная намагниченность и спин-спиновые корреляционные функции представлены в приближении среднего поля. Вычисляется энергия Ферми и s – d энергия взаимодействия. Определена теплоемкость и аномалии теплоемкости, обусловленные спиновыми поляронами. Найдены аномалии на температурной зависимости проводимости и в оптической проводимости в низкоэнергетической области.

Ключевые слова: несоразмерная магнитная структура, решетка Кондо, проводимость.

Incommensurate magnetic structure in an antiferromagnet with a strong exchange interaction between delocalized and localized electrons

S. S. Aplesnin^{*}, F. V. Zelenov, O. N. Bandurina, P. P. Mashkov

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

^{*}E-mail: aplesnin@sibsau.ru

The formation of an incommensurate three-dimensional magnetic order in an antiferromagnet is studied as a result of a strong correlation between holes and localized spins. The spectrum of spin polarons, the spin density wave, and the wave vector of the structure are calculated in the Kondo lattice model. The magnetic system is considered in the adiabatic approximation, the sublattice magnetization and spin-spin correlation functions are presented in the mean field approximation. The Fermi energy and s – d interaction

energy are calculated. The heat capacity and heat capacity anomalies caused by spin polarons have been determined. Anomalies in the temperature dependence of conductivity and in optical conductivity in the low-energy region are founded.

Keywords: incommensurate magnetic structure, Kondo lattice, conductivity.

Введение

Образование несоразмерных структур часто наблюдалось в низкоразмерных системах со спином, как в RbCuCl_3 [1], и индуцированной полем решетке магнитных солитонов в спин-пайперловских соединениях CuGeO_3 [2]. Причиной формирования несоизмеримости является конкуренция различных взаимодействий: антиферромагнитные обмены между ближними и ближайшими соседями [3], взаимодействия Дзялошинского – Мориа и взаимодействие между магнитными системами и упругими [4] или электронными системами [5] с несоразмерным периодом структуры. Несоразмерная структура в трехмерной упорядоченной магнитной решетке обнаружена в CuV_2O_4 [6]. При понижении температуры ниже происходит второй магнитный фазовый переход в сторону несоразмерного трехмерного магнитного порядка. В несоразмерной фазе, но вблизи, на нейтронограмме появляются сателлиты более высокого порядка. CuV_2O_4 кристаллизуется в пространственной группе с постоянными решетки $a = 11,528 \text{ \AA}$ и $c = 5,607 \text{ \AA}$ [7]. Существование такой магнитной структуры было объяснено релятивистскими эффектами, такими как спин-орбитальное взаимодействие, которое приписывают своего рода взаимодействию Дзялошинского – Мориа (ДМ). Используя ДМ взаимодействие и анизотропию в базисной плоскости, модуляция параметра порядка в метаборате меди вдоль направления спирали описывается в рамках теории фазовых переходов Ландау решением уравнения синус – Гордона. Магнитная структура меняется в результате взаимодействия с упругой подсистемой [8; 9]. Взаимодействие спинов с оптическими [10] и акустическими [11] модами колебаний приводит к уменьшению намагниченности и при некоторых критических параметрах к исчезновению дальнего магнитного порядка [12; 13]. Возможно также увеличение поля магнитной анизотропии в результате четырехспинового обмена [14; 15].

В данной работе рассматривается взаимодействие двух подсистем: магнитной и электронной. В зависимости от величины взаимодействия между носителями тока и локализованными спинами необходимо рассматривать новые квазичастицы – спиновые поляроны. В этом случае возможно образование несоразмерной магнитной структуры. В данной работе предлагается микроскопическая теория образования несоразмерной магнитной структуры в CuV_2O_4 .

Модель

CuV_2O_4 проявляет слабые пьезоэлектрические свойства [16]. Таким образом, одноосное давление вдоль [011] вызывает электрическую индукцию. Скорость акустических поперечных волн, распространяющихся вдоль [100] анизотропна для поляризации волн, [010] и [001] [16]. Эти результаты свидетельствуют о существовании анизотропии распределения электронной плотности в пределах $\sim 8 \%$.

Можно предположить, что электрические свойства метабората меди обусловлены связанными состояниями электронов и дырок. Разность энергий ионизации ионов меди и бора Cu^{2+} , V^{3+} составляет $\Delta(E_{\text{V}^{3+}} - E_{\text{Cu}^{2+}}) \sim 1 \text{ эВ}$ [17], и они связаны ковалентной связью через кислород. Смещение электронной плотности на ковалентной связи может увеличивать эффективный заряд меди и уменьшать заряд бора. Это можно интерпретировать как образование дырки в ионе меди. Сильное взаимодействие дырок с возбуждениями антиферромагнитно упорядоченной

спиновой подсистемы описывается в рамках s-d-модели. В этом случае хорошей квазичастицей является более сложное возбуждение – спиновый полярон.

Определим низколежащие спин-поляронные состояния, используя приближение среднего поля в модели решетки Кондо [18]. Гамильтониан имеет вид:

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H_1 + H_2, \\
 H_0 &= \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{g}} \left(t_{\mathbf{h}_p} a_{\mathbf{r}+\mathbf{h}_p, \sigma}^\dagger a_{\mathbf{r}, \sigma} + t_{\mathbf{h}_c} a_{\mathbf{r}+\mathbf{h}_c, \sigma}^\dagger a_{\mathbf{r}, \sigma} + e.c. \right) = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}, \sigma}^+ a_{\mathbf{k}, \sigma}, \\
 H_1 &= J \sum_{\mathbf{r}, \sigma_1, \sigma_2} a_{\mathbf{r}, \sigma_1}^\dagger S_{\mathbf{r}}^\alpha \hat{\sigma}_{\sigma_1 \sigma_2}^\alpha a_{\mathbf{r}, \sigma_2}, \\
 H_2 &= \frac{1}{2} I \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{g}} S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^\alpha S_{\mathbf{r}}^\alpha.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь узлы \mathbf{r} образуют тетрагональную решетку; \mathbf{h}_p и \mathbf{h}_c – расстояния до ближайших соседей в плоскости и вдоль оси c ; $a_{\mathbf{k}, \sigma}^\dagger$ – оператор рождения дырок со спиновыми индексами $\sigma = \pm 1$; H_0 описывает перескок носителей заряда; $t_{\mathbf{h}_p} = -t_1$; $t_{\mathbf{h}_c} = -t_0$; H_2 – антиферромагнитное взаимодействие локализованных спинов $S = 1/2$ с их ближайшими соседями; H_1 – гамильтониан локального взаимодействия Кондо; $\hat{\sigma}^\alpha$ – матрицы Паули и $\alpha = x, y, z$.

Запишем первые два уравнения для функций Грина, описывающих движение дырки на антиферромагнитном фоне. Используя приближение случайных фаз, составлена система уравнений для функций Грина $\langle\langle a_{\mathbf{r}, \sigma} | a_{\mathbf{r}, \sigma}^\dagger \rangle\rangle$ и $\langle\langle b_{\mathbf{r}, \sigma} | a_{\mathbf{r}, \sigma}^\dagger \rangle\rangle$, $b_{\mathbf{r}, \sigma} = S_{\mathbf{r}}^\alpha \hat{\sigma}_{\sigma \sigma_1}^\alpha a_{\mathbf{r}, \sigma_1}$, $\alpha = x, y$ замкнуто. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 (\omega - \varepsilon_{\mathbf{k}}) G_{\mathbf{k}}^1 &= 1 + \frac{J}{2} G_{\mathbf{k}}^2, \\
 (\omega - e_{\mathbf{k}}) G_{\mathbf{k}}^2 &= J(1 + m - 2nm) G_{\mathbf{k}}^1, \\
 G_{\mathbf{k}}^1 &= \langle\langle a_{\mathbf{k}, \sigma} | a_{\mathbf{k}, \sigma}^\dagger \rangle\rangle; \quad G_{\mathbf{k}}^2 = \langle\langle b_{\mathbf{k}, \sigma} | a_{\mathbf{k}, \sigma}^\dagger \rangle\rangle \\
 \varepsilon_{\mathbf{k}} &= \varepsilon_{\mathbf{k}}^0 + \frac{Jm}{4} - \mu, \\
 \varepsilon_{\mathbf{k}}^0 &= -2t_1 (\cos k_x + \cos k_y) - 2t_0 \cos k_z, \\
 e_{\mathbf{k}} &= 2zce_{\mathbf{k}}^0 + J \left(\frac{m}{2} + n \right) + \frac{z}{2} mI - \mu, \\
 n &= \langle a_{\uparrow}^\dagger a_{\uparrow} + a_{\downarrow}^\dagger a_{\downarrow} \rangle.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $b_{\mathbf{k}, \sigma}$, $a_{\mathbf{k}, \sigma}$ и $G_{\mathbf{k}}$ – преобразования Фурье соответствующих локальных операторов и функции Грина соответственно; $c = \langle S_{\mathbf{r}}^x S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^x + S_{\mathbf{r}}^y S_{\mathbf{r}+\mathbf{g}}^y \rangle$ – спин-спиновая корреляционная функция на поперечных компонентах спина; z – число ближайших соседей; m – намагниченность подрешетки. Все энергии отсчитываются от химического потенциала μ .

Решение системы уравнений (2) приводит к следующему спектру возбуждений:

$$\omega_{1,2}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left[\varepsilon_{\mathbf{k}} + e_{\mathbf{k}} \pm \sqrt{(\varepsilon_{\mathbf{k}} - e_{\mathbf{k}})^2 + J^2 \left(\frac{1+m}{2} - nm \right)} \right]. \tag{3}$$

Химический потенциал рассчитывается из самосогласованного решения уравнения для концентрации дырок n

$$n = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \int d\omega f(\omega) \frac{1}{\pi} \text{Im} G_{\mathbf{k}}^1, \quad (4)$$

где $f(\omega) = (\exp(\omega/T) + 1)^{-1}$. Суммирование по импульсу в зоне Бриллюэна производится с использованием 8×10^6 точек.

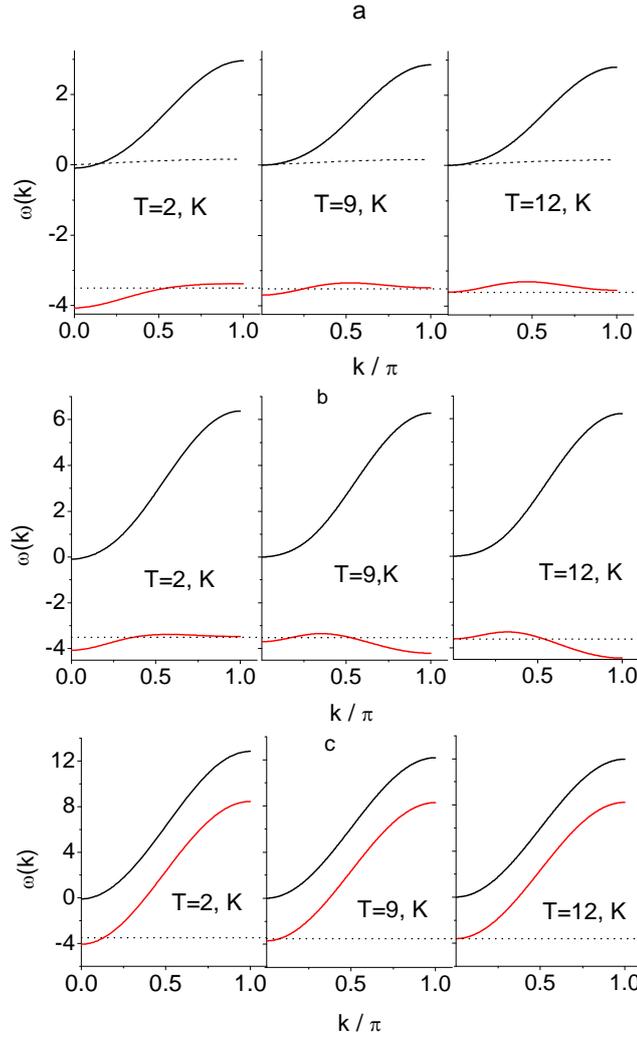


Рис. 1. Дисперсионные ветви спин-поляронных возбуждений вдоль [001] (a); [101] (b); [111] (c) при разных температурах. Горизонтальная линия указывает положение химического потенциала в нижней полосе (пунктирная линия)

Fig. 1. Dispersion branches of spin-polaron excitations along [001] (a); [101] (b); [111] (c) at different temperatures. The horizontal line indicates the position of the chemical potential in the lower bar (dashed line)

Для вычисления подрешеточной намагниченности и спин-спиновой корреляционной функции запишем четыре дополнительных линейных дифференциальных уравнения для функций Грина $\langle\langle S_{\mathbf{r},\gamma}^\alpha | b_{\mathbf{r},\sigma} \rangle\rangle$, $\langle\langle S_{\mathbf{r},\gamma}^\alpha | S_{\mathbf{r},\gamma'}^\alpha \rangle\rangle$ для двух подрешеток $\gamma, \gamma' = 1, 2$ и два уравнения для намагниченности подрешетки и корреляционной функции. Задачу можно упростить, если мы рассмотрим магнитную систему в адиабатическом приближении и сделаем некоторые оценки темпера-

турной зависимости m , c . Процедура разложения по свободной энергии дает степенную функцию $m = m_0 \sqrt{1 - T/T_N}$. Согласно данным упругого рассеяния нейтронов [6] намагниченность подрешетки составляет $m_0 = 0,94\mu_B$ при $T = 2 K$. Функция спин-спиновой корреляции для ближайших соседних узлов может быть оценена при температуре Нееля как

$$\langle S_0^\alpha S_r^\alpha \rangle \approx \frac{\langle (S^\alpha)^2 \rangle}{1+r} = \frac{S(1+S)}{3(1+r)}; \quad \langle S_0^\alpha S_{r=1}^\alpha \rangle = 0,125. \quad (5)$$

При низких температурах, когда радиус корреляции спиновых флуктуаций $\xi \sim a$ (a – постоянная решетки), поперечная спин-спиновая корреляционная функция вычисляется в приближении среднего поля $\langle S_0^\alpha S_{r=1}^\alpha \rangle = 0,125(1 - m^2)$. Зависимость $c(T)$ в парамагнитной фазе считается симметричной относительно температуры Нееля.

Для тетрагональной симметрии a (постоянная решетки в плоскости) $> c$ параметры перескока носителей тока также следует рассматривать как анизотропные $t_1/t_0 = 0,92$.

Обсуждение результатов

Спектры возбуждения поляронов для трех направлений показаны на рис. 1 для следующих параметров: $I/t_0 = 0,08$, $J/t_0 = 2,06$. Зонное расщепление свободных электронов наблюдается вследствие сильного взаимодействия с локализованными спинами, образующими упорядоченное состояние ниже температуры Нееля. Уровень Ферми расположен в нижней зоне около химического потенциала, обозначенного на рис. 1 пунктирной линией. Энергия Ферми и s - d энергия взаимодействия имеют сопоставимые значения. S -электроны образуют волну спиновой плотности (ВСП) с волновым вектором, расположенным вблизи поверхности Ферми, поскольку энергия Ферми более чем на порядок превышает энергию магнитного возбуждения. ВСП модулирует плотность локализованных спинов, что вызывает появление дополнительных сателлитов на нейтронограмме.

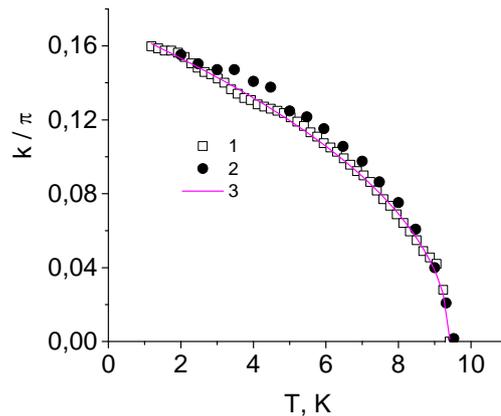


Рис. 2. Температурная зависимость импульса Ферми (2) и положения сателлита на нейтронограмме (1). Кривая представляет собой аппроксимирующую

$$\text{функцию } Q(T) \sim (T^* - T)^{0,48} \quad (3)$$

Fig. 2. Temperature dependence of the Fermi impulse (2) and the position of the satellite in the neutron diffraction pattern (1). The curve is an approximating

$$\text{function } Q(T) \sim (T^* - T)^{0,48} \quad (3)$$

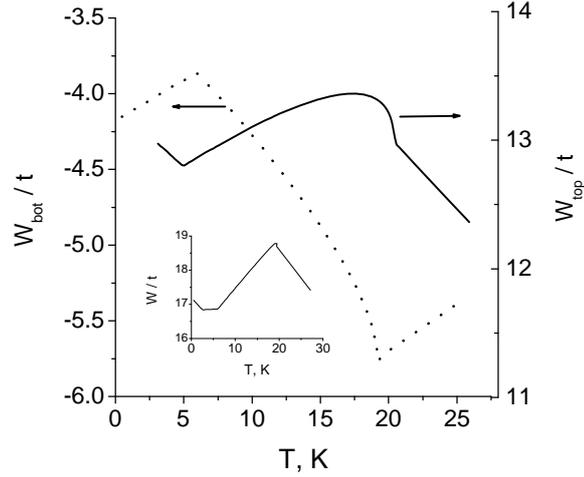


Рис. 3. Энергия нижней границы полосы W_{bot}/t и верхней границы полосы W_{top}/t в зависимости от температуры. На вставке показана температурная зависимость ширины полосы

Fig. 3. Energy of the lower border of the band and the upper border of the band as a function of temperature. The inset shows the temperature dependence of the bandwidth

Установлено, что эволюция положения сателлитной линии с температурой происходит по степенному закону [6]

$$Q(T) \propto (T^* - T)^{\nu}, \quad (6)$$

с $\nu = 0,48$, как показано на рис. 2. Расчетное изменение импульса Ферми k_F вдоль [001] (рис. 2) в зависимости от температуры хорошо согласуется с экспериментальными данными. Расчетное значение $k_F = (0,0,0.14)$ при $T = 1,8K$ также согласуется с периодом спиновой модуляции $Q = (0,0,0.15)$. Поверхность Ферми представляет собой ограниченную область с центром зоны при $T < T^*$ и обращается в нуль при $T = T^*$. Импульс Ферми лежит в диапазоне $\pi/2 < k_F < \pi$ с центрами на краях зон, где спин-волновой спектр в CuV_2O_4 не наблюдается. Уменьшение эффективной энергии взаимодействия s-электронов с локализованными спинами, вызванное уменьшением намагниченности подрешетки, приводит к сдвигу дна и вершины поляронной зоны и увеличению ширины полосы, как показано на рис. 3. В парамагнитной фазе рост антиферромагнитных корреляций при охлаждении также приводит к увеличению полосы пропускания.

Для оценки вклада поляронных возбуждений в теплоемкость среднее значение кинетической энергии полярона K_p моделируется функцией Грина

$$K_p = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \omega(\mathbf{k}) \frac{1}{\pi} \int dE f(E) \text{Im} G_{\mathbf{k}}^2(E). \quad (7)$$

Температурная зависимость $C = dK_p/dT$ представлена на рис. 4. Максимумы теплоемкости наблюдаются при $T \approx 1,7; 4,5K$. Температуры, соответствующие максимумам теплоемкости, хорошо согласуются с экспериментальными данными [19]. Транспортные свойства, как проводимость, могут быть получены из формул Кубо в пределе $d \rightarrow \infty$ [20]

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \sum_{\sigma} \int d\omega' I_{\sigma}(\omega', \omega' + \omega) \frac{f(\omega') - f(\omega' + \omega)}{\omega},$$

$$I_{\sigma}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{\mathbf{k}} \text{Im} G_{\sigma}(\mathbf{k}, \omega_1) \text{Im} G_{\sigma}(\mathbf{k}, \omega_2),$$
(8)

где σ_0 – постоянная, определяющая размерность проводимости. Температурная зависимость проводимости $\sigma(\omega \rightarrow 0)$ представлена на рис. 5. Ниже T_N величина σ резко уменьшается с увеличением намагниченности подрешетки. При $T \sim 16\text{ K}$ изменение знака производной химического потенциала с $d\mu/dT < 0$ на $d\mu/dT > 0$ коррелирует с особенностью в $d\sigma/dT$. Падение проводимости при $T > 5\text{ K}$ возникает из-за смещения минимума дна зоны от центра зоны $(0, 0, 0)$ к $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$. Это показано на рис. 1, *b*. Оптическая проводимость представлена на рис. 6 и имеет два максимума. Первый пик является результатом внутрizonных переходов, а широкий максимум $\sigma(\omega)$ приписывается переходам между нижней и верхней зонами. Температурную зависимость $\sigma(T)$ можно наблюдать в ИК-диапазоне с амплитудой электрического поля E_0 и плоской поляризованной волны с частотой ω . Мощность поглощения, подаваемая в систему, определяется как $P(\omega) = \frac{1}{2} E_0^2 \text{Re}[\sigma_z(\omega)]$ [21].

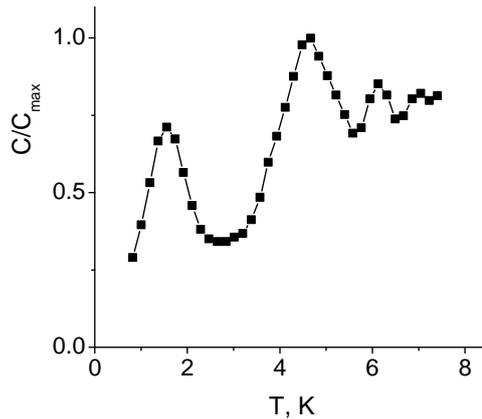


Рис. 4. Температурная зависимость теплоемкости, нормированной на максимальное значение, индуцированное спиновыми поляронами

Fig. 4. Temperature dependence of the specific heat normalized to the maximum value induced by spin polarons

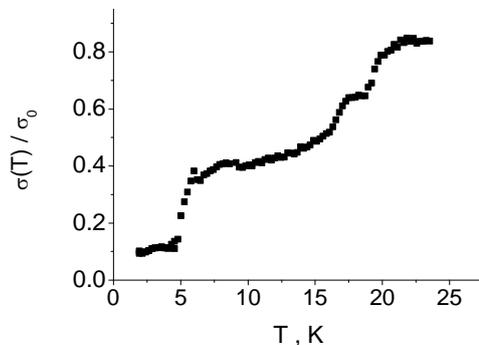


Рис. 5. Температурная зависимость проводимости $\sigma(T)$ при $\omega \rightarrow 0$

Fig. 5. Temperature dependence of conductivity $\sigma(T)$ at $\omega \rightarrow 0$

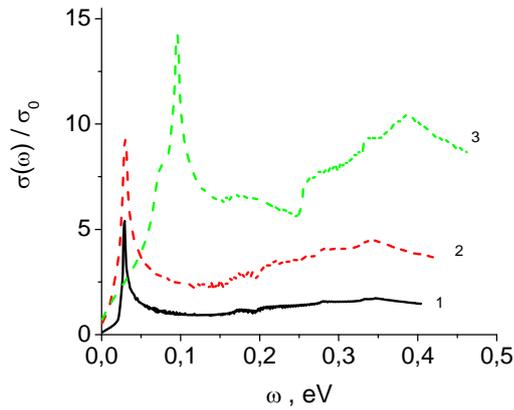


Рис. 6. Оптическая проводимость при температурах $T = 2 \text{ K}$ (1), 7 K (2) и 17 K (3)

Fig. 6. Optical conductivity at temperatures $T = 2 \text{ K}$ (1), 7 K (2) and 17 K (3)

Особенности низкотемпературного поведения теплоемкости и проводимости возникают из-за модификации полосы возбуждения поляронов. Максимум плотности состояний находится вблизи уровня Ферми и смещается в область высоких энергий при $T > 10 \text{ K}$. Увеличение концентрации дырок приводит к уменьшению критической температуры для формирования модуляции спиновой структуры T^* . Максимум теплоемкости также смещается в область низких температур.

Заключение

Подведем основные итоги. Спин-поляризованные s -электроны образуют волну спиновой плотности с периодом, равным импульсу Ферми. Волна спиновой плотности модулирует плотность локализованных спинов в результате сильной s - d -связи. Оценка температурной зависимости ферми-импульса спинового полярона хорошо согласуется с эволюцией положения сателлита в зависимости от температуры в CuV_2O_4 . Максимум низкотемпературной теплоемкости возникает в результате смещения минимума нижней границы зоны от центра зоны $(0, 0, 0)$ к $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$. Представленные расчеты предсказывают резкое уменьшение проводимости и интенсивности инфракрасного поглощения при температуре Нееля.

Библиографические ссылки

1. Maruyama S., Tanaka H., Narumi Y. Susceptibility, Magnetization Process and ESR Studies on the Helical Spin System RbCuCl_3 // *J. Phys. Soc. Jpn.* 2001. No. 70. P. 859–865.
2. NMR Imaging of the Soliton Lattice Profile in the Spin-Peierls Compound CuGeO_3 / M. Horvatic et al. // *Phys. Rev. Lett.* 1999. No. 83. P. 420.
3. Aplesnin S. S. Quantum spin liquid in the 2D anisotropic Heisenberg model with frustrated next nearest neighbor exchange // *Low Temperature Physics.* 1998. No. 24 (8). P. 572–577.
4. The magnetoelastic effect in $\text{Co}_x\text{Mn}_{1-x}\text{S}$ solid solutions / S. S. Aplesnin, L. I. Ryabinkina, O. B. Romanova et al. // *Solid State Communications.* 2010. No. 150 (13–14). P. 564–567.
5. Magnetoresistive effect in the cobalt-doped bismuth ferrite films / O. B. Romanova, S. S. Aplesnin, M. N. Sitnikov et al. // *J. Mater. Sci.: Mater. Electron.* 2020. Vol. 31, Is. 10. P. 7946–7952.
6. Formation of a Magnetic Soliton Lattice in Copper Metaborate / B. Roessli, J. Schefer, G. A. Petrákovskii et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86. P. 1885.

7. Martinez-Ripoll M., Martínez-Carrera S., García-Blanco S. The crystal structure of zinc diborate ZnB_4O_7 // *Acta Cryst.* 1971. Vol. 27. P. 672–677.
8. Aplesnin S. S. Existence of massive singlet excitations in an antiferromagnetic alternating chain with $S=1/2$ // *Physical Review B – Condensed Matter and Materials Physics.* 2000. Vol. 61 (10). P. 6780–6784.
9. Aplesnin S. S. Influence of spin-phonon coupling on the magnetic moment in 2D spin-1/2 antiferromagnet // *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics* (2003), Vol. 313 (1-2). P. 122–125.
10. Aplesnin S. S. Two-particle spin-singlet excitations in coupled spin-1/2 antiferromagnetic alternating chains // *Journal of Physics Condensed Matter* (2001), Vol. 13 (14). P. 3403–3410.
11. Aplesnin S. S. Nonadiabatic interaction of acoustic phonons with spins $S = 1/2$ in the two-dimensional heisenberg model // *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* 2003. Vol. 97 (5). P. 969–977.
12. Aplesnin S. S. Two-dimensional quantum spin liquid with $S = 1/2$ spins interacting with acoustic phonons // *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics.* 2004. Vol. 333 (5–6). P. 446–449.
13. Aplesnin S. S., Moskvina A. I. Magnetic structures upon ordering of eg orbitals in a square lattice // *Journal of Physics Condensed Matter.* 2008. Vol. 20 (32). P. 325202.
14. Aplesnin S. S., Piskunova N. I. Influence of the four-spin exchange interaction on the magnetic properties of manganites // *Journal of Physics Condensed Matter.* 2005. No. 17 (37). P. 5881–5888.
15. Aplesnin S. S. Quantum spin liquid in an antiferromagnet with four-spin interactions // *Physics of the Solid State.* 1997. No. 39 (8). P. 1246–1250.
16. Electromechanical properties and anisotropy of acoustic wave propagation in CuB_2O_4 copper metaborate / K. S. Aleksandrov et al // *Physics of the Solid State.* 2003. Vol. 45. P. 41–45.
17. Bergmann D., Hinze J. Electronegativity and Molecular Properties // *Angew. Chem. Int. Edn Engl.* 1996. Vol. 35. P. 150–163.
18. Барабанов А. Ф., Максимов Л. А., Михеенков А. В. О сверхпроводимости в подходе спинового полярона // *Письма в ЖЭТФ.* 2001. Т. 74, вып. 6. С. 362–365.
19. Несоизмеримая магнитная структура в метаборате меди / Г. А. Петраковский, М. А. Попов, Б. Росли, Б. Уладиаф // *ЖЭТФ.* 2001. Т. 120, № 4. С. 926–932.
20. Изюмов Ю. А., Скрыбин Ю. Н. Модель двойного обмена и уникальные свойства манганитов // *УФН.* 2001. Т. 171, № 2. С. 121–148.
21. Ando T., Fowler A. B., Stern F. Electronic properties of two-dimensional systems // *Rev. Mod. Phys.* 1982. Vol. 54. P. 437.

References

1. Maruyama S., Tanaka H., Narumi Y. Susceptibility, Magnetization Process and ESR Studies on the Helical Spin System $RbCuCl_3$. *J. Phys. Soc. Jpn.* 2001, Vol. 70, P. 859–865.
2. Horvatic M. et al. NMR Imaging of the Soliton Lattice Profile in the Spin-Peierls Compound $CuGeO_3$. *Phys. Rev. Lett.* 1999, No. 83, P. 420.
3. Aplesnin S. S. Quantum spin liquid in the 2D anisotropic Heisenberg model with frustrated next nearest neighbor exchange. *Low Temperature Physics.* 1998, Vol. 24 (8), P. 572–577.
4. Aplesnin S. S., Ryabinkina L. I., Romanova O. B., Har'kov A. M., Gorev M. V., Balaev A. D., Eremin E. V., Bovina A. F. The magnetoelastic effect in $Co_xMn_{1-x}S$ solid solutions. *Solid State Communications.* 2010, Vol. 150 (13–14), P. 564–567.

5. Magnetoresistive effect in the cobalt-doped bismuth ferrite films / Romanova O. B., Aplesnin S. S., Sitnikov M. N. et al. *J. Mater. Sci.: Mater. Electron.* 2020, Vol. 31, Is. 10, P. 7946–7952.
6. Roessli B., Schefer J., Petrakovskii G. A., Ouladdiaf B. et al. Formation of a Magnetic Soliton Lattice in Copper Metaborate. *Phys. Rev. Lett.* 2001, Vol. 86, P. 1885.
7. Martinez-Ripoll M., Martínez-Carrera S., García-Blanco S. The crystal structure of zinc diborate ZnB_4O_7 . *Acta Cryst.* 1971, Vol. 27, P. 672–677
8. Aplesnin S. S. Existence of massive singlet excitations in an antiferromagnetic alternating chain with $S=1/2$. *Physical Review B – Condensed Matter and Materials Physics.* 2000, Vol. 61 (10), P. 6780–6784.
9. Aplesnin S. S. Influence of spin-phonon coupling on the magnetic moment in 2D spin-1/2 antiferromagnet. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics.* 2003, Vol. 313 (1–2), P. 122–125.
10. Aplesnin S. S. Two-particle spin-singlet excitations in coupled spin-1/2 antiferromagnetic alternating chains. *Journal of Physics Condensed Matter*, 2001. Vol. 13 (14), pp. 3403–3410.
11. Aplesnin S.S. Nonadiabatic interaction of acoustic phonons with spins $S = 1/2$ in the two-dimensional heisenberg model. *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* 2003, Vol. 97 (5), P. 969–977.
12. Aplesnin S. S. Two-dimensional quantum spin liquid with $S = 1/2$ spins interacting with acoustic phonons. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics.* 2004, Vol. 333 (5–6), P. 446–449.
13. Aplesnin S. S., Moskvina A. I. Magnetic structures upon ordering of eg orbitals in a square lattice. *Journal of Physics Condensed Matter.* 2008, Vol. 20 (32), P. 325202.
14. Aplesnin S. S., Piskunova N. I. Influence of the four-spin exchange interaction on the magnetic properties of manganites. *Journal of Physics Condensed Matter.* 2005, Vol. 17 (37), P. 5881–5888.
15. Aplesnin S. S. Quantum spin liquid in an antiferromagnet with four-spin interactions. *Physics of the Solid State.* 1997, Vol. 39 (8), P. 1246–1250.
16. Aleksandrov K. S et al. Electromechanical properties and anisotropy of acoustic wave propagation in CuB_2O_4 copper metaborate. *Physics of the Solid State.* 2003, Vol. 45, P. 41–45.
17. Bergmann D., Hinze J. Electronegativity and Molecular Properties. *Angew. Chem. Int. Edn Engl.* 1996, Vol. 35, P. 150–163.
18. Barabanov A. F., Maksimov L. A., Miheenkova A. V. [Spin polaron approach to superconductivity]. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters.* 2001, Vol. 74, No. 6, P. 328–331 (In Russ.).
19. Petrakovskii G. A., Popov M. A., Roessli B. [Incommensurable magnetic structure in copper metaborate]. *JETP.* 2001, Vol. 92, P. 809 (In Russ.).
20. Izyumov Ya. A., Skryabin Yu. N. [Double exchange model and the unique properties of the manganites] *Phys. Usp.* 2001, Vol. 44, 121–148 (In Russ.).
21. Ando T., Fowler A. B., Stern F. Electronic properties of two-dimensional systems. *Rev. Mod. Phys.* 1982, Vol. 54, P. 437.

Аплеснин Сергей Степанович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени М. Ф. Решетнева. E-mail: aplesnin@sibsau.ru, apl@iph.krasn.ru.

Зеленов Федор Владимирович – аспирант кафедры физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени М. Ф. Решетнева. E-mail: fyodor.zelenov@yandex.ru.

Бандурина Ольга Николаевна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедры физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени М. Ф. Решетнева. E-mail: bandurinaon@mail.ru.

Машков Павел Павлович – кандидат педагогических наук, доцент, кафедры физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени М. Ф. Решетнева. E-mail: mpp113@yandex.ru.

Aplesnin Sergey Stepanovich – Dr. Sc., Professor of the Department of physics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: aplesnin@sibsau.ru, apl@iph.krasn.ru.

Zelenov Fyodor Vladimirivich – graduate student of the Department of physics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: fyodor.zelenov@yandex.ru.

Bandurina Olga Nikolaevna – Cand. Sc., Associate Professor, Department of Physics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: bandurinaon@mail.ru.

Mashkov Pavel Pavlovich – Cand. Sc., Associate Professor, Department of Physics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: mpp113@yandex.ru.
