

УДК 628.7.036.54 – 662.61

Doi: 10.31772/2712-8970-2021-22-2-302-315

Для цитирования: Астахов С. А., Бирюков В. И., Сизов Г. А. Методика определения акустических характеристик камер сгорания ракетного двигателя твердого топлива // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 2. С. 302–315. Doi: 10.31772/2712-8970-2021-22-2-302-315.

For citation: Astahov S. A., Biryukov V. I., Sizov G. A. Procedure for determining the acoustic characteristics of combustion chambers of a rocket engine for solid fuel. *Siberian Aerospace Journal*. 2021, Vol. 22, No. 2, P. 302–315. Doi: 10.31772/2712-8970-2021-22-2-302-315.

Методика определения акустических характеристик камер сгорания ракетного двигателя твердого топлива

С. А. Астахов^{1*}, В. И. Бирюков², Г. А. Сизов^{1, 2}

¹Федеральное казенное предприятие «Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем»
Российская Федерация, 140250, Московская обл., п. Белозерский

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Российская Федерация, 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, 4

*E-mail: aviatax@mail.ru

С проблемой акустической неустойчивости горения сталкиваются многие разработчики новых ракетных двигателей твердого топлива больших тяг. Явление резонансного горения твердого топлива сопряжено с рядом специфических особенностей. Полости камер сгорания таких двигателей имеют сложные геометрические формы. Газовый канал выполняется достаточно протяженным. Его длина обычно превышает пять и более калибров. Толщина фронта пламени измеряется микрометрами и зона горения локализуется по открытой поверхности топлива. Фронт пламени зачастую оказывается способным усиливать возмущения давления на частоте одной из собственных акустических мод, если пучность волны приходится на тонкую зону горения. Колебательный процесс может быть регулярным или спорадическим. Чаще всего наблюдаются резонансы продольной акустической моды. Однако встречались случаи колебания одновременно двух мод. В некоторых случаях в процессе работы двигателя амплитуда возникших колебаний начинала уменьшаться и процесс горения становился почти квазистационарным. Автоколебательные процессы в камерах сгорания РДТТ имеют пороговую чувствительность к забросам давления. Амплитуды колебаний могут составлять несколько десятков процентов, порой достигая номинального рабочего давления в камере. Амплитудно-частотные характеристики колебаний чувствительны к составу топлива, откликаясь на изменения химического состава, а также и на механические свойства топлива. Области неустойчивых режимов определенно связаны с геометрией газовой полости. Вместе с колебаниями давления на процесс горения влияют газодинамические факторы, существенная неравномерность параметров газового потока по длине канала, его турбулентность и другие факторы. При проектировании РДТТ необходима оценка частот собственных акустических резонансов камер сгорания.

В статье рассматривается методика определения частот собственных резонансов первого и второго тона продольной моды акустических колебаний в камерах сгорания ракетных двигателей твердого топлива. Газовый тракт камеры сгорания разбивается на однородные участки, для которых представлены решения волнового уравнения. Для определения собственных частот и распределения колебательных давлений и скоростей использован метод «сшивания» акустических полей на границах полостей.

Ключевые слова: акустические колебания, продольная мода, частота, декремент затухания, волновое число, добротность.

Procedure for determining the acoustic characteristics of combustion chambers of a rocket engine for solid fuel

S. A. Astahov^{1*}, V. I. Biryukov², G. A. Sizov^{1,2}

¹Federal Treasury Enterprise "State Treasury Research and Testing Range of Aviation Systems"
Belozersky settlement, Moscow region, 140250, Russian Federation

²Moscow Aviation Institute (National Research University)
4, Volokolamskoe highway, A-80, GSP-3, Moscow, 125993, Russian Federation
*E-mail: aviatrix@mail.ru

Many developers of new high-thrust solid-propellant rocket engines are faced with the problem of acoustic instability of combustion. The phenomenon of resonant combustion of solid fuel is associated with a number of specific features. The cavities of the combustion chambers of such engines have complex geometric shapes. The gas channel is long enough. Its length usually exceeds five or more calibers. The thickness of the flame front is measured in micrometers and the combustion zone is localized over the open fuel surface. The flame front often turns out to be capable of amplifying pressure perturbations at the frequency of one of the acoustic eigenmodes if the wave antinode falls on a thin combustion zone. The oscillatory process can be regular or sporadic. Resonances of the longitudinal acoustic mode are most often observed. However, there were cases of simultaneous oscillation of two modes. In some cases, during the operation of the engine, the amplitude of the resulting oscillations began to decrease and the combustion process became almost quasi-stationary. Self-oscillatory processes in the combustion chambers of solid propellants have a threshold sensitivity to pressure overshoots. The vibration amplitudes can be several tens of percent, sometimes reaching the nominal working pressure in the chamber. The amplitude-frequency characteristics of the oscillations are sensitive to the composition of the fuel, responding to changes in the chemical composition, as well as to the mechanical properties of the fuel. The regions of unstable regimes are definitely related to the geometry of the gas cavity. Together with pressure fluctuations, the combustion process is influenced by gas-dynamic factors, significant non-uniformity of the gas flow parameters along the length of the channel, its turbulence, and other factors. When designing solid rocket motors, it is necessary to estimate the frequencies of the natural acoustic resonances of the combustion chambers.

The article discusses a technique for determining the frequencies of natural resonances of the first and second tone of the longitudinal mode of acoustic vibrations in the combustion chambers of solid propellant rocket engines. The gas path of the combustion chamber is divided into homogeneous sections, for which the solutions of the wave equation are presented. To determine the natural frequencies and distribution of vibrational pressures and velocities, the method of "stitching" acoustic fields at the boundaries of the cavities was used.

Keywords: acoustic vibrations, longitudinal mode, frequency, damping decrement, wavenumber, quality factor.

Введение

Проблема акустической неустойчивости горения в ракетных двигателях твердого топлива не менее актуальна по сравнению с жидкостными ракетными двигателями большой тяги [1–4]. Акустическая полость, как правило, имеет сложную геометрическую форму. Зона горения расположена в непосредственной близости к границе раздела фаз – твердый заряд и газовый тракт.

Толщина зоны горения смесового состава при давлении до 4 МПа и температуре газа порядка (2500–3000) К примерно составляет 70–90 мкм. Тонкая зона горения зачастую оказывается способной усиливать возмущения давления той акустической моды, для которой максимум волны приходится на поверхность горения. Воздействие акустических колебаний давления на процесс горения, в соответствии с критерием Релея, вызывает колебания скорости горения [2–12]. Наличие этой обратной связи приводит к усилению колебания давления в тонкой зоне химических реакций с высокими градиентами температуры, концентрации паров топлива, большими скоростями энерго- и массообмена. В дополнение следует отметить возможный термодинамический нагрев газа при его сжатии. В некоторых случаях важную роль могут играть и колебания акустической скорости. При горении твердых топлив в каналах шашки присутствуют турбулентные пульсации – шумы горения. Они обусловлены различными механизмами возбуждения и имеют различную физическую природу. Звуковой шум обычно связывают с газодинамическими причинами такого же характера, как и в турбулентных газовых потоках. В камерах сгорания регулярные колебания давления с частотой, близкой к собственной (акустической) частоте колебаний газового столба [7–12], могут усиливаться, а чаще стабилизироваться на некотором уровне из-за акустических потерь. Акустическая неустойчивость горения представляет собой автоволновой процесс с обратной связью через воздействие звуковых волн на горение. Параметры волнового процесса: частота, амплитуда и форма колебаний определяются свойствами заряда РДТТ как динамической системы. Звуковой шум в полости камеры также может рассматриваться как автоколебательный процесс [6], в котором источником энергии является тепловыделение при горении, а обратная связь возникает из-за воздействия звуковых волн на горение, при этом возникают незатухающие пульсации стохастического характера [11], имеющие широкую полосу частот и случайные фазы. Однако частотная характеристика акустической полости часто обладает частотной избирательностью, характеризующейся высокой добротностью по отношению к продольной моде [2–4].

В большинстве теоретических работ проводится анализ влияния малых возмущений на устойчивость горения. Однако, учитывая сложный нелинейный механизм процессов преобразования твердого топлива в газовую фазу (прогрев, пиролиз, возгонка и др.), зачастую процесс горения и его взаимодействие с газодинамическими явлениями в акустическом тракте РДТТ характеризуется «жестким» возбуждением автоколебаний. Иначе динамическая система может стать неустойчивой при увеличении амплитуды возмущений выше определенного порогового предела. Возмущения, имеющие амплитуду ниже пороговой, затухают. Жесткое возбуждение колебаний характерно для нелинейных динамических систем. Разработка нелинейных теорий существенно усложняется математическими трудностями. Линейные теории могут быть достаточно полезны для понимания неустойчивости, а в некоторых случаях и для нелинейных приложений.

Оценка устойчивости горения в двигателях твердого топлива может быть выполнена на основе определения баланса акустической энергии в камере сгорания, с учетом притока акустической энергии (вследствие взаимодействия акустических колебаний с процессом горения) и потерь акустической энергии за период колебаний. Диагностическим показателем запаса линейной устойчивости процесса горения является коэффициент (декремент) затухания колебаний [2; 7–12]. Коэффициент затухания имеет определенный физический смысл:

$$\delta_v = \frac{E_2 - E_1}{2E_{\text{СУМ}}}, \quad (1)$$

где E_2 – приток акустической энергии, генерируемой колебательной системой за период колебаний; E_1 – часть энергии, диссипируемой колебательной системой за период колебаний; $E_{\text{СУМ}}$ – акустическая энергия, запасенная системой за период колебаний.

Приток акустической энергии от процесса горения зависит – при определенных фазовых ($0 \div \pi/2$) соотношениях между колебаниями давления и скорости горения – от амплитуды колебаний давления, увеличиваясь пропорционально квадрату последней. Для определения притока акустической энергии в камерах с горением разработаны экспериментальные методы с использованием Т-образной камеры [3–4]. Потери акустической энергии в газовом объеме камеры сгорания имеют существенное значение при наличии в продуктах сгорания конденсированных частиц. Расчет потерь на границах камеры сгорания, имеющей сложную конфигурацию в случае двигателей твердого топлива, связан с большими трудностями. Эти потери приближенно могут быть определены при проведении экспериментов на моделях камер сгорания без течения газа. Из изложенного следует, что акустические свойства камеры сгорания: частота собственных колебаний, распределение амплитуды колебаний – могут усиливать колебания или их демпфировать, и тем самым влиять на устойчивость горения в двигателе. Необходимо отметить, что свойства камеры сгорания РДТТ как колебательной системы имеют различия со свойствами систем, рассматриваемых в акустике. Отличия связаны с тем, что в камерах сгорания на колебания накладывается высокоскоростной поток газа, влияет специфическая конфигурация сопла, имеются распределенности параметров рабочего процесса и др. Но несмотря на эти важные различия, формы и частоты собственных колебаний существенно не изменяются [2; 7–12], что дает возможность проводить расчеты и эксперименты по определению свойств камеры сгорания как колебательной системы в акустическом приближении, т. е. без учета осложняющих факторов.

В результате теоретических и экспериментальных исследований акустической неустойчивости горения в настоящее время достигнут определенный уровень знаний физических процессов, дающий возможность прогнозировать влияние изменений конструктивных и режимных факторов на области неустойчивости. В РДТТ характерны акустические колебания продольной моды из-за большого отношения длины заряда к диаметру полости ($L / D \geq 5$), а поперечные моды встречаются значительно реже.

Собственные частоты колебаний и акустические поля давления в камерах сгорания РДТТ. Акустические волны, распространяющиеся в трактах различных систем, часто имеют длину волны сопоставимую с размерами каналов. В этом случае целесообразно рассмотрение решения волнового уравнения в виде стоячих волн. Стоячие волны образуются в результате взаимодействия прямых и отраженных от «жестких» стенок волн. Рассмотрим суперпозицию двух волн F , движущихся на встречу друг другу с постоянными фазовыми скоростями. Для этого представим решение волнового уравнения в виде суммы частных решений вида [7]

$$\frac{\partial^2 F(x)}{\partial x^2} = -k^2 F(x); \quad \frac{\partial^2 F(t)}{\partial t^2} = -k^2 c_0^2 F(t) = -\omega^2 F(t), \quad (2)$$

где $\omega^2 = k^2 c_0^2$.

Система (2) эквивалентна уравнениям, описывающим упругие колебания материальной точки. Решения этих уравнений представляют гармонические колебания со своим сдвигом фазы:

$$F(x) = A \cos(kx + \varphi_x); \quad F(t) = B \cos(\omega t + \varphi_t). \quad (3)$$

Решение волнового уравнения записывается в виде произведения

$$\psi = F(x)F(t) = C \cos(kx + \varphi_x) \cos(\omega t + \varphi_t). \quad (4)$$

Здесь $C = A B$.

Функция $F(x)$ описывает распределение амплитуды колебаний, постоянной по времени, а функция $F(t)$ показывает, что все точки волны движутся синхронно. Колебание не распространяется, смещения всех точек достигают своих максимальных или минимальных значений в одни и те же моменты времени. Полученное частное решение называют стоячей волной или собственным колебанием. Для описания волнового движения в неограниченном объеме требует бесконечного числа решений с непрерывным спектром частоты ω и $k = \omega / c_0$. Здесь c_0 – скорость звука, а k – волновое число. Общее решение имеет вид интеграла Фурье. В случае реализации стоячей волны в конечном тракте с жесткими стенками, находят как общее решение, так и каждое частное, удовлетворяющее граничным условиям

$$\xi_v(x, t) = 0; \quad \frac{\partial \xi_v(x, t)}{\partial x} = 0.$$

Каждое частное решение должно удовлетворять волновому уравнению и описывать возможное колебание системы

$$\psi_v(x, t) = A_v \cos(k_v x + \varphi_{vx}) \cos(k_v c_0 t + \varphi_{vt}), \quad (5)$$

где $\psi_v(x, t)$ – потенциал скорости; $\omega_v = k_v c_0$ – круговая частота колебаний.

Если функция потенциала на границах тракта равна нулю, то для любого момента времени должно выполняться:

$$A_v \cos \varphi_{vx} \cos(\omega_v t + \varphi_{vt}) = A_v \cos(\omega_v t + \varphi_{vt}) \cos(k_v l + \varphi_{vx}) = 0, \quad (6)$$

$$\varphi_{vx} = \frac{v\pi}{2}, \quad k_v l = v\pi, \quad v = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Каждое частное решение может быть представлено выражением

$$\psi_v(x, t) = \psi_v(x) \cos(\omega_v t + \varphi_{vt}), \quad (8)$$

где

$$\psi_v(x) = A_v \sin \frac{v\pi x}{l}, \quad \omega_v = k_v c_0 = \frac{v\pi c_0}{l}. \quad (9)$$

Функция $\psi_v(x)$ описывает собственные колебания системы в отсутствии внешних сил и затухания, а частоты ω_v – собственные круговые частоты.

Более общее решение можно получить, сложив все собственные колебания системы с соответствующими амплитудами:

$$\psi_v(x, t) = \sum \psi_v(x) \cos(\omega_v t + \varphi_{vt}) = \sum A_v \sin \frac{v\pi x}{l} \cos(\omega_v t + \varphi_{vt}), \quad v = 1, 2, \dots \quad (10)$$

Рассмотрим частный случай распространения плоской волны в движущемся потоке и найдем соотношения для пульсаций скорости и возмущений давления. Представим общее решения уравнения в виде двух волн, движущихся в противоположном направлении:

$$\psi = A e^{i\omega t - ik_1 x} + B e^{i\omega t - ik_2 x}, \quad (11)$$

где

$$k_1 = \frac{\omega}{c_0 + v_0}; \quad \omega = k_1 (c_0 + v_0); \quad k_2 = \frac{\omega}{c_0 - v_0}; \quad \omega = -k_2 (c_0 - v_0). \quad (12)$$

Пульсации скорости

$$v'_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = ik_1 A e^{-k_1 x + i\omega t} + ik_2 B e^{-k_2 x + i\omega t}. \quad (13)$$

Возмущения давления связаны с потенциалом скорости уравнением

$$\delta p \frac{c_0^2}{\gamma} = \frac{p'}{\rho_0} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \Psi}{\partial x}.$$

Продифференцируем это выражение по времени t и по координате x

$$p' = \rho_0 \left(i\omega A e^{-k_1 x + i\omega t} + i\omega B e^{-k_2 x + i\omega t} - v_0 ik_1 A e^{-k_1 x + i\omega t} - v_0 ik_2 B e^{-k_2 x + i\omega t} \right).$$

Далее введем новые коэффициенты, тогда выражение для возмущения давления несколько упростится

$$p' = C e^{i\omega t - ik_1 x} + D e^{i\omega t - ik_2 x}, \quad (14)$$

где коэффициенты равны:

$$C = (i\omega - v_0 ik_1) \rho_0 A = \frac{i\rho_0 c_0 \omega}{c_0 + v_0} A; \quad D = (i\omega - v_0 ik_2) \rho_0 B = \frac{i\rho_0 c_0 \omega}{c_0 - v_0} B.$$

С учетом вида этих коэффициентов, выражение для возмущения скорости будет выглядеть следующим образом:

$$v'_x = \frac{C}{\rho_0 c_0} e^{+i\omega t - ik_1 x} - \frac{D}{\rho_0 c_0} e^{+i\omega t - ik_2 x}. \quad (15)$$

Выразим механическое сопротивление среды в виде отношения возмущений давления к пульсации скорости. Для волны, бегущей по потоку, это отношение равно

$$\frac{p'_+}{v'_{x+}} = \rho_0 c_0,$$

а против потока

$$\frac{p'_-}{v'_{x-}} = -\rho_0 c_0.$$

Величина

$$z_c = \rho_0 c_0 \quad (16)$$

является волновым сопротивлением среды. Таким образом, звуковое давление равно скорости распространения плоской волны умноженное на величину волнового сопротивления и имеет положительный знак, если волна распространяется в положительном направлении координатной оси. При распространении волны в противоположном отрицательном направлении скорость частиц отрицательна, а звуковое давление положительно. Волновое сопротивление характеризует среду и является для нее постоянной величиной. Дисперсионное соотношение для возмущения в виде плоской волны энтропии определим так [7–8]:

$$\omega - k_s v_0 = 0 \rightarrow v_0 = \frac{\omega}{k_s}, \quad \text{отсюда} \quad \delta S = \delta S_H e^{i\omega t - ik_s x}. \quad (17)$$

Волны энтропии распространяются без дисперсии, а вихревые плоские волны не существуют.

Рассмотрим плоские стоячие волны в закрытой с одной стороны цилиндрической камере сгорания. Примем решение волнового уравнения в виде $\psi = (A \cos kx + B \sin kx) e^{-i\omega t}$. Тогда при $x = 0$

$$v'_x = \frac{\partial \psi}{\partial x_{x=0}} = (-Ak \sin kx + Bk \cos kx) e^{i\omega t} = 0. \quad (18)$$

Тождество (18) выполняется при $B = 0$, отсюда следует, что возбуждаются стоячие колебания, одинаковые по фазе во всех точках одновременно

$$\psi = A \cos(kx) e^{i\omega t}; \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = (-Ak \sin kx) e^{i\omega t}. \quad (19)$$

При $x = l$ колебательное давление считаем равным нулю ($\psi = 0$), тогда $\cos(kl) = 0$; отсюда получаем $kl = m\pi/2$, при этом m – нечетные.

Таким образом, для трубы, закрытой с одного конца и открытой с другого

$$\psi = A \cos\left(\frac{m\pi}{2l}x\right) e^{i\omega t}; \quad v'_x = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{m\pi}{2l} \left(Ak \sin \frac{m\pi}{2l}x\right) e^{i\omega t}, \quad (20)$$

где $m = 1, 3, 5, \dots$

В случае закрытой с двух сторон трубы, т. е. при $x = 0$ и $x = l$, из выражения (20) следует $B = 0$ и $\sin(kl) = 0$, откуда $m\pi = kl$; $m = 0, 1, 2, \dots$

$$\psi = A \cos\left(\frac{m\pi}{2l}x\right) e^{i\omega t}. \quad (21)$$

Газовая полость камер сгорания двигателей твердого топлива имеет более сложную конфигурацию. На рис. 1 показана газовая полость, которая образуется, если заряд плотно связан с камерой и горение происходит по внутренней поверхности канала заряда и торцам.

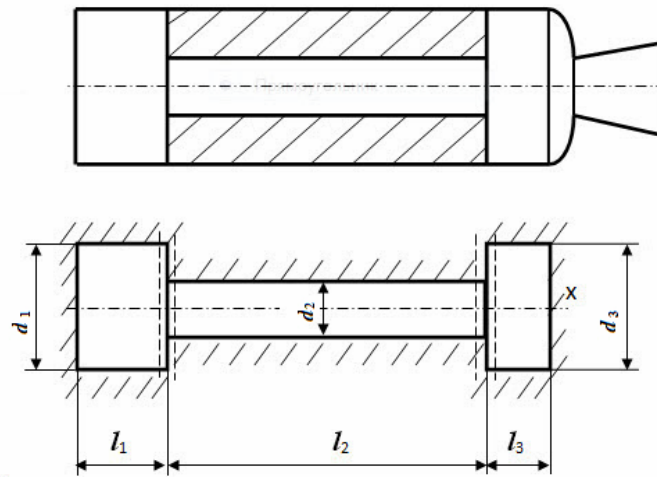


Рис. 1. Схема газовой полости камеры:
а – конструктивная; б – расчетная

Fig. 1. Diagram of the gas chamber of the chamber:
a – constructive; b – calculated

Распространение колебаний в такой сложной полости сопровождается дифракционными явлениями. Считая, что большая часть звуковой волны, подходящей к соплу, отражается от него в камеру (вследствие наличия сужающейся части сопла и изменения акустического сопротивления среды ρc) для упрощения рассматриваемой колебательной системы заменяем сопло жесткой стенкой. Разбиваем сложную газовую полость на три цилиндрические полости, каждая

из которых имеет постоянную площадь поперечного сечения. Для каждой составной части сложной полости представляем решение волнового уравнения. Далее для собственных частот и распределения колебательных давлений и скоростей используем метод «сшивания» акустических полей на границах полостей [13], учитывая непрерывность среды при переходе звуковой волны из одной полости в другую. Например, условия непрерывности среды при переходе из первой полости во вторую определяются равенством звуковых давлений (или потенциалов скорости) при $x = l_1$

$$\psi_1(l_1) = \psi_2(l_1) \quad (22)$$

и равенством объемных скоростей

$$S_1 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_1 = S_2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_2, \quad (23)$$

где S_1 и S_2 – площади сечения первой и второй полостей.

Решение волнового уравнения для сложной трехступенчатой полости следует записать в виде ряда с учетом того, что в полости имеется стоячая волна и дифракционные отражения колебаний при переходе из полости в полость (при $x = l_1$ и $x = l_2$), т. е. для каждой полости с учетом нулевых граничных условий для колебательных скоростей при $x = 0$ и $x = l_1 + l_2 + l_3$. Если для упрощения задачи пренебречь дифракцией акустических волн на стыках полостей то, решение уравнения (21) для стоячих волн в каждой полости может быть записано в виде

$$\psi_i = A_i [k(x - \alpha_i)] e^{i\omega t}, \quad (24)$$

i – номер полости, α_i – параметр, определяющий условия фазового перехода из полости в полость; A_i – амплитуда колебаний.

Для первой полости

$$\psi_1 = A_1 [k(x - \alpha_1)] e^{i\omega t}. \quad (25)$$

Из нулевого граничного условия для колебательной скорости $v = 0$ при $x = 0$ следует, что $\alpha_1 = 0$. Отсюда

$$\psi_1 = A_1 \cos(kx) e^{i\omega t}, \quad (26)$$

а для второй полости

$$\psi_2 = A_2 \cos[k(x - \alpha_2)] e^{i\omega t}. \quad (27)$$

Аналогично и для третьей полости

$$\psi_3 = A_3 \cos[k(x - \alpha_3)] e^{i\omega t}. \quad (28)$$

Однако из нулевого граничного условия для колебательной скорости

$$v' = \frac{\partial \psi_3}{\partial x} = 0 \text{ при } x = l_1 + l_2 + l_3 \text{ следует, что } \alpha_3 = l_1 + l_2 + l_3.$$

Определить неизвестные волновое число k и параметр α_2 можно, если подставить выражения (26) и (27) в условия (22) и (23), характеризующие непрерывность среды при $x = l_1$. Исключив из системы уравнений коэффициенты A_1 и A_2 , получаем взаимосвязь неизвестных параметров

$$\operatorname{tg} k l_1 = \frac{S_2}{S_1} \operatorname{tg} [k(l_1 - \alpha_2)]. \quad (29)$$

Условия «сшивания» акустических полей при $x = l_1 + l_2$ выполним аналогично условиям (22) и (23):

$$\psi_2(l_1 + l_2) = \psi_3(l_1 + l_2); S_2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_2 = S_3 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_3. \quad (30)$$

Исключая амплитудные коэффициенты A_2 и A_3 , получаем второе уравнение для определения неизвестных k и параметра α_2

$$\frac{S_3}{S_2} \operatorname{tg} kl_3 + \operatorname{tg} [k(l_1 + l_2 - \alpha_3)] = 0. \quad (31)$$

Решая совместно алгебраические уравнения (31) и (33), получаем трансцендентное алгебраическое уравнение

$$\operatorname{tg} kl_2 + \frac{S_1}{S_2} \operatorname{tg} kl_1 + \frac{S_3}{S_2} \operatorname{tg} kl_3 - \frac{S_1 S_3}{S_2^2} \operatorname{tg} kl_1 \cdot \operatorname{tg} kl_2 \cdot \operatorname{tg} kl_3 = 0. \quad (32)$$

В зависимости (32) входят геометрические размеры газовой полости и неизвестное волновое число k .

Распределение амплитуды колебаний давления (в относительных величинах) по длине камеры сгорания можно определить по следующим формулам:

для первой полости:

$$\delta p_1 = \frac{p'_1}{p_0} = \cos kx; \quad (33)$$

для второй полости:

$$\delta p_2 = \frac{p'_2}{p_0} = \frac{\cos kl_1}{\cos [k(l_1 - \alpha_2)]} \cos [k(x - \alpha_2)], \quad (34)$$

где α_2 вычисляется из уравнения (30)

$$\alpha_2 = \frac{kl_1 - \operatorname{arctg} \left[\frac{S_1}{S_2} \operatorname{tg} kl_1 \right]}{k}. \quad (35)$$

Для третьей полости:

$$\delta p_3 = \frac{p'_3}{p_0} = \frac{\cos kl_1 \cdot \cos [k(l_1 + l_2 - \alpha_2)]}{\cos kl_3 \cdot \cos [k(l_1 - \alpha_2)]} \cos [k(x - \alpha_3)]. \quad (36)$$

Здесь p_0 – амплитуда давления при $x = 0$.

На рис. 2 представлен график $p/p_0 = f(x)$ по расчетным данным.

По описанному алгоритму могут быть получены приближенные расчетные зависимости и для других конфигураций газовой полости камер сгорания. Сравнивая расчетные данные, найденные по приближенным формулам, с экспериментальными данными, полученными на акустической установке, можно выяснить точность расчетов. К задачам экспериментальных работ следует отнести определение собственных резонансов акустической продольной моды и оценку потерь колебательной энергии.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка состоит из модельной камеры, электродинамического излучателя, звукового генератора, задающего частоту возбуждения, усилителя и приемно-регистрирующей аппаратуры.

Модельная камера выполнена разъемной и состоящей из нескольких секций. Внутрь камеры могут вставляться макеты заряда. Геометрические размеры акустической полости представлены на рис. 2.

В качестве источника малых колебаний применяются звуковые головки типа 10 ГРАД-5. Диапазон частот этих головок находится в пределах от 90 до 12 000 Гц. Питание звуковых головок производится от усилителя типа УМ-50А. В качестве задающего генератора используется звуковой генератор типа ГЗ-18. Приемно-регистрирующая аппаратура включает датчик давления и компьютер. Воспринимающей частью датчика является полый шарик пьезокерамики, имеющий диаметр 7 мм и толщину стенки 0,25 мм. Размеры чувствительного элемента датчика выбираются так, чтобы они были на порядок меньше измеряемых длин волн, во избежание искажений звукового поля.

Методика проведения экспериментов

В работе с помощью электродинамического излучателя возбуждаются колебания определенной частоты в заданном диапазоне. Для получения акустических характеристик камеры в различные моменты работы двигателя опыты проводятся с несколькими макетами заряда, имеющими различные размеры (имитирующие выгорание заряда). Для каждого варианта газовой полости настройкой звукового генератора снимается амплитудно-частотная характеристика в пределах первых двух резонансов продольной моды колебания. По амплитудно-частотной характеристике определяются собственные частоты камеры. На этих же частотах снимается распределение амплитуды колебательного давления для продольной моды колебаний с помощью датчика, перемещаемого по оси камеры.

Последовательность расчетов и обработки экспериментальных данных

I. Расчет акустических характеристик модельной камеры сгорания:

– определяются по формуле (32) низшие значения волнового числа k (с использованием вспомогательных таблиц) и подсчитываются собственные частоты продольных колебаний по формуле

$$f = \frac{kc_0}{2\pi}.$$

При подсчете частоты колебаний на акустической модельной установке, берется скорость звука в воздухе, а для натуральной камеры сгорания следует рассчитывать скорость звука в продуктах сгорания;

– рассчитывается амплитуда колебаний давления в относительных величинах (отнесенная к амплитуде давления p_0 при $x = 0$) по формулам (33)–(36), (рис. 2);

– приближенное определение потерь акустической энергии в камере сгорания. Потери акустической энергии, отнесенные к единице времени, dE/dt пропорциональны плотности энергии E . Обозначая коэффициент пропорциональности через 2δ , имеем $dE/dt = 2\delta E$, откуда интегрируя находим

$$E = E_0 \exp(-2\delta t),$$

где E_0 – плотность энергии в момент $t = 0$.

Амплитуда давления вследствие потерь в колебательной системе падает по экспоненциальной зависимости

$$p' = p_0 e^{-\delta t}.$$

Величина $\delta = \frac{dE}{2Edt}$ является коэффициентом затухания для продольной моды и характеризует потери акустической энергии в единицу времени. Приближенно коэффициент затухания δ можно определить, имея амплитудно-частотную характеристику колебательной системы, по значению

добротности Q [2; 6]. Следует заметить, что Q это характеристика линейной системы с сосредоточенными параметрами, но условно Q может использоваться в качестве характеристики нелинейных систем с распределенными параметрами. Величина Q представляет отношение средней по времени располагаемой энергии к величине потери энергии за период колебаний [2; 6–8; 14–15], следовательно, $Q = \frac{\pi}{\delta \cdot T}$ или $Q = \frac{\omega}{2\delta}$, здесь $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – период колебаний. Добротность колебательной системы, имея амплитудно-частотную характеристику, можно определить по ширине кривой (рис. 3) ($f_1 - f_2$) на уровне, равном $\frac{\sqrt{2}}{2} p_{\max}$, по формуле $Q = \frac{f^x}{f_2 - f_1}$.

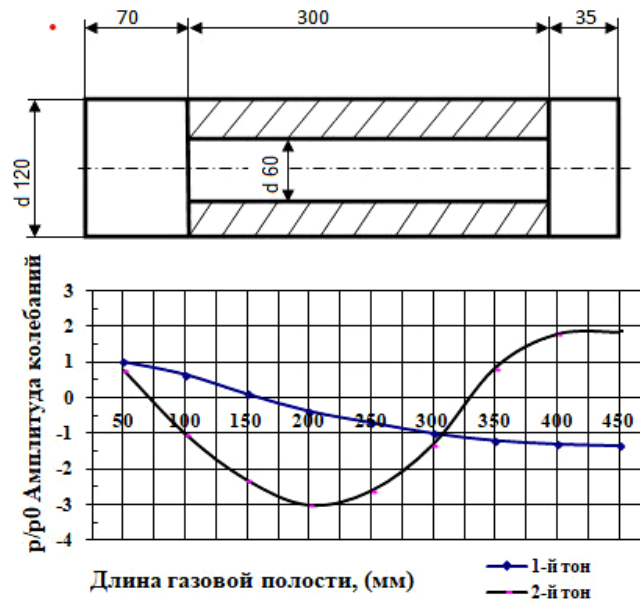


Рис. 2. Распределение колебательного давления в газовой полости камеры (по расчетным данным):

1 – первый тон продольной моды; 2 – второй тон продольной моды

Fig. 2. Distribution of vibrational pressure in the gas cavity of the chamber (according to calculated data):

1 – the first tone of the longitudinal mode; 2 – the second tone of the longitudinal mode

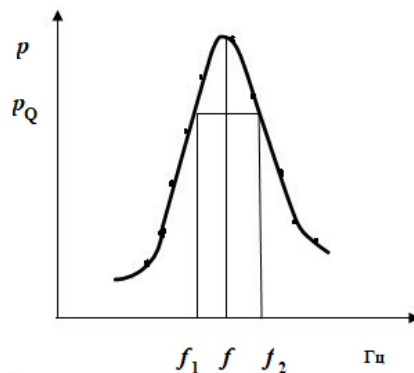


Рис. 3. Определение добротности Q по амплитудно-частотной характеристике колебательной системы

Fig. 3. Determination of the quality factor Q by the amplitude-frequency characteristic of the oscillating system

Из приведенных выражений для Q получаем $\delta = \pi(f_2 - f_1)$.

Если камеру сгорания заполнить газом с такими характеристиками, чтобы выполнялось соотношение

$$\frac{(RT)_k k_k}{(RT)_{\text{mod}} k_{\text{mod}}} \cong 1,$$

то в модельных экспериментах будут имитироваться частоты колебаний и характеристики потерь, близкие к имеющим место в камере сгорания работающего двигателя (считая потери с потоком через сопло малыми).

II. Построение акустических характеристик модельной камеры сгорания по экспериментальным данным.

1. Строятся графики амплитудно-частотных характеристик камеры сгорания.
2. Строится график собственной частоты колебаний камеры сгорания в функции отношения диаметра канала заряда к диаметру камеры сгорания.
3. Строятся графики $p/p_0 = f(x)$ для первого и второго тона продольной моды.
4. Строится график коэффициента затухания в функции отношения диаметра канала заряда к диаметру камеры сгорания.

Заключение

Разработана методика расчетно-экспериментального приближенного определения акустических характеристик камер сгорания ракетных двигателей твердого топлива, без учета влияния горения твердого топлива. Учитывая большие затраты на создание Т-образной экспериментальной камеры сгорания РДТТ и значительные трудности проведения таких экспериментальных исследований, предложенный алгоритм позволяет менее затратно по времени и средствам определить частоты собственных акустических резонансов в полостях РДТТ, в частности для продольной моды, и выполнить прогноз их коэффициентов (декрементов) затухания.

Библиографические ссылки

1. Теория нестационарного горения пороха / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Михвладзе. М. : Наука, 1980. 478 с.
2. Абугов Д. И., Бобылев В. М. Теория и расчет ракетных двигателей твердого топлива : учебник для машиностроительных вузов. М. : Машиностроение, 1987. 272 с.
3. Коутс Ф. Л., Хартон М. Д. Анализ устойчивости рабочего процесса при проектировании РДТТ // Вопросы ракетной техники. 1969. № 7. С. 11–28.
4. Баррер М., Надо Л., Люйнер И. Исследования неустойчивости горения топлив РДТТ // Вопросы ракетной техники. 1973. № 7. С. 10–28.
5. Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды. М. : Наука, 1966. 205 с.
6. Дорошенко В. Е., Фурлетов В. И. О воздействии звука на турбулентное пламя // Физика горения и взрыва. 1969. № 1. С. 114–121.
7. Бирюков В. И., Мосолов С. В. Акустика газовых трактов жидкостных ракетных двигателей. М. : Изд-во МАИ, 2013. 164 с.
8. Бирюков В. И., Мосолов С. В. Динамика газовых трактов жидкостных ракетных двигателей. М. : Изд-во МАИ, 2016. 168 с.
9. Biryukov V. I., Nazarov V. P., Tsarapkin R. A. The Algorithm for Estimating Reserves of the Working Process Stability in Combustion Chambers of Liquid-Propellant Rocket Engines // Сибирский журнал науки и технологий. 2017. Vol. 18, No. 3. P. 558–566.

10. Biryukov V. I., Tsarapkin R. A. Damping Decrements in the Combustion Chambers of Liquid-Propellant Rocket Engines // Russian Engineering Research. 2019. Vol. 39, No. 1. P. 6–12.
11. Biryukov V. I., Ivanov V. N., Tsarapkin R. A. Method for Predicting the Stability Limit to Acoustic Oscillations in Liquid – Propellant Rocket Engine Combustion Chambers Based on Combustion Noise // Fizika Goreniya i Vzryva. 2021. Vol. 57, No. 1. P. 80–89.
12. Царапкин Р. А., Бирюков В. И. Экспериментальное определение декрементов затухания в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей // Вестник машиностроения. 2018. № 10. С. 21–27.
13. Осипов А. А. Распространение трехмерных акустических возмущений в каналах переменной площади поперечного сечения при частотах, близких к частоте отсечки // Известия АН СССР. Серия Механика жидкости и газа. 1980. № 6. С. 149–159.
14. Руденко А. Н. Экспериментальное исследование частотных характеристик сопел по отношению к продольным и поперечным колебаниям // Акустический журнал. 1979. Т. 20, № 6. С. 897–906.
15. Sukhinin S. V., Akhmadeev V. F. Self Oscillations in the Gas Cavity of a Solid Rocket Motor // Fizika Goreniya i Vzryva Combustion. 2001. Vol. 37, No. 1. P. 42–52.

References

1. Zel'dovich Ya. B., Barenblatt G. I., Librovich V. B., Mixviladze G. M. *Teoriya nestacionarnogo goreniya poroxa* [Theory of non-stationary gorenje gunpowder]. Moscow, Nauka Publ., 1980, 478 p.
2. Abugov D. I., Boby'lev V. M. *Teoriya i raschet raketny'x dvigateley tverdogo topliva*. [Theory and calculation of rocket engines of solid fuel]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987, 272 p.
3. Kouts F. L., Xarton M. D. [Analysis of the stability of the working process in the design of RDTT]. *Voprosy` raketnoy texniki*. 1969, No. 7, P. 11–28 (In Russ.).
4. Barrer M., Nado L., Lyujner I. [Studies of the instability of combustion of RDTT fuels Gorenje]. *Voprosy` raketnoy texniki*. 1973, No. 7, P. 10–28 (In Russ.).
5. Bloxincev D. I. *Akustika neodnorodnoj dvizhushheysya sredy`* [Acoustics of an inhomogeneous moving medium]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 205 p.
6. Doroshenko V. E., Furlotov V. I. [On the effect of sound on a turbulent flame]. *Fizika goreniya i vzry`va*. 1969, No. 1, P. 114–121 (In Russ.).
7. Biryukov V. I., Mosolov S. V. *Akustika gazovy`x traktov zhidkostny`x raketny`x dvigateley*. [Acoustics of gas paths of liquid rocket engines. Moscow, MAI Publ., 2013, 164 p.
8. Biryukov V. I., Mosolov S. V. *Dinamika gazovy`x traktov zhidkostny`x raketny`x dvigateley*. [Dynamics of gas paths of liquid rocket engines]. Moscow, MAI Publ., 2016, 168 p.
9. Biryukov V. I., Nazarov V. P., Tsarapkin R. A. The Algorithm for Estimating Reserves of the Working Process Stability in Combustion Chambers of Liquid-Propellant Rocket Engines. *Siberian Journal of Shience and Technology*. 2017, Vol. 18, No. 3, P. 558–566 (In Russ.).
10. Biryukov V. I., Tsarapkin R. A. Damping Decrements in the Combustion Chambers of Liquid-Propellant Rocket Engines. *Russian Engineering Research*. 2019, Vol. 39, No.1, P. 6–12.
11. Biryukov V. I., Ivanov V. N., Tsarapkin R. A. Method for Predicting the Stability Limit to Acoustic Oscillations in Liquid – Propellant Rocket Engine Combustion Chambers Based on Combustion Noise. *Fizika Goreniya i Vzryva*. 2021, Vol. 57, No. 1, P. 80–89.
12. Czarapkin R. A., Biryukov V. I. [Experimental determination of the attenuation constants in the combustion chambers of liquid rocket engines]. *Vestnik mashinostroeniya*. 2018, No. 10, P. 21–27 (In Russ.).

13. Osipov A. A. [Propagation of three-dimensional acoustic perturbations in channels of variable cross-sectional area at frequencies close to the cut-off frequency]. *Izvestiya AN SSSR. Seriya Mexanika zhidkosti i gaza*. 1980, No. 6, P. 149–159 (In Russ.).
14. Rudenko A. N. [Experimental study of the frequency characteristics of nozzles with respect to longitudinal and transverse vibrations]. *Akusticheskiy zhurnal*. 1979, Vol. 20, No. 6, P. 897–906 (In Russ.).
15. Sukhinin S. V., Akhmadeev V. F. Self Oscillations in the Gas Cavity of a Solid Rocket Motor. *Fizika Goreniya i Vzryva Combustion*. 2001, Vol. 37, No. 1, P. 42–52.

© Астахов С. А., Бирюков В. И., Сизов Г. А., 2021

Астахов Сергей Анатольевич – кандидат технических наук, директор; федеральное казенное предприятие «Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем». E-mail: saastahov@yandex.ru.

Бирюков Василий Иванович – доктор технических наук, профессор; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: aviatex@mail.ru.

Сизов Георгий Алексеевич – аспирант, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). E-mail: georgisiz1994@gmail.com.

Astahov Sergei Anatolievich – Cand. Sc., director, Federal Treasury Enterprise “State Treasury Research and Testing Range of Aviation Systems”. E-mail: saastahov@yandex.ru.

Biruykov Vasily Ivanovich – professor, Dr. Sc., Moscow Aviation Institute (National Research University). E-mail: aviatex@mail.ru.

Sizov Georgiy Alekseyevich – Postgraduate Student; Moscow Aviation Institute (National Research University). E-mail: georgisiz1994@gmail.com.
