

УДК 536.2:623.5

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-4-717-736

Для цитирования: Подкопаев И. А., Подкопаев А. В., Должиков В. И. Математическая модель теплофизического нагружения малокалиберного артиллерийского ствола с вариантной дискретизацией полупелых слоев расчетной области // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 4. С. 717–736. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-4-717-736.

For citation: Podkopaev I. A., Podkopaev A. V., Dolzhikov V. I. [Mathematical model of thermophysical loading of a small-caliber artillery barrel with variant discretization of half-integer layers of the computational domain]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 4, P. 717–736. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-4-717-736.

Математическая модель теплофизического нагружения малокалиберного артиллерийского ствола с вариантной дискретизацией полупелых слоев расчетной области

И. А. Подкопаев, А. В. Подкопаев*, В. И. Должиков

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина»
Российская Федерация, 394064, г. Воронеж, ул. Старых Большевиков, 54а
*E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru

В условиях непрерывного финансирования программ Министерства обороны Российской Федерации особенно остро встает вопрос поиска наиболее результативных путей модернизации изделий вооружения и военной (специальной) техники, наработки в области которых максимальны и процессы их совершенствования могут занять не более нескольких лет. К таким изделиям, в частности, можно отнести авиационное артиллерийское оружие (ААО), перспективы использования которого сохраняются на весь период существования армии с вооружением обычного типа. Основным фактором, влияющим на качество функционирования ААО, считается теплофизическое нагружение малокалиберного артиллерийского ствола (далее – ствол) в процессе стрельбы. Проблема повышения точности определения температурного поля ствола вновь актуализирована ужесточением условий нанесения ударов по целям. На первый план выдвинулись вопросы, тесно связанные с интенсификацией режимов применения ААО. Это вопросы нагрева, охлаждения, прочности при нагреве, износа, живучести стволов, вопросы безопасности и эффективности стрельбы. Несмотря на методологическую очевидность аналитических и численных подходов формализации теплопередачи в стволе, их практическая реализация довольно сложна. Физико-математический смысл этой причины следующий: возможная неустойчивость решений; проявление осцилляций в областях больших градиентов; одновременное присутствие в областях решений сверхзвуковых, звуковых и дозвуковых зон; существование ламинарных, турбулентных течений и других нелинейных образований; нетривиальность постановки граничных условий; наличие термического сопротивления поверхностей и т. д. Однако практические нужды обеспечения безопасности и повышения эффективности огневой эксплуатации ААО диктуют необходимость получения близкого приближения рассматриваемой задачи к ее возможно существующему точному аналитическому решению. Целью работы установлено совершенствование математического аппарата, моделирующего температурное поле ствола на основе сочетания методов теплообмена и математической физики. Проверкой достоверности разработанной математической модели (далее – модель, если из контекста изложения материала ясно, что речь идет именно о предлагаемом инструментарии), установлены факты отсутствия методических ошибок при формировании составных блоков модели и повышения точности дефиниции теплового нагружения ствола на 9,4 %. Исходя из акцентов заявленной проблемы, аргументированы направления совершенствования модели.

Ключевые слова: режим стрельбы, теплопроводность, дифференциальное уравнение, разностное уравнение, аппроксимация, достоверность.

Mathematical model of thermophysical loading of a small-caliber artillery barrel with variant discretization of half-integer layers of the computational domain

I. A. Podkopaev, A. V. Podkopaev*, V. I. Dolzhikov

Air Force Military educational and scientific center
“Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin”
54a, Starykh bol'shevikov St., Voronezh, 394064, Russian Federation
*E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru

In the conditions of continuous financing of the programs of the Ministry of defense of the Russian Federation, the question of finding the most effective ways to modernize weapons and military (special) equipment, the developments in which are maximum and the processes of their improvement can take no more than a few years, is particularly acute. Such products, in particular, include aviation artillery weapons (AAO), the prospects for the use of which remain for the entire period of the army's existence with conventional weapons. The main factor influencing the quality of the AAO functioning is considered to be the thermophysical loading of a small-caliber artillery barrel (hereinafter referred to as the barrel) during firing. The problem of increasing the accuracy of determining the temperature field of the barrel is again updated by tightening the conditions for striking targets. Issues closely related to the intensification of AAO application regimes have come to the fore. These are issues of heating, cooling, thermal strength, wear, barrel survivability, issues of safety and firing efficiency. Despite the methodological evidence of analytical and numerical approaches to formalizing heat transfer in the wellbore, their practical implementation is rather complicated. The physical and mathematical meaning of this reason is as follows: possible instability of solutions; manifestation of oscillations in areas of large gradients; simultaneous presence in the solution regions of supersonic, sonic and subsonic zones; the existence of laminar, turbulent flows and other non-linear formations; non-triviality of setting boundary conditions; the presence of thermal resistance of surfaces, etc. However, the practical needs of ensuring safety and increasing the efficiency of fire operation of AAO dictate the need to obtain a close approximation of the problem under consideration to its possibly existing exact analytical solution. The aim of the work is to improve the mathematical apparatus that simulates the temperature field of the shaft based on a combination of heat transfer methods and mathematical physics. By verifying the reliability of the developed mathematical model (hereinafter referred to as the model, if from the context of the presentation of the material it is clear that we are talking about the proposed tools), the facts of the absence of methodological errors in the formation of the constituent blocks of the model and the increase in the accuracy of determining the thermal loading of the wellbore by 9.4% were established. Based on the accents of the stated problem, the directions for improving the model are argued.

Keywords: firing mode, thermal conductivity, differential equation, difference equation, approximation, reliability.

Введение

Анализ существующих тенденций развития артиллерии убедительно показывает, что в настоящее время основное внимание специалистов уделяется не столько созданию новых образцов, сколько оптимизации тактико-технических характеристик серийных типов ААО [1]. Немаловажное препятствие при изысканиях запаса функциональных возможностей ААО проявляется в явлении нагрева ствола, который циклично подвергается высоким термомеханическим нагрузкам, создаваемым режимами стрельбы. Ствол в значительной степени определяет боевые свойства ААО, так как именно в стволе реализуются баллистические характеристики и от его конструкции во многом зависит конструктивное исполнение всех элементов системы «патрон – ствол». Вследствие этого научно-техническая задача формализации температурного поля ствола представляется приоритетной задачей исследования ААО.

Физические смыслы процесса автоматической стрельбы указывают на необходимость непрерывного описания нестационарности нагрева и охлаждения ствола решением дифференциального уравнения теплопроводности и условий однозначности с переменными, непрерывными и разрывными коэффициентами [2]. Тем не менее точное решение уравнения теплофизики ограничено для некоторого круга задач. В число таких задач входит многомерная нестационарная нелинейная задача передачи теплоты в цилиндрической стенке переменного по длине сечения. Не останавливаясь на многообразных вариациях аппроксимационных схем дифференциального уравнения теплопроводности и условий однозначности в различных предметных областях, отметим наиболее успешные подходы, отработанные отечественными и зарубежными учеными. Так, в статьях [3–5] предложены схемы экспериментальных исследований и методы обработки выходных данных, обеспечивающие повышение точности определения температуры тела и расширение диапазона измерений; в публикации [6] представлена уникальная тепловая модель, разработанная на основе аппарата теории вероятностей; в работе [7] численными решениями многомерной задачи теплопроводности определены температурные поля обретенных стенок различной конфигурации; трудом [8] предложены инструменты математического моделирования (далее – моделирование) температурного поля в узлах газовых турбин, максимально учитывающие совокупность параметров в многофакторных граничных условиях пограничного слоя; в статье [9] получены корреляционные регрессионные зависимости оптимальных экстремумов нагружения стволов стрелково-пушечного артиллерийского вооружения. В качестве примеров работ подобной тематики в области авиационной артиллерийской науки можно привести публикации [10–13].

Несмотря на то, что в анализируемых трудах почти все изложение материала, естественно, носит сугубо специфический характер, некоторые идеи коллег оказались полезными при достижении цели настоящей работы.

Формирование модельной схемы исследования температурного поля ствола

Получение искомого решения поставленной задачи в нестационарной постановке с теплофизическими коэффициентами, зависящими от температуры, выполнено в последовательности, обеспечивающей поэтапную конкретизацию зависимых действий.

Поскольку ствол имеет форму ограниченного цилиндра конечной длины, при конструктивном отсутствии во внутренних сечениях ствола источников теплоты, основное уравнение теплопроводности представлено в цилиндрической системе координат в виде [2; 14; 15]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right), \quad (1)$$

где T – температура ствола; t – время; a – коэффициент температуропроводности стали ствола; z , r , θ , – радиус-вектор, аппликата и полярный угол, соответственно, цилиндрической системы координат.

Коэффициент a в уравнении (1) существенен для нестационарных тепловых процессов и характеризует скорость изменения температуры тела

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}, \quad (2)$$

где λ , c , ρ – коэффициенты теплопроводности, удельной теплоемкости и плотность, соответственно, стали ствола.

Если коэффициент теплопроводности стали ствола λ характеризует способность материала проводить теплоту, то коэффициент температуропроводности ствольной стали a является мерой теплоинерционных свойств исследуемого тела. Скорость изменения температуры в любой точке ствола будет тем больше, чем больше величина коэффициента a , что обнаруживает

проверочное условие при оперировании формулой (2), сформированной в виде таблицы зависимостей коэффициентов теплопроводности λ и удельной теплоемкости c ствольной стали от температуры ствола T [16].

Наиболее полные математические модели процессов теплообмена, протекающих в различных изделиях, имеющих разнообразные конфигурации, учитывают наличие неравномерных пространственно-временных полей у искомых величин: температур твердых тел, жидкостей, газов, тепловых потоков, интенсивностей излучения и т. д. [6–9]. Такие математические модели представляют собой системы дифференциальных уравнений в частных производных интегральных и интегродифференциальных уравнений. Однако решение рассматриваемой задачи ограничено построением модели, основанной на специфических допущениях, что объясняется следующими причинами:

- непосредственная реализация полных тепловых математических моделей возможна исключительно для элементарных объемов при несложных граничных условиях;
- применение абсолютной математической модели функционирования импульсной тепловой машины затруднено отличием границ элементов ААО и большим числом не всегда детерминированных исходных данных;
- вопрос согласования точностных характеристик физико-математических методов с предполагаемыми характеристиками машинного времени, памяти и разрядной сетки предполагает последовательное использование более упрощенных, по сравнению с полной, математических моделей, описывающих теплофизическое нагружение ствола с разной степенью детализации.

При решении задачи о возможно полном и объективном определении температурного поля нагретого стрельбой ствола принимаются следующие допущения, относящиеся к основным допущениям предметной области знаний:

- начальная температура ствола примерно равна температуре окружающей среды ($T_0 = T_2$) или соответствует ее распределению по поверхности ствола, последующие нагружения выстрелами характеризуются наличием вполне определенного температурного поля ствола перед каждым выстрелом;
- материал ствольной стали ОХН2МФА считается изотропным и однородным, т. е. коэффициенты теплопроводности λ и удельной теплоемкости c стали ствола не зависят от пространственных координат;
- контакт гильзы со стенкой патронника принимается идеальным вследствие плотного прижатия гильзы под действием давления пороховых газов (далее – газы) при выстреле;
- патрон представляется модельным концентратором температур и имитируется сосредоточенной теплоемкостью с постоянными теплофизическими характеристиками.

Первое и второе допущения о механизме теплопередачи в стволе позволяют полагать отсутствие флуктуаций температуры T на наружной и внутренней поверхностях сечений ствола после выстрела. Тогда изотермические поверхности остаются цилиндрическими, имеющими с трубой общую ось, а температура ствола T будет изменяться только в радиальном и продольном направлениях, т. е. $\partial T / \partial \theta = 0$ и $\partial^2 T / \partial \theta^2 = 0$ [2; 14]. Из трех координат, записанных в уравнении (1) для трехмерного случая, при рассмотрении прикладной осесимметричной задачи определения температурного поля ствола останутся две координаты z и r . Кроме того, так как ствол является телом вращения и симметричен относительно продольной оси, то после некоторых преобразований, проведенных с целью удобства группировки данных, формула (1) сводится к уравнению нахождения двумерного температурного поля ствола на плоскости $(0, z, r)$:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (3)$$

Здесь же следует заметить, что принятие крайних двух допущений обуславливает обсужденную выше необходимость учета в уравнении (3) зависимости коэффициентов теплопроводности λ и удельной теплоемкости c ствольной стали, входящих в выражение (2), от температуры

ствола T при исследовании прикладных вопросов безопасного нахождения очередного патрона в разогретом стрельбой стволе.

Основное дифференциальное уравнение теплофизики (3) устанавливает связь между временными и пространственными изменениями температуры в любой точке ствола, в которой происходит явление теплопроводности. Дифференциальное уравнение вида (3) может иметь бесчисленное множество решений. Выделение из этого множества решения, отображающего условия теплового взаимодействия в стволе и конкретизирующего поставленную задачу, осуществлено путем присоединения к уравнению (3) геометрических, краевых и физических условий однозначности. Под краевыми условиями однозначности далее понимается совокупность начального и граничных условий.

При аргументации геометрических условий однозначности была выбрана самая легкая в мире 30-ти миллиметровая авиационная пушка ГШ-301 с уникальной одноствольной схемой автоматики, стоящая на вооружении большей части современных и планирующаяся на оснащение перспективных комплексов авиационного вооружения. Так как ствол является симметричным телом вращения относительно продольной оси, то введение в рассмотрение усеченной области, состоящей из внутренней Γ_1 , внешней Γ_2 и вертикальных Γ_3 , Γ_4 границ, расположенных по одну сторону от продольной оси ствола, вполне достаточно. На рис. 1 показана схема осевой симметрии ствола ААО типа ГШ-301 в цилиндрической системе координат $(0, z, r)$, конкретизирующая схему, представленную в публикации [17] включением обозначений границ $\Gamma_1 - \Gamma_4$, требуемым для дальнейших уточнений. Как и прежде, ось z совпадает с продольной осью ствола, а распределение температуры в каждом расчетном поперечном сечении ствола симметрично относительно оси канала $T = T(r)$.

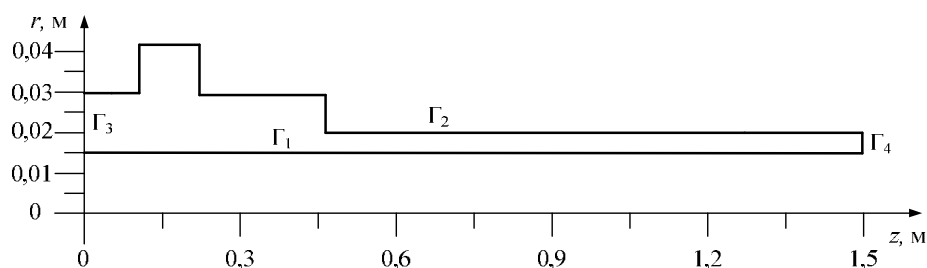


Рис. 1. Схема осевой симметрии ствола авиационной пушки ГШ-301

Fig. 1. Scheme of axial symmetry of the GSh-301 aircraft gun barrel

В процессе применения ААО полет летательного аппарата, как правило, выполняется на квазиустановившемся режиме $v_2 \approx \text{const}$ и, исходя из первого допущения, начальные условия задачи записаны в виде

$$T(z, r, 0) = T_2 = \text{const.} \quad (4)$$

Граничные условия для моделируемого процесса должны отображать условия теплового взаимодействия между окружающей средой и поверхностью тела. В общем случае граничные условия могут быть заданы несколькими способами. В теории теплопередачи различают граничные условия четырех родов [2; 14]. Граничные условия I-го рода задаются в виде распределения температур на поверхности тел. Математическое описание теплопередачи граничными условиями I-го рода применяется при заданных изменениях температур на границах тел или весьма интенсивной теплопроводности на поверхностях, когда температуры поверхностей близки между собой. Круг таких практических задач ограничен, и граничные условия I-го рода используются в основном при оценочных расчетах. Граничные условия II-го рода задаются распределением плотности теплового потока на поверхности тела. Физическая сущность условий теплообмена, отвечающих граничным условиям II-го рода, отражает нагревание и охлаж-

дение тел посредством излучения, когда теплообмен происходит главным образом по закону Ламберта – Бера при равномерном обогреве поверхности тела. Граничные условия III-го рода задаются в виде зависимости плотности теплового потока вследствие теплопроводности со стороны тела от температур поверхности тела и окружающей среды. Математическое описание процессов нагрева и охлаждения тела выполняется законом Ньютона. Аналитические выражения для граничных условий III-го рода нашли широкое применение при исследованиях теплопередачи на границах материалов и веществ. Граничные условия IV-го рода (условия сопряжения) задаются как условия непрерывности температурного поля и сохранения энергии на поверхностях соприкосновения многослойных структур.

В практике исследований теплопередачи в твердых телах, обтекаемых газовыми потоками широкое применение нашло задание граничных условий III-го рода на границе между телом и потоком. Принимая также во внимание то, что стволы являются нетеплоизолированными, при решении задачи по определению температурного поля ствола авиационной пушки ГШ-301, граничные условия зададим в виде температур окружающей среды и законов теплообмена между этой средой и поверхностью ствола, в зависимости от конструктивных характеристик и условий функционирования.

На внутренней Γ_1 и внешней Γ_2 границах ствола зададим зависимость коэффициента теплопроводности стали ствола λ от температуры газов T_1 и температуры воздуха T_2 , соответственно.

На внутренней границе Γ_1 ствола будет осуществляться конвективный теплообмен между горячими газами и каналом ствола

$$-\lambda_c \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_0} = \alpha_1 (T_1 - T), \quad (5)$$

где r_0 – внутренний радиус ствола; α_1 – коэффициент теплоотдачи от газов к каналу ствола.

Здесь и далее зависимость рассматриваемых величин от текущего времени t очевидна.

Заметим, что для расчета граничных условий теплообмена в канале ствола необходимо определение внутрибаллистических параметров газов из решения основной задачи внутренней баллистики, изложенное в статье [18].

На внешней границе Γ_2 ствола происходит конвективный теплообмен между натекающим воздухом и внешней поверхностью ствола

$$-\lambda_c \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_{y_j}} = \alpha_2 (T - T_2), \quad (6)$$

где r_{y_j} – толщина (наружные радиусы) элементов ствола; α_2 – коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности ствола к воздуху.

Разработке математической модели теплообмена внутри и в окрестностях ствола при околостенных течениях теплоносителей, позволяющей дефинировать коэффициенты теплоотдачи от газов к каналу ствола α_1 и от внешней поверхности ствола к воздуху α_2 , присутствующие в выражениях (5) и (6), соответственно, посвящена публикация [13].

В соответствии со вторым допущением, вертикальные границы ствола Γ_3 и Γ_4 считаются адиабатными, т. е. тепловым потоком через эти границы можно пренебречь:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0, \quad (7)$$

где l – длина ствола.

При очередях выстрелов канал и внешняя поверхность ствола имеют достаточно высокие температуры, поэтому необходим учет особенностей конструкции опорного образца ААО. Моделирование процесса функционирования штатной системы охлаждения авиационной пушки ГШ-301 реализовано введением локального коэффициента теплоотдачи.

В целях повышения точности моделирования температурного поля ствола выполнен учет влияния гильзы, находящейся во время выстрела в патроннике. На основании третьего допущения схематизацию переноса тепла возможно осуществить посредством описания явления теплопроводности. Так как толщина стенки гильзы сравнительно мала, предположен ее мгновенный прогрев до температуры газов при выстреле T_1 . Граничное условие на поверхности патронника в характерных точках ствола, где происходит непосредственный контакт гильзы со стенкой, сформулировано в виде граничного условия I-го рода [2; 14]

$$T(z = 0 \dots 0,175; r = 0) = T_1. \quad (8)$$

Нестационарное температурное поле ствола определимо при известном дифференциальном уравнении процесса (3) и заданных дополнительных условиях (4) – (8), полностью определяющих краевую задачу:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right); \\ -\lambda_c \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_0} &= \alpha_1 (T_1 - T); \\ -\lambda_c \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_{y_j}} &= \alpha_2 (T - T_2); \\ \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0; \quad \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0; \\ T(z = 0 \dots 0,175; r = 0) &= T_1; \\ T(z, r, 0) &= T_2 = \text{const.} \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Таким образом, при ряде упрощающих допущений, задача нагружения ствола сформулирована в завершённой форме. Однако, как отмечается в работах [2; 14; 19–22], объективное отсутствие точного аналитического решения прямых многомерных нестационарных нелинейных задач теплообмена в областях со сложной конфигурацией границ приводит к необходимости применения численных методов.

Синтез конечно-разностной схемы расчета температурного поля ствола

Для большинства конструкций сложной формы, к которым также относится и конструкция ствола, не известны и не табулированы система собственных функций и спектр собственных значений соответствующей однородной задачи [19]. Поэтому для подобных тел в этом случае удобно использовать как наиболее универсальный метод конечных разностей [19–22].

Заменена области непрерывного изменения аргумента дискретным множеством точек, пересечения которых образует узлы, т. е. построение разностной сетки (далее – сетка), а также сведение системы дифференциальных уравнений в частных производных (9) к конечно-разностной схеме, т. е. композиция системы конечно-разностных алгебраических (далее – разностных) уравнений, выполнены по аналогии с приемами, изложенными в публикации [17]. Некоторое авторское дублирование информации опосредуется сосредоточением классических физико-математических смыслов вопроса о нагреве и охлаждении ствола.

Область Ω_T непрерывного изменения аргументов искомой величины T заменена некоторым конечным множеством точек, лежащих в этой области. Точки сетки формирования конечной разности функции целочисленного аргумента T_{kj} по оси z обозначены через k , а аналогичные точки по оси r – через j . В соответствии со спецификой решаемой задачи, область Ω_T трансформируется в область $\Omega_{T_{kj}}$ расчета температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола. В соответствии с выбранной системой координат $(0, z, r)$, в направлении оси z ствол разбит на ϑ равных час-

тей $\vartheta = l / \Delta z$, а в направлении оси r на v равных частей $v = r_y / \Delta r$, где $\Delta z, \Delta r$ – шаги сетки по соответствующим координатам; r_y – максимальная толщина ствола. Для этого в направлении, перпендикулярном оси z , проведено $\vartheta - 1$ лучей и в направлении, перпендикулярном оси r , направлено $v - 1$ лучей, как представлено на рис. 2. В результате такого разбиения располагаем сеткой, состоящей из совокупности внутренних (на рис. 2 обозначены \bullet) и граничных (на рис. 2 обозначены \circ) узлов. Так как, в рассматриваемом случае $\Delta z = l / \vartheta = \text{const}$ и $\Delta r = r_y / v = \text{const}$, то множество узлов z_k , определяемых точками с номерами $k = 0, 1, 2, \dots, K_\vartheta$ и множество узлов r_j , определяемых точками с номерами $j = 0, 1, 2, \dots, J_v$, представляет собой равномерную пространственную сетку в области $\Omega_{T_{kj}}$.

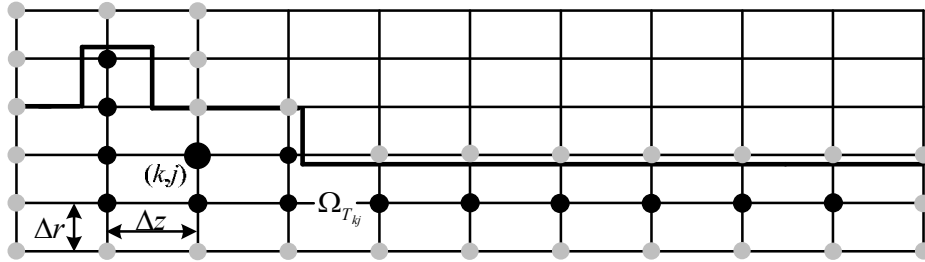


Рис. 2. Сеточная схема ствола авиационной пушки ГШ-301

Fig. 2. Grid diagram of the GSh-301 aircraft gun barrel

В отличие от предыдущей версии [17], здесь рассмотрены два возможных подхода к заданию геометрических условий однозначности при несовпадении граничных узлов сетки с границами ствола. Одним из них является введение дополнительных узлов в точках несовпадения линий сетки с элементами геометрии ствола. Второй подход заключается в том, что геометрия ствола аппроксимируется линиями, проходящими через граничные узлы сетки и геометрические условия однозначности переносятся на эти линии. Вследствие нецелесообразности введения дополнительных узлов, приводящего к значительному усложнению задачи построения разностной схемы, второй подход оказался более предпочтительным, так как он не вносит дополнительных трудностей в написание разностных уравнений. Аппроксимация геометрии ствола реализована его условным разбиением на конечное число секций, каждая из которых характеризуется длиной и толщиной, которые приведены к шагам пространственной сетки Δz и Δr по осям z и r , соответственно.

По аналогии с сеткой для пространственной области $\Omega_{T_{kj}}$ вводится временная сетка области Ω_{T_j} расчета величины T^i во множестве узлов τ_i , определяемых точками $i = 0, 1, 2, \dots, I_0$, где i и I_0 – текущая и граничная, соответственно, точки сетки формирования конечной разности температуры ствола T по времени t . Шаг сетки по времени t обозначен Δt .

Решение нестационарной задачи теплопроводности в стволе предопределяет безусловное пересечение одномерных по каждому из направлений пространственных сеток с временной сеткой в следующем виде:

$$\Omega_{T_k T^i} = \Omega_{T_k} \times \Omega_{T^i} = \left[\begin{array}{l} (z_k, \tau_i), z_{k+1} = z_k + \Delta z, \tau_{i+1} = \tau_i + \Delta t; \\ k = 0, 1, 2, \dots, K_\vartheta; i = 0, 1, 2, \dots, I_0; \\ z_0 = 0, z_{K_\vartheta} = 1,5 \text{ м}, \tau_0 = 0, \tau_{I_0} = t. \end{array} \right]$$

$$\Omega_{T_j T^i} = \Omega_{T_j} \times \Omega_{T^i} = \left[\begin{array}{l} (r_j, \tau_i), r_{j+1} = r_j + \Delta r, \tau_{i+1} = \tau_i + \Delta t; \\ j = 0, 1, 2, \dots, J_v; i = 0, 1, 2, \dots, I_0; \\ r_0 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}, r_{J_v} = 42 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \tau_0 = 0, \tau_{I_0} = t. \end{array} \right], \quad (10)$$

выражение (10) образует трафарет пространственно-временной сетки, схема которого по продольной координате z изображена на рис. 3.

Для построения разностных аналогов дифференциальных операторов системы уравнений (9) использован метод формальной замены производных конечно-разностными отношениями. Данный метод наиболее обоснован и применим в задачах подобного класса и основывается на разложении в ряд Тейлора достаточно гладких функций, что, как правило, позволяет сохранить локальные свойства дифференциальных уравнений [15]. Кроме того, метод аппроксимации производных рядами Тейлора имеет два основных преимущества:

- когда размер элементарной ячейки стремится к нулю, разностное уравнение приводится к дифференциальному уравнению, т. е. обеспечивается совместимость уравнений, что является важным критерием устойчивости;

- разностные уравнения любой степени точности могут быть получены добавлением или отсоединением необходимого числа членов в аппроксимирующих рядах, а при необходимости математической проверки, точность аппроксимации оценивается по отброшенным членам ряда.

Наиболее естественный способ замены производной основывается на определении производной (например, по координате z) как предела [15; 19]:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} [T(z + \Delta z) - T(z)] \frac{1}{\Delta z}. \quad (11)$$

Если в равенстве (11) зафиксировать шаг Δz , то получим приближенную формулу для первой производной, выраженной через конечные разности.

Для так называемого правого разностного отношения или разности «вперед»:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \approx [T(z + \Delta z) - T(z)] \frac{1}{\Delta z}. \quad (12)$$

Аналогично вводится левое разностное отношение (разность «назад»), записываемое в виде

$$\frac{\partial T}{\partial z} \approx [T(z) - T(z - \Delta z)] \frac{1}{\Delta z}. \quad (13)$$

При решении задач теплопроводности необходимо аппроксимировать и вторую производную. Для второй производной рассматривается линейная комбинация отношений (12) и (13):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \approx [T(z + \Delta z) - 2T(z) + T(z - \Delta z)] \frac{1}{\Delta z^2}. \quad (14)$$

Каждый переход на 1 шаг «вперед» условно обозначен через «+1», а «назад» – через «-1». Тогда для k -й точки сетки формирования конечной разности величины T_{kj} по оси z правое разностное соотношение (12) преобразуется к виду

$$\frac{\partial T}{\partial z} = (T_{k+1} - T_k) \frac{1}{\Delta z}. \quad (15)$$

Аналогично преобразуется левое разностное отношение (13):

$$\frac{\partial T}{\partial z} = (T_{k+1} - T_k) \frac{1}{\Delta z}. \quad (16)$$

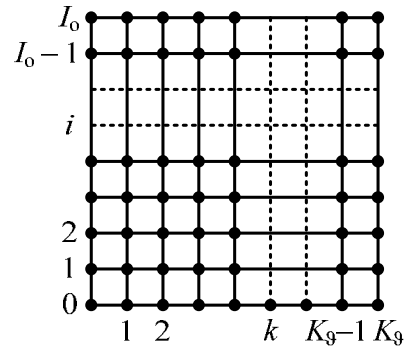


Рис. 3. К выбору пространственно-временной сетки (на примере пространственной координаты z и времени t)

Fig. 3. On the choice of a space-time grid (on the example of the spatial coordinate z and time t)

Разностный аналог второй производной, соответствующий формуле (14), представлен отношением

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = (T_{k+1} - 2T_k + T_{k-1}) \frac{1}{\Delta z^2}. \quad (17)$$

Формулы (11)–(17) и их обоснования справедливы также и при замене разностными соотношениями производной по координате r в системе уравнений (9). В этом случае в уравнениях-аналогах вместо переменной z будет присутствовать переменная r , а индекс k будет замещен индексом j . Обнаруженные аналогии будем иметь в виду далее, иногда не прибегая к прямой детализации разностной схемы по пространственной переменной r .

При построении соотношений, аппроксимирующих в системе уравнений (9) временную производную $\partial T/\partial t$, допустимо использование значений температур в kj -точках сечений ствола в различные моменты времени: $T_{k,j,i}$, $T_{k,j,i-1}$, $T_{k,j,i-2}$, Однако в практике решения большинства прикладных задач теплопроводности в подавляющем большинстве случаев используются исключительно двухслойные (по времени t) разностные схемы, аппроксимирующие значения искомых температур на текущей i -й и предыдущей $(i-1)$ -й временной точке. Значительно реже учитываются значения температур в $(i-2)$ -й момент времени получением трехслойных разностных схем [19–22].

При получении вариантов двухслойных разностных схем, производная по времени аппроксимируется временной разностью «назад»:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = (T^i - T^{i-1}) \frac{1}{\Delta \tau}. \quad (18)$$

Пространственные дифференциальные операторы при двухслойной разностной схеме аппроксимируются также на основе значений температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола в i -й и $(i-1)$ -й моменты времени. При этом возможны два предельных случая.

В первом случае в аппроксимации задействованы только значения температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола для текущего i -го момента времени. Так, для пространственной переменной z одномерная пространственно-временная аппроксимация первого дифференциального оператора системы уравнений (9) будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = (T_{k+1}^i - 2T_k^i + T_{k-1}^i) \frac{1}{\Delta z^2}. \quad (19)$$

Во втором случае при аппроксимации используются только значения температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола для предыдущего момента времени $(i-1)$:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = (T_{k+1}^{i-1} - 2T_k^{i-1} + T_{k-1}^{i-1}) \frac{1}{\Delta z^2}. \quad (20)$$

В соответствии с вариантами (18)–(20) представим два типа разностных уравнений, аппроксимирующих первое уравнение системы (9) в одномерной версии:

$$\frac{1}{a} \frac{T_k^i - T_k^{i-1}}{\Delta \tau} = (T_{k+1}^i - 2T_k^i + T_{k-1}^i) \frac{1}{\Delta z^2}; \quad (21)$$

$$\frac{1}{a} \frac{T_k^i - T_k^{i-1}}{\Delta \tau} = (T_{k+1}^{i-1} - 2T_k^{i-1} + T_{k-1}^{i-1}) \frac{1}{\Delta z^2}. \quad (22)$$

Разностное уравнение вида (22) позволяет выразить решение задачи теплопроводности в стволе в явном виде на i -м временном слое через известные решения на предыдущем $(i-1)$ -м слое. Разностное уравнение (22) образует явную разностную схему. Алгоритмы численного расчета системы уравнений (9) по явной разностной схеме достаточно компактны при программировании, но предъявляют требования к машинному времени.

Разностная схема, заданная разностным уравнением вида (21), сложнее, поскольку в каждое разностное уравнение вида (21), кроме неизвестного решения для k -й пространственной точки,

входят еще два искомых решения для соседних $(k - 1)$ -й и $(k + 1)$ -й пространственных точек. Все искомые решения оказываются «завязанными» друг с другом в общую невырождающуюся систему разностных уравнений. Таким образом, в данном случае на каждом i -м временном слое решения определяются не по явным формулам вида (22), а из решения системы $(K_9 - 1)$ разностных уравнений, вследствие чего разностная схема, заданная разностным уравнением вида (21) неявна. Эффективные алгоритмы решения системы уравнений (9) по неявной разностной схеме значительно сложнее алгоритмов численного расчета по явной разностной схеме, но время решения задачи может быть существенно уменьшено рациональным выбором шагов Δz , Δr и Δt .

Очевидному отличию в поведении решений, полученных в случаях воплощения шаблона рис. 3 по явной (22) и неявной (21) разностным схемам, можно дать надлежащее физико-математическое объяснение. Значение производной по времени при явной разностной схеме (22) вычисляется по значениям искомой функции в начале временного интервала, поэтому приращение $(T_k^i - T_k^{i-1})$ не зависит от получаемых значений, а абсолютная величина этого приращения пропорциональна шагу. В результате при некотором критическом шаге Δt могут быть получены новые значения T_k^i , противоречащие физическому смыслу задачи (например, падение температуры ствола T на i -м временном слое по сравнению с $(i - 1)$ -м временным слоем при продолжении воздействия температуры газов T_1). В неявной же разностной схеме (21) приращение $(T_k^i - T_k^{i-1})$ зависит от всех значений T_k^i на новом временном слое, т. е. имеется своеобразная «обратная связь», не позволяющая получать абсурдные приращения сеточной функции. Тем не менее практика решения реальных задач совершенно не исключает целесообразности включения явной разностной схемы в трафарет, показанный на рис. 3. Во-первых, при описании исследуемых быстропротекающих процессов преимущество неявной схемы, заключающееся в более свободном выборе величины временного шага Δt , может не проявиться. Во-вторых, явные схемы более удобны в ресурсоемкости, тем более при счете на вычислителях с несколькими параллельными процессорами, которые получили широкое распространение в настоящее время.

Вследствие равномерности сетки по всем пространственным координатам, факт разностной аппроксимации дифференциального оператора для переменной r при каждом значении z в любой локальной точке как по обособленной координате r , так и при совместном решении задачи с временной переменной t можно показать аналогичным образом.

Одним из важнейших достижений вычислительной математики является разработка разнообразных разностных схем для решения многомерных уравнений теплофизики в частных производных [19–22]. Стремлению к получению близкого приближения задачи температурного нагружения ствола к ее возможно существующему точному аналитическому решению способствовали селекция и некоторые приемы преобразования продольно-поперечной разностной схемы метода двумерной прогонки Писмена – Рэкфорда. К основным достоинствам предпочтенной явно-неявной разностной схемы относятся: сочетание сильных сторон явных разностных схем (малые затраты машинного времени на шаге по времени Δt) и неявных разностных схем (безусловная устойчивость, т. е. способности обеспечивать точность решения при любой степени подробности сетки); возможности применения к многомерным областям и совместно протекающим процессам; приспособленность к компиляции эффективных машинных кодов на быстродействующей вычислительной технике с достаточно большим объемом оперативной памяти.

Протекание двухмерного по пространственным шагам Δz и Δr физического процесса нагрева и охлаждения ствола на каждом временном шаге Δt доставляется как результат последовательной реализации одномерных процессов, каждый из которых начинается от распределения температурного поля ствола, возникшего после окончания предыдущего одномерного процесса. На основе такого представления, называемого расщеплением [20; 22], моделирование одномерных процессов проводится в неявном виде, а последовательное действие процессов учитывается по существу явным образом. При заданных граничных условиях и одинаковой во всех точках начальной температуре T_0 в области ствола сложной формы, оптимальность решения достигается сведением многомерной задачи на каждом шаге по времени Δt к набору одномерных задач, решаемых методом прогонки.

Специфика устойчивости неявной аппроксимации локально-одномерных задач при любом дроблении шага по времени $\Delta\tau$ обусловила способ повышения точности образования массива температур ствола T . Сущность способа заключается в выборе на временной сетке шаблона, содержащего полувцелый слой:

$$\tau_{i+1/2} = \frac{\tau_{i+1} - \tau_i}{2} = 0,5 \cdot \Delta\tau, \tag{23}$$

как показано на рис. 4.

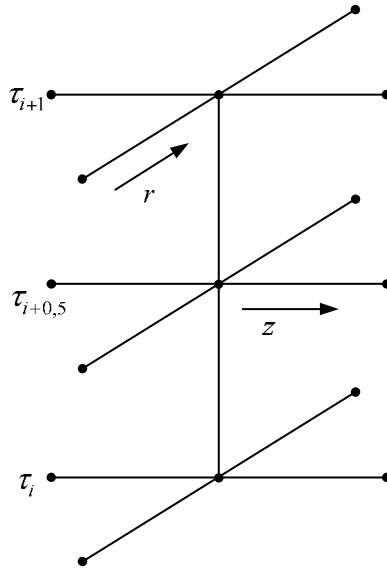


Рис. 4. К выбору временного шаблона продольно-поперечной разностной схемы методом двумерной прогонки Писмена – Рэкфорда

Fig. 4. To the choice of the time template of the longitudinal-transverse difference scheme by the method of two directions of Peaceman-Rackford

Тогда, с учетом разностных уравнений (21) и (22), разностного соотношения (23), а также обсужденных пространственных аналогий, конечно-разностная аппроксимация первого уравнения системы (9) по продольно-поперечной разностной схеме для направления z при любом значении r будет иметь вид

$$\frac{1}{a} \frac{T_{kj}^{i+1/2} - T_{kj}^i}{0,5 \cdot \Delta\tau} = \frac{T_{(k+1)j}^{i+1/2} - 2T_{kj}^{i+1/2} + T_{(k-1)j}^{i+1/2}}{(\Delta z)^2} + \frac{r_j T_{k(j+1)}^i - (r_{j-1} + r_j) T_{kj}^i + r_{j-1} T_{k(j-1)}^i}{r_j (\Delta r)^2}. \tag{24}$$

Граничные и начальные условия по координате z при каждом фиксированном значении r аппроксимируются следующим образом:

– начальное условие:

$$\left. \begin{aligned} i = 0 & \quad T_{kj}^0 = T_2, \\ i > 0 & \quad T_{kj}^i = T_{kj}^{i+1}. \end{aligned} \right\}; \tag{25}$$

– граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} T_{1j}^{i+1/2} &= T_{2j}^{i+1/2}, \\ T_{K_9 j}^{i+1/2} &= T_{(K_9-1)j}^{i+1/2}. \end{aligned} \right\}. \tag{26}$$

При синтезе модифицированной двухслойной разностной схемы решение нестационарной задачи теплопроводности на отдельном слое можно рассматривать как начальное условие для

последующих слоев. Следовательно, конечно-разностную аппроксимацию первого уравнения системы (9) для направления r при любом значении z запишем в виде

$$\frac{1}{a} \frac{T_{kj}^{i+1/2} - T_{kj}^i}{0,5 \cdot \Delta\tau} = \frac{r_j T_{k(j+1)}^{i+1} - (r_j + r_{j-1}) T_{kj}^{i+1} + r_{j-1} T_{k(j-1)}^{i+1}}{r_j (\Delta r)^2} + \frac{T_{(k+1)j}^{i+1/2} - 2T_{kj}^{i+1/2} + T_{(k-1)j}^{i+1/2}}{(\Delta z)^2}. \quad (27)$$

Граничные и начальное условия по координате z при каждом фиксированном значении r аппроксимируются следующим образом:

– начальное условие:

$$T_{kj}^{i+1} = T_{kj}^{i+1/2} + T_{kj}^{i+1/2} - \text{решение уравнения (24)}; \quad (28)$$

– граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} -\lambda_c \frac{T_{k1}^{i+1} - T_{k2}^{i+1}}{\Delta r} &= \alpha_1 (T_{1,k}^{i+1} - T_{k1}^{i+1}), \\ -\lambda_c \frac{T_{k(J_v-1)}^{i+1} - T_{kJ_v}^{i+1}}{\Delta r} &= \alpha_2 (T_{kJ_v}^{i+1} - T_{2,k}^{i+1}). \end{aligned} \right\}. \quad (29)$$

Исключая возможные разночтения, заметим, что в разностном соотношении (29) через $T_{1,k}^{i+1}$ и $T_{2,k}^{i+1}$ обозначены, соответственно, температуры газов и воздуха в k -й пространственной точке сетки на $(i+1)$ -м временном слое.

Из уравнений (24), (27) видно, что в сконструированной разностной схеме переход от i -го к $(i+1)$ -му временному слою совершается в два этапа с шагами $0,5 \cdot \Delta\tau = 0,5 \cdot (\tau_{i+1} - \tau_i)$. Наряду с основными значениями сеточной функции T_{kj}^i и T_{kj}^{i+1} , вводятся промежуточные значения $T_{kj}^{i+1/2}$, которые формально рассматриваются как значения T_{kj} при $(\tau_{i+1} - 2\tau_{i+1/2})$. Соотношение (24) содержит три неизвестных величины $T_{(k+1)j}^{i+1/2}, T_{kj}^{i+1/2}, T_{(k-1)j}^{i+1/2}$, значения $T_{k(j+1)}^i, T_{kj}^i, T_{k(j-1)}^i$ определены на исходном слое путем интегрирования систем уравнений внутренней и промежуточной баллистики [18], т. е. соотношением (24) разностная схема классифицируется неявной по координате z и явной по координате r . При любом значении r численное решение может быть найдено методом прогонки по направлению z . Искомые значения температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола связаны между собой «по горизонталям» и «по вертикалям». Причем неизвестные любой внутренней горизонтальной прямой «взаимодействуют» на временном полуслое исключительно с неизвестными двух соседних прямых – верхней и нижней. Далее соотношением (27), содержащим три неизвестных величины $T_{k(j+1)}^{i+1/2}, T_{kj}^{i+1/2}, T_{k(j-1)}^{i+1/2}$, значения $T_{(k+1)j}^{i+1/2}, T_{kj}^{i+1/2}, T_{(k-1)j}^{i+1/2}$ регистрированы прогонкой по направлению z при значениях r , разностная схема переводится в вид неявный по координате r и явный по координате z . Поэтому окончательное распределение температуры T_{kj} в kj -точках сечений ствола находится прогонкой по направлению r при любом значении z , где переход между временными слоями совершается также полушагами в продольном и поперечном направлениях, соответственно, вдоль строк и столбцов на сетке.

Проблема оптимального выбора шагов сетки $\Delta z, \Delta r, \Delta\tau$ и тем самым количества ее узлов является непростой. С одной стороны, чем большая требуется точность, тем более мелкий шаг желателен. С другой стороны, слишком мелкий шаг значительно повышает требования к быстрдействию и объему памяти вычислительных машин. Очевидно, должны существовать некоторые сетки с оптимальным числом узлов. Оптимизацию сетки будем осуществлять исходя из условий наилучшей сходимости результатов численного расчета с вероятно существующим истинным аналитическим решением и заимствованными экспериментальными данными.

В первую очередь, для наиболее точного определения температурного поля ствола, задачу целесообразно решать с учетом конфигурации нарезов, поскольку их наличие приводит к неравномерности распределения температуры по периметру нарезной части канала ствола [9; 10]. Первоначальное требование несравненной малости величина Δr шага сетки по оси r в отношении к высоте поля нарезки очевидно. В общем, величина Δr шага сетки по оси r назначена по приближенной зависимости стационарных и линейных компонентов [23]:

$$\Delta r \approx \frac{\lambda \cdot \Delta T}{\alpha_1 (T_1 - T_0 - \Delta T)},$$

где ΔT – градиент температуры на поверхности теплообмена (для ААО $\Delta T \leq 323$ К).

Так как скорость снаряда (газов) при выстреле v_1 во времени t и по длине ствола l постепенно возрастает, достигая значения v_d у дульного среза ствола, то такая особенность не позволяет построить равномерную сетку по времени $\Delta \tau$, поскольку по длине ствола l величина шага Δz сетки по оси z так же будет увеличиваться. Это, в свою очередь, может привести к тому, что точность результатов решения, полученных в различных точках области дискретного изменения аргументов $\Omega_{T_{kj}}$ величины T_{kj} , будет существенно отличаться между собой, что недопустимо. Учитывая также и то, что вычисления на каждом i -м временном слое производятся как на основании значения предыдущего $(i - 1)$ -го, так и предшествующего $(i - 0,5)$ -го временного слоя, ошибка будет накапливаться достаточно быстро. В целях исключения этого события при расчете нагрева ствола в течение времени движения снаряда (газов) по каналу ствола t_d целесообразно использовать переменный шаг по времени $\Delta \tau \neq \text{const}$, назначенный при решении основной задачи внутренней баллистики [18]. Далее в течение времени периода последствия $t_{п}$ и в интервалах времени между очередями выстрелов Δt устанавливается постоянный шаг по времени:

$$\Delta \tau = \begin{cases} 0,0002 \frac{l}{v_1(t)}, & \text{если } t \leq t_d; \\ 0,0002 \frac{l}{v_d}, & \text{если } t > t_d. \end{cases} \quad (30)$$

В отличие от пространственной сетки множество узлов τ_i , определяемых точками $i = 0, 1, 2, \dots, I_0$, представляет собой неравномерную временную сетку в области Ω_{T_i} .

Обоснование величины Δz шага сетки по оси z , обеспечивающего желаемую точность решения, произведено с применением условия устойчивости явных компонентов разностной схемы (24)–(29) [20; 22], включающего, в том числе, постоянство шага по времени $\Delta \tau$ нижней части формулы (30):

$$\frac{(\Delta z)^2}{\Delta \tau} \geq 2a, \quad \text{при } \Delta \tau = \text{const}, a = \text{const}. \quad (31)$$

Формула (31) предьявляет жесткую связь величины Δz шага сетки по оси z со значениями Δt шага сетки по времени t , поскольку точность решения задачи непосредственно зависит от правильности выбора последнего. Из условия устойчивости (31) следует руководство к действию – измельчение пространственной сетки должно сопровождаться измельчением и временной сетки. Например, при увеличении числа пространственных узлов z_k в 4 раза, требуется увеличить число шагов по времени t разностной сетки $\Delta \tau$ в 16 раз. Ранее необходимость соблюдения условия (31) приводила к тому, что при определении величины шага Δt в решении реальных нестационарных задач теплофизики, исходение только из характера протекания изучаемого физического процесса не представлялось возможным. Это в ряде случаев приводило к неприемлемым затратам машинного времени. Кроме того, при неоправданно большом числе временных

узлов τ_i наблюдалось появление погрешности округления, возникающей при численном счете в вычислителях ранних поколений.

Свойство устойчивости явной части разностной схемы (24)–(29) установлено также на практике путем констатации отсутствия «разболтки» численного решения в процессе пробных расчетов.

При рассмотрении свойства аппроксимации образованной разностной схемы (24)–(29) введено специальное понятие так называемой суммарной аппроксимации [20; 22] локально-одномерных разностных схем, которое заключается в следующем. Каждое из промежуточных разностных уравнений (24) или (27) в отдельности могут не обладать свойством аппроксимации. Однако невязка, возникающая на первом временном полушаге, как правило, компенсируется на втором временном полушаге при корректном сочетании пространственных шагов Δz , Δr и временного шага Δt , так что в целом получается погрешность аппроксимации, стремящаяся к нулю при поставленной степени подробности пространственно-временной сетки.

Подобный путь дискретизации расчетной области следует признать хотя и трудоемким, но и наиболее приемлемым для решения прикладной задачи теплофизики.

Тем самым дискретное множество точек сетки характеризуется координатами и параметрами:

$$\begin{aligned} z_k &= (k-1) \cdot \Delta z, \Delta z = 0,001 \text{ м}, k = \overline{1,151}; \\ r_j &= r_0 + (j-1) \cdot \Delta r, \Delta r = 0,125 \cdot 10^{-3} \text{ м}, j = \overline{1,161}; \\ \tau_i &= (i-1) \cdot \Delta t, \\ \tau_{i+1/2} &= 0,5 \cdot \Delta t, i = 0, t. \end{aligned}$$

Таким образом, полученные выражения (24)–(29) составляют способ численного решения краевой задачи (9) определения сеточных температур ствола T_{jk}^i . Учет нелинейности I-го рода при численном решении системы уравнений (9) организован итерационным процессом, при котором определение очередного приближения проводится путем включения линейного решения, в котором коэффициенты теплопроводности λ и удельной теплоемкости c ствольной стали рассчитаны по значениям температур ствола T , найденным на предыдущей итерации. Формирование нестационарного температурного поля ствола авиационной пушки ГШ-301 в целом выполнимо программной организацией матрицы значений T_{jk}^i при исследовании режимов применения ААО.

В трудах [19–22] доказано, что при наличии аппроксимации и устойчивости всегда будет иметь место и сходимость всех типов разностных схем. Тем не менее этот факт не исключает научно-методического значения процедуры проверки улучшения сходимости результатов моделирования теплофизического нагружения системы в сравнении с известными результатами.

Проверка достоверности теплофизической модели нагружения ствола

Прикладным исследованиям качества ААО предшествует проверка разработанной модели на адекватность отражения моделируемых теплофизических процессов, происходящих в газодинамической импульсной машине. Установление совокупности свойств модели, обуславливающих ее пригодность к проведению разноплановых численных экспериментов, возможно по направлениям сравнения результатов моделирования с опытными данными, а также с известными осредненными результатами некоторых теоретических работ, которые наиболее близки к экспериментальным данным. Такой подход позволяет значительно повысить достоверность выводов.

Исходя из этих позиций, проверка степени объективного отображения результатами счета действительных значений основного параметра производилась численным моделированием отработанного на полигоне процесса нагрева и остывания поверхности ствола при и после отстрела боевого комплекта в 75 патронов. Содержание режимов ведения огня и условий применения ААО ограничиваются типом информации, не предполагающей дальнейших конкретизаций. Совместные результаты натурного эксперимента и расчета показаны в виде графиков зависимости температуры ствола T от времени t на рис. 5.

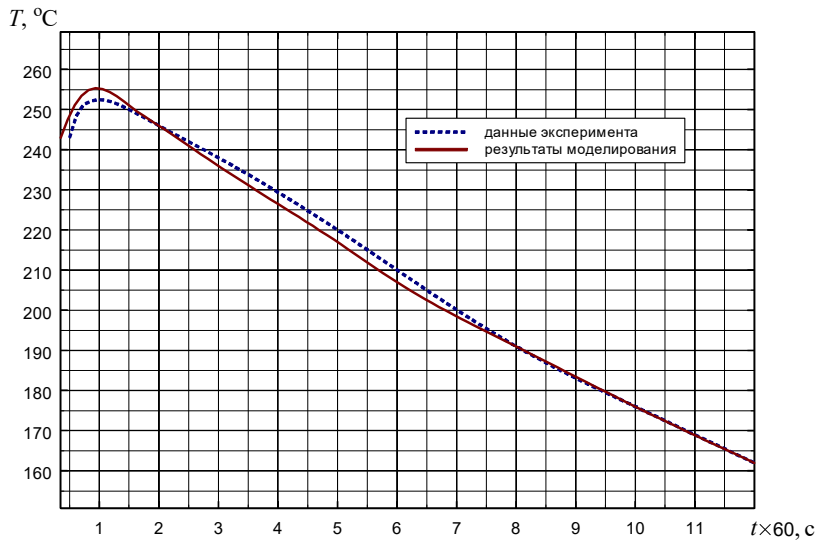


Рис. 5. Зависимость температуры ствола авиационной пушки ГШ-301 в районе компенсатора от времени при отстреле боевого комплекта в 75 патронов

Fig. 5. Dependence of the barrel temperature of the GSh-301 aircraft gun in the area of the compensator on time when firing a combat set of 75 rounds of ammunition

Анализ полученных результатов показывает, что имеется достаточно хорошая корреляция между экспериментами и расчетными данными. Удовлетворительное согласование результатов моделирования с данными, полученными экспериментально, подтверждается тем фактом, что осредненная относительная ошибка определения температуры ствола T в реперном сечении не превышает 0,6 %. В большинстве работ в области авиационной артиллерийской науки, в том числе и в трудах соавтора статьи, расхождения этой величины в численных и натуральных экспериментах составляет около 10 % [9; 11].

Таким образом, повышение точности имитации теплового нагружения ствола на 9,4 % достигнуто:

- учетом нелинейности теплофизических свойств материала стали ствола $\lambda(T)$, $c(T)$;
- выбором вероятно близких к оптимальным значений шагов сетки Δz , Δr по соответствующим координатам z , r , а также величины шага Δt по времени t в теплофизической модели нагружения ствола;
- действенным сочетанием достоинств явных и неявных разностных схем в построенной явно-неявной разностной схеме конечно-разностной аппроксимации задачи теплообмена в теле сложной геометрической формы.

Формализация теплофизических процессов распространения тепла в термонагруженном элементе ААО логически завершена пакетом прикладных программ, предназначенным для расчета теплового состояния ствола во время стрельбы и определения безопасных режимов ведения огня для диапазона условий полета самолета-носителя [24]. Алгоритмы численного расчета системы уравнений (9) по соответствующей ей конечно-разностной схеме (24)–(29) отлажены с использованием программного продукта Microsoft Developer Studio, среды Fortran Power Station 4.0 и алгоритмического языка ФОРТРАН-90.

Перспективы дальнейшего совершенствования модели

Программная организация расчета температурного поля ствола при применении ААО сводится к многократному (по режимам стрельбы) решению системы уравнений (24)–(29) при начальном распределении температуры ствола T , которое устанавливается к началу очередного выстрела и определяется при решении той же системы уравнений (24)–(29) для предыдущего выстрела. Предлагаемый инструментарий позволяет адекватно имитировать температурное по-

ле ствола в различных условиях ведения огня и создавать базис для композиции предельных эффективных режимов стрельбы.

Вместе с тем существуют практические приложения среднего специального машиностроения, для которых некоторые из принятых в работе допущений приходится снимать. Так, при анализе нагрева ствола в районе газоотводных отверстий газовой автоматики или наддульных устройств обязательно учитывают локальные теплоперетоки в элементах, присоединенных к стволу. Тогда следует переходить к гораздо более сложной трехмерной постановке в координатах $(0, z, r, \theta)$. Потребность решения трехмерных задач теплообмена не исключается при анализе эффективности ребер или каналов охлаждения, теплового состояния нарезки и учета технологической разностенности ствола. Кроме того, при исследовании механизма износа ствола при анализе термонапряженного состояния тонкого поверхностного слоя металла, прилегающего к поверхности канала, неизбежен учет зависимости теплофизических характеристик ствольной стали не только от температуры, но и от пространственных координат. При практических расчетах все чаще приходится отказываться и от допущения о постоянстве теплофизических характеристик патрона. Расчеты по так называемым «мгновенным» значениям теплофизических характеристик элементов боеприпаса, находящегося в стволе в перерывах между автоматической стрельбой, способствуют уточнению термодинамического состояния системы «патрон – ствол», теснее увязывают его с боевыми свойствами ААО.

Для получения более полной информации о точностных характеристиках модели желательно дополнительно провести серию летных экспериментов, обеспечивающих естественные условия теплового нагружения ствола. Тогда оценка осредненной относительной ошибки в моделировании нагрева и охлаждения ствола будет, несомненно, более объективной.

Заключение

Согласованием точностных характеристик физико-математических методов решения задач теплообмена и сопрягаемых задач с колоссальными характеристиками быстродействия, памяти и разрядной сетки современных вычислителей синтезирована модель повышенной точности, отличающаяся от известных вариантов переменного выбора шага шаблона-сетки ствола авиационной пушки ГШ-301. Прикладное значение модели продемонстрировано доступностью приемов ее адаптации к разрешению других вопросов термодинамики и механики прочности стволов.

Библиографические ссылки

1. Комплексы авиационного вооружения / под ред. В. А. Конуркина. М. : ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 2005. 947 с.
2. Сапожников С. В., Китанин Л. В. Техническая термодинамика и теплопередача. СПб. : СПбГТУ, 1999. 319 с.
3. Деревянко В. А., Макуха А. В. Измерение распределения температуры с помощью трехпроводной системы датчиков на основе термисторов // Сибирский журнал науки и технологий. 2019. Т. 20, № 3. С. 334–343.
4. Анализ экспериментальных данных по плавлению и движению расплава металла по цилиндрической поверхности / П. Д. Лобанов, Э. В. Усов, А. И. Светоносков и др. // Теплофизика и аэромеханика. 2020. № 3. С. 483–490.
5. Cruz C., Marshall A. Surface and gas measurements along a film cooled wall // Thermophysics and Heat Transfer. 2007. No. 21. P. 181–189.
6. Гусев С. А., Николаев В. Н. Параметрическая идентификация теплового состояния радиоэлектронного оборудования в приборном отсеке самолета // Сибирский журнал науки и технологий. 2019. Т. 20, № 1. С. 62–67.
7. Васильев Е. Н. Расчет характеристик теплообмена оребренной стенки // Сибирский аэрокосмический журнал. 2020. Т. 21, № 2. С. 226–232.
8. Зуев А. А., Арнольд А. А., Ходенкова Э. В. Теплоотдача в поле центробежных сил для элементов газовых турбин // Сибирский аэрокосмический журнал. 2020. Т. 21, № 3. С. 364–376.

9. Исследование термоэрозионной стойкости стволов методом планирования эксперимента / В. Ф. Захаренков, О. Г. Агошков, В. А. Девяткин и др. // *Фундаментальные основы баллистического проектирования : материалы III Всерос. науч.-техн. конф. (2–6 июня 2012, г. Санкт-Петербург) : в 2 т. / Балтийский гос. техн. ун-т «Военмех». Санкт-Петербург, 2012. Т. 1. С. 79–86.*
10. Ашурков А. А., Лазовик И. Н., Никитенко Ю. В. Исследование процесса износа стволов импульсных тепловых машин комплексов авиационного вооружения // *Проблемы повышения боевой готовности, боевого применения, технической эксплуатации и обеспечения безопасности полетов летательных аппаратов с учетом климатических условий Сибири, Забайкалья и Дальнего Востока : материалы XIII Всерос. науч.-техн. конф. (25–27 июня 2003, г. Иркутск) : в 2 ч. / ИВАИИ. Иркутск, 2003. Ч. 1. С. 97–100.*
11. Экспериментальные исследования предельных тепловых нагрузок на ствол скорострельной пушки / А. В. Подкопаев, Н. Ф. Крайнов, И. Н. Лазовик и др. // *Проблемы повышения боевой готовности, боевого применения, технической эксплуатации и обеспечения безопасности полетов летательных аппаратов с учетом климатических условий Сибири, Забайкалья и Дальнего Востока : материалы XIII Всерос. науч.-техн. конф. (25–27 июня 2003, г. Иркутск) : в 2 ч. / ИВАИИ. Иркутск, 2003. Ч. 1. С. 127–129.*
12. Даниленко Р. А., Подкопаев А. В. Синтез математической модели функционирования системы «оружие – патрон» на основе решения квазилинейного нестационарного уравнения теплопроводности // *Академические Жуковские чтения : материалы V Всерос. науч.-практ. конф. (22–23 ноября 2017, г. Воронеж) / ВУНЦ ВВС «ВВА». Воронеж, 2018. С. 67–73.*
13. Подкопаев А. В. Способ определения коэффициента теплоотдачи для расчета температурного поля ствола скорострельного артиллерийского орудия // *Современное состояние и перспективы развития летательных аппаратов, их силовых установок и комплексов авиационного вооружения : материалы Всерос. науч.-практ. конф. (16–17 мая 2012, г. Воронеж) : в 12 ч. / ВУНЦ ВВС «ВВА». Воронеж, 2012. Ч. 3. С. 202–204.*
14. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М. : Энергоиздат, 1981. 416 с.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М. : Наука, 1984. 832 с.
16. Справочник по авиационным материалам и технологии их применения / под ред. В. Г. Александрова. М. : Транспорт, 1979. 242 с.
17. Идентификационно-имитационная математическая модель теплофизического нагружения малокалиберного артиллерийского ствола / А. В. Подкопаев, А. Б. Бабаджанов, И. А. Подкопаев и др. // *Сибирский аэрокосмический журнал. 2022. Т. 23, № 2. С. 209–226.*
18. Комбинированная математическая модель внутренней и промежуточной баллистики авиационного артиллерийского оружия / А. Б. Бабаджанов, И. А. Подкопаев, А. В. Подкопаев и др. // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2022. Вып. 4. С. 177–185.*
19. Власова Е. А., Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н. Приближенные методы математической физики. М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 700 с.
20. Дульнев Г. Н., Парфенов В. Г., Сигалов А. В. Применение электронных вычислительных машин для решения задач теплообмена. М. : Высшая школа, 1990. 207 с.
21. Зарубин В. С., Станкевич И. В. Расчет теплонапряженных конструкций. М. : Машиностроение, 2005. 352 с.
22. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М. : Наука, 1978. 592 с.
23. Зайцев А. С. Проектирование артиллерийских стволов. Ч. II. Специальные вопросы. М. : Изд-во ГК СССР по народному образованию, 1988. 114 с.
24. Подкопаев И. А., Подкопаев А. В. Расчет температурного поля ствола автоматической пушки во время стрельбы. М. : Роспатент. 2023. № государственной регистрации программы для ЭВМ RU 2023617444 от 10.04.2023.

References

1. *Kompleksy aviatsionnogo vooruzheniya* [Aircraft weapon systems]. Ed. by V. A. Konurkin. Moscow, AFIA named after professor N. E. Zhukovsky Publ., 2005, 947 p.
2. Sapozhnikov S. V., Kitanin L. V. *Tekhnicheskaya termodinamika i teploperedacha* [Technical thermodynamics and heat transfer]. St. Petersburg, SPbSTU Publ., 1999, 319 p.
3. Derevianko V. A., Makukha A. V. [Measuring the temperature distribution with a three-wire thermistor sensor system]. *Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologii*. 2019, Vol. 20, No. 3, P. 334–343 (In Russ.).
4. Lobanov P. D., Usov E. V., Svetonosov A. I., Lezhnin S. I. [Analysis of experimental data on melting and movement of a metal melt over a cylindrical surface]. *Teplofizika i aeromekhanika*. 2020. No. 3, P. 483–490 (In Russ.).
5. Cruz C., Marshall A. Surface and gas measurements along a film cooled wall. *Thermophysics and Heat Transfer*, 2007. No. 21. P. 181–189.
6. Gusev S. A., Nikolaev V. N. [Parametric identification of the thermal state of electronic equipment in the aircraft instrument compartment]. *Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologii*. 2019, Vol. 20, No. 1, P. 62–67 (In Russ.).
7. Vasiliev E. N. [Calculation of heat transfer characteristics of a ribbed wall]. *Sibirskiy aerokosmicheskij zhurnal*. 2020, Vol. 21, No. 2, P. 226–232 (In Russ.).
8. Zuev A. A., Arngold A. A., Khodenkova E. V. [Heat transfer in the field of centrifugal forces for elements of gas turbines]. *Sibirskiy aerokosmicheskij zhurnal*. 2020, Vol. 21, No. 3, P. 364–376 (In Russ.).
9. Zakharenkov V. F., Agoshkov O. G., Devyatkin V. A., Yurchenko N. A. [Study of the thermal erosion resistance of barrel by the method of planning an experiment]. *Materialy III Vseros. nauch.-tekhn. konf. "Fundamental'nyye osnovy ballisticheskogo proyektirovaniya"* [Materials III All-Russ. Scient. and Technic. Conf. "Fundamentals of ballistic design"]. St. Petersburg, 2012, P. 79–86 (In Russ.).
10. Ashurkov A. A., Lazovik I. N., Nikitenko Yu. V. [Study of the process of wear of barrels of pulsed heat engines of aviation weapons systems]. *Materialy XIII Vseros. nauch.-tekhn. konf. "Problemy povysheniya boyevoy gotovnosti, boyevogo primeneniya, tekhnicheskoy ekspluatatsii i obespecheniya bezopasnosti poletov letatel'nykh apparatov s uchetom klimaticheskikh usloviy Sibiri, Zabaykal'ya i Dal'nego Vostoka"* [Materials XIII All-Russ. Scient. and Technic. Conf. "Problems of increasing combat readiness, combat use, technical operation and ensuring flight safety of aircraft, taking into account the climatic conditions of Siberia, Transbaikalia and the Far East"]. Irkutsk, 2003, P. 97–100 (In Russ.).
11. Podkopaev A. V., Krainov N. F., Lazovik I. N., Morozov S. A. [Experimental studies of limiting thermal loads on the barrel of a rapid-firing gun]. *Materialy XIII Vseros. nauch.-tekhn. konf. "Problemy povysheniya boyevoy gotovnosti, boyevogo primeneniya, tekhnicheskoy ekspluatatsii i obespecheniya bezopasnosti poletov letatel'nykh apparatov s uchetom klimaticheskikh usloviy Sibiri, Zabaykal'ya i Dal'nego Vostoka"* [Materials XIII All-Russ. Scient. and Technic. Conf. "Problems of increasing combat readiness, combat use, technical operation and ensuring flight safety of aircraft, taking into account the climatic conditions of Siberia, Transbaikalia and the Far East"]. Irkutsk, 2003, P. 127–129 (In Russ.).
12. Danilenko R. A., Podkopaev A. V. [Synthesis of a mathematical model for the functioning of the "weapon-cartridge" system based on the solution of a quasi-linear non-stationary heat conduction equation]. *Materialy V Vseros. nauch.-prakt. konf. "Akademicheskije Zhukovskiye chteniya"* [Materials V All-Russ. Scient. and Practic. Conf. "Academic Zhukovsky reading"]. Voronezh, 2018, P. 67–73 (In Russ.).
13. Podkopaev A. V. [Modus for determining the heat transfer coefficient for calculating the temperature field of the barrel of a rapid-firing artillery gun]. *Materialy Vseros. nauch.-prakt. konf. "Sovremennoye sostoyaniye i perspektivy razvitiya letatel'nykh apparatov, ikh silovykh ustanovok i kompleksov aviatsionnogo vooruzheniya"* [Materials All-Russ. Scient. and Practic. Conf. "The current state and prospects for the development of aircraft, their power plants and aviation weapons systems"]. Voronezh, 2012, P. 202–204 (In Russ.).

14. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Energoizdat Publ., 1981, 416 p.
15. Korn G., Korn T. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Mathematical handbook for scientists and engineers]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 832 p.
16. *Spravochnik po aviatsionnym materialam i tekhnologii ikh primeneniya* [Handbook of aviation materials and technologies for their application]. Ed. by V. G. Alexandrov. Moscow, Transport Publ., 1979, 242 p.
17. Podkopaev A. V., Babadzhанov A. B., Podkopaev I. A., Dolzhikov V. I. [Identification and simulation mathematical model of thermo and physical loading of a small-caliber artillery barrel]. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal*. 2022, Vol. 23, No. 2, P. 209–226 (In Russ.).
18. Babadzhанov A. B., Podkopaev I. A., Podkopaev A. V., Dolzhikov V. I. [Combined mathematical model of internal and intermediate ballistics of aviation artillery weapons]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki*. 2022, Rel. 4, P. 177–185 (In Russ.).
19. Vlasova E. A., Zarubin V. S., Kuvyrkin G. N. *Priblizhennyye metody matematicheskoy fiziki* [Approximate methods of mathematical physics]. Moscow, MSTU named after N. E. Bauman Publ., 2001, 700 p.
20. Dulnev G. N., Parfenov V. G., Sigalov A. V. *Primeneniye elektronnykh vychislitel'nykh mashin dlya resheniya zadach teploobmena* [The use of electronic computers for solving heat transfer problems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1990, 207 p.
21. Zarubin V. S., Stankevich I. V. *Raschet teplonapryazhennykh konstruktsiy* [Calculation of heat-stressed structures]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 2005, 352 p.
22. Samarsky A. A., Nikolaev E. S. *Metody resheniya setochnykh uravneniy* [Methods for solving grid equations]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 592 p.
23. Zaitsev A. S. *Proyektirovaniye artilleriyskikh stvolov. Ch. II. Spetsial'nyye voprosy* [Designing artillery barrels. P. II. Special questions]. Moscow, MC of the USSR on public education Publ., 1988, 114 p.
24. Podkopaev I. A., Podkopaev A. V. *Raschet temperaturnogo polya stvola avtomaticheskoy pushki vo vremya strel'by* [Calculation of the temperature field of the barrel of an automatic gun during firing]. Moscow, Rospatent, 2023, No. gosudarstvennoj registracii programmy dlya EVM [state registration of a computer program] RU 2023617444. (In Russ.).

© Подкопаев И. А., Подкопаев А. В., Должиков В. И., 2023

Подкопаев Илья Александрович – адъюнкт; Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж). E-mail: ilya.podkopaev.96@bk.ru.

Подкопаев Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры эксплуатации комплексов авиационного вооружения (и прицельных систем); Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж). E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru.

Должиков Василий Иванович – кандидат технических наук, доцент, начальник кафедры эксплуатации комплексов авиационного вооружения (и прицельных систем); Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж). E-mail: Link707@mail.ru.

Podkopaev Ilya Aleksandrovich – adjunct; Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin” (Voronezh). E-mail: ilya.podkopaev.96@bk.ru.

Podkopaev Aleksandr Vladimirovich – Cand. Sc., associate professor, professor of the department operation of aircraft weapon systems (and sighting systems); Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin” (Voronezh). E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru.

Dolzhikov Vasily Ivanovich – Cand. Sc., associate professor, head of the department operation of aircraft weapon systems (and sighting systems); Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin” (Voronezh). E-mail: Link707@mail.ru.
