

УДК 65.011.56

Doi: 10.31772/2712-8970-2024-25-1-144-156

Для цитирования: Математическое моделирование процесса литья плоских слитков для решения задач автоматизации / В. А. Новиков, Т. В. Пискажова, Т. В. Донцова, В. М. Белолипецкий // Сибирский аэрокосмический журнал. 2024. Т. 25, № 1. С. 144–156. Doi: 10.31772/2712-8970-2024-25-1-144-156.

For citation: Novikov V. A., Piskazhova T. V., Doncova T. V., Belolipetskii V. M. [Mathematical modeling of the flat ingot casting process for solving automation problems]. *Siberian Aerospace Journal*. 2024, Vol. 25, No. 1, P. 144–156. Doi: 10.31772/2712-8970-2024-25-1-144-156.

Математическое моделирование процесса литья плоских слитков для решения задач автоматизации

В. А. Новиков^{1*}, Т. В. Пискажова¹, Т. В. Донцова¹, В. М. Белолипецкий²

¹Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660025, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 95

²Институт вычислительного моделирования СО РАН
Российская Федерация, 660036, г. Красноярск, ул. Академгородок, 50/44

*E-mail: Novikov-vitja@mail.ru

Алюминиевые сплавы находят широкое применение при производстве летательных аппаратов в связи со своей прочностью, легкостью, устойчивостью к коррозии, необходимой электропроводностью. При этом используемые в дальнейших переделах космической промышленности алюминиевые слитки должны иметь высокое качество. Технологические проблемы и брак возникают при несоблюдении температурных, скоростных и других технологических параметров литья, а также при изменении режимов. При этом литейные процессы автоматизированы частично, человеческий фактор значительно влияет на качество продукции и безопасность работ. Поэтому автоматизация этих сложных процессов с использованием математических моделей для предсказания параметров литья является актуальной задачей.

Цель работы – создание математических моделей, доступных для использования в системах автоматизированного управления технологическим процессом (АСУТП), а также разработки цифрового двойника.

В работе представлены упрощенные формулы для моделирования распределения температуры алюминиевого слитка в процессе литья, охлаждения металла при движении по металлотрактору, выполнены тестовые расчеты распределения температур внутри слитка при достижении слитком фиксированной длины.

Результаты этой работы могут быть использованы для повышения эффективности и точности управления процессом литья алюминиевых слитков, для исключения аварийных ситуаций.

Ключевые слова: математическая модель, полунепрерывное литье алюминиевых слитков, цифровой двойник.

Mathematical modeling of the flat ingot casting process or solving automation problems

V. A. Novikov^{1*}, T. V. Piskazhova¹, T. V. Doncova¹, V. M. Belolipetskii²

¹Siberian Federal University
95, Krasnoyarskii rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660025, Russian Federation

²Institute of Computational Modeling SB RAS
Akademgorodok, 50/44, Krasnoyarsk, 660036, Russian Federation

*E-mail: Novikov-vitja@mail.ru

Aluminum alloys are widely used in the production of aircraft due to their strength, lightness, corrosion resistance, and necessary electrical conductivity. At the same time, aluminum ingots used in further processing of the space industry must be of high quality. Technological problems and defects arise when temperature, speed, and other technological parameters of casting are not observed, or when modes change. At the same time, foundry processes are partially automated; the human factor significantly affects product quality and work safety. Therefore, automation of these complex processes using mathematical models to predict casting parameters is an urgent task.

The goal of the work is to create mathematical models available for use in automated process control systems (APCS), as well as for the development of a digital twin.

The work presents simplified formulas for modeling the temperature distribution of an aluminum ingot during the casting process, cooling the metal when moving along a metal path, and test calculations of the temperature distribution inside the ingot when the ingot reaches a fixed length.

The results of this work can be used to improve the efficiency and accuracy of controlling the process of casting aluminum ingots, to eliminate emergency situations.

Keywords: mathematical model, semi-continuous casting of aluminum ingots, digital twin.

Введение

Алюминий является одним из самых легких металлов, поэтому находит широкое применение в аэрокосмической индустрии, где минимизация веса является критическим фактором для улучшения эффективности и экономии топлива. В то же время алюминий обладает высокой прочностью, что дает возможность создавать легкие компоненты с достаточной прочностью для выдерживания высоких нагрузок во время полета. Также алюминий обладает высокой устойчивостью к коррозии, что является важным качеством для материалов, используемых в аэрокосмической промышленности. Воздух и космическая среда могут быть агрессивными, поэтому материалы должны сохранять свои свойства и долговечность в течение длительного времени.

Процесс литья алюминиевых слитков является важной частью промышленного производства в различных отраслях, а качество и механические свойства получаемых слитков зависят от эффективного управления процессом литья и контроля распределения температуры во время затвердевания.

Однако традиционные методы контроля и оптимизации процесса литья, основанные на пробах и ошибках, могут быть затратными по времени, дорогостоящими и ограниченными в точности. В связи с этим математическое моделирование становится мощным инструментом для оптимизации и управления процессом литья алюминиевых слитков [1].

Процессу присущи технологические проблемы и брак, такие как пористость, трещины, ликвационные наплывы, термическое напряжение и деформации, которые негативно влияют на качество и надежность получаемых слитков. Брак обычно возникает при нарушении технологии литья, несоблюдении рецептов или опробовании новых рецептов литья. Математическая модель, которая отражает скорость охлаждения металла внутри слитка при литье, позволяет предсказывать и анализировать термические процессы, происходящие внутри слитка во время охлаждения, и предоставляет информацию о температурных градиентах и распределении тепла.

Применение математической модели позволяет осуществлять виртуальные эксперименты и оптимизировать параметры процесса в целях улучшения качества слитков и предотвращения возможных дефектов [2]. Важными параметрами, которые можно оптимизировать с помощью такой модели, являются температура расплава и окружающей среды, а также внешние факторы, такие как теплообмен с кристаллизатором и скорость охлаждения.

Помимо этого, с точки зрения безопасности, появляется возможность контролировать толщину закристаллизовавшегося слоя слитка на выходе из кристаллизатора, тем самым предотвращая прорывы металла в кессон.

При этом если рассматривать математическую модель для использования в цифровом двойнике [3] литейного агрегата, она должна быть вычислительно эффективной и способной давать результаты в разумные сроки. Модель должна быть гибкой и настраиваемой для различных типов слитков, сплавов и процессов литья, а также валидирована и верифицирована с использованием экспериментальных данных.

Технологический процесс

Технологический процесс литья алюминиевых слитков осуществляется с помощью метода полунепрерывного литья. Расплавленный алюминий сырец транспортируется в вакуум-ковшак из корпусов электролизного производства в литейный цех и заливается в миксер вместимостью 40–100 т. В миксере металл шихтуется, отстаивается и достигает необходимой температуры с помощью нагревательных элементов, расположенных в верхней части миксера.

При достижении необходимых характеристик металла начинается процесс литья. Алюминий через металлотракт поступает к литейной машине, предназначенной для фиксации литейной оснастки, формообразования слитков необходимого сечения (кристаллизаторами) и длины. Для литья технического алюминия (AlSi7MgSr, AlSi3, AlSi3Sr) обычно используются кристаллизаторы размером 700×400 мм. Алюминий поступает в охлаждаемый водой кристаллизатор через регулируемый клапан и начинает кристаллизоваться от стенок кристаллизатора к центру. В это же время поддон, находящийся при старте в нижней части кристаллизатора, начинает движение вертикально вниз и движется до тех пор, пока слиток не достигнет необходимой длины [4]. Данная технология для современных литейных каскадов имеет возможность регулирования количества поступающей охлаждающей воды на кристаллизатор, скорости опускания поддона, объема поступающего из миксера в кристаллизатор металла и его температуру в миксере.

Математическое моделирование для управления процессом литья

В соответствии с рассмотренным выше процессом для разработки полной цифровой модели работы аппаратов и их взаимодействия, нужно рассматривать нагрев металла в миксере, выпускание металла из миксера, протекание металла по металлотракту, разлив металла в отделения литейной машины и, собственно, сам процесс отлива слитков. Ранее нами была рассмотрена технология подачи металла из миксера в металлотракт для поворотного и стационарного миксера и разработаны алгоритмы управления на основе математических моделей [5]. Остановимся в этой статье на последних пунктах.

Модель охлаждения металла при прохождении по металлотракту

Первым узлом агрегата является миксер для приготовления расплава. Известна температура металла на выходе из печи, поступающая в лоток (T_0).

При установившейся скорости литья U_L и размере одного кристаллизатора $S_{кр} = 700 \times 400$ мм расход металла на литейном столе из 4 кристаллизаторов будет равен

$$Q_M = 4 \cdot S_{кр} \cdot U_L. \quad (1)$$

При условии, что уровень в лотке поддерживается на одном уровне, можно считать расход металла в лотке равным расходу на литейном столе. Зная размеры лотка, рассчитываем площадь его поперечного сечения S_L .

Тогда скорость движения металла в лотке при его заполнении на 80 % определится следующим образом:

$$U_M = \frac{Q_M}{S_L \cdot 0,8}. \quad (2)$$

Для расчёта температуры металла в лотке T_M используем уравнение теплопроводности для движущейся среды. В стационарном случае, пренебрегая теплопроводностью по сравнению с адвективным переносом, аналогично работе [6], используем уравнение

$$\rho \cdot c \cdot U_M \cdot \frac{\partial T_M}{\partial x} = -K_{M-E}(T_M - T_E) - K_{M-ДН}(T_M - T_{ДН}) - K_{M-СТ}(T_M - T_{СТ}), \quad (3)$$

где K_{i-j} – коэффициенты теплообмена; c – удельная теплоёмкость; ρ – плотность металла; T_E – температура окружающей среды; $T_{ДН}$ – температура днища лотка; $T_{СТ}$ – температура стенок лотка; x – ось, направленная вдоль лотка.

Его аналитическим решением, с учетом T_0 , будет

$$T_M(x) = \frac{(T_0 \cdot k_0 - a) \cdot e^{-bx} + a}{k_0}, \quad (4)$$

где $k_0 = K_{M-B} + K_{M-ДН} + K_{M-СТ}$; $a = K_{M-B} \cdot T_B + K_{M-ДН} \cdot T_{ДН} + K_{M-СТ} \cdot T_{СТ}$; $b = \frac{1}{\rho \cdot c \cdot U_M}$.

В табл. 1 представлены исходные данные для расчета остывания металла при движении его по металлотрактору.

Таблица 1

Исходные данные для расчета температуры металла в металлотракте

Параметр	Значение	Размерность
Плотность жидкой фазы алюминия (ρ)	2450	кг/м ³
Теплоёмкость жидкой фазы алюминия (c)	1100	Дж/(кг·К)
Скорость литья ($U_{л}$)	75	мм/мин
Площадь кристаллизатора ($S_{кр}$)	0,28	м ²
Площадь поперечного сечения лотка ($S_{л}$)	0,0279	м ²
Коэффициент теплообмена металл – стенки ($K_{M-СТ}$)	400	Вт/м ² ·К
Коэффициент теплообмена металл – дно ($K_{M-ДН}$)	400	Вт/м ² ·К
Коэффициент теплообмена металл – воздух (K_{M-B})	50	Вт/м ² ·К
Температура стенок ($T_{СТ}$)	80	°С
Температура дна ($T_{ДН}$)	90	°С
Температура воздуха (T_B)	20	°С
Начальная температура металла (T_0)	705	°С
Длина металлотракта	2,5	м

В табл. 2 представлены рассчитанные значения температуры металла в нескольких точках тракта. При исходных данных табл. 1, остывание металла от летки до поступления в литейную машину составило 10 °С.

Таблица 2

Результаты моделирования температуры металла в тракте

Расстояние от летки, м	$T_M(x)$, °С	Расстояние от летки, м	$T_M(x)$, °С	Расстояние от летки, м	$T_M(x)$, °С
0	705	1	701,27	2	697,58
0,2	704,25	1,2	700,53	2,2	696,84
0,4	703,50	1,4	699,79	2,3	696,47
0,6	702,76	1,6	699,05	2,4	696,10
0,8	702,02	1,8	698,31	2,5	695,74

Модель учитывает ряд факторов, таких как начальная температура металла, геометрические параметры, теплопроводность материалов, скорость потока и температура охлаждающей среды.

Результаты, полученные с помощью модели охлаждения металла при прохождении по металлотрактору, были сравнены с реальными экспериментальными измерениями. Сравнение показало хорошее согласование между моделью и измерениями, что подтверждает адекватность модели.

Комплекс моделей для расчета непрерывного литья слитка

Конечно, непрерывное литье слитков сложный теплофизический процесс и, с точки зрения классического строгого моделирования, необходимо проводить двух-, трехмерные расчеты, как делают авторы статей [7–10]. Но наша задача сделать упрощенные модели и схемы для быстрых расчетов в АСУТП. При этом проблему трехмерного процесса попытаемся разложить в двух измерениях: по высоте и ширине слитка.

Также процессы нужно разделить по стадиям литья: начальная стадия – заполнение форм; стадия разгона – постепенное увеличение скорости литья и расхода воды; установившийся режим – движение платформы с постоянной скоростью.

Изложенные ниже модели подходят для всех стадий, но расчеты будем выполнять для установившегося режима с постоянной скоростью опускания литейной платформы.

На рис. 1 выделены четыре области для моделирования распределения температуры в разрезе слитка:

I – охлаждение металла во взаимодействии с кристаллизатором;

II – образование воздушного зазора между слитком и кристаллизатором, вода в данную область не поступает;

III – начало подачи воды на стенки слитка, присутствует лунка;

IV – все поверхности в воде, лунка отсутствует.

Глубину лунки в плоских слитках можно выразить равенством из [11; 12]:

$$h_{\text{л}} = \frac{[q + \frac{1}{2}c\gamma(T_{\text{кр}} - T_{\text{н}})] \cdot v_{\text{л}} b^2}{2\lambda \cdot (T_{\text{кр}} - T_{\text{н}})}, \quad (5)$$

где c – теплоемкость твердой фазы; γ – плотность твердой фазы; b – половина толщины слитка; q – удельная теплота кристаллизации; $T_{\text{кр}}$ – температура кристаллизации; $v_{\text{л}}$ – скорость литья; λ – теплопроводность сплава; $T_{\text{н}}$ – температура наружной поверхности.

Введем систему координат. Начало координат расположим на поверхности жидкого металла в середине длинной стороны, ось y направлена вниз по направлению движения стола, ось x – по середине продольной стороны.

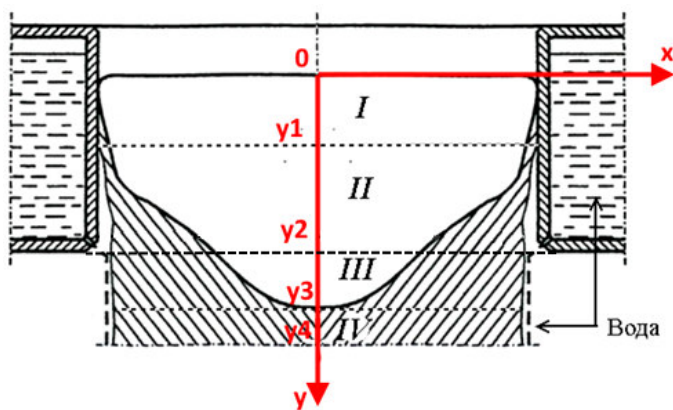


Рис. 1. Разделение слитка на области в процессе литья.
Введение системы координат

Fig. 1. Dividing the ingot into regions during the casting process.
Introduction of the coordinate system

Распределение температур по высоте слитка с учетом скорости его движения рассматриваем аналогично модели распределения температуры и кристаллизации движущегося металла в литейном колесе [13]. Рассматриваем движение по оси y и соответственно температуру только по

этой оси $\hat{T}(t, y)$. Более того, сделаем допущения, что все динамические изменения по оси y заключаются в изменении скорости литья, в нашей терминологии – скорости движения металла.

Полное уравнение распределения тепла в движущихся средах приводится, например, в [14]. В наших допущениях исходным является следующее уравнение:

$$\rho CU \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q, \quad (6)$$

где T – температура движущейся среды; ρ – плотность; C – удельная теплоёмкость; λ – коэффициент теплопроводности; Q – внутренние источники тепла; x, y – координаты; U – скорость движения платформы (литья).

Введём средние значения температуры по толщине слоя (по x координате):

$$\hat{T} = \frac{1}{\delta} \int_{-X/2}^{X/2} T dx. \quad (7)$$

Здесь δ – толщина слитка (по длинной стороне); $\delta = X$ – продольный размер слитка. Проинтегрируем уравнение (6) по толщине слитка:

$$\rho CU \frac{d\hat{T}}{dy} = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=-X/2} - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=X/2} + Q. \quad (8)$$

Используем граничные условия:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=-X/2} = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=X/2} = \alpha_i (\hat{T}_M - T_i), \quad (9)$$

где T_i – температура внешней среды на текущей стадии расчета ($i = 1, 2, 3, 4$ – кристаллизатор, зазор, вода, вода) и α_i – соответствующий коэффициент теплообмена.

Тогда получим следующее уравнение:

$$\rho CU \frac{d\hat{T}}{dy} = -\frac{2\alpha_i}{\delta} (\hat{T} - T_i) + Q. \quad (10)$$

Для перехода к численному решению соотношение (10) представим разностной схемой:

$$\hat{T}^n = \hat{T}^{n-1} + \Delta y \cdot \frac{-2\alpha_i (\hat{T}^{n-1} - \hat{T}_i^n) + Q}{\rho CU}. \quad (11)$$

Начальным условием для уравнения (10) является температура металла на выходе из металлотракта, рассчитанная по формуле (4). Источники Q присутствуют в областях I, II, III за счет выделения тепла при кристаллизации металла.

Таким образом, по формуле (11) с установленными параметрами литья, мы получаем среднее по толщине слитка значение температуры $\hat{T}(y)$, которое мы будем по координате использовать как начальное условие для расчета изменения температуры по толщине слитка.

Сформулируем краевые задачи для процесса теплообмена в выделенных областях.

Область I характеризуется координатами $0 \leq y \leq y_1$; $0 \leq x \leq \frac{X}{2}$ (рис. 1), используется одномерное уравнение теплопроводности:

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}. \quad (12)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} T_1 \Big|_{x=0} &= \hat{T}(y_1/2) = \hat{T}_I, \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=\frac{X}{2}} &= -\alpha_1(T_1 - T_{KP}), \end{aligned} \quad (13)$$

где T_{KP} – температура кристаллизатора. Начальное условие: $T_1(x, 0) = T_I$.

Область II – $y_1 \leq y \leq y_2$; $0 \leq x \leq \frac{X}{2}$:

$$c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}. \quad (14)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} T_2 \Big|_{x=0} &= \hat{T}(y_1 + \frac{y_2 - y_1}{2}) = \hat{T}_{II}, \\ \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=\frac{X}{2}} &= -\alpha_2(T_2 - T_{ВОЗД}). \end{aligned} \quad (15)$$

Начальное условие: $T_2(x, 0) = \hat{T}_{II}$.

Область III – $y_2 \leq y \leq y_3$; $0 \leq x \leq \frac{X}{2}$.

В этой области координата y_3 привязана к глубине лунки (5) и может меняться.

$$c_3 \rho_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \lambda_3 \frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2}. \quad (16)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} T_3 \Big|_{x=0} &= \hat{T}(y_2 + \frac{y_3 - y_2}{2}) = \hat{T}_{III}, \\ \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \Big|_{x=\frac{X}{2}} &= -\alpha_3(T_3 - T_{ВОДЫ}). \end{aligned} \quad (17)$$

Начальное условие: $T_3(x, 0) = \hat{T}_{III}$.

Область IV – $y_3 \leq y \leq y_4$; $0 \leq x \leq \frac{X}{2}$. В данной области металл полностью закристаллизовался, происходит охлаждение водой:

$$c_4 \rho_4 \frac{\partial T_4}{\partial t} = \lambda_4 \frac{\partial^2 T_4}{\partial x^2}. \quad (18)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} T_4 \Big|_{x=0} &= \hat{T}(y_3 + \frac{y_4 - y_3}{2}) = \hat{T}_{IV}, \\ \lambda_4 \frac{\partial T_4}{\partial x} \Big|_{x=\frac{X}{2}} &= -\alpha_4(T_4 - T_{ВОДЫ}). \end{aligned} \quad (19)$$

Начальное условие: $T_4(x, 0) = \hat{T}_{IV}$.

Численное решение краевой задачи находится по явной схеме. Вводится равномерная разностная сетка по координате $\Delta x = x_{i+1} - x_i$, $x_1 = 0$, $x_{ii} = X/2$, $1 \leq i \leq ii$. Сеточные уравнения для внутренних точек, где Δt – шаг по времени (индекс n), запишутся

$$T_i^n = T_i^{n-1} + \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \frac{\lambda}{c \cdot \rho} (T_{i+1}^{n-1} - 2T_i^{n-1} + T_{i-1}^{n-1}). \quad (20)$$

Для граничных точек $x_{ii} = X / 2$ получаются соотношения для расчета температуры на стенке слитка:

$$T_{ii}^n = \left(\frac{\alpha \cdot \Delta x}{\lambda} \cdot T_{\text{НС}} + T_{ii-1}^n \right) / \left(\frac{\alpha \cdot \Delta x}{\lambda} + 1 \right), \quad (21)$$

где $T_{\text{НС}}$ – температура наружной среды; α коэффициент теплообмена с наружной средой; λ – теплопроводность металла в этой области слитка.

Порядок расчета по имитационной модели работы литейной машины будет следующий:

1. Расчет изменения температуры металла при движении его по металлотрактору по формуле (4). Значение температуры в конце тракта считаем начальным условием для следующего шага.
 2. Расчет глубины лунки при заданных параметрах литья по (5).
 3. Численно решая уравнение (10), получаем распределение температуры по высоте слитка.
 4. Находим распределение температур по толщине слитка в середине области I, температуру стенок слитка, численно решая задачи (12) и (13).
 5. Находим распределение температур по толщине слитка в середине области II, температуру стенок слитка, задачи (14) и (15).
 6. Находим температуру стенок слитка в верхней части области III, так как именно здесь может случиться авария в связи с попаданием воды на недостаточно закристаллизовавшуюся поверхность.
 7. Находим распределение температур по толщине слитка в середине области III, температуру стенок слитка, численно решая задачи (16) и (17).
 8. Находим распределение температур по толщине слитка в середине области IV, температуру стенок слитка, численно решая задачи (18) и (19).
 9. Меняем высоту слитка, возвращаемся к расчету глубины лунки (шаг 2).
- Численное решение задач (12)–(19) осуществляется по разностным схемам (20) и (21).

Расчеты температур слитка в процессе литья

Были произведены тестовые расчеты распределения температур в слитке на основе полученных формул и представленного порядка расчета. Исходные данные для расчета приведены в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные для расчета температур слитка

Параметр	Значение	Размерность
Плотность жидкой фазы алюминия (ρ)	2450	кг/м ³
Теплоёмкость жидкой фазы алюминия (c)	1100	Дж/(кг·К)
Скорость литья (U)	0,00108	м/с
Шаг по длине (Δx)	0,01	м
Коэффициент α (металл – металл)	1000	Вт/м ² ·К
Толщина слитка (δ)	0,7	м
Температура кристаллизатора ($T_{\text{кр}}$)	200	°С
Температура воды	25	°С
Температура металла (T_0)	695	°С
Тепло кристаллизации	390000	Дж/кг
Коэффициент α (металл – воздух)	700	Вт/м ² ·К
Коэффициент α (металл – вода)	3000	Вт/м ² ·К
Температура воздушного зазора ($T_{\text{возд}}$)	300	°С
Температура ликвидус	622	°С
Температура солидус	570	°С
Плотность твердой фазы алюминия (ρ)	2710	кг/м ³
Высота лунки ($h_{\text{л}}$)	0,43	м
Теплоёмкость твердой фазы алюминия (c)	1027	Дж/(кг·К)
Теплопроводность алюминия (λ)	203,5	Вт/м·К

Расчеты производились в момент достижения слитком высоты 5 м. На рис. 2 представлено распределение температур по высоте слитка $\hat{T}(y)$ для параметров литья табл. 1.

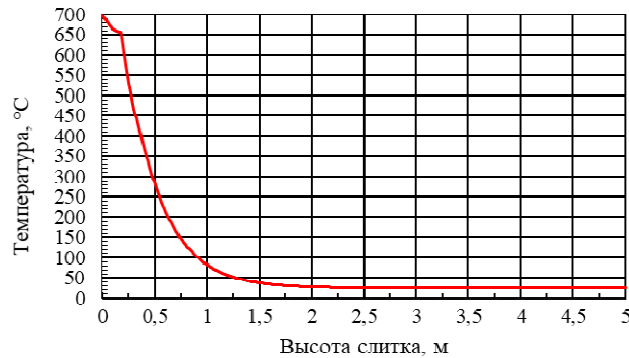


Рис. 2. График расчета температуры слитка по высоте

Fig. 2. Graph for calculating the temperature of the ingot by height

Приведем графики расчетов горизонтального распределения температур для области II (y от 0,15 до 0,2 м). На рис. 3 и 4 приведен расчет в разные моменты времени с начала расчета (с начала поступления нового металла в эту область).

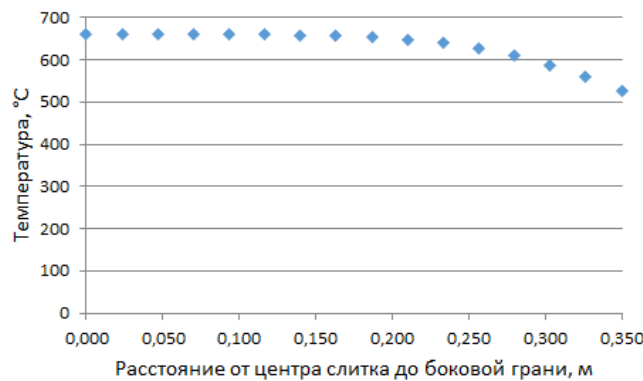


Рис. 3. График распределения температуры слитка по горизонтали, область II в момент времени $t = 60$ с

Fig. 3. Graph of the horizontal temperature distribution of the ingot in region II at time $t = 60$ s

Видно, что распределение температур становится практически линейным через 5 мин после начала расчета (рис. 4). При этом минимальная температура, достигнутая торцом слитка в этой области при длительном охлаждении, 350 °C.

Для анализа области III будем рассматривать не середину, а начало данной области, так как это место представляет наибольший интерес. Именно здесь при недостаточно закристаллизовавшейся внешней корке возможны проливы металла. Это место соответствует высоте слитка $y = 0,2$ м.

На рис. 5 видно, что при заданных параметрах литья, точка солидус находится в момент выхода слитка из-под кристаллизатора (через 30 с после начала расчета) под струей воды на расстоянии 10 см от поверхности слитка, т. е. имеется 10 см затвердевшего металла. Через 3–5 с после начала расчета точка солидус находится на расстоянии 4–5 см от торца слитка.

Следует отметить, что представленные выше модели не являются завершенными для определения такого важного момента, как толщина застывшего металла у торца слитка при выходе под водное охлаждение. В качестве начального условия для области III следует брать не среднюю температуру слоя, а распределение температур по x координате в определенный расчетный мо-

мент при расчете II слоя. Это можно применить ко всем областям, кроме I, но для этого надо правильно соотносить скорость литья, т. е. движение слитка, со скоростью расчета. В дальнейшем это будет выполнено, а пока приводимые оценки распределения температур можно считать максимальными и вполне подходящими для определения времени стабилизации температур в слитке.

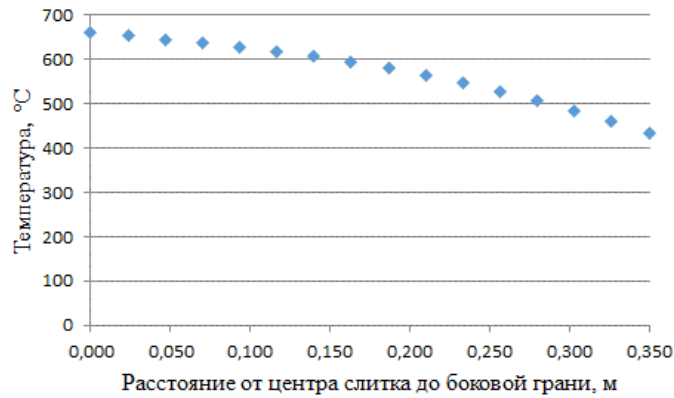


Рис. 4. График распределения температуры слитка по горизонтали, область III в момент времени $t = 300$ с

Fig. 4. Graph of the horizontal temperature distribution of the ingot, region III, at time $t = 300$ s

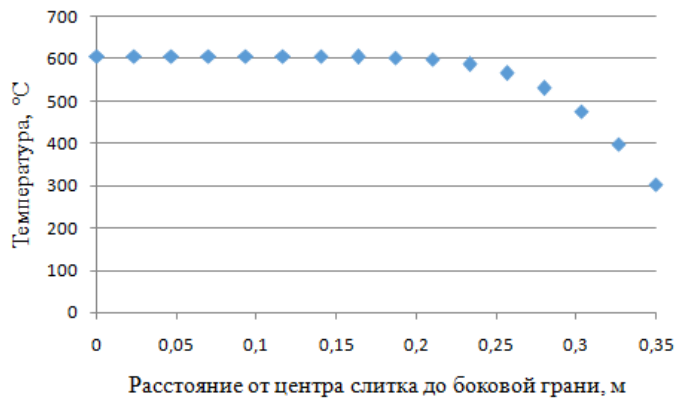


Рис. 5. График распределения температуры слитка по горизонтали, область III в момент времени $t = 30$ с

Fig. 5. Graph of the horizontal temperature distribution of the ingot in region III at time $t = 30$ s

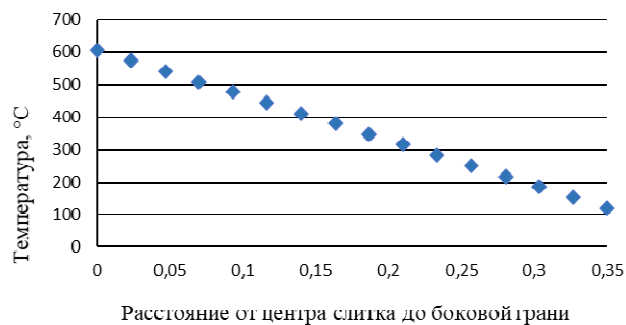


Рис. 6. График распределения температуры слитка по горизонтали, область III в момент времени $t = 1200$ с

Fig. 6. Graph of the horizontal temperature distribution of the ingot in region III at time $t = 1200$ s

Так, на рис. 6 приведено установившееся распределение температур в слитке в области III через 20 мин после начала расчета. Разумеется, за время эта область уже ушла ниже, в область поступил новый металл и расчет имеет, скорее, тестовое значение для проверки модели.

Результаты расчета для областей I и IV приведены в табл. 4 и 5.

Таблица 4

Результаты расчетов для области I

Время, с	Расстояние от центра слитка к внешней границе, м							
	0	0,46	0,93	0,14	0,21	0,26	0,3	0,35
0	675,0	675,0	675,0	675,	675,0	675,0	675,0	604,6
120	675,0	672,3	667,5	658,0	628,3	594,	547,1	488,6
1200	675,0	644,6	614,1	583,5	537,5	506,7	475,9	444,9

Таблица 5

Распределение температуры в установившемся режиме для области 4 ($y = 1$ м)

Время, с	Расстояние от центра слитка к внешней границе, м							
	0	0,46	0,93	0,14	0,21	0,26	0,3	0,35
1200	82,2	75,9	69,6	63,2	53,6	47,2	40,8	34,7

Для проверки адекватности модели необходимо проводить сравнение с экспериментальными данными. Но в описанном технологическом процессе возможно измерение температур только металла в металлотракте. Все остальные поверхности слитка и оснастки закрыты или находятся в воде. Нами были произведены измерения поверхностей только что извлеченного из литейной машины готового слитка и выполнены расчеты с использованием программного обеспечения ProCast [15]. Можно говорить о качественном соответствии выше представленных расчетов возможным измерениям и расчетам в ПО ProCast. Для более точной идентификации моделей в дальнейшем необходимо провести расчеты с изменением высоты слитка, сопоставлением скорости литья и времени расчетов по ширине слитка, корректировкой начальных условий в некоторых областях.

Заключение

В статье были представлены упрощенные формулы для моделирования распределения температуры алюминиевого слитка в процессе литья. Основным намерением было создание формул, доступных для использования в системах автоматизированного управления технологическим процессом, с целью разработки цифрового двойника.

Эти формулы основаны на ключевых параметрах, таких как начальная температура расплавленного алюминия, окружающая температура, скорость литья и теплофизические коэффициенты материала слитка. Они представляют собой компромисс между точностью и вычислительной сложностью, что делает их возможными для использования в системах АСУТП. Реализованный алгоритм расчета температуры слитка на основе предложенных формул позволит операторам и инженерам быстро получать информацию о температурном режиме слитка в реальном времени.

Дальнейшие исследования и опытная практика могут помочь улучшить и расширить представленные формулы и алгоритмы, внося инновации в области управления процессом литья алюминиевых слитков.

Библиографические ссылки

1. Штерензон В. А. Моделирование технологических процессов. Екатеринбург : Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2010. 66 с.
2. Modeling of casting technology of large-sized ingots from deformable aluminum alloys / A. I. Bezrukikh, V. N. Baranov, I. L. Konstantinov et al. // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2022. Doi: 10.1007/s00170-022-08817-w.

3. Национальный стандарт Российской Федерации ГОСТ Р 57700.37–2021 «Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения». М. : Изд-во стандартов, 2022.
4. Непрерывное литье алюминиевых сплавов : справочник / В. И. Напалков, Г. В. Черепок, С. В. Махов, Ю. М. Черновол. М. : Интернет Инжиниринг, 2005. 512 с.
5. Новиков В. А., Пискажова Т. В., Донцова Т. В. Решение некоторых проблем автоматизации при управлении литейной машиной // *Технология металлов*. 2023. № 9. С. 38–48.
6. «Виртуальный СЛИПП» – математическая модель для управления агрегатом СЛИПП и ее визуализация с помощью программных продуктов WinCC 7.0 и Step 7 / Т. В. Пискажова, С. Б. Сидельников, В. М. Белоліпецкий и др. // *Вестник СибГАУ*. 2015. № 2(54). С. 140–144.
7. Математическая модель и численное моделирование процесса литья и кристаллизации алюминия в магнитном поле с учетом свободной поверхности / А. В. Минаков, М. В. Первухин, Д. В. Платонов, М. Ю. Хацаюк // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2015. Т. 55, № 12. С. 2094. Doi: 10.7868/S0044466915120091.
8. Будилов И. Н., Лукашук Ю. В., Лукашук С. Ю. Моделирование образования алюминиевого слитка в процессе полунепрерывного литья // *Вестник Уфимского гос. авиац. технич. ун-та*. 2011. Т. 15, № 1(41). С. 87–94.
9. Фомина Е. Е., Жиганов Н. К. Моделирование и исследование процесса затвердевания заготовок при дискретно-непрерывном литье металлов // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2009. Т. 1, № 1. С. 67–75.
10. Моделирование процесса кристаллизации слитков из алюминиевых сплавов при полунепрерывном литье / А. И. Безруких, И. Л. Константинов, Г. С. Гришко и др. // *Металлург*. 2023. № 11. С. 159-164. Doi: 10.52351/00260827_2023_11_159.
11. Плавление и литье алюминиевых сплавов: монография / В. И. Напалков, В. Ф. Фролов, В. Н. Баранов и др. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. 716 с.
12. Хныкин А. В. Исследование зависимости формы лунки алюминиевого слитка от типа кристаллизатора // *Физико-химический анализ свойств многокомпонентных систем*. 2006. № 4. С. 6.
13. Якивбюк П. Н., Пискажова Т. В., Белоліпецкий В. М. Математическая модель для управления охлаждением роторного кристаллизатора // *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2017. Т. 21, № 9(128). С. 104–113. Doi: 10.21285/1814-3520-2017-9-104–113.
14. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М. : Наука, 1986. 736 с.
15. ProCAST Casting Simulation Software [Электронный ресурс]. URL: <https://www.esi-group.com/products/procast> (дата обращения: 05.01.2024).

References

1. Shterenzon V. A. *Modelirovanie tekhnologicheskikh protsessov* [Modeling of technological processes]. Ekaterinburg, Izd-vo Ros. gos. prof.-ped. un-ta Publ., 2010, 66 p.
2. Bezrukikh A. I., Baranov V. N., Konstantinov I. L. Modeling of casting technology of large-sized ingots from deformable aluminum alloys. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2022. Doi: 10.1007/s00170-022-08817-w.
3. *GOST R 57700.37–2021. Komp'yuternye modeli i modelirovanie. Tsifrovye dvoyniki izdeliy. Obshchie polozheniya* [State Standard R 57700.37–2021. Computer models and simulation. Digital twins of products. General provisions]. Moscow, Standartinform Publ., 2022.
4. Napalkov V. I., Cherepok G. V., Mahov S. V., Chernovol Ju. M. M. *Neprreryvnoe lit'e alyuminievyykh splavov* [Continuous casting of aluminum alloys]. Moscow, Internet Inzhiniring Publ., 2005. 512 p.
5. Novikov V. A., Piskazhova T. V., Doncova T. V. [Solving some problems of automation in control of a casting machine]. *Tehnologiya metallov*. 2023, No. 9, P. 38–48 (In Russ.).

6. Piskazhova T. V., Sidel'nikov S. B., Belolipeckij V. M. et al. [Virtual CC&RP – a mathematical model for the control of the unit CC&RP and its visualization with the help of software products WINCC 7.0 and STEP 7]. *Vestnik SibGAU*. 2015, No. 2(54), P. 140–144 (In Russ.).
7. Minakov A. V., Pervuhin M. V., Platonov D. V., Hacakjuk M. Ju. [Mathematical model and numerical simulation of aluminum casting and solidification in magnetic fields with allowance for free surface dynamics]. *Zhurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki*. 2015, Vol. 55, No. 12, P. 2094 (In Russ.). Doi: 10.7868/S0044466915120091.
8. Budilov I. N., Lukashhuk Ju. V., Lukashhuk S. Ju. [Modeling of formation of aluminum ingot in process of half a continue cast]. *Vestnik Ufimskogo gos. aviac. tehnic. un-ta*. 2011, Vol. 15, No. 1(41), P. 87–94 (In Russ.).
9. Fomina E. E., Zhiganov N. K. [Computer modeling and visualization of discrete-continuous casting of nonferrous metal and alloys]. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie*. 2009, Vol. 1, No. 1, P. 67–75 (In Russ.).
10. Bezrukih A. I., Konstantinov I. L., Grishko G. S. et al. [Simulation of the process of aluminum alloy ingots chrystallization in semi-continuous casting]. *Metallurg*. 2023, No. 11, P. 159–164 (In Russ.). Doi: 10.52351/00260827_2023_11_159.
11. Napalkov V. I., Frolov V. F., Baranov V. N. et al. *Plavlenie i lit'e alyuminievykh splavov: monografiya* [Melting and casting of aluminum alloys] Krasnoyarsk, Sib. feder. un-t Publ., 2020, 716 p.
12. Hnykin A. V. [Study of the dependence of the hole shape of an aluminum ingot on the type of crystallizer]. *Fiziko-himicheskij analiz svoystv mnogokomponentnyh sistem*. 2006, No. 4, P. 6 (In Russ.).
13. Jakiv'juk P. N., Piskazhova T. V., Belolipeckij V. M. [Mathematical model to control rotary crystallizer cooling]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*. 2017, Vol. 21, No. 9(128), P. 104–113 (In Russ.). Doi: 10.21285/1814-3520-2017-9-104-113.
14. Landau L. D., Livshic E. M. *Teoreticheskaja fizika. T. VI. Gidrodinamika*. [Theoretical physics. Vol. VI. Hydrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 736 p.
15. ProCAST Casting Simulation Software. Available at: <https://www.esi-group.com/products/procast> (accessed: 05.01.2024).

© Новиков В. А., Пискажова Т. В., Донцова Т. В., Белолипецкий В. М., 2024

Новиков Виктор Андреевич – аспирант кафедры автоматизации производственных процессов в металлургии; Институт цветных металлов, Сибирский федеральный университет. E-mail: Novikov-vitja@mail.ru.

Пискажова Татьяна Валериевна – доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации производственных процессов в металлургии; Институт цветных металлов, Сибирский федеральный университет. E-mail: piskazhova@yandex.ru.

Донцова Татьяна Валентиновна – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой автоматизации производственных процессов в металлургии; Институт цветных металлов, Сибирский федеральный университет. E-mail: tdontsova@sfu-kras.ru.

Белолипецкий Виктор Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела вычислительной математики; Институт вычислительного моделирования СО РАН. E-mail: belolip@icm.krasn.ru.

Novikov Viktor Andreevich – graduate student of the department Automation of production processes in metallurgy of the Siberian Federal University. E-mail: Novikov-vitja@mail.ru.

Piskazhova Tatiana Valerievna – Dr. Sc., Professor of the Department of industrial process Automation in metallurgy; Institute of non-ferrous metals, Siberian Federal University. E-mail: piskazhova@yandex.ru.

Doncova Tatyana Valentinovna – Cand. Sc., Associate Professor, Head of the Department of Automation of production processes in metallurgy; Siberian Federal University. E-mail: tdontsova@sfu-kras.ru.

Belolipetskii Viktor Mikhailovich – Dr. Sc., Professor, Chief Researcher of the Department of Computational Mathematics; Institute of Computational Modeling, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, E-mail: belolip@icm.krasn.ru.
