

УДК 621.396.96

Doi: 10.31772/2712-8970-2024-25-4-493-506

Для цитирования: Динамические параметры потока в естественных криволинейных координатах для линии тока во вращающемся канале / В. В. Черненко, Д. В. Черненко, М. И. Толстомятов и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2024. Т. 25, № 4. С. 493–506. Doi: 10.31772/2712-8970-2024-25-4-493-506.

For citation: Chernenko V. V., Chernenko D. V., Tolstomyatov M. I. et al. [Dynamic flow parameters in natural curvilinear coordinates for a current line in a rotating channel]. *Siberian Aerospace Journal*. 2024, Vol. 25, No. 4, P. 493–506. Doi: 10.31772/2712-8970-2024-25-4-493-506.

Динамические параметры потока в естественных криволинейных координатах для линии тока во вращающемся канале

В. В. Черненко*, Д. В. Черненко, М. И. Толстомятов,
Э. С. Манохина, Е. В. Фалькова

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31

*E-mail: 2887722@mail.ru

Особый интерес к теме математического анализа протекания процессов переноса теплоты определяется научной значимостью и практическим применением при разработке, проектировании и производстве ракетно-космических аппаратов и установок. Обоснование разработанных методик и моделирование данных, полученных в ходе эксперимента с применением 3д технологий процесса, дает преимущество. Точность и достоверность результатов расчетов играют ключевую роль в обеспечении безопасности и надежности ракетно-космических систем. Регулярная проверка и верификация результатов также необходимы для обеспечения высокой степени надежности и безопасности. Представленный в статье комплексный анализ течения потока жидкости в межлопаточном канале рабочего колеса малорасходного центробежного насоса с построением энергетических характеристик рабочего колеса может быть использован для уточнения числа лопаток. Разработанная методика расчета состоит из четырех частей: во-первых, получено выражение для определения проекции градиента давления на продольную ось φ , во-вторых, получено выражение для определения проекции градиента давления на поперечную ось ψ , в-третьих, определена производная продольной скорости в поперечном направлении u , в-четвертых, представлены результаты численной и экспериментальной визуализации (баланс мощностей, зависимость напора и коэффициента влияния конечного числа лопаток от расхода малорасходного центробежного насоса). На основе результатов теоретических исследований были разработаны алгоритм и программа расчета, позволяющие рассчитывать локальные значения. Рассматриваемый подход подтверждается верификацией результатов математического моделирования графической визуализацией течения и измерением баланса мощностей малорасходного центробежного насоса. Полученные выражения для проекций градиента давления, определение производной продольной скорости и экспериментальная визуализация играют важную роль при расчете и анализе работы центробежных насосов. Однако существует необходимость в дальнейшей проработке метода для приведения его к виду, позволяющему рассчитывать трехмерное течение рабочего тела в канале произвольной формы.

Ключевые слова: центробежный насос, рабочее колесо, напор, оптимизация, градиент скорости, градиент давления, баланс мощностей.

Dynamic flow parameters in natural curvilinear coordinates for a current line in a rotating channel

V. V. Chernenko*, D. V. Chernenko, M. I. Tolstopyatov,
E. S. Manokhina, E. V. Fal'kova

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

* E-mail: 2887722@mail.ru

A special interest in the topic of mathematical analysis of the flow of heat transfer processes is determined by the scientific significance and practical application in the development, design and production of rocket and space vehicles and installations. Substantiation of the developed techniques and modeling of the data obtained during the experiment using 3D process technologies gives an advantage. The accuracy and reliability of the calculation results play a key role in ensuring the safety and reliability of rocket and space systems. Regular verification and verification of the results are also necessary to ensure a high degree of reliability and safety. The comprehensive analysis of the fluid flow in the inter-vane channel of the impeller of a low-flow centrifugal pump presented in the article, with the construction of the energy characteristics of the impeller, can be used to clarify the number of vanes. The developed calculation method consists of four parts: firstly, an expression is obtained to determine the projection of the pressure gradient on the longitudinal axis φ , secondly, an expression is obtained to determine the projection of the pressure gradient on the transverse axis ψ , thirdly, the derivative of the longitudinal velocity in the transverse direction is determined, and fourthly, the results are presented numerical and experimental visualization: the power balance, the dependence of the pressure and the coefficient of influence of a finite number of vanes on the flow rate of a low-flow centrifugal pump. Based on the results of theoretical research, an algorithm and a calculation program were developed that allows calculating local values. The considered approach is confirmed by verification of the results of mathematical modeling by graphical visualization of the flow and measurement of the power balance of a low-flow centrifugal pump. The obtained expressions for pressure gradient projections, determination of the derivative of the longitudinal velocity and experimental visualization play an important role in the calculation and analysis of the operation of centrifugal pumps. However, there is a need for further elaboration of the method to bring it to a form that allows calculating the three-dimensional flow of the working fluid in an arbitrary channel.

Keywords: centrifugal pump, impeller, head, optimization, speed gradient, pressure gradient, power balance.

Введение

Одним из важнейших пунктов в развитии и проектировании новых образцов ракетно-космических и авиационных систем является традиционное обеспечение максимально высоких параметров по энергетическим характеристикам, ресурсу и степени надежности как отдельных агрегатов, элементов конструкции, так и аппарата в целом. Критерии обслуживания целевых эксплуатационных показателей могут определяться путем последовательной детерминации, основанной на причинно-следственной связи, на протяжении всего эксплуатационного цикла технической системы. Этот процесс включает в себя обоснование тактико-технических требований, разработку технического задания на научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы, эскизное проектирование, разработку конструкторской и технической документации; доводочные испытания и производство. Поэтому даже незначительная погрешность на этапе предполагаемых результатов новых разработок может многократно увеличить стоимость следующих этапов или прекратить проект.

Для достижения оптимально высоких энергетических характеристик центробежного насоса необходимо получить и использовать максимально полное преобразование энергии в межлопа-

точном канале рабочего колеса. В частности, именно преобразование энергии в межлопаточном канале рабочего колеса играет ключевую роль в обеспечении высокой эффективности таких установок. Результаты исследований и рекомендации по проектированию, изложенные в различных классических и современных работах, имеют большое значение для развития эффективных двигательных установок, включая теплоэнергетические установки летательных аппаратов. Для обеспечения подачи требуемого напора необходимых расходных параметров с заданным повышением давления рабочего тела главным образом применяются центробежные насосные агрегаты, имеющие высокие энергетические характеристики при относительно малой массе и габаритах. Система двигательной установки летательного аппарата включает в себя насосы, которые отвечают за подачу топлива в камеру сгорания с электроприводом и турбодвигателем, которые применяются в жидкостных ракетных ступенях космических аппаратов. В гидравлических системах приводов исполнительных элементов систем управления вектором тяги и механизации центробежные насосы являются источником мощности [1–5].

Необходимо подчеркнуть, что центробежные насосы распространены во многих сферах индустрии (нефтепромышленности, энергетике, фармацевтике, транспортной, пищевой, химической отраслях, криогенике и др.), где насущным является вопрос о снижении вибрации, пульсации давления, шума. Применение в насосах более совершенной проточной части способствует решению этих проблем [6].

Производительность центробежного насоса определяется высокой угловой скоростью его рабочего колеса, например РД0146, имеющий частоту вращения до 123000 об/мин. При перекачивании высоковязких сред центробежные насосы становятся менее продуктивны: большое сопротивление и высокое давление рабочей среды снижают поддержание определенной скорости потока. Актуальной задачей является теоретическое исследование движения потока в каналах проточной части центробежных лопаточных нагнетателей. Именно эта задача и показывает существенные недостатки, так как значительная часть каналов имеет изменяющиеся площади и сложные пространственные формы с наличием зон пониженного и повышенного градиента давления с возможным наличием парного вихря, что приводит к скосу донных линий тока и кривизны средней линии. Все эти каналы находятся во вращении, и протекающий по ним поток напрямую взаимодействует с лопатками и тем самым повышает свою удельную энергию [4]. Межлопаточный канал в рабочем колесе является важным элементом. В турбинах жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) используются неохлаждаемые лопатки. Кроме того, используются различные по направлению движения потока типы турбин – радиальные, осевые, диагональные – с различными профилями межлопаточных каналов. Увеличение температуры рабочего тела также способствует повышению адиабатной работы. Из-за конструктивных особенностей и применяемых материалов на температуру рабочего тела в неохлаждаемой турбине накладываются ограничения, обычно для восстановительного газа 1000–1200 °С, для окислительного газа 700–900 °С [7].

Наличие градиента давления в потоке движущегося по межлопаточному каналу рабочего тела, а следовательно, и в пограничном слое, значительно усложняет вычислительную задачу последнего. Однако, учитывая практическую значимость этого вопроса, он привлек внимание многих исследователей и в настоящее время разрабатываются различные алгоритмические подходы к решению, основанные на приближенных предположениях и эмпирических данных [7–9].

Многие научные исследования рассматривают свойства турбулентного пограничного слоя. Важное значение занимают исследования консервативных свойств пограничного слоя. Материалы исследований объясняют свойства турбулентных пограничных слоев, описывают проблему с трением и теплообменом при движении рабочего тела (жидкости) по каналам и проточным частям (термодинамически). Также рассматриваются теоретические законы предельных трений и теплообмена поверхностей тел. Основным моментом является то, что турбулентность потока пристеночного участка очень незначительно влияет на внешние изменения нескольких показателей осредненного потока. В зависимости от предельных относительных законов трения и теплообмена были предложены методы математического расчета. В турбулент-

ном потоке с продольным градиентом давления с теплообменом в пристеночной области профиль скорости представляется логарифмическим законом и от градиента давления практически не зависит, но на распределение скорости во внешней части турбулентного пограничного слоя, составляющей более 75 % от его толщины, градиент давления оказывает повышенное влияние. Влияние возмущения не меняет форму математических описаний пограничного слоя, а является параметрическим. Понимание физических особенностей движения потоков в каждом элементе проточной части центробежного насосного агрегата позволит разработать методики расчета и проектирования, учитывающие особенности течения в сложных пространственных каналах. Наиболее сложной частью исследования и математического описания является пограничный слой на криволинейной (сферической) поверхности. На такой поверхности имеется точка отрыва, высокий градиент давления, а производная скорости потока меняет знак. Метод баланса импульса используется для определения корректировочных параметров в потоке [4; 6; 9–18].

При расчете поля скорости необходимо провести дополнительный анализ распределения полей давлений. Распределение давлений в межлопаточном канале оказывает значительное влияние на динамику потока жидкости и, следовательно, на энергетические характеристики центробежного рабочего колеса. Такой анализ позволяет более полно и точно определить характеристики потока, что важно для разработки эффективных методик оптимизации и проектирования рабочих колес. Для определения градиента давления отсутствуют уравнения в явной форме, но при этом параметр давления входит в основное уравнение количества движения. Если поле давления определено, то уравнение решается без особых трудностей, но при этом отсутствует очевидный способ определения поля давлений. Имеется возможность использовать уравнение неразрывности для определения поля давлений. Поле давлений необходимо определить таким образом, чтобы при его использовании в уравнениях количества движения получаемое поле скоростей удовлетворяло уравнению неразрывности. Для определения поля давления наилучшим образом подходит использование дискретных аналогов уравнений количества движения и неразрывности, поскольку остальные не подходят для нашего решения. Из-за сложностей с нахождением давлений разработаны методы, выводящие давление из системы определяющих уравнений [19–21].

Цель

Целью является разработка методики расчета и анализ влияние градиента давления на распределение скорости в пристеночной части в межлопаточном канале центробежного рабочего колеса с конечным числом лопаток, определение по расчетной методике энергетические характеристики рабочего колеса и проведение оптимизации по конечному числу лопаток, а также графическая визуализация балансов мощностей малорасходного центробежного насоса.

Методика исследования

Изучение существующих методов расчета турбулентного пограничного слоя с градиентом давления с использованием интегрального уравнения импульсов позволяет получить два приближенных решения уравнения пограничного слоя, включая уравнение, учитывающее особенности течения с продольным градиентом давления. Эти решения включают уравнение, учитывающее особенности потока с продольным градиентом давления. Таким образом, можно провести анализ приближенного уравнения турбулентного пограничного слоя. В дальнейших расчетах будут использоваться методы расчета турбулентного пограничного слоя с градиентом давления, учитывая, что полученные решения критериальных уравнений справедливы только при конфузормом процессе течения потока. Эти методики предполагают использование толщины потери импульса в качестве характеристической толщины пограничного слоя.

Введение дополнительных параметров для описания профиля скоростей является важным шагом при учете сильной зависимости характеристик от градиента давления. Эти дополнительные параметры могут помочь более полно и точно описать сложные зависимости между давлением и скоростью внутри межлопаточного канала. Такой подход позволяет получить более реалистичное представление о динамике потока жидкости и, соответственно, энергетических

характеристиках центробежного рабочего колеса. Толщина потери импульса для расчета определяется по теореме импульсов, в которой касательное напряжение на стенке определяется на основе закона сопротивления продольно обтекаемой пластины. Эти методики используются для определения сопротивления трения кузовов с различными профилями и показывают положительные результаты.

В данном случае используется специальное координатное преобразование для создания более равномерного распределения параметров потока по всему пространству. При переходе к расчету динамических параметров потока в естественных криволинейных координатах для линии тока во вращающемся межлопаточном канале проводится анализ установившегося потока идеальной жидкости с учетом трения. Графический расчет выполняется в полярной системе координат, которая является оптимальной в случаях, когда отношения между точками легче изобразить в виде радиусов и углов.

Проекция градиента давления на продольную ось φ

Продольная координатная линия φ по определению является проекцией предельной линии тока в ядре потока на ограничивающую поверхность. В нашем случае это внутренняя поверхность покрывного диска в конкретной точке криволинейной линии φ . Направление относительной скорости $\vec{W}$ касательно к этой линии (рис. 1).

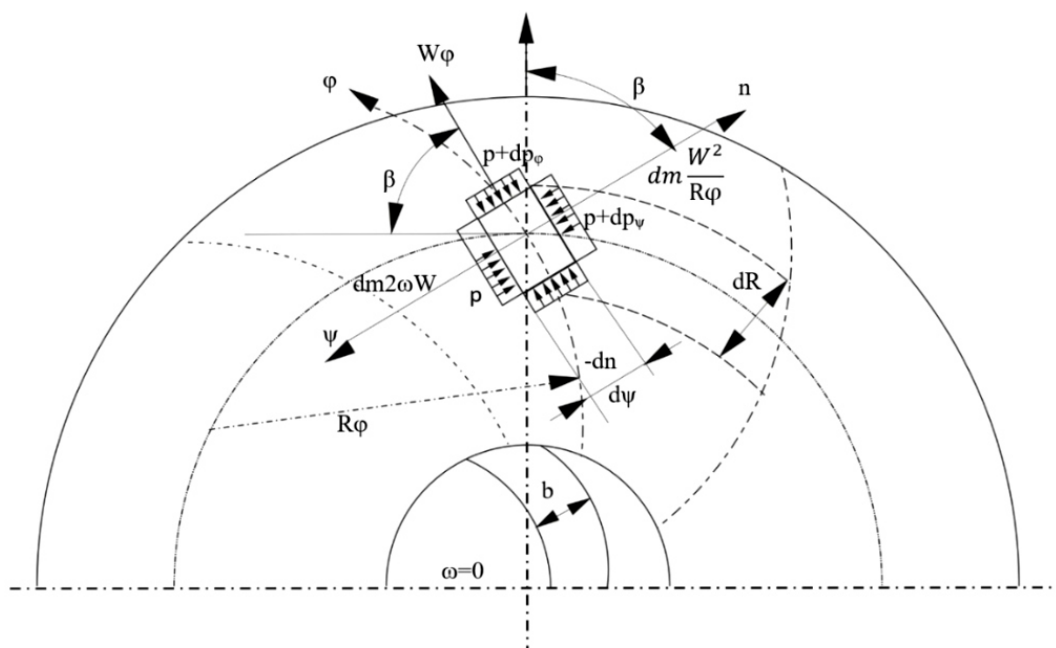


Рис. 1. Расчетная схема ядра потока

Fig. 1. Calculation scheme of the flow core

Для установившегося относительного движения без учета трения в ядре потока уравнение движения приобретает вид уравнения Эйлера, которое в проекции на продольную координатную линию запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{W^2}{2} \right) = F_\varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}, \quad (1)$$

где $\partial \varphi$ – элемент продольной координатной линии; F_φ – проекция суммы инерционных сил на координату φ , отнесенная к единице массы, что соответствует инерционному ускорению, взятому с противоположным знаком.

При относительном движении во вращающемся межлопаточном канале рабочего колеса к инерционным силам относятся:

- центробежные силы инерции от вращения рабочего колеса $\omega^2 R$;
- центробежная сила инерции из-за кривизны линии тока (координатной линии φ) $\frac{W^2}{R}$;
- кориолисова сила инерции $2\omega W$.

Силой тяжести и внешними инерционными силами пренебрегаем.

Связанная с рабочим колесом составляющая центробежной силы от вращения координат равна:

$$\omega^2 R \sin \beta = \omega^2 R \frac{dR}{d\varphi'}, \quad (2)$$

где $\sin \beta = \frac{dR}{d\varphi'}$, (см. рис. 1).

Проекция этой центробежной силы $\frac{W^2}{R_\varphi}$, которая возникает в связи с наличием кривизны по линии тока, и кориолисовой силы $2\omega W$ на направление φ будет равняться нулю из-за перпендикуляра относительной скорости. Тогда $F_\varphi = \sum F_{\text{фин}}$, запишется [22]:

$$F_\varphi = \omega^2 R \frac{\partial R}{\partial \varphi}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), получим

$$\frac{\partial \left(\frac{W^2}{2} \right)}{\partial \varphi} = \omega^2 R \frac{\partial R}{\partial \varphi} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_\varphi}{\partial \varphi}.$$

Преобразовав в приращение кинетических энергий, получим:

$$\frac{\partial \left(\frac{W_\varphi^2}{2} \right)}{\partial \varphi} - \frac{\partial \left(\frac{U^2}{2} \right)}{\partial \varphi} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi}.$$

Получаем выражение для проекции градиента давления на продольную ось φ

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{U^2}{2} - \frac{W_\varphi^2}{2} \right), \quad (4)$$

где W_φ – скорость в относительном движении, касательная продольной координате φ ; $U = \omega R$ – переносная скорость в конкретной точке на линии тока, или

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = W \frac{\partial W}{\partial \varphi} - \frac{\omega^2 R dR}{d\varphi}. \quad (5)$$

Проекция градиента давления на поперечную ось ψ

Выделим в межлопаточном канале элементарный объем жидкости с массой $dm = \rho \cdot b \cdot d\psi \cdot d\varphi$, где b – ширина канала в направлении, перпендикулярном плоскости (см. рис. 1).

Рассмотрим равновесие элементарного объема жидкости в проекции на поперечную координатную ось ψ , противоположную нормали n к предельной линии тока в относительном движении. На выделенный объем действуют следующие составляющие сил (см. рис. 1):

– поверхностные силы давления, суммарная составляющая которых равна:

$$+\partial p_{\varphi} \cdot b \cdot d\varphi;$$

– составляющая центробежной силы инерции, возникающая из-за кривизны линии тока φ :

$$-dm \cdot \omega^2 R \cdot \cos \beta = dm \cdot \omega^2 R \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi};$$

– составляющая центробежной силы инерции, возникающая из-за кривизны линии тока ψ :

$$-dm \cdot \frac{W^2}{R\varphi};$$

– составляющая кориолисовой силы инерции:

$$+\partial m \cdot 2\omega W.$$

Из условия равновесия сумма всех составляющих равна нулю:

$$+\partial p_{\varphi} \cdot b \cdot d\varphi - dm \cdot \omega^2 R \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} - dm \frac{W^2}{R\varphi} + dm \cdot 2\omega W = 0.$$

Разделим и умножим первый член уравнения (5) на $\rho d\psi$, сократим все члены на $dm = \rho \cdot b \cdot d\psi \cdot d\varphi$ и получим уравнение:

$$+\frac{\partial p}{\rho \partial \psi} - \frac{\omega^2 R_{\varphi} dR}{\partial \psi} - \frac{W^2}{R_{\varphi}} + 2\omega W = 0 \quad (6)$$

или

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = -\omega^2 R \cdot \cos \beta - \frac{W^2}{R_{\varphi}} + 2\omega W, \quad (7)$$

– производная статического давления по координате ψ , где R_{φ} – радиус кривизны предельной линии тока, в нашем расчетном случае $R_{\varphi} = R_{\text{л}} = \text{const}$ лопаточный угол – $\beta_{\text{л}} = f(\varphi)$.

Необходимо отметить следующее: направление нарастания (увеличения) статического давления совпадает с направлением инерционной силы (и противоположно инерционному ускорению элементарной массы жидкости).

Поперечные волны возникают из-за деформации формы, т. е. малых вращательных движений частиц окружающей среды на плоскости, направленной в направлении распространения колебаний. Объем в среде неизменен, но происходит локальная деформация прямоугольного элемента среды, и, таким образом, S-волна называется волной движения. Поперечная волна не распространяется в жидкой и газовой среде, где слабое сцепление элементов вещества не позволяет передавать сдвиговые деформации.

Производная продольной скорости в поперечном направлении

Используя выражение (5) для продольного градиента статического давления, умножив части на $d\varphi$, получаем

$$-\frac{1}{\rho} dp = W dW - \omega^2 R dR. \quad (8)$$

Интегрируя уравнения по струйке тока от сечения 1-1 до сечения 2-2, получаем выражение для статического напора несжимаемой жидкости:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{U_2^2 - W_2^2}{2} - \frac{U_1^2 - W_1^2}{2}. \quad (9)$$

Полагая, что энергия струек по шагу постоянна [3], из уравнения (8) получаем следующее соотношение:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} = W \frac{dW}{d\psi} - \omega^2 R \frac{dR}{d\psi}. \quad (10)$$

Используя выражение (8) для первого числа (1), получаем:

$$-\frac{\omega^2 R dR}{d\psi} - \frac{W^2}{R_\varphi} + 2\omega W = W \frac{dW}{d\psi} - \omega^2 R \frac{dR}{d\psi}.$$

После сокращения членов и деления на W получаем выражение для производной продольной скорости W_u в поперечном направлении ψ :

$$\frac{\partial W_u}{d\psi} = 2\omega - \frac{W}{R_\varphi}. \quad (11)$$

Продольные волны всегда распространяются быстрее поперечных в одном и том же пространстве, вызванные изменением объема при поступательном движении частиц в сторону распространения колебаний упругости. Известно также, что волны продольного типа распространяются при скорости V_p , которая определяется упругостью и плотностью сред. Таким образом, среда (твердая, однородная, изотропная) будет распространяться независимо от времени и пространства.

Баланс мощностей

Согласно проведённому эксперименту с распределением мощности насоса получаем численные интегральные гидравлические потери. Часть затрачиваемой мощности превращается в полезную работу, остальное уходит в потери [3; 9; 10].

Таким образом, баланс эффективной мощности насоса будет

$$N_{\text{ПОЛ}} = N_{\text{ЗАТР}} - (N_{\text{ГТ}} + N_{\text{Г}} + N_{\text{УТ}} + N_{\text{МEX}}^{\text{СТ}} + N_{\text{МEX}}^{\text{КОЛ}}).$$

Составляющие баланса мощностей в нагнетателе (насосе): $N_{\text{ПОЛ}}$ – полезная мощность насоса; $N_{\text{ЗАТР}}$ – мощность затраченная; $N_{\text{ГТ}}$ – мощность, расходуемая на трение (гидравлическое); $N_{\text{Г}}$ – потери (гидравлические) в проточной части насоса; $N_{\text{УТ}}$ – потери мощностей с утечками рабочей жидкости; $N_{\text{МEX}}^{\text{СТ}}$ – потери при контакте с неподвижными частями – опоры, уплотнения; $N_{\text{МEX}}^{\text{КОЛ}}$ – механические потери мощности в рабочем колесе.

На рис. 2 и 3 показаны графические зависимости величин потерь. Полученные энергетические характеристики совпадают с результатами исследования с погрешностью, не превышающей 3–5 %. Это дает возможность утверждать, что разработанная методика верна и верифицирована.

На рис. 2 представлены результаты численной и экспериментальной визуализации: баланс мощностей, зависимость напора и K_z от расхода малорасходного центробежного насоса для цилиндрических лопаток, $\beta_{1\text{л}} = \beta_{2\text{л}} = 60^\circ$. На рис. 3 – баланс мощностей, зависимость напора и K_z от расхода малорасходного центробежного насоса для тангенциальных лопаток, $\beta_{2\text{л}} = 77^\circ$.

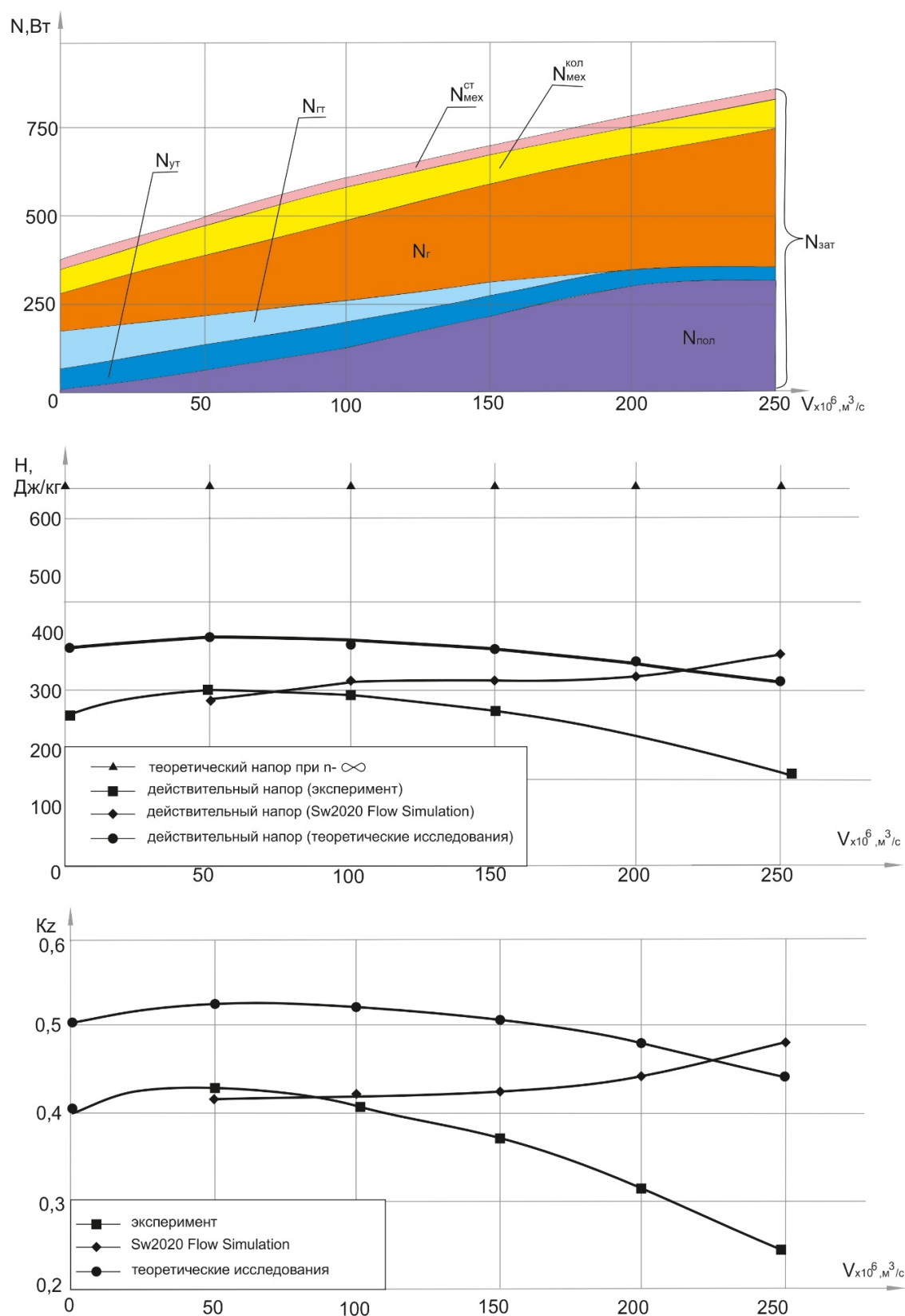


Рис. 2. Баланс мощностей, зависимость напора и K_z от расхода малорасходного центробежного насоса (цилиндрические лопасти, $\beta_{1л} = \beta_{1л} = 60^\circ$)

Fig. 2. Power balance, dependence of pressure and K_z on the flow rate of a low-flow centrifugal pump (cylindrical blades, $\beta_{1л} = \beta_{1л} = 60^\circ$)

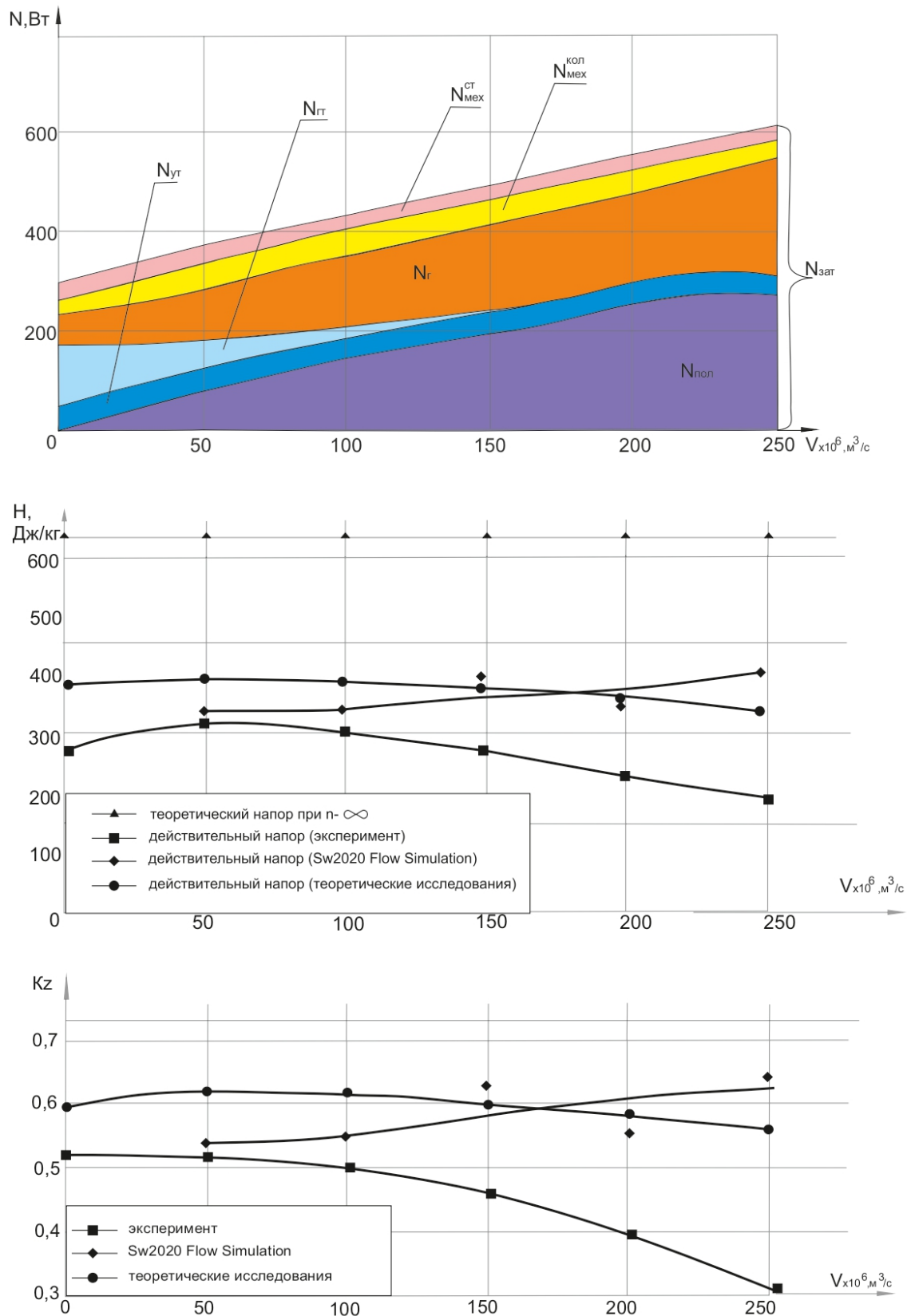


Рис. 3. Баланс мощностей, зависимость напора и K_z от расхода малорасходного центробежного насоса (тангенциальные лопатки, $\beta_{2л} = 77^\circ$)

Fig. 3. Power balance, dependence of pressure and K_z on the flow rate of a low-flow centrifugal pump (tangential blades, $\beta_{2л} = 77^\circ$)

Заключение

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

- получена новая форма уравнения импульсов пространственного пограничного слоя для ламинарного относительного потока с продольно-поперечным градиентом давления, совмещенная с законом трения, определенным из классического параболического профиля;
- по результатам исследований получены выражения для проекции градиента давления на продольную ось φ ;
- получена производная статического давления по координате ψ ;
- получены выражения для производной продольной скорости W_u в поперечном направлении ψ в естественной системе координат при течении в круговом секторе;
- построены графики балансов мощностей, зависимость напора и K_z от расхода малорасходного центробежного насоса (цилиндрические лопатки, $\beta_{1л} = \beta_{2л} = 60^\circ$) и (тангенциальные лопатки, $\beta_{2л} = 77^\circ$).

Однако метод требует дальнейшей доработки с целью приведения его к форме, позволяющей сделать расчет трехмерного течения рабочего колеса в канале произвольной формы. Результаты всех частей исследования будут использоваться для расчета оптимизации конечного числа лопаток в рабочем колесе насоса.

Библиографические ссылки

1. Филин Н. А., Мкртчян М. К. Малоизвестные факты истории создания турбонасосного агрегата в жидкостном ракетном двигателе // Вестник Моск. авиац. ин-та. 2021. Т. 28, № 13. С. 63–73.
2. Назаров В. П., Яцуненко В. Г., Коломенцев А. И. Конструктивно-технологические факторы стабильности энергетических параметров турбонасосных агрегатов ракетных двигателей // Вестник Моск. авиац. ин-та. 2014. Т. 21, № 5. С. 101–105.
3. Зуев А. А., Арнгольд А. А., Данилов Н. А. Баланс мощностей центробежных насосов энергетических систем летательных и космических аппаратов // Решетневские чтения. 2020. С. 132–133.
4. Назаров В. П., Черненко В. В., Черненко Д. В. Модель течения в рабочем колесе центробежного насоса // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 3. С. 494–503. DOI: 10.31772/2712-8970-2021-22-3-494-503.
5. Zuev A. A., Arngold A. A., Tolstopyatov M. I. Flow with heat transfer in a rotating cavity // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: International Workshop Advanced Technologies in Material Science, Mechanical and Automation Engineering – MIP: Engineering – 2019. 2019. P. 22026. DOI: 10.1088/1757-899X/537/2/022026.
6. Корочинский В. В. Разработка трубчатых направляющих аппаратов в отводах высокооборотных центробежных насосов с целью снижения вибрации и увеличения ресурса работы : дисс. ... канд. техн. наук. М., 2017. 119 с.
7. Аналитический подход при исследовании уравнений импульсов пограничного слоя при течении в межлопаточном канале газовых турбин / А. А. Кишкин, А. А. Зуев, А. В. Делков, Ю. Н. Шевченко // Вестник Моск. авиац. ин-та. 2021. Т. 28, № 1. С. 45–60. DOI: 10.34759/vst-2021-1-45-60.
8. Laptev A. G., Farakhov T. M., Lapteva E. A. Dissipative mathematical model of heat transfer in channels with process intensifiers // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. P. 52045. DOI: 10.1088/1757-899X/919/5/052045.
9. Zhuikov D. A., Zuev A. A., Nazarov V. P. Hydraulic losses in the initial section of a flow parts of at aggregates of liquid rocket engines // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. P. 22034. DOI: 10.1088/1757-899X/862/2/022034.

10. Черненко Д. В. Гидродинамика центробежных лопаточных нагнетателей энергосиловых установок летательных аппаратов : дисс. ... канд. техн. наук. Красноярск, 2005. 167 с.
11. Chernenko V. V., Chernenko D. V. Flow model in the impeller of a centrifugal pump // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (MIP-III 2021). 2021. P. 012065. DOI: 10.1088/1757-899X/1155/1/012065.
12. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М. : Энергоиздат, 1985. 320 с.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / пер. с нем. Г. А. Вольперта ; под ред. Л. Г. Лойцянского. М. : Наука, 1974. 712 с.
14. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М. : Физматгиз, 1962. 478 с.
15. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. : Наука, 1970. 940 с.
16. Лаптев А. Г., Фарахов Т. М. Математические модели и расчет гидродинамических характеристик пограничного слоя // Научный журнал КубГАУ. 2012. № 08 (82). С. 710–744.
17. Лаптев А. Г. Модели пограничного слоя и расчет тепло-массообменных процессов. Казань : Изд-во Казанск. ун-та, 2007. 500 с.
18. Лаптев А. Г. Башаров М. М., Рунов Д. М. Определение коэффициентов теплоотдачи в каналах с элементами интенсификации // Междунар. журнал приклад. и фундаментал. исследований. 2015. № 3. С. 311–316.
19. Лаптева Е. А., Фархатов Т. М. Математические модели и расчет тепло-массообменных характеристик аппаратов / под ред. А. Г. Лаптева. Казань : Отечество, 2013. 182 с.
20. Шкарбуль С. Н. Исследование пространственных течений вязкой жидкости в рабочих колесах центробежных компрессоров : дисс. ... докт. техн. наук. Л., 1973. 398 с.
21. Елин В. И., Солдатов К. Н., Соколовский С. М. Насосы и компрессоры. М. : Гос. науч.-техн. изд-во нефтяной и горно-топливной лит-ры, 1960. 373 с.
22. Овсяников Б. В., Боровский Б. И. Теория и расчет агрегатов питания жидкостных ракетных двигателей. М. : Машиностроение, 1986. 376 с.

References

1. Filin N. A., Mkrtchyan M. K. [Little-known facts of the history of the creation of a turbopump unit in a liquid-propellant rocket engine]. *Vestnik Mosk. aviats. in-ta*. 2021, Vol. 28, No. 13, P. 63–73 (In Russ.).
2. Nazarov V. P., Yatsunenkov V. G., Kolomentsev A. I. [Structural and technological factors of stability of the energy parameters of turbopump units of rocket engines]. *Vestnik Mosk. aviats. in-ta*. 2014, Vol. 21, No. 5, P. 101–105 (In Russ.).
3. Zuev A. A., Arngold A. A., Danilov N. A. [Power balance of centrifugal pumps for power systems of aircraft and spacecraft]. *Reshetnevskiy chteniya*. 2020, P. 132–133 (In Russ.).
4. Nazarov V. P., Chernenko V. V., Chernenko D. V. [Flow model in the impeller of a centrifugal pump]. *Siberian Aerospace Journal*. 2021, Vol. 22, No. 3, P. 494–503 (In Russ.).
5. Zuev A. A., Arngold A. A., Tolstopyatov M. I. Flow with heat transfer in a rotating cavity. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: International Workshop Advanced Technologies in Material Science, Mechanical and Automation Engineering – MIP: Engineering – 2019*. 2019. P. 22026. DOI: 10.1088/1757-899X/537/2/022026.
6. Korochinsky V. V. *Razrabotka trubchatykh napravlyayushchih apparatov v otvodah vysokooborotnykh centrobezhnykh nasosov s cel'yu snizheniya vibratsii i uvelicheniya resursa raboty. Diss. Kand.*. [Development of tubular guide vanes in the outlets of high-speed centrifugal pumps in order to reduce vibration and increase the service life. Diss. Cand.]. Moscow, 119 p.
7. Kishkin A. A., Zuev A. A., Delkov A. V., Shevchenko Y. N. [An analytical approach to the study of boundary layer pulse equations during flow in the interscapular channel of gas turbines]. *Vestnik Mosk. aviats. in-ta*. 2021, Vol. 28, No. 1, P. 45–60 (In Russ.).

8. Laptev A. G., Farakhov T. M., Lapteva E. A. Dissipative mathematical model of heat transfer in channels with process intensifiers. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, P. 52045. DOI: 10.1088/1757-899X/919/5/052045.
9. Zhuikov D. A., Zuev A. A., Nazarov V. P. Hydraulic losses in the initial section of a flow parts of at aggregates of liquid rocket engines. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, P. 22034. DOI: 10.1088/1757-899X/862/2/022034.
10. Chernenko D. V. *Gidrodinamika centrobezhnyh lopatochnykh nagnetateley energosilovykh ustanovok letatel'nykh apparatov*. Diss. Kand. [Hydrodynamics of centrifugal vane superchargers of power plants of aircraft. Diss. Cand.]. Krasnoyarsk, SibGAU, 167 p.
11. Chernenko V. V., Chernenko D. V. Flow model in the impeller of a centrifugal pump. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (MIP-III 2021). 2021, Vol. 1155, P. 012065. DOI: 10.1088/1757-899X/1155/1/012065.
12. Kutateladze S. S., Leontiev A. I. *Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pogranichnom sloye* [Heat and Mass Transfer and Friction in a Turbulent Boundary Layer]. Moscow, Energoizdat Publ., 1985, 320 p.
13. Schlichting G. *Teoriya pogranichnogo sloya* [Theory of the boundary layer]. Moscow, Nauka Publ., 1974, 712 p.
14. Loitsyansky L. G. *Laminarnyy pogranichnyy sloy* [Laminar boundary layer]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 478 p.
15. Loitsyansky L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of liquid and gas]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 940 p.
16. Laptev A. G., Farahov T. M. [Mathematical models and calculation of hydrodynamic characteristics of the boundary layer]. *Nauchnyy zhurnal KuBGau*. 2012, No. 08 (82). P. 710–744 (In Russ.).
17. Laptev A. G. *Modeli pogranichnogo sloya i raschet teplo-massoobmennyykh processov* [Boundary layer models and calculation of heat and mass transfer processes]. Kazan, 2007, 500 p.
18. Laptev A. G., Basharov M. M., Runov D. M. [Determination of heat transfer coefficients in channels with intensification elements]. *Mezhdunar. zhurnal priklad. i fundamental. issled-iy*. 2015, No. 3, P. 311–316 (In Russ.).
19. Lapteva E. A., Farkhatov T. M. *Matematicheskie modeli i raschet teplo-massoobmennyykh harakteristik apparatov* [Mathematical models and calculation of heat and mass transfer characteristics of apparatuses]. Kazan, Fatherland Publ., 2013, 182 p.
20. Shkarbul S. N. *Issledovanie prostranstvennykh techeniy vyazkoj zhidkosti v rabochih kolesah centrobezhnykh kompressorov*. Dr. Diss. [Investigation of spatial flows of viscous liquid in impellers of centrifugal compressors. Dr. Diss.]. Leningrad, 1973, 398 p.
21. Elin V. I., Soldatov K. N., Sokolovsky S. M. *Nasosy i kompressory* [Pumps and compressors]. Moscow, 1960, 373 p.
22. Ovsyanikov B. V., Borovsky B. I. *Teoriya i raschet agregatov pitaniya zhidkostnykh raketnykh dvigateley* [Theory and calculation of power units for liquid-propellant rocket engines. 3rd ed., revised. and additional]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986, 376 p.

© Черненко В. В., Черненко Д. В., Толстопятов М. И., Манохина Э. С., Фалькова Е. В., 2024

Черненко Валентина Викторовна – старший преподаватель кафедры двигателей летательных аппаратов, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: 2887722@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0007-2111-5316>

Черненко Дмитрий Викторович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры холодильной криогенной техники; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнёва. E-mail: g_ramzes@mail.ru.

Толстомятов Михаил Игоревич – кандидат технических наук, доцент кафедры двигателей летательных аппаратов; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: 8913039999@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-4325-8189>

Манохина Эльвира Сергеевна – студент гр. МРД22-01, кафедра двигателей летательных аппаратов; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: xim96@inbox.ru. <https://orcid.org/0009-0007-7269-7248>

Фалькова Екатерина Владимировна – старший преподаватель кафедры технической механики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: falkova@sibsau.ru.

Chernenko Valentina Viktorovna – Lecturer of Department of Aircraft Engines; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: 2887722@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0007-2111-5316>

Chernenko Dmitry Viktorovich – Cand. Sc., Associate Professor Department of Refrigeration Cryogenic Technology, Institute of Mechanical Engineering and Mechatronics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: g_ramzes@mail.ru.

Tolstopiatov Mikhail Igorevich – Cand. Sc., Associate professor of the Department of Aircraft Engines; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: 8913039999@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-4325-8189>

Manokhina Elvira Sergeevna – student gr. MRD22-01, Department of Aircraft Engines; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: xim96@inbox.ru. <https://orcid.org/0009-0007-7269-7248>

Falkova Ekaterina Vladimirovna – Lecturer of Department of Technical Mechanics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: falkova@sibsau.ru.

Статья поступила в редакцию 13.09.2024; принята к публикации 01.10.2024; опубликована 26.12.2024

The article was submitted 13.09.2024; accepted for publication 01.10.2024; published 26.12.2024