

ISSN 2712-8970



СИБИРСКИЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

SIBERIAN AEROSPACE JOURNAL

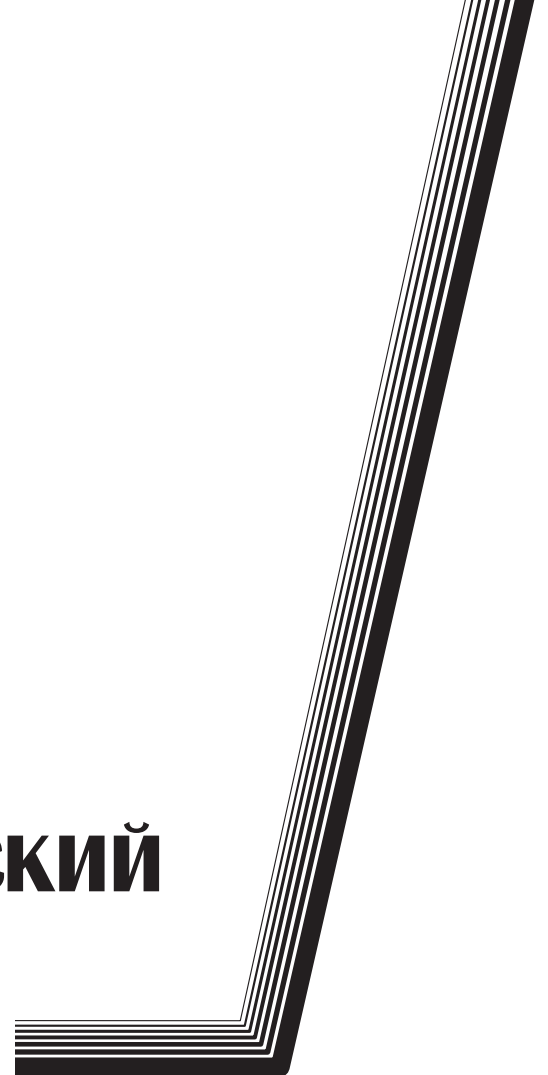
Том
Vol. 26, № 2

КРАСНОЯРСК 2025

СИБИРСКИЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 26, № 2

Красноярск 2025



СИБИРСКИЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 26, № 2

Главный редактор

Аплеснин Сергей Степанович, доктор физико-математических наук, профессор
(СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Заместители главного редактора

Логинов Юрий Юрьевич, доктор физико-математических наук, профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Мурыгин Александр Владимирович, доктор технических наук, профессор, ответственный
за подготовку выпусков журнала, содержащих секретные сведения (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Сенашов Сергей Иванович, доктор физико-математических наук, профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Российские члены редакционной коллегии:

Галеев Р. Г., доктор технических наук
(АО «НПП «Радиосвязь»)

Головенкин Е. Н., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Казаковцев Л. А., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Левко В. А., доктор технических наук, доцент
(СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Лившиц А. В., доктор технических наук,
профессор (ИрГУПС)

Максимов И. А., доктор технических наук
(АО «РЕШЕТНЕВ»)

Михеев А. Е., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Москвичев В. В., доктор технических наук,
профессор (СКТБ «Наука» ИВТ СО РАН)

Садовский В. М., член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук, профессор
(ИВМ СО РАН)

Сафонов К. В., доктор физико-математических
наук, профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Сильченко П. Н., доктор технических наук,
профессор (СФУ)

Смирнов Н. А., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Терсков В. А., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Чеботарев В. Е., доктор технических наук,
доцент (АО «РЕШЕТНЕВ»)

Шайдуров В. В., член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук, профессор
(ИВМ СО РАН)

Иностранные члены редакционной коллегии:

Станимирович Предраг, Ph.D., профессор
(Нишский Университет, Сербия)

Яхно А. Н., кандидат физико-математических наук,
профессор (Университет Гвадалахары, Мексика)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Васильев С. Н., академик РАН, доктор физико-
математических наук, профессор (Москва)

Дегерменджи А. Г., академик РАН,
доктор физико-математических наук,
профессор (Красноярск)

Дегтерев А. С., доктор технических наук,
профессор (Красноярск)

Семенкин Е. С., доктор технических наук,
профессор (Красноярск)

Тестоедов Н. А., академик РАН,
доктор технических наук, профессор
(Красноярск)

Шабанов В. Ф., академик РАН, доктор физико-
математических наук, профессор (Красноярск)

SIBERIAN AEROSPACE JOURNAL

Vol. 26, No 2

Chief Editor:

Aplesnin S. S., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

Deputy Chief Editors

Loginov Y. Y., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

Murygin A. V., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

Senashov S. I., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

EDITORIAL BOARD

Russian members of the editorial board:

Galeev R. G., Dr.Sc.

(JSC "NPP "Radiosvyaz")

Golovenkin E. N., Dr.Sc., Professor
(Reshetnev University)

Kazakovtsev L. A., Dr.Sc., Professor
(Reshetnev University)

Levko V. A., Dr.Sc., Professor
(Reshetnev University)

Livshits A. V., Dr.Sc., Professor
(Irkutsk State Transport University)

Maksimov I. A., Dr.Sc.
(JSC RESHETNEV)

Mikheev A. E., Dr.Sc., Professor
(Reshetnev University)

Moskvichev V. V., Dr.Sc., Professor
(SDTB Nauka KSC SB RAS)

Sadovsky V. M., Corresponding Member
of the Russian Academy of Sciences,
Dr.Sc., Professor (ICM SB RAS)

Safonov K. V., Dr.Sc., Professor
(Reshetnev University)

Silchenko P. N., Doctor of Technical
Sciences, Professor (SibFU)

Smirnov N. A., Dr.Sc., Professor
(Reshetnev University)

Terskov V. A., Dr.Sc., Professor
(Reshetnev University)

Chebotarev V. Y., Dr.Sc., Professor
(JSC RESHETNEV)

Shaidurov V. V., Corresponding Member
of the Russian Academy of Sciences,
Dr.Sc., Professor (ICM SB RAS)

Foreign members of the editorial board:

Stanimirovic Predrag, Ph.D., professor
(University of Nis, Serbia)

Yakhno A. N., Cand. Sc. professor
(University of Guadalajara, Mexico)

EDITORIAL COUNCIL

Vasiliev S. N., Academician of the Russian
Academy of Sciences, Dr.Sc., Professor (Moscow)

Degermendzhi A. G., Academician
of the Russian Academy of Sciences, Dr.Sc.,
Professor (Krasnoyarsk)

Degterev A. S., Dr.Sc., Professor (Krasnoyarsk)

Semenkin E. S., Dr.Sc., Professor (Krasnoyarsk)

Testoedov N. A., Academician of the Russian
Academy of Sciences, Dr.Sc., Professor
(Krasnoyarsk)

Shabanov V. F., Academician of the Russian
Academy of Sciences, Dr.Sc., Professor (Krasnoyarsk)

«Сибирский аэрокосмический журнал» является научным, производственно-практическим рецензируемым изданием. Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-80539 от 01.03.2021 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
ISSN 2712-8970

Подписной индекс в каталоге «Пресса России» — 39263.

Зарегистрирован в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ).

Включен в базу данных Ulrich's Periodicals Directory американского издательства Bowker.

Входит в перечень журналов ВАК по следующим научным специальностям:

1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки);

1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки);

2.3.1 Системный анализ, управление и обработка информации (технические науки);

2.3.5 Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (физико-математические науки);

2.3.7 Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (физико-математические науки);

2.3.7 Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (технические науки);

2.5.13 Проектирование, конструкция, производство, испытания и эксплуатация летательных аппаратов;

2.5.15 Тепловые, электроракетные двигатели и энергоустановки летательных аппаратов (технические науки).

Издается с 2000 года. 2000 — «Вестник Сибирской аэрокосмической академии имени академика М. Ф. Решетнева» (Вестник САА); 2002 — «Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева» (Вестник СибГАУ); 2017 — «Сибирский журнал науки и технологий» (СибЖНТ); с 01.03.2021 — «Сибирский аэрокосмический журнал» (САЖ).

Каждый выпуск журнала включает три раздела:

1 раздел. Информатика, вычислительная техника и управление.

2 раздел. Авиационная и ракетно-космическая техника.

3 раздел. Технологические процессы и материалы.

Статьи публикуются бесплатно после обязательного рецензирования и при оформлении их в соответствии с требованиями редакции (www.vestnik.sibsau.ru). Журнал выходит 4 раза в год. Электронная версия журнала представлена на сайте Научной электронной библиотеки (<http://www.elibrary.ru>) и сайте журнала (www.vestnik.sibsau.ru)

При перепечатке или цитировании материалов из журнала «Сибирский аэрокосмический журнал» ссылка обязательна.

Учредитель и издатель

ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева» (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

АДРЕС РЕДАКЦИИ, УЧРЕДИТЕЛЯ И ИЗДАТЕЛЯ:

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева, Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, проспект имени газеты «Красноярский Рабочий», 31.

Тел. (391) 290-42-31. E-mail: vestnik@sibsau.ru

Редактор Н. Н. ГОЛОСКОКОВА
Ответственный редактор английского текста
Н. А. ШУМАКОВА

Оригинал-макет и верстка О. А. ПЛЕХОВОЙ

Подписано в печать 10.06.2025. Формат 70×108/16.

Бумага офсетная. Печать плоская. Усл. печ. л. 17,2.

Уч.-изд. л. 16,0. Тираж 100 экз. Заказ 3588. С 1106/25.

Редакционно-издательский отдел СибГУ им. М.Ф. Решетнева.

Отпечатано в редакционно-издательском центре
СибГУ им. М.Ф. Решетнева.

Российская Федерация, 660037, г. Красноярск,
просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31.

Дата выхода в свет: 30.06.2025. Свободная цена

Siberian Aerospace Journal is a research, production and practical peer-reviewed journal. Included by the Higher Attestation Commission of the Russian Federation in the Index of Leading Russian Peer-Reviewed Journals and Periodicals, in which significant scientific dissertation results should be published when applying for a Dr.Sc. degree.

The journal is the official periodical of Reshetnev Siberian State University of Science and Technology.

Certificate of Registration as a Mass Media Resource. Certificate: PI No. FC 77-80539, dated 01 March 2021, given by Federal Supervision Agency for Information Technology, Communications and Mass Media. ISSN 2712-8970.

The Journal is included in the following subscription catalogue 39263 — Pressa Rossii.

The journal is registered in the Russian Science Citation Index (RSCI).

The journal is indexed in the database of Ulrich's Periodicals Directory.

The journal was first published in 2000. 2000 — Vestnik Sibirskoy aerokosmicheskoy akademii imeni akademika M. F. Reshetneva (Vestnik SAA); 2002 — Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta imeni akademika M. F. Reshetneva (Vestnik SibGAU); 2017 — Siberian Journal of Science and Technology (SZHT); from 01.03.2021 — Siberian Aerospace Journal (SAJ). The Journal is recommended for publishing the main results of research when applying for Cand. Sc. degree and Dr. Sc. degree upon the following specialties:

1.2.2 Mathematical modeling, numerical methods and software packages (technical sciences);

1.2.2 Mathematical modeling, numerical methods and software packages (physical and mathematical sciences);

2.3.1 System analysis, management and information processing (technical sciences);

2.3.5 Mathematical and software support of computer systems, complexes and computer networks (physical and mathematical sciences);

2.3.7 Computer modeling and design automation (physical and mathematical sciences);

2.3.7 Computer modeling and design automation (technical sciences);

2.5.13 Design, Construction, Production, Testing and Operation of Aircraft;

2.5.15 Thermal, electric rocket engines and power installations of aircraft (technical sciences).

Each issue consists of three parts:

Part 1. Informatics, computer technology and management.

Part 2. Aviation and Spacecraft Engineering.

Part 3. Technological Processes and Material Science.

Papers prepared in accordance with the editorial guidelines (www.vestnik.sibsau.ru) are published free of charge after being peer reviewed.

The journal is published four times a year.

An online version can be viewed at <http://www.elibrary.ru>

Siberian Aerospace Journal should be cited when reprinting or citing materials from the journal.

CONTACTS. Website: www.vestnik.sibsau.ru

Address: Reshetnev Siberian State University of Science and Technology.

31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation.

Tel. (391) 290-42-31; e-mail: vestnik@sibsau.ru

Editor N. N. GOLOSOKOVA
Executive editor (English Language) N. A. SHUMAKOVA
Layout original O. A. PLEKHOVA

Signed (for printing): 10.06.2025. Format 70×108/16.

Offset Paper. Print flat. 17,2. Published sheets 16,0.

100 copies. Order 3588. С 1106/25.

Printing and Publication Department

Reshetnev University.

Printed in the Department of copying and duplicating
equipment Reshetnev University.

31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk,
660037, Russian Federation.

Date of publication: 30.06.2025. Free price

СОДЕРЖАНИЕ

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Ассад А., Сериков С. А. Использование обобщённой регрессионной нейронной сети для повышения точности автономной навигации в условиях неустойчивого приёма сигналов систем глобального позиционирования	160
Караванов А. В., Михов Е. Д. Применение непараметрической оценки функции регрессии для увеличения точности решения навигационной задачи	171
Кириллов К. А., Кириллова С. В., Кузнецов А. А., Мелентьев Д. О., Сафонов К. В. Аналитическое решение задачи калибровки магнитометра космического аппарата с помощью метода наименьших квадратов	181
Пашковская О. В., Лукьянов С. В. Решение первой краевой задачи плоской теории упругости с помощью законов сохранения	195
Русина А. А. Представление и оценка рисков внедрения электронного контента в информационно-измерительные системы аэрогеофизического назначения на базе мягких вычислений	202
Черепанова О. Н. Решение задачи о растяжении упругопластической полосы, ослабленной разрезами и отверстиями	215

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

Жаринов В. Ф., Пономарев О. Г., Бобков И. В. Особенности реализации спутниковой системы связи на высокоэллиптической орбите «Экспресс-РВ»	224
Краснобаев Ю. В., Голубев Е. А., Коршун К. В., Яблонский А. П. Цифровой двойник, агрегируемый в высокоэффективное зарядно-разрядное устройство системы электропитания космического аппарата	239
Репецкий О. В., Нгуен В. М. Исследование влияния расстройки параметров на прочностные характеристики элементов турбомашин	252
Соломин Е. В., Мартыянов А. С., Шахин Х., Пшениснов Н. А., Шерьязов С. К. Обзор беспилотных авиационных систем доставки грузов	264
Шелепов М. Д., Иванов В. В., Кочура С. Г., Максимов И. А., Молчанов К. В., Прокопьев В. Ю. Радиационная обстановка на средней круговой орбите во время экстремальной магнитной бури в мае 2024 года	291


CONTENTS

INFORMATICS, COMPUTER TECHNOLOGY AND MANAGEMENT

Assad A., Serikov S. A. Using a generalized regression neural network to improve the accuracy of autonomous navigation in conditions of unstable reception of global positioning system signals	160
Karavanov A. V., Mikhov E. D. Application of nonparametric estimation of the regression function to increase the accuracy of navigation problem solution	171
Kirillov K. A., Kirillova S. V., Kuznetsov A. A., Melent'ev D. O., Safonov K. V. Analytical solution of the spacecraft magnetometer calibration problem using the method of least squares	181
Pashkovskaya O. V., Lukyanov S. V. Solution of the first boundary value problem of plane elasticity theory using conservation laws	195
Rusina A. A. Soft computing-based representation and risk assessment of electronic content implementation in aerogeophysical information and measurement systems	202
Cherepanova O. N. Solving the problem of stretching an elastic-plastic strip weakened by cuts and holes	215

AVIATION AND SPACECRAFT ENGINEERING

Zharinov V. F., Ponomarev O. G., Bobkov I. V. Features of the implementation of the satellite communication system in the highly elliptical orbit "Express-RV"	224
Krasnobaev Yu. V., Golubev E. A., Korshun K. V., Yablonsky A. P. Digital Twin Aggregated into a High-Efficiency Charge-Discharge Device of the Power Supply System of a Spacecraft	239
Repetskii O. V., Nguyen V. M. Investigation of the effect of parameter mistuning on the strength characteristics of turbine elements	252
Solomin E. V., Martyanov A. S., Shahin H., Pshenisnov N. A., Sheryazov S. K. Overview of unmanned aircraft cargo delivery systems	264
Shelepov M. D., Ivanov V. V., Kochura S. G., Maksimov I. A., Molchanov K. V., Prokopyev V. U. Radiation conditions in medium circular orbit during the extreme magnetic storm in may 2024	291



ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPUTER TECHNOLOGY
AND MANAGEMENT



УДК 004.032.26

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-160-170

Для цитирования: Ассад А., Сериков С. А. Использование обобщённой регрессионной нейронной сети для повышения точности автономной навигации в условиях неустойчивого приёма сигналов систем глобального позиционирования // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 160–170. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-160-170.

For citation: Assad A., Serikov S. A. [Using a generalized regression neural network to improve the accuracy of autonomous navigation in conditions of unstable reception of global positioning system signals]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 160–170. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-160-170.

Использование обобщённой регрессионной нейронной сети для повышения точности автономной навигации в условиях неустойчивого приёма сигналов систем глобального позиционирования

А. Ассад*, С. А. Сериков

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
Российская Федерация, 190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, 67, лит. А

*E-mail: ammar.assad225@gmail.com

Аннотация. Автономная навигация играет важную роль во многих областях и приложениях, в значительной степени опираясь на измерения Глобальной системы позиционирования (ГПС), которая в некоторых районах может быть недоступна. Это напрямую влияет на работу автономной навигации, что, в свою очередь, приводит к проблемам, связанным с её функциями. В данном исследовании использована обобщённая регрессионная нейронная сеть (ОРНС или GRNN), являющаяся вариацией радиально-базисных нейронных сетей, для компенсации измерений ГПС в условиях её отсутствия с целью повышения точности параметров автономной навигации (в первую очередь положения и скорости) объекта. ОРНС интегрирована со слабо связанной обобщённой фильтрацией Калмана (ОФК). Были оценены параметры положения, скорости, ориентации и смещения сенсоров. Оценка предложенного метода проводилась с использованием набора данных из интернета. Были созданы две симуляции отсутствия измерений ГПС (периоды отсутствия составили 40 и 30 с) для оценки поведения ОРНС. Результаты показали, что использование ОРНС в условиях отсутствия ГПС является эффективным и надёжным решением, превосходящим метод слабо связанного ОФК.

Ключевые слова: автономная навигация, глобальная система позиционирования, обобщённая регрессионная нейронная сеть, слабо связанная обобщённая фильтрация Калмана.

Using a generalized regression neural network to improve the accuracy of autonomous navigation in conditions of unstable reception of global positioning system signals

A. Assad*, S. A. Serikov

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation
67, Bolshaya Morskaya St., Saint-Petersburg, 190000, Russian Federation

*E-mail: ammar.assad225@gmail.com

Abstract. Autonomous Navigation is very important in many fields and applications and it specifically depends on Global positioning System (GPS) measurements which in some areas it suffers from absence, this will directly affect the Autonomous Navigation and sequentially this will lead to problems according to the function of Autonomous Navigation. In this research, generalized regression neural network (GRNN) which is a variation to radial basis neural networks, was used to compensate Global positioning System (GPS) measurements in case of GPS absences to increase accuracy of Autonomous Navigation parameters (basically Location and Velocity) of object. GRNN is integrated with loosely coupled Extended Kalman Filter (EKF). Location, velocity, orientation parameters and Biases of sensors are estimated. The evaluation of this methods was conducted using dataset from Internet, two outages of GPS measurements are made (first outage periods are 35 and 60 seconds) to evaluate the behavior of GRNN, the results showed that using GRNN in GPS absence is effective and robust, it outperformed the only loosely coupled EKF method.

Keywords: Autonomous Navigation, Global positioning System, generalized regression neural network, Loosely Coupled Extended Kalman Filter.

Введение

В области применения методов искусственного интеллекта (ИИ) в различных областях прикладных наук разработано и применено множество технологий ИИ для автономной навигации мобильных объектов. Эта интеграция чрезвычайно эффективна, поскольку основная задача автономной навигации заключается в расчете навигационных параметров мобильных объектов, таких как местоположение (позиция) и скорость в каждый момент времени. Основой автономной навигации являются данные от инерциальных датчиков, таких как акселерометры и гироскопы, которые составляют инерциальные навигационные системы (ИНС). Также могут использоваться данные Глобальной системы позиционирования (ГПС) и других сенсоров, таких как одометры и датчики зрения [1; 2]. Данные ГПС содержат информацию о местоположении и скорости, однако они имеют ряд недостатков: сигналы ГПС иногда недоступны в некоторых средах; возможны помехи сигнала в важных местах; задержки сигналов или их низкая частота могут ограничивать точность ГПС; уязвимость к подделке и глушению сигналов; зависимость от спутниковой инфраструктуры, ограниченная функциональность в помещениях и других средах [3]. Для устранения этих недостатков была разработана интеграция данных ГПС с инерциальными датчиками. Такая интеграция может быть реализована в виде дополненного фильтра, обобщённого фильтра Калмана (ОФК) и других подходов. Методология слабо связанной интеграции с использованием ОФК была реализована между ГПС, акселерометрами и гироскопами [4]. Этот подход получил название интеграции ГПС/ ИНС. Он обеспечивает надежный расчет навигационных параметров в случаях, когда сигналы ГПС задерживаются на определенный период времени. Однако если этот период слишком велик, интеграция может давать неточные расчеты. Более того, инерциальные датчики имеют ряд недостатков, таких как смещение, ошибка масштаба, ошибка установки и др.

Обобщенная регрессионная нейронная сеть (ОРНС) представляет собой вариацию радиально-базисных нейронных сетей. ОРНС была предложена Д. Ф. Спехтом в 1991 г. Она может использоваться для регрессии, предсказания и классификации, а также служит хорошим решением для онлайн-динамических систем. ОРНС представляет собой усовершенствованную технику нейронных сетей, основанную на радиально-базисных функциях, с неитерационной процедурой оценки параметров. Хотя её нельзя строго отнести к непараметрическим методам, благодаря гибкости в аппроксимации сложных зависимостей, она демонстрирует характеристики, свойственные таким подходам [5; 6].

Основная цель статьи – использование обобщённой регрессионной нейронной сети (ОРНС) для повышения производительности системы ГПС/ ИНС в условиях задержек сигналов ГПС, а также их отсутствия или перерывов.

Обзор литературы

ОРНС ранее не применялась в данной области, хотя нейронные сети в целом использовались активно. Например, в [7] авторы применили устойчивый фильтр Калмана (УФК) для преодоления низкой точности алгоритма ГПС/ИНС во время перерывов в работе ГПС. Они разработали недорогой метод интеграции ГПС/ИНС и компенсации ошибок алгоритма в условиях отсутствия сигналов ГПС. Их подход позволял компенсировать влияние грубых ошибок наблюдений ИНС, используя метод интеграции на основе искусственной нейронной сети для восполнения отсутствующей информации о положении. Хорошо обученная нейронная сеть прогнозировала и компенсировала ошибки прерванных сигналов о положении. Эффективность предложенного метода оценивалась в полевых испытаниях с использованием специально разработанного оборудования, датчиков ГПС и ИНС. Результаты показали улучшение точности позиционирования на 67 % по каждой оси в условиях перерывов. Предложенный алгоритм способен повышать точность интегрированной системы ГПС/ИНС для удовлетворения требований к навигации.

В [8] представлен новый подход к автономной навигации дронов вдоль заранее заданных маршрутов с использованием только визуальных данных с бортовой камеры, без опоры на ГПС. Метод основан на глубокой сверточной нейронной сети (СНС), комбинированной с регрессором для генерации управляющих команд для дрона. Для увеличения адаптивности системы к реальным условиям были использованы дополнительные вспомогательные навигационные пути, образующие «навигационный коридор» для увеличения объема данных. Предложенный алгоритм заменяет оператора-человека, улучшает точность навигации по карте на основе ГПС, устраняет проблемы, связанные с подменой ГПС-сигналов, и позволяет навигацию в условиях отсутствия сигналов ГПС. Подход тестировался в двух сценариях с использованием симулятора AirSim на базе Unreal Engine для моделирования дронов. Результаты оказались перспективными: среднее поперечное отклонение составило менее 1,4 м, а минимальное расстояние до контрольных точек – менее 1 м.

Несколько исследований применяли методы ИИ в области навигации, включая адаптивную нейро-нечеткую систему вывода (ANFIS) в [9], радиально-базисные нейронные сети (RBFNN) в [10; 11].

ОРНС также применялась в системах навигации. Например, в [12] она использовалась для заполнения пропущенных значений в наборах данных для анализа данных и машинного обучения. ОРНС учитывает зависимости между данными лучше, чем статистические методы, такие как использование средних или медианных значений. Было доказано, что ОРНС более эффективна, чем статистические методы, особенно на больших наборах данных. В данной работе ОРНС используется для компенсации сигналов ГПС при их задержке или отсутствии по различным причинам.

Методы

Описание системы

Ориентация мобильного объекта может быть описана с помощью углов Эйлера или кватернионов. Основным преимуществом использования кватернионов является линейность кинематических уравнений в представлении кватернионов, а также отсутствие сингулярностей [13]. Вектор состояния x в ОФК содержит параметры ориентации (кватернионы), местоположение объекта (LlA : широта, долгота, высота), скорости объекта (V_{ned} : Север, Восток, Вниз), а также смещения гироскопа и акселерометра. Фильтр Калмана состоит из двух основных фаз: прогнозирования и коррекции. В фазе прогнозирования используется информация о предыдущих значениях вектора состояния для априорной оценки нового вектора состояния. Фаза коррекции использует измерения сигналов ГПС для корректировки вектора состояния. Полное описание системных уравнений и ОФК представлено в [14].

Интеграция ГПС/ ИНС и ОРНС

Интеграция ГПС/ ИНС выполняется на каждом такте выборки. При наличии сигналов ГПС информация о местоположении и скорости получается из данных ГПС и используется в фазе коррекции ОФК. Пусть частота данных от ГПС равна $R_{\text{ГПС}}$, а частота данных от акселерометров и гироскопов – $R_{\text{аг}}$. Поскольку $R_{\text{аг}}$ больше $R_{\text{ГПС}}$, фаза прогнозирования фильтра Калмана будет выполняться чаще, чем фаза коррекции. Если сигнал ГПС задерживается, ошибка интеграции будет накапливаться, что приведет к увеличению ошибки определения навигационных параметров.

ОРНС применяется в фазе коррекции, если данные ГПС отсутствуют. При наличии сигнала ГПС, ОРНС обучается и обновляет свои параметры. Полная схема интеграции представлена на рис. 1.

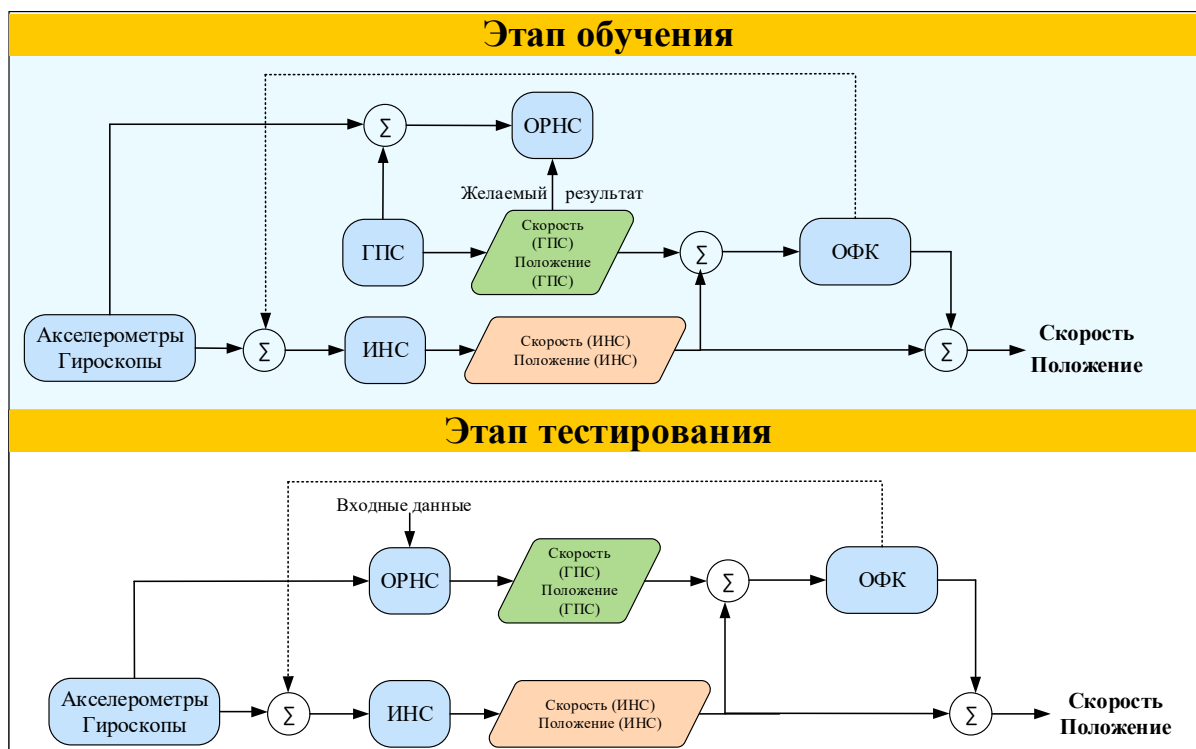


Рис. 1. Схема сочетания ГПС/ИНС и ОРНС

Fig. 1. Flowchart of combination GPS/INS and GRNN

На этапе обучения ОРНС использует входные данные и требуемые выходные значения, полученные из доступных измерений ГПС. В результате получается обученная модель ОРНС, которая, в случае отсутствия измерений ГПС, используется для оценки измерений с целью компенсации недоступности ГПС.

ОРНС

ОРНС представляет собой однонаправленную модель искусственной нейронной сети, состоящую из четырех слоев: входного слоя, слоя образцов, сумматорного слоя и выходного слоя. В отличие от сети искусственного интеллекта с обратным распространением ошибки, итеративное обучение не требуется. Каждый слой структуры содержит различное количество нейронов и последовательно соединен со следующим слоем [15]:

– первый слой – входной слой. Число нейронов в этом слое соответствует количеству характеристик данных;

– слой образцов. Количество нейронов равно числу данных в обучающем наборе. В нейронах этого слоя вычисляются расстояния между обучающими данными и тестовыми данными.

Полученные результаты проходят через радиально-базисную функцию (функцию активации) с параметром σ , после чего определяются значения весов;

– сумматорный слой состоит из двух частей: числителя и знаменателя. Числитель включает сумму произведений выходных данных обучения и результатов функции активации (весовых значений). Знаменатель представляет собой сумму всех весовых значений. Этот слой передает числитель и знаменатель в следующий выходной слой;

– выходной слой. Содержит один нейрон, который вычисляет выходное значение путем деления числителя сумматорного слоя на его знаменатель.

Математическое уравнение ОРНС имеет вид

$$Y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N y_k K(x, x_k)}{\sum_{k=1}^N K(x, x_k)}, \quad (1)$$

где $Y(x)$ представляет собой прогнозное значение для входных данных (в нашем случае – Y это вектор из шести компонент: три для местоположения и три для скорости; y_k – это вес активации для нейрона слоя шаблонов на k -м такте; $K(x, x_k)$ – ядро радиальной базисной функции (гауссово ядро), формула которого приведена ниже (отличается от гауссова ядра).

$$K(x, x_k) = K_k = e^{-\frac{d_k}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

$$d_k = (x - x_k)^T (x - x_k), \quad (3)$$

где d_k – это квадрат евклидова расстояния между обучающими образцами x_k и входными данными x .

$$Y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N y_k W_k}{\sum_{k=1}^N W_k},$$

$$W_k = e^{-\frac{(x-x_k)^2}{2\sigma^2}}$$

Параметр σ определяет, как сильно различаются веса W_k . Если σ велико, все W_k становятся примерно равными и выражение приближается к обычному среднему y_k . Если σ мало, на сумму будут сильно влиять слагаемые с наибольшими d_k , что изменит результат. Параметр σ влияет на вес каждого слагаемого в сумме. Если изменить σ , изменится относительная значимость различных y_k , что приведёт к другому результату. Таким образом, σ играет ключевую роль в выражении и не может быть исключено.

На k -м такте x_k содержит:

- 3 компоненты данных акселерометров (на тактах $k, k-1, k-2, k-3$);
- 3 компоненты данных гироскопов (на тактах $k, k-1, k-2, k-3$);
- 3 компоненты данных скорости (на тактах $k-1, k-2, k-3, k-4$);
- 3 компоненты координат LIA (на тактах $k-1, k-2, k-3, k-4$).

Общий размер входных данных составляет $12 \times 4 = 48$.

На этапе обучения выходные данные содержат:

- 3 компоненты скорости (на такте k);
- 3 компоненты координат LIA (на такте k).

Общий размер выходных данных составляет 6. Структура ОРНС представлена на следующем рис. 2.

Набор данных

Набор данных содержит всю необходимую информацию, включая данные акселерометров, гироскопов и ГПС. Частота данных ГПС составляет 10 Гц, а частота данных акселерометров и гироскопов – 100 Гц.

Результаты работы

Для оценки и имитации отсутствия сигнала ГПС были созданы два периода прерывания сигнала на двух разных тактах с различной длительностью: первое прерывание длилось 40 с, а второе – 30 с. Данный набор данных не содержит вариаций по высоте. Общее время эксперимента составляет 760 с. Результаты эксперимента представлены на рис. 3–6.

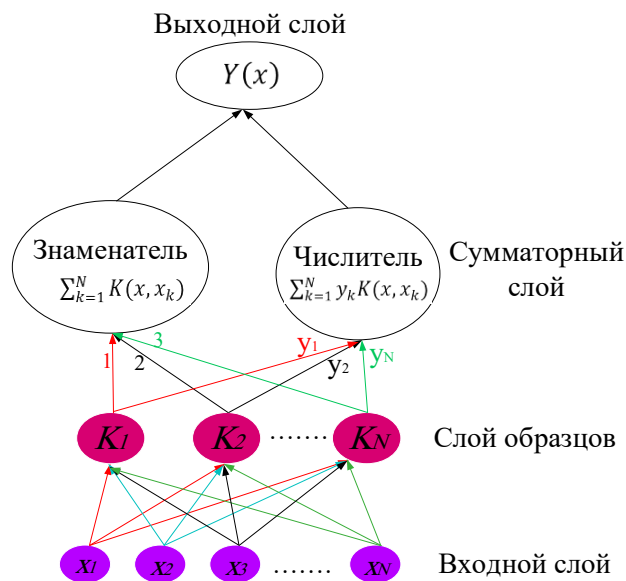


Рис. 2. Общая структура ОРНС

Fig. 2. General structure of GRNN

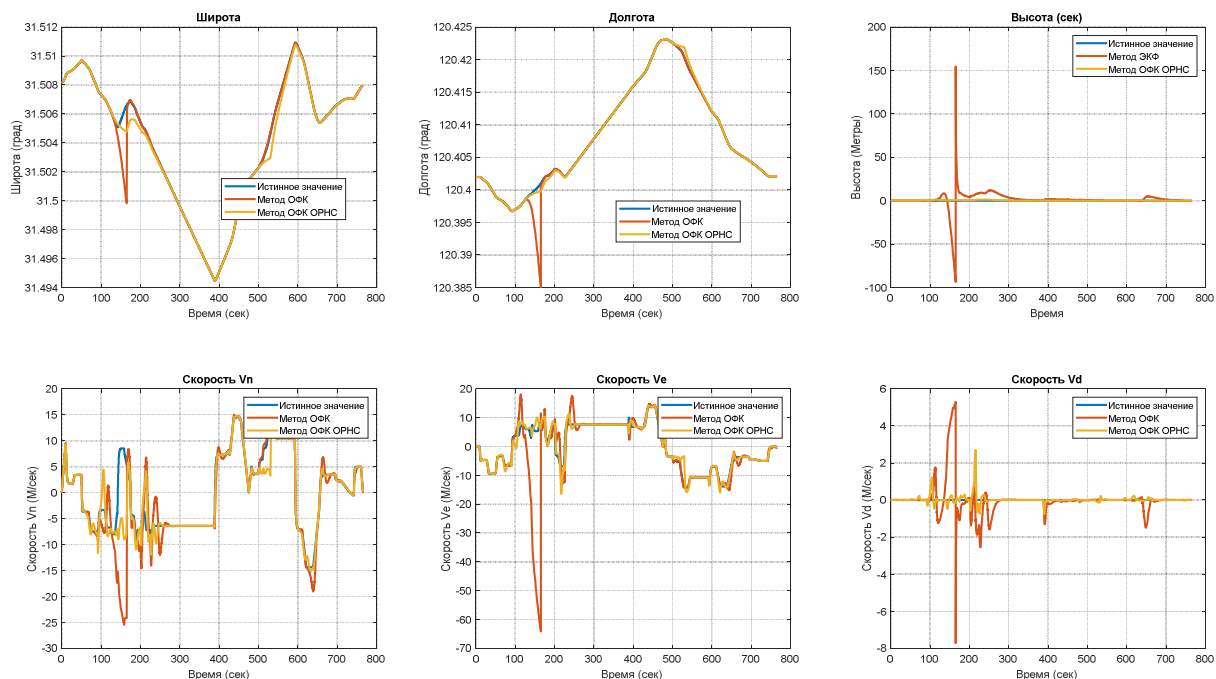


Рис. 3. LLA и скорость

Fig. 3. LLA and velocity

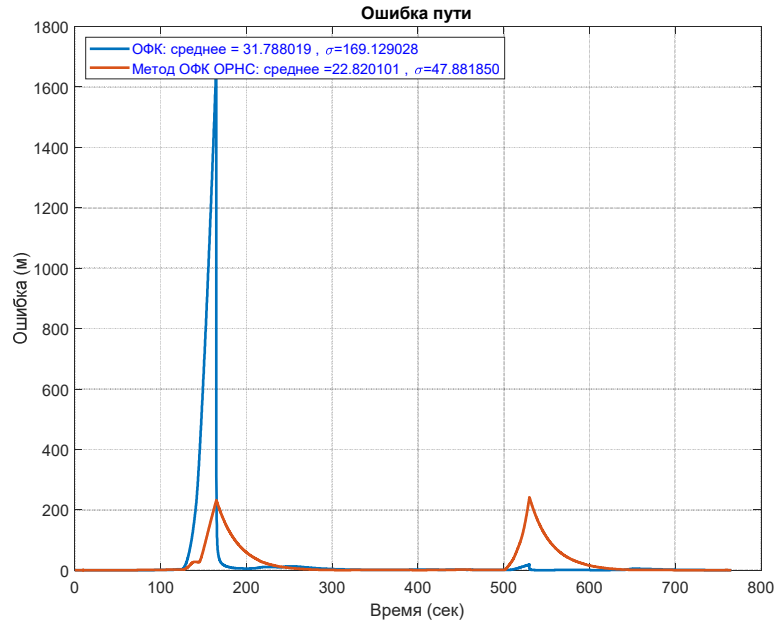


Рис. 4. Горизонтальная ошибка пути

Fig. 4. Horizontal path error

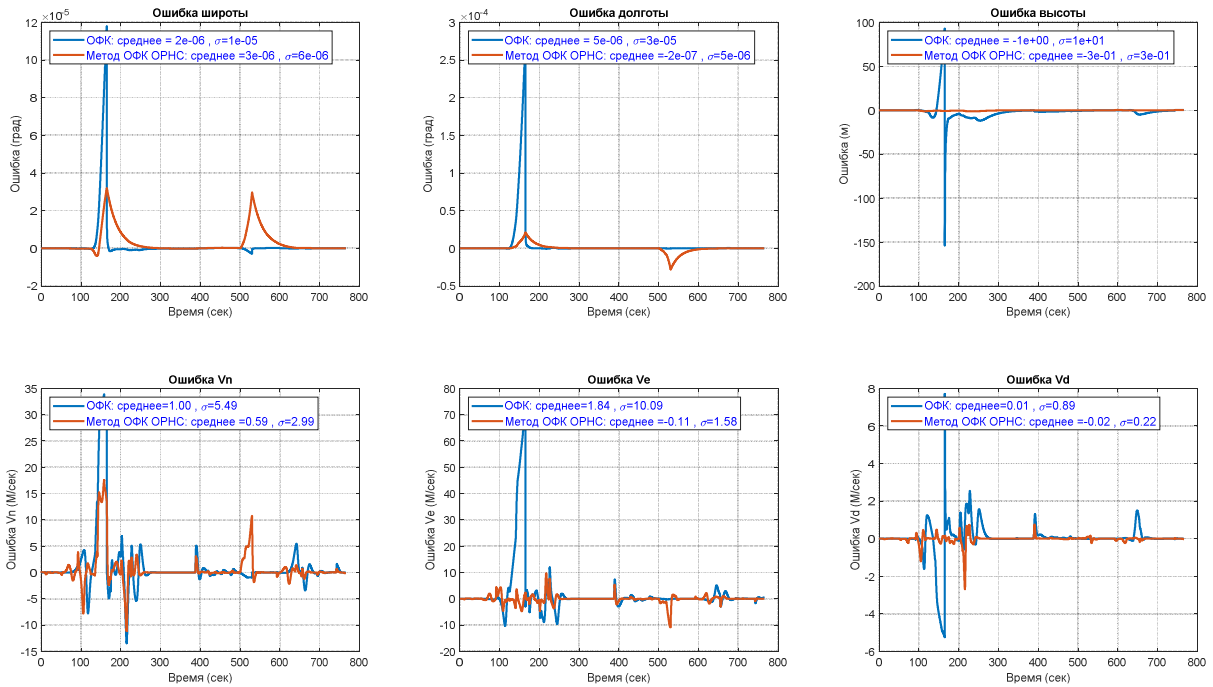


Рис. 5. Ошибка в LLA и скорости

Fig. 5. Error of LLA and velocity

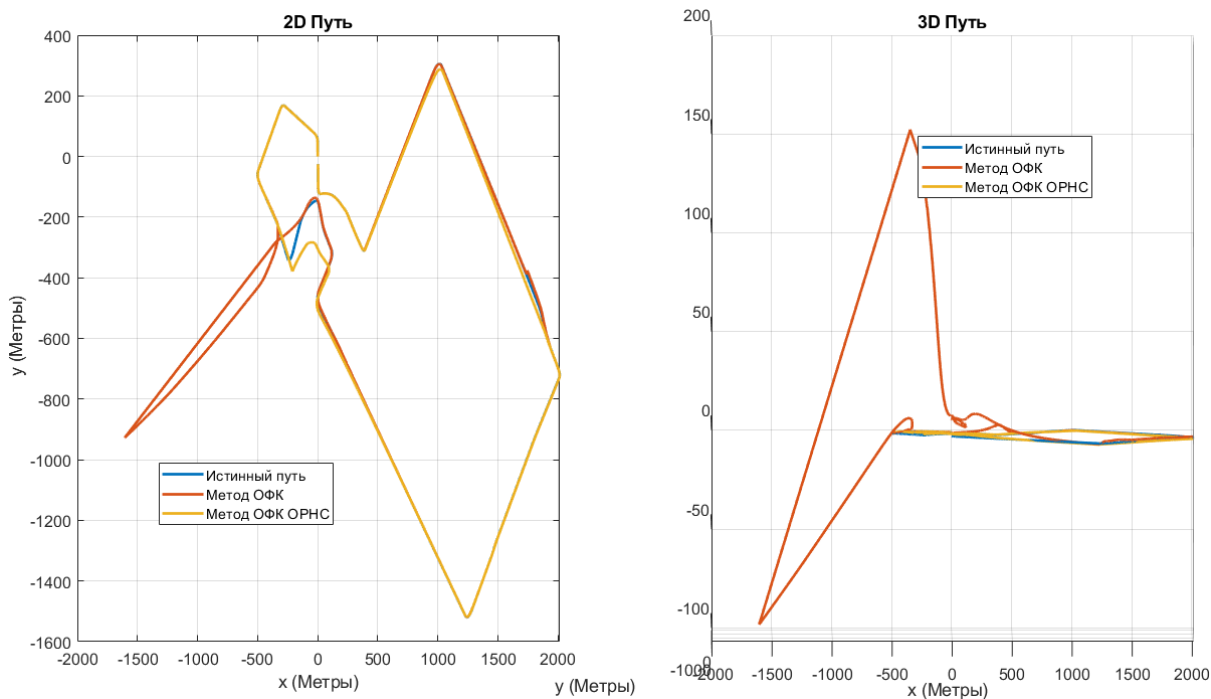


Рис. 6. Путь

Fig. 6. The path

В таблице показано численное сравнение результатов.

Сравнение результатов

Параметр	Первый набор данных			
	Ошибка	ОФК	ОФК-РНС	Улучшение, %
Высота (м)	Среднее	1	0,3	70
	СКО	10	0,3	97
V_n (м/с)	Среднее	1	0,59	41
	СКО	5,49	2,99	45,53
V_e (м/с)	Среднее	1,84	0,11	94,14
	СКО	10,09	1,58	84,34
V_d (м/с)	Среднее	0,01	0,02	–
	СКО	1,89	0,22	88,35
Горизонтальная ошибка (М)	Среднее	31,78	22,82	28,19
	СКО	169,13	47,88	71,69

Примечание. СКО – среднеквадратическое отклонение.

Обсуждение

Использование преимуществ процедуры обучения ОРНС позволяет определить оптимальное значение параметра σ . Лучшей практикой является нахождение значения, при котором среднеквадратическая ошибка (MSE) минимальна. Обучение осуществляется с использованием входных данных для нахождения σ , соответствующего минимальному значению MSE. Результаты показывают, что метод ОРНС – ОФК превосходит метод, использующий только ОФК, и точность определения навигационных параметров значительно возрастает. Такое улучшение производительности связано с основными преимуществами оценки, выполняемой ОРНС, которая

всегда способна сходиться к глобальному решению и не застревает в локальном минимуме, в отличие от стандартных прямораспространённых сетей, обучаемых методом обратного распространения ошибки.

Кроме того, входные данные содержат характеристики, основанные на предыдущих значениях целевых данных (это означает предыдущие значения LIA и скоростей), а также данные инерциальных измерений объекта, которые напрямую влияют на целевые выходные значения ОРНС. Благодаря этому ОРНС способна моделировать нелинейные зависимости между входными данными и целевыми выходными данными. ОРНС также обладает способностью ускорять процесс обучения, что позволяет сети обучаться быстрее. Обучение ОРНС происходит с использованием однопроходного метода (1-pass), занимая лишь небольшую часть времени, необходимого для обучения стандартных прямораспространённых сетей с использованием метода обратного распространения ошибки. Параметр σ , называемый широтой (Spread), является единственным свободным параметром в сети, который часто определяется методом перекрёстной проверки при различных применениях ОРНС.

Области применения результатов – отслеживание целей, наблюдение за недоступными местами и сбор информации.

Заключение

В проведённом исследовании было продемонстрировано, что использование обобщённой регрессионной нейронной сети (ОРНС) для компенсации отсутствующих данных ГПС эффективно повышает точность параметров автономной навигации, таких как положение и скорость. Интеграция ОРНС со слабо связанной фильтрацией Калмана показала надёжные результаты, превосходя традиционный подход, основанный только на ОФК. Это подтверждается успешной симуляцией отсутствия данных ГПС, что делает предложенный метод перспективным для применения в условиях отсутствия или задержки сигналов ГПС.

Доступность данных: Данные представлены в виде сырых данных и истинных параметров калибровки (https://github.com/Shelfcol/gps_imu_fusion/tree/main)

Библиографические ссылки

1. Braasch M. S. Inertial navigation systems // *Aerospace Navigation Systems*. 2016. P. 1–25. Doi: 10.1002/9781119163060.ch1
2. Jekeli C. Inertial navigation systems with geodetic applications. Walter de Gruyter GmbH & Co KG. 2023.
3. Phelts R. E., Akos D. M. Nominal signal deformations: limits on GPS range accuracy // *The 2004 International Symposium on GNSS/GPS*. 2004. Vol. 6. P. 8.
4. Gui P., Tang L., Mukhopadhyay S. MEMS based IMU for tilting measurement: Comparison of complementary and kalman filter based data fusion // *2015 IEEE 10th conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*. IEEE, 2015. P. 2004–2009.
5. A general regression neural network / D. F. Specht et al. // *IEEE transaction on neural networks*. 1991. Vol. 2, No. 6. P. 568–576.
6. New methods based on a genetic algorithm back propagation (GABP) neural network and general regression neural network (GRNN) for predicting the occurrence of trihalomethanes in tap water / K. Liu et al. // *Science of the Total Environment*. 2023. Vol. 870. P. 161976.
7. Aslinezhad M., Malekijavan A., Abbasi P. ANN-assisted robust GPS/INS information fusion to bridge GPS outage // *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*. 2020. Vol. 2020, No. 1. P. 129.
8. Deep convolutional neural network based autonomous drone navigation / K. Amer et al. // *Thirteenth International Conference on Machine Vision*. SPIE. 2021. Vol. 11605. P. 16–24.

9. INS error estimation based on an ANFIS and its application in complex and covert surroundings / Y. Duan et al. // *ISPRS International Journal of Geo-Information*. 2021. Vol. 10, No. 6. P. 388.
10. Online INS/GPS integration with a radial basis function neural network / R. Sharaf et al. // *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*. 2005. Vol. 20, No. 3. P. 8–14.
11. Research on Integrated Navigation Algorithm Based on Radial Basis Function Neural Network / H. Liu et al. // *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2021. Vol. 1961, No. 1. P. 012031.
12. Татарникова Т. М., Боженко В. В. Основные принципы работы обобщенной регрессионной нейронной сети при заполнении пропущенных значений в наборах данных // *Продукты и системы*. Т. 37, № 3. С. 364–368.
13. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors / et al. Diebel J. // *Matrix*. 2006. Vol. 58, No. 15–16. P. 1–35.
14. Crassidis J. L. Sigma-point Kalman filtering for integrated GPS and inertial navigation // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2006. Vol. 42, No. 2. P. 750–756.
15. Ghritlahre H. K., Prasad R. K. Exergetic performance prediction of solar air heater using MLP, GRNN and RBF models of artificial neural network technique // *Journal of environmental management*. 2018. Vol. 223. P. 566–575.

References

1. Braasch M. S. Inertial navigation systems. *Aerospace Navigation Systems*. 2016, P. 1–25. Doi: 10.1002/9781119163060.ch1
2. Jekeli C. Inertial navigation systems with geodetic applications. *Walter de Gruyter GmbH & Co KG*. 2023.
3. Phelts R. E., Akos D. M. Nominal signal deformations: limits on GPS range accuracy. *The 2004 International Symposium on GNSS/GPS*. 2004. Vol. 6. P. 8.
4. Gui P., Tang L., Mukhopadhyay S. MEMS based IMU for tilting measurement: Comparison of complementary and kalman filter based data fusion. *2015 IEEE 10th conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*. IEEE, 2015. P. 2004–2009.
5. Specht D. F. et al. A general regression neural network. *IEEE transaction on neural networks*. 1991, Vol. 2, No. 6, P. 568–576.
6. Liu K. et al. New methods based on a genetic algorithm back propagation (GABP) neural network and general regression neural network (GRNN) for predicting the occurrence of trihalomethanes in tap water. *Science of the Total Environment*. 2023, Vol. 870, P. 161976.
7. Aslinezhad M., Malekijavan A., Abbasi P. ANN-assisted robust GPS/INS information fusion to bridge GPS outage. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*. 2020, Vol. 2020, No. 1, P. 129.
8. Amer K. et al. Deep convolutional neural network based autonomous drone navigation. *Thirteenth International Conference on Machine Vision. SPIE*. 2021, Vol. 11605, P. 16–24.
9. Duan Y. et al. INS error estimation based on an ANFIS and its application in complex and covert surroundings. *ISPRS International Journal of Geo-Information*. 2021, Vol. 10, No. 6, P. 388.
10. Sharaf R. et al. Online INS/GPS integration with a radial basis function neural network. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*. 2005, Vol. 20, No. 3, P. 8–14.
11. Liu H. et al. Research on Integrated Navigation Algorithm Based on Radial Basis Function Neural Network. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2021, Vol. 1961, No. 1, P. 012031.
12. Tatarnikova, T.M., Bozhenko, V.V. [Basic principles of generalized regression neural network for filling missing values in data sets]. *Software & Systems*. Vol. 37, No. 3, P. 364–368 (In Russ.).
13. Diebel J. et al. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Matrix*. 2006, Vol. 58, No. 15–16, P. 1–35.

14. Crassidis J. L. Sigma-point Kalman filtering for integrated GPS and inertial navigation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2006, Vol. 42, No. 2, P. 750–756.

15. Ghritlahre H. K., Prasad R. K. Exergetic performance prediction of solar air heater using MLP, GRNN and RBF models of artificial neural network technique. *Journal of environmental management*. 2018, Vol. 223, P. 566–575.

© Ассад А., Сериков С. А., 2025

Ассад Аммар – аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. E-mail: ammar.assad225@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-9148-6752>

Сергей Анатольевич Сериков – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры электромеханики и робототехники; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения. E-mail: srkv@inbox.ru. <https://orcid.org/0000-0002-3668-2459>

Ammar Assad – Postgraduate student; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. E-mail: ammar.assad225@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-9148-6752>

Serikov Sergey Anatolievich – Dr. Sc., Associate Professor, Professor; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. Email: srkv@inbox.ru. <https://orcid.org/0000-0002-3668-2459>

Статья поступила в редакцию 29.01.2025; принята к публикации 27.03.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 29.01.2025; accepted for publication 27.03.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 519.254

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-171-180

Для цитирования: Караванов А. В., Михов Е. Д. Применение непараметрической оценки функции регрессии для увеличения точности решения навигационной задачи // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 171–180. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-171-180.

For citation: Karavanov A. V., Mikhov E. D. [Application of nonparametric estimation of the regression function to increase the accuracy of navigation problem solution]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 171–180. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-171-180.

Применение непараметрической оценки функции регрессии для увеличения точности решения навигационной задачи

А. В. Караванов^{*}, Е. Д. Михов

Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660041, Красноярский край, г. Красноярск, просп. Свободный, 79г
E-mail: karavanov_92@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается задача восстановления пропущенных данных при решении навигационной задачи с использованием спутниковых навигационных систем. В рамках исследования была выявлена корреляционная связь между изменениями псевдодальностей (расстояние от объекта до навигационного спутника, вычисленное с учетом погрешности шкалы времени потребителя). Иначе говоря, изменение расстояния между приёмником и одним спутником взаимосвязано с изменением расстояния между приёмником и другим спутником. На основе обнаруженной зависимости была сформулирована гипотеза того, что приращение псевдодальности относительно предшествующего момента времени на коротком временном отрезке изменяется линейно. Для подтверждения этой гипотезы был построен график, который её подтвердил. Предложен непараметрический алгоритм восстановления пропущенных данных на основании этой гипотезы. В рамках исследования в измерения псевдодальностей были внесены случайные пропуски. Цель внесения пропусков – смоделировать условия, в которых навигационный приемник теряет сигнал от некоторых навигационных спутников (например, в связи с высокой плотностью застройки). После внесения пропусков был применён разработанный алгоритм для восстановления пропущенных значений. Результаты продемонстрировали, что различие между реальными и восстановленными значениями псевдодальностей не превышало более одного процента. Это позволяет подтвердить эффективность разработанного алгоритма в решении навигационной задачи для условий потери сигнала от спутников.

Ключевые слова: восстановление пропусков, непараметрическая оценка функции регрессии, решение навигационной задачи, ГЛОНАСС.

Application of nonparametric estimation of the regression function to increase the accuracy of navigation problem solution

A. V. Karavanov^{*}, E. D. Mikhov

Siberian Federal University
79g, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation,
E-mail: karavanov_92@mail.ru

Abstract. The article deals with the task of missing data recovery when solving a navigation problem using satellite navigation systems. The study revealed a correlation relationship between the changes in pseudo-distance (the distance from the object to the navigation satellite calculated taking into account the

error of the consumer's time scale). In other words, the change in the distance between the receiver and one satellite is correlated with the change in the distance between the receiver and another satellite. On the basis of the discovered dependence was formed the hypothesis that the increment of pseudodistance relative to the previous moment of time on a short time interval changes linearly. To confirm this hypothesis, a graph was constructed, which confirmed it. A nonparametric algorithm for recovering missing data based on this hypothesis was proposed. As part of the study, random omissions were introduced into the pseudo-distance measurements. The purpose of the skips was to simulate conditions in which a navigation receiver loses signal from some navigation satellites (e.g., due to high building density). After the skip insertion, the developed algorithm was applied to recover the missed values. The results showed that the difference between the real and reconstructed pseudo-distance values did not exceed one percent. This allows us to confirm the effectiveness of the developed algorithm in solving the navigation problem for conditions of signal loss from satellites.

Keywords: skip recovery, nonparametric regression function estimation, navigation problem solving, GLONASS.

Введение

Описание задачи

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) помогают определить местоположение и время при помощи специальных спутников. Самыми известными системами являются GPS, созданная в США, ГЛОНАСС из России, Galileo от Евросоюза и Beidou, разработанная в Китае.

Сегодня спутниковые навигационные системы – это неотъемлемая часть нашей жизни. У технологии ГНСС есть множество практических применений [1–3]:

- с помощью ГНСС люди и транспортные средства могут определять своё местоположение и прокладывать маршрут. Это особенно полезно, когда нет других ориентиров или нужно быстро добраться до нужного места;
- спутниковая навигация помогает создавать точные карты и определять координаты различных объектов. Это важно для строительства, сельского хозяйства, управления природными ресурсами и других сфер деятельности;
- в военной сфере спутниковая навигация обеспечивает точное позиционирование и навигацию для проведения операций;
- спутниковая навигация применяется для управления беспилотными летательными аппаратами.

Однако у спутниковых навигационных систем есть и недостатки:

- спутниковые сигналы могут искажаться из-за различных факторов, таких как погодные условия или технические проблемы;
- в городских условиях, местах с плотной застройкой или лесными массивами спутниковая навигация может иметь некоторую погрешность в определении местоположения;
- работоспособность и доступность спутников влияет на функциональность системы (если спутники выходят из строя или становятся недоступными, система перестаёт работать).

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) активно применяются в управлении беспилотными летательными аппаратами (БПЛА). Однако при использовании БПЛА могут иметь место факторы, которые приводят к потере ориентации в пространстве [4; 5].

К таким факторам относятся:

- передвижение в лесу;
- воздействие радиоэлектронных помех;
- движение в сложной ландшафтной обстановке или плотной городской застройке.

Если информация о текущем местоположении теряется, это может иметь серьёзные последствия для аппарата. Чем дольше длится перерыв в определении координат, тем выше вероятность возникновения аварийной ситуации.

Одним из подходов к решению этой проблемы является использование инерциальных систем навигации. Они дополняют спутниковую систему навигации в момент «разрыва навигационного поля» [6; 7].

У этого подхода есть недостаток – масса инерциальной системы «средней точности» на лазерных или оптических гироскопах составляет более 8 кг. Из-за этого их сложно использовать на БПЛА малой и средней дальности.

В связи с тем, что для корректной работы спутниковой навигационной системы требуется не менее 4 одновременно наблюдаемых приёмником спутников, методы, которые позволяют увеличить надёжность применения ГНСС в сложных ландшафтных условиях, при высокой плотности застройки или в лесу, могут быть полезны в различных областях.

Работа посвящена разработке алгоритма, который позволит повысить надёжность решения навигационной задачи в условиях малого количества наблюдаемых НКА.

Алгоритмы восстановления значений выборки наблюдений

Как правило, для качественного восстановления значений выборки наблюдений, оставшаяся часть выборки должна быть качественной и полной. Однако в реальности по тем или иным причинам иногда возникают данные с пропусками. Это усложняет математическую обработку, поскольку смещение основных статистических характеристик, таких как среднее значение или дисперсия, возрастает с увеличением числа пропусков.

В случае решения навигационной задачи пропуски в данных обусловлены тем, что навигационный спутник «скрылся» за препятствием (гора, здание, мост и т. д.).

В математической статистике есть несколько методов работы с неполными данными [8; 9]:

– исключить некомплектные объекты из выборки – как правило, некорректный подход, поскольку в неполных данных может быть важная информация для построения модели или алгоритма управления;

– использовать специальные математические методы анализа неполных данных, такие как метод взвешивания, метод максимального правдоподобия и EM-алгоритм.

– восстановить пропуски – это распространённый и эффективный способ решения проблемы.

Для этого применяют методы заполнения по среднему значению или регрессии.

Рассмотрим распространённые методы по восстановлению пропусков в данных.

1. Метод k -ближайших соседей. Этот алгоритм основан на предположении, что объекты, которые похожи по значениям $n-1$ свойств, будут иметь схожее значение и для n -го свойства.

2. Метод заполнения средним – это метод, при котором недостающие данные заменяются на среднее арифметическое значение всех имеющихся наблюдений.

Этот метод не всегда подходит для работы с данными, которые имеют значительные систематические колебания или непостоянный характер.

Наиболее эффективен этот метод при работе с временными рядами, в которых сложно выделить регулярную составляющую.

3. Метод Resampling используется для того, чтобы заполнить пропуски в данных. Суть метода заключается в случайном выборе значений из исходного набора данных X_i для замены пропущенных элементов.

Анализируя эти методы видно, что для восстановления пропусков используется вектор той же переменной, которую мы и восстанавливаем. Но очевидно, что для задачи, в которой была обнаружена корреляционная зависимость между различными переменными, использование этой зависимости в решении задачи восстановления пропусков в выборке наблюдений является правильным подходом. В связи с этим было принято решение разработать новый алгоритм восстановления пропусков для этой задачи.

Анализ выборки

Сбор данных

Качество эксперимента, который проводится в реальных условиях, во многом зависит от оборудования. Если аппаратура некачественная, результаты эксперимента могут быть

интерпретированы неверно. Это может привести к ошибочным выводам относительно эффективности разработанного алгоритма.

Для проведения эксперимента был выбран навигационный приемник «ПРО-04». Рассмотрим его подробнее.

Навигационный приемник «ПРО-04» предназначен для вычисления текущих координат и скорости объекта в реальном масштабе времени в автономном и дифференциальных режимах, формирования секундной метки времени и обмена с внешним оборудованием по последовательным портам UART.

Модуль обеспечивает выполнение следующих функций:

- измерение псевдодальности до НКА ГНСС, радиальной псевдоскорости НКА ГНСС и фазы несущей частоты по сигналам ГЛОНАСС и GPS/SBAS, Galileo;
- определение и выдачу привязанных ко времени текущих координат места и текущего вектора скорости движения;
- прием и учет при решении навигационной задачи корректирующей информации в формате RTCM SC-104;
- выдачу сигнала метки времени (синхронизирующего импульса (1PPS));

Зависимость между навигационными параметрами

На начальном этапе разработки нового непараметрического алгоритма для восстановления данных в области навигационных задач был проведён эксперимент, в ходе которого была выявлена зависимость между изменениями псевдодальностей различных спутников.

Для начала необходимо дать определение понятию «псевдодальность». Псевдодальностью (P) называется расстояние между спутником и приёмником, рассчитанное на основе времени распространения сигнала без учёта разницы во времени между часами спутника и приёмника.

Целью эксперимента было накопление псевдодальностей до всех видимых навигационных спутников с частотой измерений один раз в секунду.

Эксперимент проводился следующим образом. Антенна навигационного приёмника была установлена на стационарной платформе на крыше здания, а сам приёмник подключён к ноутбуку. Затем на ноутбуке была запущена программа и начался сбор данных. Результаты отображены в табл. 1.

Таблица 1

Часть набора измерений с псевдодальностями до навигационных спутников

Дата и время	Номер навигационного спутника	Псевдодальность до спутника (P), мм
2024-07-10 06:30:01.000	1	15980895088
2024-07-10 06:30:01.000	8	13408743693
2024-07-10 06:30:01.000	17	16465445531
2024-07-10 06:30:01.000	26	13303756619
2024-07-10 06:30:02.000	1	15980041540
2024-07-10 06:30:02.000	8	13408433227
2024-07-10 06:30:02.000	17	16464741876
2024-07-10 06:30:02.000	26	13303506602
2024-07-10 06:30:03.000	1	15979188039
2024-07-10 06:30:03.000	8	13408122896
2024-07-10 06:30:03.000	17	16464038239
2024-07-10 06:30:03.000	26	13303256756
2024-07-10 06:30:04.000	1	15978334580
2024-07-10 06:30:04.000	8	13407812709
2024-07-10 06:30:04.000	17	16464038239
2024-07-10 06:30:04.000	26	13303007075

Следующим шагом в эксперименте было преобразование таблицы с данными о дальности до спутника в таблицу, которая показывала изменение этой дальности относительно предшествующего момента времени (ΔP).

Другими словами, для каждого момента времени вычислялась величина изменения дальности.

$$\Delta P(t) = P(t) - P(t-1).$$

Таблица 2

Часть набора ΔP навигационных спутников

Дата/время	ΔP , мм (Спутник 1)	ΔP , мм (Спутник 8)	ΔP , мм (Спутник 17)	ΔP , мм (Спутник 26)
2024-07-10 06:30:02.000	-853548	-310466	-703655	-250017
2024-07-10 06:30:03.000	-853501	-310331	-703637	-249846
2024-07-10 06:30:04.000	-853459	-310187	-703641	-249681
2024-07-10 06:30:05.000	-853421	-310038	-703656	-249502

В табл. 2 на пересечении номера спутника и времени записано значение соответствующего ΔP .

Заключительным этапом эксперимента был попарный расчет коэффициента корреляции [10] $\Delta P_i, \Delta P_j, i, j = (1, n)$, где n – количество наблюдаемых спутников.

Коэффициент показывает, есть ли линейная связь между признаками. Формула коэффициента корреляции Пирсона позволяет точно определить тесноту этой связи, если она имеет линейный характер. Поэтому коэффициент также называют коэффициентом линейной корреляции Пирсона.

Если коэффициент корреляции близок к 1 по модулю, это говорит о высоком уровне связи между переменными. Например, когда переменная коррелирует сама с собой, коэффициент корреляции будет равен +1. Это указывает на прямо пропорциональную зависимость. Если значения переменной X упорядочить по возрастанию, а соответствующие им значения переменной Y – по убыванию, то коэффициент корреляции между X и Y будет равен -1. Такой коэффициент корреляции свидетельствует об обратной пропорциональной зависимости.

Формула для подсчета коэффициента корреляции имеет следующий вид:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - M_x)(y_i - M_y)}{\sqrt{\sum (x_i - M_x)^2 (y_i - M_y)^2}},$$

где x_i – значения, принимаемые переменной X ; y_i – значения, принимаемые переменной Y ; M_x – средняя по X ; M_y – средняя по Y .

Выборочные рассчитанные значения модулей коэффициентов корреляции представлены в табл. 3.

Таблица 3

Выборочные значения модулей коэффициентов корреляции

Номера спутников	1	8	17	26
1	1,0	0,98647545852077	0,99969232684640	0,98482950569361
8	0,98647545852077	1,0	0,98245104435400	0,9999522654286
17	0,999692326846407	0,98245104435400	1,0	0,9805910475390
26	0,98482950569361	0,99995226542863	0,9805910475390	1,0

В процессе изучения собранных данных была выявлена корреляционная связь между изменениями псевдодальностей до спутников. Иначе говоря, изменение расстояния между приём-

ником и одним спутником взаимосвязано с изменением дистанции между приёмником и другим спутником.

Чтобы убедиться в этом, были проведены дополнительные исследования. Их результаты также продемонстрировали наличие корреляции.

Стоит подчеркнуть, что с увеличением времени наблюдений эта связь становилась менее выраженной.

Основываясь на полученных данных, мы предположили, что существует определённая закономерность между изменениями расстояний до разных спутников.

Суть гипотезы такова: поскольку спутники движутся по орбитам с большим радиусом, можно допустить, что на коротком временном отрезке изменение расстояния от каждого спутника до наблюдателя будет иметь линейный закон. Это означает, что при изменении расстояния до одного спутника можно предсказать величину изменения расстояния до другого спутника. Для подтверждения этой гипотезы были построены графики ΔP для различных спутников (рис. 1).

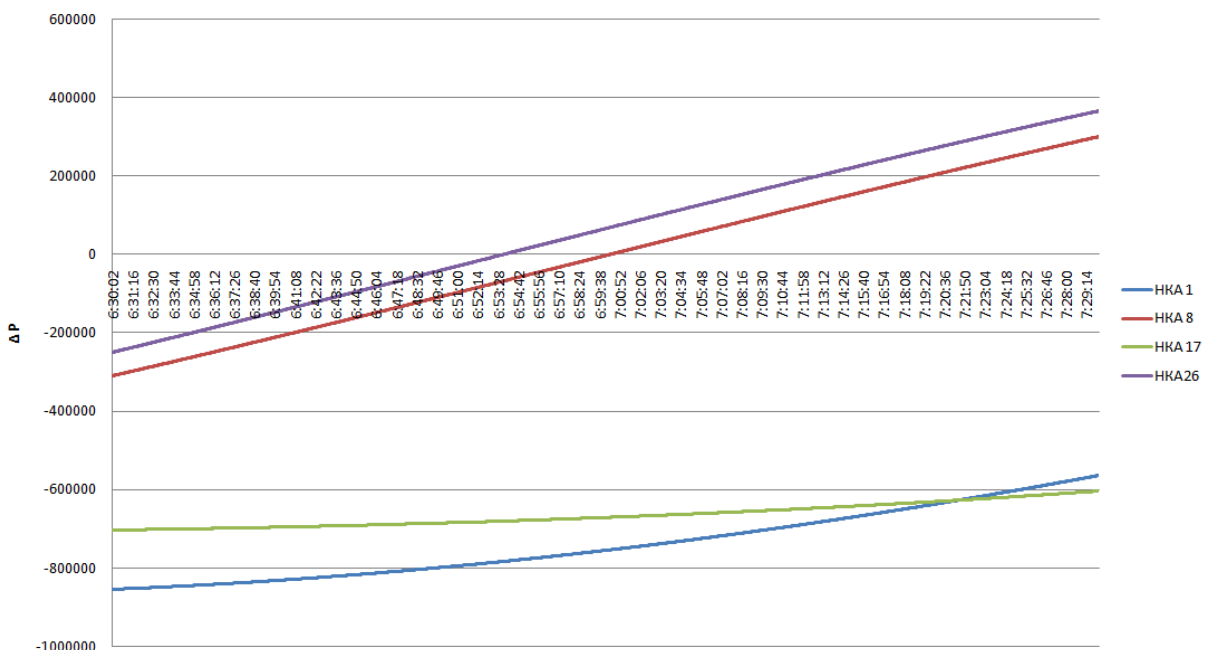


Рис. 1. Изменение ΔP в период времени от 06:30 до 07:30 для НКА номер 1, 8, 17, 26

Fig. 1. Change of ΔP in the time period from 06:30 to 07:30 for NSA number 1, 8, 17, 26

Способность прогнозировать изменения псевдодальностей позволит использовать спутники с кратковременными периодами потери информации для решения навигационной задачи.

На основе этой гипотезы был разработан непараметрический алгоритм восстановления данных при решении навигационной задачи.

Алгоритм восстановления навигационных параметров

Непараметрическая оценка функции регрессии

Предположим, что у нас есть набор статистически независимых наблюдений двух случайных величин $(u, x) = (u_1, x_1), \dots, (u_n, x_n)$, которые представляют собой пары значений. Эти случайные величины характеризуются неизвестной плотностью вероятности $P(u, x)$, причём $p(u) > 0 \forall u \in \Omega(u)$ [11]. Это означает, что в данной области существует ненулевая вероятность наблюдения значения u . Для аппроксимации неизвестных стохастических зависимостей между переменными x от u часто используется метод регрессии x по u , который позволяет оценить влияние изменения одной переменной на другую. Непараметрическая оценка этой зависимости имеет вид [12; 13]:

$$x_n = f_n(u) = \left(\sum_{i=1}^n \Phi \left(\frac{u - u_i}{C_n} \right) \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i \Phi \left(\frac{u - u_i}{C_n} \right) \right),$$

где Φ – ядерная функция; C_n – коэффициент размытости ядра.

Идея алгоритма основана на гипотезе, описанной выше.

Алгоритм содержит следующие шаги:

1. Сформировать набор наблюдений, который содержит изменения псевдодальностей наблюдаемых навигационных спутников. При первом решении навигационной задачи рассчитать зоны радиовидимости для всех наблюдаемых спутников.

2. Определить размер выборки, достаточный для построения непараметрической оценки функции регрессии [14; 15]. Размер выборки должен быть достаточно большим для надёжной оценки функции регрессии, но не слишком большим, чтобы сохранить корреляцию между параметрами.

3. При добавлении новых данных включить новые значения ΔP в выборку наблюдений. Если размер выборки превышает установленный на шаге 2, удалить из выборки наблюдений самое старое значение.

4. Если есть пропуск в измерении псевдодальности до спутника, действовать следующим образом.

Если в накопленной выборке есть информация о пропущенном спутнике и спутник должен быть виден согласно расчёту зоны радиовидимости, экстраполировать это изменение следующей формулой:

$$P_{k(n)} = P_{k(n-1)} + \Delta p, \Delta p = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta p_{ki} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi \left(\frac{\Delta p_{ki} - \Delta p_{ji}}{c_{sj}} \right)}{\sum_{i=1}^{n-1} \prod_{j=1}^{k-1} \Phi \left(\frac{\Delta p_{ki} - \Delta p_{ji}}{c_{sj}} \right)},$$

где p_k – отсутствующий параметр в спутнике k ; n – количество отбираемых наблюдений; k – количество наблюдаемых спутников.

С помощью этого алгоритма можно восстановить параметры отсутствующего сигнала. Однако эксперименты показали, что чем дольше отсутствует сигнал, тем больше погрешность алгоритма.

Результат восстановления

Для оценки эффективности и точности работы алгоритма были использованы данные из табл. 2. В рамках исследования в эти данные были внесены случайные пропуски всем спутникам. Пропуски составили пять процентов от общего объёма выборки. При внесении пропуска по спутнику из выборки исключались измерения длительности от 3 до 15 мин.

Цель внесения пропусков – симулировать условия, в которых навигационный приемник теряет сигнал от некоторых навигационных спутников (например, в связи с высокой плотностью застройки). Это позволяет оценить способность алгоритма восстанавливать пропущенные значения и его эффективность в работе с неполными данными.

После внесения пропусков был применён разработанный алгоритм для восстановления пропущенных значений. Затем было проведено сравнение реальных данных и восстановленных. Этот шаг позволил оценить точность и надёжность алгоритма в процессе восстановления данных. Часть результатов сравнения отображены в табл. 4 (в качестве примера приведен 1 спутник).

Результаты восстановления значений псевдодальностей для НКА 1

Дата/время	Реальное значение ΔР, мм (Спутник 1)	Восстановленное значение ΔР, мм (Спутник 1)	Разница между значениями, мм
2024-07-10 6:30:34	-852594	-852624,0	30,0
2024-07-10 6:30:48	-852011	-852044,0	33,0
2024-07-10 6:31:40	-850527	-850564,0	37,0
2024-07-10 6:31:59	-849770	-849793,0	23,0
2024-07-10 6:32:34	-848503	-848518,9999999999	15,99999999883585
2024-07-10 6:33:04	-847705	-847738,0	33,0
2024-07-10 6:35:49	-841668	-841675,0	7,0
2024-07-10 6:35:54	-841499	-841563,0	64,0
2024-07-10 6:36:05	-841126	-841177,0	51,0
2024-07-10 6:36:22	-840296	-840298,0	2,0
2024-07-10 6:37:01	-838586	-838607,0	21,0
2024-07-10 6:40:06	-830571	-830609,0	38,0

Заключение

В рамках данной работы был разработан алгоритм, основанный на непараметрической оценке функции регрессии, направленный на восстановление выборки наблюдений. Эксперимент проводился с целью восстановления псевдодальностей до навигационных спутников ГЛОНАСС в условиях ограничений: антенна находилась на крыше здания в городе с большими углами закрытия, приёмник и антенна не передвигались, прерывание сигнала было установлено только для одного спутника из всей выборки.

Результаты показали, что различие между реальными и восстановленными значениями псевдодальностей не превышало одного процента, что позволяет их использовать для решения навигационной задачи, хотя влияние на точность определения навигации всё равно было. Это подтверждает эффективность предложенного алгоритма в определённых условиях.

Дальнейшие исследования будут направлены на модификацию алгоритма для условий передвижного приёмника и большего количества пропусков значений спутниковых сигналов. Расширение возможностей алгоритма позволит повысить точность и надёжность навигационных систем.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда и Красноярского краевого фонда поддержки научной и научно-технической деятельности № 25-19-20070, <https://rscf.ru/project/25-19-20070/>.

Acknowledgments

The study was supported by a grant from the Russian Science Foundation and the Krasnoyarsk Regional Foundation for the Support of Scientific and Scientific-Technical Activities No. 25-19-20070, <https://rscf.ru/project/25-19-20070/>.

Библиографические ссылки

- Герц И. Ф., Шаров А. Ю. Сравнение глобальных спутниковых систем Глонасс и GPS // Материалы XVI Всеросс. науч.-технич. конф. студентов и аспирантов: посвящается 90-летию Урал. гос. лесотехнич. ун-та (УЛТИ УГЛТА УГЛТУ). УГЛТУ, 2020. С. 193–195.
- Батрагин О. Д., Ускова А. В., Котелевец А. Н. Глобальные навигационные спутниковые системы // Концепции устойчивого развития науки в современных условиях. 2022. С. 11–13.
- Сатторов Ш. Я. Контроль движения автотранспортных средств на основе спутниковых технологий // Научный Фокус. 2023. Т. 1, № 6. С. 479–485.

4. Мусина А. В., Гринберг Г. М. Методы навигации беспилотных летательных аппаратов // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2022. Т. 1. С. 634–636.
5. Абрамов С. А. Автономная посадка беспилотного летательного аппарата в условиях отсутствия глобальной навигационной системы связи : дис. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2024. 228 с.
6. Семенова Л. Л. Современные методы навигации беспилотных летательных аппаратов // Наука и образование сегодня. 2018. № 4 (27). С. 6–8.
7. Соловей Д. В., Кулаков И. А. Тенденции развития радионавигационных систем беспилотных летательных аппаратов // Материалы XII Междунар. науч.-практич. конф. воен.-науч. об-ва «Актуальные вопросы развития авиационной военной науки и практики», посвященной 61-й годовщине полёта Ю. А. Гагарина в космос. Краснодар, 2022. С. 95–100.
8. Сорокин А. А., Бородянский И. М., Дагаев А. В. Сравнительный анализ методов восстановления пропущенных данных // Известия Юж. федер. ун-та. Технич. науки. 2020. № 4 (214). С. 93–107.
9. Злоба Е., Яцкие И. Статистические методы восстановления пропущенных данных // Computer Modelling & New Technologies. 2002. Т. 6, № 1. С. 51–61.
10. Шаныгин С. И. Корреляционный и регрессионный анализ. М. : Юрайт, 2024. 70 с.
11. Медведев А. В. Н-модели для безынерционных систем с запаздыванием // Вестник СибГАУ. 2012. № 5(45). С. 84–89.
12. Медведев А. В. Некоторые замечания к H -моделям безынерционных процессов с запаздыванием // Вестник СибГАУ. 2014. № 2(54). С. 24–34.
13. Медведев А. В., Ярещенко Д. И. Непараметрические алгоритмы идентификации и управления многомерными безынерционными процессами // Вестник Томского гос. ун-та. Управлен. вычислит. техн. и ин-ка. 2020. № 53. С. 72–81.
14. Чжан Е. А., Кемпф Д. А. Модификация непараметрического алгоритма моделирования и дуального управления многомерными процессами в условиях неопределенности // Вестник Воронежского гос. технич. ун-та. 2020. Т. 16, № 3. С. 7–13.
15. Mikhov E. D. Piecewise approximation based on nonparametric modeling algorithms // Siberian Journal of Science and Technology. 2020. Vol. 21, No. 2. P. 195–200.

References

1. Hertz I. F., Sharov A. Yu. [Comparison of global satellite systems Glonass and GPS] Materialy XVI *Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii studentov i aspirantov: posvyashchaetsya 90-letiyu Ural'skogo gosudarstvennogo lesotekhnicheskogo universiteta* (ULTI UGLTA UGLTU). UGLTU. 2020, P. 193–195 (In Russ.).
2. Batranin O. D., Uskova A. V., Kotelevets A. N. [Global navigation satellite systems]. *Kontseptsii ustoychivogo razvitiya nauki v sovremennykh usloviyakh*. 2022, P. 11–13 (In Russ.).
3. Sattorov Sh. Ya. [Control of motor vehicles movement on the basis of satellite technologies]. *Nauchnyy Fokus*. 2023, Vol. 1, No. 6, P. 479–485 (In Russ.).
4. Musina A. V., Greenberg G. M. [Methods of navigation of unmanned aerial vehicles]. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики*. 2022, Vol. 1, P. 634–636 (In Russ.).
5. Abramov S. A. *Avtonomnaya posadka bespilotnogo letatel'nogo apparata v usloviyakh otsutstviya global'noy navigatsionnoy sistemy svyazi*. Dis. [Autonomous landing of an unmanned aerial vehicle in the absence of a global navigation communication system]. Krasnoyarsk, 2024, 64 p.
6. Semenova L. L. [Modern methods of navigation of unmanned aerial vehicles]. *Nauka i obrazovanie segodnya*. 2018, No. 4 (27), P. 6–8 (In Russ.).
7. Solovei D. V., Kulakov I. A. [Trends in the development of rado-navigation systems of unmanned aerial vehicles]. *Materialy KhII Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii voenno-nauchnogo obshchestva "Aktual'nye voprosy razvitiya aviatsionnoy voennoy nauki i praktiki"*, *posvyashchennoy 61-y godovshchine poleta Yu. A. Gagarina v kosmos* [Proceedings of the

XII International Scientific and Practical Conference of Military Scientific Society “Actual issues of development of aviation military science and practice”, dedicated to the 61st anniversary of Y. A. Gagarin's flight into space]. Krasnodar, 2022, P. 95–100 (In Russ.).

8. Sorokin A. A., Borodyansky I. M., Dagaev A. V. [Comparative analysis of missing data recovery methods]. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. 2020, No. 4 (214), P. 93–107 (In Russ.).

9. Zloba E., Yatskie I. [Statistical methods of missing data recovery]. *Computer Modelling & New Technologies*. 2002, Vol. 6, No. 1, P. 51–61 (In Russ.).

10. Shanygin S. I. *Korrelyatsionnyy i regressionnyy analiz* [Correlation and regression analysis]. Moscow, Jurayt Publ., 2024, 70 p.

11. Medvedev A. V. [H-models for the inertia-free systems with delay]. *Vestnik SibGAU*. 2012, No. 5(45), P. 84–89 (In Russ.).

12. Medvedev A. V. [Some remarks to the H-model. V. Some remarks to the H-models of the inertia-free processes with delay]. *Vestnik of SibGAU*. 2014, No. 2(54), P. 24–34 (In Russ.).

13. Medvedev A. V., Yareschenko D. I. [Nonparametric algorithms of identification and control of multidimensional inertia-free processes]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. 2020, No. 53, P. 72–81 (In Russ.).

14. Zhang E. A., Kempf D. A. [Modification of the nonparametric algorithm for modeling and dual control of multidimensional processes under uncertainty]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2020, Vol. 16, No. 3, P. 7–13 (In Russ.).

15. Mikhov E. D. [Piecewise approximation based on nonparametric modeling algorithms]. *Siberian Journal of Science and Technology*. 2020, Vol. 21, No. 2, P. 195–200 (In Russ.).

© Караванов А. В., Михов Е. Д., 2025

Караванов Александр Владимирович – преподаватель кафедры ОВП; Сибирский федеральный университет. E-mail: karavanov_92@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0000-4942-4080>.

Михов Евгений Дмитриевич – кандидат технических наук, доцент кафедры РЭБ; Сибирский федеральный университет. E-mail: edmihov@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-9561-8596>.

Karavanov Alexander Vladimirovich – Lecturer; Siberian Federal University. E-mail: karavanov_92@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0000-4942-4080>.

Mihov Evgeny Dmitrievich – Cand. Sc., Associate Professor; Siberian Federal University. E-mail: edmihov@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-9561-8596>.

Статья поступила в редакцию 10.03.2025; принята к публикации 19.05.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 10.03.2025; accepted for publication 19.05.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 629.783

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-181-194

Для цитирования: Аналитическое решение задачи калибровки магнитометра космического аппарата с помощью метода наименьших квадратов / К. А. Кириллов, С. В. Кириллова, А. А. Кузнецов и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 181–194. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-181-194.

For citation: Kirillov K. A., Kirillova S. V., Kuznetsov A. A., Melent'ev D. O., Safonov K. V. [Analytical solution of the spacecraft magnetometer calibration problem using the method of least squares]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 181–194. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-181-194.

Аналитическое решение задачи калибровки магнитометра космического аппарата с помощью метода наименьших квадратов

К. А. Кириллов^{1*}, С. В. Кириллова², А. А. Кузнецов¹,
Д. О. Мелентьев^{2, 3}, К. В. Сафонов¹

¹Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31

²Сибирский федеральный университет
660041, Российская Федерация, г. Красноярск, просп. Свободный, 79

³Акционерное общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва»
Российская Федерация, 662972, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52

*E-mail: kkirillow@yandex.ru

Аннотация. В настоящей работе предложен аналитический метод решения задачи калибровки магнитометра для модели, рассмотренной в [1]. При решении задачи определения калибровочных параметров блока магнитометра учитывается, что для измерений с любой пространственной ориентацией блока магнитометра величина измеряемого вектора магнитной индукции сохраняется и является известной модельной величиной. Вводится в рассмотрение штрафная функция 12 переменных, равная сумме квадратов невязок. Алгоритм решения задачи калибровки измерительных осей блока магнитометра сводится к поиску методом наименьших квадратов таких значений переменных этой функции, которые при заданном наборе векторов измерений магнитометра доставляют ей минимум. С этой целью указанная функция исследуется на условный экстремум при наличии трех уравнений связи. Составляется функция Лагранжа и, исходя из необходимого условия экстремума этой функции, формируется система 15 уравнений относительно 15 неизвестных. Доказывается, что эта система имеет четыре решения. Выведены формулы, позволяющие получить компоненты каждого из этих четырех решений. В качестве решения задачи калибровки магнитометра рекомендуется выбрать решение указанной системы, доставляющее минимум функции Лагранжа.

Ключевые слова: калибровка магнитометра, вектор магнитной индукции, метод наименьших квадратов, условный экстремум функции нескольких переменных, функция Лагранжа.

Analytical solution of the spacecraft magnetometer calibration problem using the method of least squares

К. А. Kirillov^{1*}, S. V. Kirillova², A. A. Kuznetsov¹, D. O. Melent'ev^{2,3}, K. V. Safonov¹

¹Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

²Siberian Federal University
79, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation

³JSC “Information Satellite Systems” Academician M. F. Reshetnev Company”
52, Lenin St., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation

*E-mail: kkirillow@yandex.ru

Abstract. In this paper, an analytical method is proposed for solving the problem of magnetometer calibration for the model considered in [1]. When solving the problem of determining the calibration parameters of the magnetometer unit, it is taken into account that for measurements with any spatial orientation of the magnetometer unit, the value of the measured magnetic induction vector is preserved and is a known model value. A penalty function of 12 variables equal to the sum of the squares of the residuals is introduced into consideration. The algorithm for solving the problem of calibrating the measuring axes of the magnetometer unit is reduced to searching, by the method of least squares, for such values of the variables of this function that, for a given set of magnetometer measurement vectors, provide it with a minimum. For this purpose, the specified function is examined for a conditional extremum in the presence of three equality constraints. The Lagrangian function is compiled and, based on the necessary condition for the extremum of this function, the system of 15 equations in the 15 variables is formed. It is proved that the system has four solutions. Formulas are derived that make it possible to obtain the components of each of these four solutions. As a solution to the magnetometer calibration problem, it is recommended to choose a solution to the specified system that provides a minimum of the Lagrangian function.

Keywords: magnetometer calibration, the Earth's magnetic induction vector, the method of least squares, constrained optimization, Lagrangian function.

Введение

Магнитометры входят в состав системы ориентации и стабилизации низкоорбитальных малогабаритных космических аппаратов. Они широко используются благодаря тому, что являются легкими, недорогими и надежными. Однако вследствие физических особенностей чувствительного элемента современные магнитометры требуют проведения математической калибровки. На данный момент предложены различные методы калибровки магнитометров, этим методам посвящено немалое количество научных работ [1–12], в частности, статья [9], в которой приведен обзор различных способов проведения таких операций.

В вышеупомянутых работах задача калибровки магнитометра космического аппарата решалась с применением численных методов. В настоящей статье предложен аналитический метод решения этой задачи для модели, рассмотренной в [1].

1. Модель погрешностей измерений вектора магнитной индукции

Обозначим через \mathbf{h} значение измеренного вектора магнитной индукции при некотором пространственном положении блока магнитометра (БМ). Воспользуемся упрощенной моделью измерений, рассмотренной в [1]:

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = QPB + \mathbf{b} + \mathbf{n}. \quad (1)$$

В (1) использованы следующие обозначения [1]:

$\mathbf{B} = (B_1, B_2, B_3)^T$ – истинный вектор магнитной индукции;

$\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ – постоянный вектор, отвечающий смещениям нуля для каждой из измерительных осей БМ;

\mathbf{n} – случайный вектор, отвечающий некоррелированному шуму для каждой из измерительных осей;

P – матрица, строки которой есть орты измерительных осей БМ, записанные в «базовой» системе БМ;

Q – диагональная матрица, содержащая на главной диагонали масштабные коэффициенты k_1, k_2, k_3 для измерительных осей БМ, т. е.

$$Q = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix}.$$

Другими словами, матрица P описывает неортогональность измерительных осей БМ, а матрица Q отвечает масштабированию по этим осям.

Задача калибровки измерительных осей БМ сводится к нахождению элементов матриц P и Q , а также вектора смещений нуля \mathbf{b} .

2. Разработка алгоритма определения калибровочных параметров БМ

При решении задачи определения калибровочных параметров БМ воспользуемся тем, что для измерений с любой пространственной ориентацией БМ величина измеряемого вектора магнитной индукции \mathbf{B} сохраняется и является известной модельной величиной.

Будем считать, что в полёте в результате измерений магнитометра в дискретные моменты времени получен набор векторов $\mathbf{h}^{(l)} = (h_1^{(l)}, h_2^{(l)}, h_3^{(l)})^T$, $l = 1, \dots, N$. При условии отсутствия шумов измерений из формулы (1) получаем:

$$\mathbf{h}^{(l)} = QP\mathbf{B}^{(l)} + \mathbf{b}, \quad l = 1, \dots, N, \quad (2)$$

где $\mathbf{B}^{(l)} = (B_1^{(l)}, B_2^{(l)}, B_3^{(l)})^T$ – истинный вектор магнитной индукции в той же точке пространства, что и измеренный вектор $\mathbf{h}^{(l)}$, $l = 1, \dots, N$. Выразим векторы $\mathbf{B}^{(l)}$ ($l = 1, \dots, N$) из равенств (2):

$$\mathbf{B}^{(l)} = S(\mathbf{h}^{(l)} - \mathbf{b}), \quad (3)$$

$l = 1, \dots, N$, где

$$S = (QP)^{-1} = P^{-1}Q^{-1}. \quad (4)$$

Как отмечено в [1], без ограничения общности матрицу неортогональности P можно представить с минимальным количеством неизвестных элементов следующим образом:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sin \varepsilon_1 & \cos \varepsilon_1 & 0 \\ \sin \varepsilon_2 & \cos \varepsilon_2 \sin \varepsilon_3 & \cos \varepsilon_2 \cos \varepsilon_3 \end{pmatrix},$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – малые углы. Тогда обратная матрица P^{-1} примет вид

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 & \beta_1 & 0 \\ \alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2 \beta_3 & -\beta_1 \alpha_3 & \beta_2 \beta_3 \end{pmatrix},$$

где $\alpha_i = \operatorname{tg} \varepsilon_i$, $\beta_i = \operatorname{sec} \varepsilon_i$, $i = 1, 2, 3$, а так как

$$Q^{-1} = \begin{pmatrix} k_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & k_2^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & k_3^{-1} \end{pmatrix},$$

то в соответствии с (4) получаем:

$$S = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 \gamma_1 & \beta_1 \gamma_2 & 0 \\ (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2 \beta_3) \gamma_1 & -\beta_1 \alpha_3 \gamma_2 & \beta_2 \beta_3 \gamma_3 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $\gamma_i = k_i^{-1}$, $i = 1, 2, 3$.

Перепишем равенство (3) с учетом (5):

$$\begin{pmatrix} B_1^{(l)} \\ B_2^{(l)} \\ B_3^{(l)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 \gamma_1 & \beta_1 \gamma_2 & 0 \\ (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_2 \beta_3) \gamma_1 & -\beta_1 \alpha_3 \gamma_2 & \beta_2 \beta_3 \gamma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1^{(l)} - b_1 \\ h_2^{(l)} - b_2 \\ h_3^{(l)} - b_3 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$l = 1, \dots, N$. Каждое из N векторных равенств (6) запишем в виде системы трех скалярных равенств:

$$\begin{cases} \gamma_1(h_1^{(l)} - b_1) = B_1^{(l)}, \\ -\alpha_1\gamma_1(h_1^{(l)} - b_1) + \beta_1\gamma_2(h_2^{(l)} - b_2) = B_2^{(l)}, \\ (\alpha_1\alpha_3 - \alpha_2\beta_3)\gamma_1(h_1^{(l)} - b_1) - \beta_1\alpha_3\gamma_2(h_2^{(l)} - b_2) + \beta_2\beta_3\gamma_3(h_3^{(l)} - b_3) = B_3^{(l)}, \end{cases} \quad (7)$$

$l = 1, \dots, N$. В силу первого равенства системы (7) второе равенство этой системы перепишем в виде

$$-\alpha_1 B_1^{(l)} + \beta_1\gamma_2(h_2^{(l)} - b_2) = B_2^{(l)},$$

откуда получаем равенство

$$\beta_1\gamma_2(h_2^{(l)} - b_2) = \alpha_1 B_1^{(l)} + B_2^{(l)},$$

вследствие которого третье равенство системы (7) записывается следующим образом:

$$-\alpha_2\beta_3 B_1^{(l)} - \alpha_3 B_2^{(l)} + \beta_2\beta_3\gamma_3(h_3^{(l)} - b_3) = B_3^{(l)},$$

$l = 1, \dots, N$.

Введем в рассмотрение функцию двенадцати переменных $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, b_i$ ($i = 1, 2, 3$)

$$\Phi = \sum_{l=1}^N \left\{ \begin{aligned} & \left[B_1^{(l)} - \gamma_1(h_1^{(l)} - b_1) \right]^2 + \left[B_2^{(l)} + \alpha_1 B_1^{(l)} - \beta_1\gamma_2(h_2^{(l)} - b_2) \right]^2 + \\ & \left[B_3^{(l)} + \alpha_2\beta_3 B_1^{(l)} + \alpha_3 B_2^{(l)} - \beta_2\beta_3\gamma_3(h_3^{(l)} - b_3) \right]^2 \end{aligned} \right\},$$

где переменные α_i и β_i в силу тригонометрического тождества

$$\operatorname{tg}^2\varphi \equiv \sec^2\varphi - 1$$

связаны равенствами

$$\alpha_i^2 - \beta_i^2 + 1 = 0, \quad (8)$$

$i = 1, 2, 3$.

Алгоритм решения задачи калибровки измерительных осей БМ сводится к поиску методом наименьших квадратов [13] с учетом (8) таких значений переменных $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, b_i$ ($i = 1, 2, 3$), которые при заданном наборе векторов измерений $\{\mathbf{h}^{(l)}\}$ ($l = 1, \dots, N$) доставляют минимум функции Φ . С этой целью требуется исследовать функцию Φ на условный экстремум [14] при наличии трех уравнений связи (8).

Составим функцию Лагранжа

$$F = \Phi + \sum_{i=1}^3 \lambda_i (\alpha_i^2 - \beta_i^2 + 1) \quad (9)$$

пятнадцати переменных $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, b_i, \lambda_i$ ($i = 1, 2, 3$) и запишем необходимое условие локального экстремума этой функции:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \gamma_1} &= -\sum_{l=1}^N [B_1^{(l)} - \gamma_1 (h_1^{(l)} - b_1)] (h_1^{(l)} - b_1) = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial b_1} &= \gamma_1 \sum_{l=1}^N [B_1^{(l)} - \gamma_1 (h_1^{(l)} - b_1)] = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} &= \sum_{l=1}^N [B_2^{(l)} + \alpha_1 B_1^{(l)} - \beta_1 \gamma_2 (h_2^{(l)} - b_2)] B_1^{(l)} + \lambda_1 \alpha_1 = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \beta_1} &= -\gamma_2 \sum_{l=1}^N [B_2^{(l)} + \alpha_1 B_1^{(l)} - \beta_1 \gamma_2 (h_2^{(l)} - b_2)] (h_2^{(l)} - b_2) - \lambda_1 \beta_1 = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \gamma_2} &= -\beta_1 \sum_{l=1}^N [B_2^{(l)} + \alpha_1 B_1^{(l)} - \beta_1 \gamma_2 (h_2^{(l)} - b_2)] (h_2^{(l)} - b_2) = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial b_2} &= \beta_1 \gamma_2 \sum_{l=1}^N [B_2^{(l)} + \alpha_1 B_1^{(l)} - \beta_1 \gamma_2 (h_2^{(l)} - b_2)] = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \alpha_2} &= \beta_3 \sum_{l=1}^N [B_3^{(l)} + \alpha_2 \beta_3 B_1^{(l)} + \alpha_3 B_2^{(l)} - \beta_2 \beta_3 \gamma_3 (h_3^{(l)} - b_3)] B_1^{(l)} + \lambda_2 \alpha_2 = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \beta_2} &= -\beta_3 \gamma_3 \sum_{l=1}^N [B_3^{(l)} + \alpha_2 \beta_3 B_1^{(l)} + \alpha_3 B_2^{(l)} - \beta_2 \beta_3 \gamma_3 (h_3^{(l)} - b_3)] (h_3^{(l)} - b_3) - \lambda_2 \beta_2 = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \gamma_3} &= -\beta_2 \beta_3 \sum_{l=1}^N [B_3^{(l)} + \alpha_2 \beta_3 B_1^{(l)} + \alpha_3 B_2^{(l)} - \beta_2 \beta_3 \gamma_3 (h_3^{(l)} - b_3)] (h_3^{(l)} - b_3) = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial b_3} &= \beta_2 \beta_3 \gamma_3 \sum_{l=1}^N [B_3^{(l)} + \alpha_2 \beta_3 B_1^{(l)} + \alpha_3 B_2^{(l)} - \beta_2 \beta_3 \gamma_3 (h_3^{(l)} - b_3)] = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \alpha_3} &= \sum_{l=1}^N [B_3^{(l)} + \alpha_2 \beta_3 B_1^{(l)} + \alpha_3 B_2^{(l)} - \beta_2 \beta_3 \gamma_3 (h_3^{(l)} - b_3)] B_2^{(l)} + \lambda_3 \alpha_3 = 0, \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial \beta_3} &= \sum_{l=1}^N [B_3^{(l)} + \alpha_2 \beta_3 B_1^{(l)} + \alpha_3 B_2^{(l)} - \beta_2 \beta_3 \gamma_3 (h_3^{(l)} - b_3)] [\alpha_2 B_1^{(l)} - \beta_2 \gamma_3 (h_3^{(l)} - b_3)] - \lambda_3 \beta_3 = 0, \\
 \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} &= \alpha_i^2 - \beta_i^2 + 1 = 0, \quad i = 1, 2, 3.
 \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Требуется найти стационарные точки функции F , т. е. решение системы уравнений (10).

Введем следующие обозначения:

$$C_i = \sum_{l=1}^N B_i^{(l)}, \quad H_i = \sum_{l=1}^N h_i^{(l)}, \quad F_i = \sum_{l=1}^N (h_i^{(l)})^2, \quad D_{ij} = \sum_{l=1}^N B_i^{(l)} h_j^{(l)}, \quad G_{ij} = G_{ji} = \sum_{l=1}^N B_i^{(l)} B_j^{(l)}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Учитывая эти обозначения, для удобства разобьем систему уравнений (10) на три нелинейные системы – систему уравнений относительно двух неизвестных b_1, γ_1 :

$$\left\{ \begin{aligned}
 D_{11} - C_1 b_1 + (-F_1 + 2H_1 b_1 - N b_1^2) \gamma_1 &= 0, \\
 [C_1 + (N b_1 - H_1) \gamma_1] \gamma_1 &= 0,
 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

систему уравнений относительно пяти неизвестных $b_2, \alpha_1, \beta_1, \gamma_2, \lambda_1$:

$$\left\{ \begin{aligned}
 (C_1 b_2 - D_{12}) \beta_1 \gamma_2 + (G_{11} + \lambda_1) \alpha_1 + G_{12} &= 0, \\
 [D_{22} - C_2 b_2 + (D_{12} - C_1 b_2) \alpha_1 + (-F_2 + 2H_2 b_2 - N b_2^2) \beta_1 \gamma_2] \gamma_2 + \lambda_1 \beta_1 &= 0, \\
 [D_{22} - C_2 b_2 + (D_{12} - C_1 b_2) \alpha_1 + (-F_2 + 2H_2 b_2 - N b_2^2) \beta_1 \gamma_2] \beta_1 &= 0, \\
 [C_2 + C_1 \alpha_1 + (N b_2 - H_2) \beta_1 \gamma_2] \beta_1 \gamma_2 &= 0, \\
 \beta_1 = \sqrt{\alpha_1^2 + 1} &
 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

и систему уравнений относительно восьми неизвестных $b_3, \alpha_2, \alpha_3, \beta_2, \beta_3, \gamma_3, \lambda_2, \lambda_3$:

$$\begin{cases} [G_{13} + G_{11}\alpha_2\beta_3 + G_{12}\alpha_3 + (C_1b_3 - D_{13})\beta_2\beta_3\gamma_3]\beta_3 + \lambda_2\alpha_2 = 0, \\ [D_{33} - C_3b_3 + (D_{13} - C_1b_3)\alpha_2\beta_3 + (D_{23} - C_2b_3)\alpha_3 + (-F_3 + 2H_3b_3 - Nb_3^2)\beta_2\beta_3\gamma_3]\beta_3\gamma_3 + \lambda_2\beta_2 = 0, \\ [D_{33} - C_3b_3 + (D_{13} - C_1b_3)\alpha_2\beta_3 + (D_{23} - C_2b_3)\alpha_3 + (-F_3 + 2H_3b_3 - Nb_3^2)\beta_2\beta_3\gamma_3]\beta_2\beta_3 = 0, \\ [C_3 + C_1\alpha_2\beta_3 + C_2\alpha_3 + (Nb_3 - H_3)\beta_2\beta_3\gamma_3]\beta_2\beta_3\gamma_3 = 0, \\ G_{23} + G_{12}\alpha_2\beta_3 + G_{22}\alpha_3 + (C_2b_3 - D_{23})\beta_2\beta_3\gamma_3 + \lambda_3\alpha_3 = 0, \\ [G_{13} + G_{11}\alpha_2\beta_3 + G_{12}\alpha_3 + (C_1b_3 - D_{13})\beta_2\beta_3\gamma_3]\alpha_2 - \lambda_3\beta_3 - \\ - [D_{33} - C_3b_3 + (D_{13} - C_1b_3)\alpha_2\beta_3 + (D_{23} - C_2b_3)\alpha_3 + (-F_3 + 2H_3b_3 - Nb_3^2)\beta_2\beta_3\gamma_3]\beta_2\gamma_3 = 0, \\ \beta_i = \sqrt{\alpha_i^2 + 1}, \quad i = 2, 3. \end{cases} \quad (13)$$

В записи выражений β_i через α_i в последних уравнениях систем (12) и (13) мы воспользовались тем, что $\beta_i = \sec \varepsilon_i > 0$ вследствие очевидных неравенств $-\pi/2 < \varepsilon_i < \pi/2, i = 1, 2, 3$. Решим каждую из систем уравнений (11), (12), (13).

Сначала заметим, что справедливо неравенство

$$-F_i + 2H_i b_i - N b_i^2 \neq 0, \quad (14)$$

$i = 1, 2, 3$. Действительно, дискриминант квадратного уравнения $-F_i + 2H_i b_i - N b_i^2 = 0$ относительно неизвестной b_i , будучи равным

$$\delta_i = 4H_i^2 - 4NF_i = 4 \left[\left(\sum_{l=1}^N h_i^{(l)} \right)^2 - N \sum_{l=1}^N (h_i^{(l)})^2 \right],$$

отрицателен в силу очевидного следствия

$$\left(\sum_{l=1}^N h_i^{(l)} \right)^2 < N \sum_{l=1}^N (h_i^{(l)})^2$$

неравенства Коши – Буняковского [15] (здесь поставлен знак « $<$ » вместо « \leq », так как хотя бы одно из слагаемых $h_i^{(1)}, \dots, h_i^{(N)}$ заведомо не равно нулю), поэтому рассматриваемое квадратное уравнение не имеет вещественных корней, $i = 1, 2, 3$.

Решим систему уравнений (11). Учитывая неравенство (14), выражаем γ_1 через b_1 из первого уравнения этой системы:

$$\gamma_1 = \frac{D_{11} - C_1 b_1}{F_1 - 2H_1 b_1 + N b_1^2}.$$

Подставляя вместо γ_1 полученное выражение во второе уравнение системы (11) и принимая во внимание неравенство $\gamma_1 = k_1^{-1} \neq 0$, после простейших преобразований приходим к равенству

$$b_1 = \frac{C_1 F_1 - D_{11} H_1}{C_1 H_1 - N D_{11}},$$

с учетом которого записанное выше равенство для γ_1 приводится к виду

$$\gamma_1 = \frac{C_1 H_1 - N D_{11}}{H_1^2 - N F_1}.$$

Таким образом, решение системы уравнений (11) найдено.

Рассмотрим систему уравнений (12). Поскольку $\gamma_2 = k_2^{-1} \neq 0$, второе уравнение этой системы можно записать в виде

$$D_{22} - C_2 b_2 + (D_{12} - C_1 b_2) \alpha_1 + (-F_2 + 2H_2 b_2 - N b_2^2) \beta_1 \gamma_2 + \frac{\lambda_1 \beta_1}{\gamma_2} = 0, \quad (15)$$

а так как $\beta_1 = \sec \varepsilon_1 \neq 0$, третье уравнение системы (12) равносильно следующему уравнению:

$$D_{22} - C_2 b_2 + (D_{12} - C_1 b_2) \alpha_1 + (-F_2 + 2H_2 b_2 - N b_2^2) \beta_1 \gamma_2 = 0. \quad (16)$$

Из (15) с учетом (16) получаем, что $\lambda_1 \beta_1 \gamma_2^{-1} = 0$ и тогда в силу неравенства $\beta_1 \neq 0$ имеем

$$\lambda_1 = 0. \quad (17)$$

Имеет место неравенство $D_{12} - C_1 b_2 \neq 0$, так как непосредственная проверка показывает, что значение $b_2 = D_{12} C_1^{-1}$, являющееся корнем уравнения $D_{12} - C_1 b_2 = 0$, не удовлетворяет уравнениям системы (12).

Сначала рассмотрим случай $H_2 - N b_2 \neq 0$, т. е. $b_2 \neq H_2 N^{-1}$. Выразим $\beta_1 \gamma_2$ из (16), а также из первого (с учетом равенства (17)) и четвертого (с учетом неравенства $\beta_1 \gamma_2 \neq 0$) уравнений системы (12):

$$\beta_1 \gamma_2 = \frac{(D_{12} - C_1 b_2) \alpha_1 + D_{22} - C_2 b_2}{F_2 - 2H_2 b_2 + N b_2^2}, \quad \beta_1 \gamma_2 = \frac{G_{11} \alpha_1 + G_{12}}{D_{12} - C_1 b_2}, \quad \beta_1 \gamma_2 = \frac{C_1 \alpha_1 + C_2}{H_2 - N b_2}. \quad (18)$$

По доказанному знаменатель дроби во втором из равенств (18) не равен нулю, знаменатель дроби в первом из равенств (18) отличен от нуля в силу (14). Из первого и третьего равенств (18) следует уравнение

$$\frac{C_1 \alpha_1 + C_2}{H_2 - N b_2} = \frac{(D_{12} - C_1 b_2) \alpha_1 + D_{22} - C_2 b_2}{F_2 - 2H_2 b_2 + N b_2^2},$$

из которого выражаем b_2 через α_1 :

$$b_2 = \frac{(D_{12} H_2 - C_1 F_2) \alpha_1 + D_{22} H_2 - C_2 F_2}{(N D_{12} - C_1 H_2) \alpha_1 + N D_{22} - C_2 H_2}. \quad (19)$$

Аналогично, из второго и третьего равенств (18) следует уравнение

$$\frac{C_1 \alpha_1 + C_2}{H_2 - N b_2} = \frac{G_{11} \alpha_1 + G_{12}}{D_{12} - C_1 b_2},$$

из которого также выражаем b_2 через α_1 :

$$b_2 = \frac{(G_{11} H_2 - C_1 D_{12}) \alpha_1 + G_{12} H_2 - C_2 D_{12}}{(N G_{11} - C_1^2) \alpha_1 + N G_{12} - C_1 C_2}. \quad (20)$$

Приравняв правые части равенств (19) и (20), после простейших преобразований получаем квадратное уравнение относительно α_1 :

$$\begin{aligned} & \left[C_1^2 (C_1 F_2 - D_{12} H_2) + C_1 G_{11} (H_2^2 - N F_2) + C_1 D_{12} (N D_{12} - C_1 H_2) \right] \alpha_1^2 + \\ & + \left[2C_1 C_2 (C_1 F_2 - D_{12} H_2) + (N D_{12} - C_1 H_2) (C_1 D_{22} + C_2 D_{12}) + (H_2^2 - N F_2) (C_1 G_{12} + C_2 G_{11}) \right] \alpha_1 + \\ & + C_2^2 (C_1 F_2 - D_{12} H_2) + C_2 G_{12} (H_2^2 - N F_2) + C_2 D_{22} (N D_{12} - C_1 H_2) = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Дискриминант уравнения (21) равен

$$\Delta = \left[(ND_{12} - C_1H_2)(C_1D_{22} - C_2D_{12}) + (H_2^2 - NF_2)(C_1G_{12} - C_2G_{11}) \right]^2,$$

а корни этого уравнения вычисляются по формулам

$$\begin{cases} \alpha_1 = -\frac{C_2}{C_1}, \\ \alpha_1 = -\frac{C_2(C_1F_2 - D_{12}H_2) + G_{12}(H_2^2 - NF_2) + D_{22}(ND_{12} - C_1H_2)}{C_1(C_1F_2 - D_{12}H_2) + G_{11}(H_2^2 - NF_2) + D_{12}(ND_{12} - C_1H_2)}. \end{cases} \quad (22)$$

Заметим, что значения (22) неизвестной α_1 не являются корнями знаменателей дробей в равенствах (19) и (20). Подставляя первое из значений (22) неизвестной α_1 в четвертое уравнение системы (12), с учетом неравенства $\beta_1\gamma_2 \neq 0$ приходим к равенству $H_2 - Nb_2 = 0$, которое противоречит рассматриваемому случаю.

Пусть теперь $H_2 - Nb_2 = 0$, т. е. $b_2 = H_2N^{-1}$. Принимая во внимание неравенство $\beta_1\gamma_2 \neq 0$, из четвертого уравнения системы (12) получаем, что $\alpha_1 = -C_2C_1^{-1}$, т. е. найденное значение α_1 совпадает с первым из корней (22) уравнения (21). Несложно показать, что равенства (19) и (20), доказанные в предположении $b_2 \neq H_2N^{-1}$, справедливы и при $b_2 = H_2N^{-1}$. В случае $b_2 = H_2N^{-1}$ имеют место также и первые два равенства из (18), так как при их выводе никакие ограничения на значение неизвестной b_2 не учитывались.

Из проведенных рассуждений вытекает, что система уравнений (12) имеет два решения. Компоненты обоих решений указанной системы получаем в следующем порядке:

- значения неизвестной α_1 находим по формулам (22);
- значения β_1 , соответствующие найденным значениям α_1 , вычисляем по формуле, записанной в качестве последнего уравнения системы (12);
- значения b_2 – по любой из формул (19), (20);
- значения γ_2 – по любой из двух формул

$$\gamma_2 = \frac{(D_{12} - C_1b_2)\alpha_1 + D_{22} - C_2b_2}{\beta_1(F_2 - 2H_2b_2 + Nb_2^2)}, \quad \gamma_2 = \frac{G_{11}\alpha_1 + G_{12}}{\beta_1(D_{12} - C_1b_2)},$$

которые вытекают соответственно из первого и второго равенств (18);

- значение неизвестной λ_1 в обоих решениях системы уравнений (12) в силу (17) принимаем равным нулю.

Перейдем к отысканию решений системы уравнений (13). В силу неравенств $\gamma_3 = k_3^{-1} \neq 0$, $\beta_2 = \sec \varepsilon_2 \neq 0$ и $\beta_3 = \sec \varepsilon_3 \neq 0$ второе и третье уравнения этой системы можно записать как

$$D_{33} - C_3b_3 + (D_{13} - C_1b_3)\alpha_2\beta_3 + (D_{23} - C_2b_3)\alpha_3 + (-F_3 + 2H_3b_3 - Nb_3^2)\beta_2\beta_3\gamma_3 + \frac{\lambda_2\beta_2}{\beta_3\gamma_3} = 0, \quad (23)$$

$$D_{33} - C_3b_3 + (D_{13} - C_1b_3)\alpha_2\beta_3 + (D_{23} - C_2b_3)\alpha_3 + (-F_3 + 2H_3b_3 - Nb_3^2)\beta_2\beta_3\gamma_3 = 0 \quad (24)$$

соответственно. Из (23) с учетом (24) получаем: $\lambda_2\beta_2(\beta_3\gamma_3)^{-1} = 0$. Следовательно, справедливо равенство

$$\lambda_2 = 0. \quad (25)$$

Тогда первое уравнение системы (13) с учетом неравенства $\beta_3 \neq 0$ запишется в виде

$$G_{13} + G_{11}\alpha_2\beta_3 + G_{12}\alpha_3 + (C_1b_3 - D_{13})\beta_2\beta_3\gamma_3 = 0. \quad (26)$$

Из шестого уравнения системы (13) с учетом (24) и (26) находим $-\lambda_3\beta_3 = 0$, откуда следует равенство

$$\lambda_3 = 0. \quad (27)$$

Имеют место неравенства $H_3 - Nb_3 \neq 0$, $D_{i3} - C_i b_3 \neq 0$, так как непосредственная проверка показывает, что ни корень $b_3 = H_3 N^{-1}$ уравнения $H_3 - Nb_3 = 0$, ни корни $b_3 = D_{i3} C_i^{-1}$ уравнений $D_{i3} - C_i b_3 = 0$ не удовлетворяют уравнениям системы (13), $i = 1, 2$.

С учетом равенств (25), (27) и неравенств $\beta_2 \neq 0$, $\beta_3 \neq 0$, $\gamma_3 \neq 0$ выразим $\beta_2\beta_3\gamma_3$ из первого, третьего, четвертого и пятого уравнений системы (13):

$$\begin{aligned} \beta_2\beta_3\gamma_3 &= \frac{G_{13} + G_{11}\alpha_2\beta_3 + G_{12}\alpha_3}{D_{13} - C_1 b_3}, \quad \beta_2\beta_3\gamma_3 = \frac{D_{33} - C_3 b_3 + (D_{13} - C_1 b_3)\alpha_2\beta_3 + (D_{23} - C_2 b_3)\alpha_3}{F_3 - 2H_3 b_3 + Nb_3^2}, \\ \beta_2\beta_3\gamma_3 &= \frac{C_3 + C_1\alpha_2\beta_3 + C_2\alpha_3}{H_3 - Nb_3}, \quad \beta_2\beta_3\gamma_3 = \frac{G_{23} + G_{12}\alpha_2\beta_3 + G_{22}\alpha_3}{D_{23} - C_2 b_3}. \end{aligned} \quad (28)$$

По доказанному знаменатели дробей в первом, третьем и четвертом из равенств (28) не равны нулю, знаменатель дроби во втором из равенств (28) отличен от нуля в силу (14). Из первого и третьего равенств (28) следует уравнение

$$\frac{G_{13} + G_{11}\alpha_2\beta_3 + G_{12}\alpha_3}{D_{13} - C_1 b_3} = \frac{C_3 + C_1\alpha_2\beta_3 + C_2\alpha_3}{H_3 - Nb_3},$$

из второго и третьего равенств (28) – уравнение

$$\frac{D_{33} - C_3 b_3 + (D_{13} - C_1 b_3)\alpha_2\beta_3 + (D_{23} - C_2 b_3)\alpha_3}{F_3 - 2H_3 b_3 + Nb_3^2} = \frac{C_3 + C_1\alpha_2\beta_3 + C_2\alpha_3}{H_3 - Nb_3},$$

из третьего и четвертого равенств (28) – уравнение

$$\frac{C_3 + C_1\alpha_2\beta_3 + C_2\alpha_3}{H_3 - Nb_3} = \frac{G_{23} + G_{12}\alpha_2\beta_3 + G_{22}\alpha_3}{D_{23} - C_2 b_3}.$$

Из последних трех уравнений выражаем $\alpha_2\beta_3$ через α_3 и b_3 :

$$\alpha_2\beta_3 = \frac{[G_{12}(H_3 - Nb_3) - C_2(D_{13} - C_1 b_3)]\alpha_3 + G_{13}(H_3 - Nb_3) - C_3(D_{13} - C_1 b_3)}{C_1(D_{13} - C_1 b_3) - G_{11}(H_3 - Nb_3)}, \quad (29)$$

$$\alpha_2\beta_3 = \frac{[(H_3 - Nb_3)(D_{23} - C_2 b_3) - C_2(Nb_3^2 - 2H_3 b_3 + F_3)]\alpha_3 + (H_3 - Nb_3)(D_{33} - C_3 b_3) - C_3(Nb_3^2 - 2H_3 b_3 + F_3)}{C_1(Nb_3^2 - 2H_3 b_3 + F_3) - (H_3 - Nb_3)(D_{13} - C_1 b_3)}, \quad (30)$$

$$\alpha_2\beta_3 = \frac{[C_2(D_{23} - C_2 b_3) - G_{22}(H_3 - Nb_3)]\alpha_3 + C_3(D_{23} - C_2 b_3) - G_{23}(H_3 - Nb_3)}{G_{12}(H_3 - Nb_3) - C_1(D_{23} - C_2 b_3)}. \quad (31)$$

Приравняв правую часть равенства (29) к правым частям равенств (30) и (31), после простейших преобразований получаем уравнения

$$\begin{aligned} &\left\{ [C_2(C_1 b_3 - D_{13})^2 + G_{11}(Nb_3 - H_3)(C_2 b_3 - D_{23}) - G_{12}(Nb_3 - H_3)(C_1 b_3 - D_{13}) - C_1(C_1 b_3 - D_{13})(C_2 b_3 - D_{23}) + \right. \\ &+ (C_1 G_{12} - C_2 G_{11})(Nb_3^2 - 2H_3 b_3 + F_3)]\alpha_3 - (Nb_3^2 - 2H_3 b_3 + F_3)(C_3 G_{11} - C_1 G_{13}) - C_1(C_1 b_3 - D_{13})(C_3 b_3 - D_{33}) - \\ &\left. - G_{13}(Nb_3 - H_3)(C_1 b_3 - D_{13}) + G_{11}(Nb_3 - H_3)(C_3 b_3 - D_{33}) + C_3(C_1 b_3 - D_{13})^2 \right\} (H_3 - Nb_3) = 0, \end{aligned}$$

$$\left\{ \left[(C_2G_{12} - C_1G_{22})(C_1b_3 - D_{13}) + (G_{11}G_{22} - G_{12}^2)(Nb_3 - H_3) + (C_1G_{12} - C_2G_{11})(C_2b_3 - D_{23}) \right] \alpha_3 + \right. \\ \left. + (C_3G_{12} - C_1G_{23})(C_1b_3 - D_{13}) + (G_{11}G_{23} - G_{12}G_{13})(Nb_3 - H_3) + (C_1G_{13} - C_3G_{11})(C_2b_3 - D_{23}) \right\} (H_3 - Nb_3) = 0,$$

из которых выражаем α_3 через b_3 , предварительно разделив обе части каждого из них на $(H_3 - Nb_3)$:

$$\alpha_3 = \frac{(H_3b_3 - F_3)(C_1G_{13} - C_3G_{11}) + (Nb_3 - H_3)(D_{33}G_{11} - D_{13}G_{13}) + (C_1b_3 - D_{13})(C_3D_{13} - C_1D_{33})}{(H_3b_3 - F_3)(C_2G_{11} - C_1G_{12}) + (Nb_3 - H_3)(D_{13}G_{12} - D_{23}G_{11}) + (C_1b_3 - D_{13})(C_1D_{23} - C_2D_{13})}, \quad (32)$$

$$\alpha_3 = \frac{(D_{23} - C_2b_3)(C_1G_{13} - C_3G_{11}) + (Nb_3 - H_3)(G_{12}G_{13} - G_{11}G_{23}) + (C_1b_3 - D_{13})(C_1G_{23} - C_3G_{12})}{(D_{23} - C_2b_3)(C_2G_{11} - C_1G_{12}) + (Nb_3 - H_3)(G_{11}G_{22} - G_{12}^2) + (C_1b_3 - D_{13})(C_2G_{12} - C_1G_{22})}. \quad (33)$$

Приравняв правые части равенств (32) и (33), после простейших преобразований приходим к квадратному уравнению относительно b_3

$$\Gamma b_3^2 + \Lambda b_3 + \Omega = 0, \quad (34)$$

коэффициенты которого определяются следующим образом:

$$\Gamma = \left[G_{13}(C_1H_3 - ND_{13}) + C_3(C_1D_{13} - G_{11}H_3) + D_{33}(NG_{11} - C_1^2) \right] \left[G_{22}(NG_{11} - C_1^2) + G_{12}(C_1C_2 - NG_{12}) + \right. \\ \left. + C_2(C_1G_{12} - C_2G_{11}) \right] + \left[G_{23}(NG_{11} - C_1^2) + C_3(C_1G_{12} - C_2G_{11}) + G_{13}(C_1C_2 - NG_{12}) \right] \left[D_{23}(C_1^2 - NG_{11}) + \right. \\ \left. + C_2(G_{11}H_3 - C_1D_{13}) + G_{12}(ND_{13} - C_1H_3) \right],$$

$$\Lambda = \left[G_{13}(C_1H_3 - ND_{13}) + C_3(C_1D_{13} - G_{11}H_3) + D_{33}(NG_{11} - C_1^2) \right] \left[G_{22}(C_1D_{13} - G_{11}H_3) + G_{12}(G_{12}H_3 - C_2D_{13}) + \right. \\ \left. + D_{23}(C_2G_{11} - C_1G_{12}) \right] + \left[F_3(C_3G_{11} - C_1G_{13}) + D_{33}(C_1D_{13} - G_{11}H_3) + D_{13}(G_{13}H_3 - C_3D_{13}) \right] \left[G_{12}(C_1C_2 - NG_{12}) + \right. \\ \left. + G_{22}(NG_{11} - C_1^2) + C_2(C_1G_{12} - C_2G_{11}) \right] + \left[G_{23}(NG_{11} - C_1^2) + C_3(C_1G_{12} - C_2G_{11}) + G_{13}(C_1C_2 - NG_{12}) \right] \times \\ \times \left[F_3(C_1G_{12} - C_2G_{11}) + D_{13}(C_2D_{13} - G_{12}H_3) + D_{23}(G_{11}H_3 - C_1D_{13}) \right] + \left[G_{12}(G_{13}H_3 - C_3D_{13}) + G_{23}(C_1D_{13} - G_{11}H_3) + \right. \\ \left. + D_{23}(C_3G_{11} - C_1G_{13}) \right] \left[C_2(G_{11}H_3 - C_1D_{13}) + G_{12}(ND_{13} - C_1H_3) + D_{23}(C_1^2 - NG_{11}) \right],$$

$$\Omega = \left[F_3(C_3G_{11} - C_1G_{13}) + D_{33}(C_1D_{13} - G_{11}H_3) + D_{13}(G_{13}H_3 - C_3D_{13}) \right] \left[G_{22}(C_1D_{13} - G_{11}H_3) + G_{12}(G_{12}H_3 - C_2D_{13}) + \right. \\ \left. + D_{23}(C_2G_{11} - C_1G_{12}) \right] - \left[G_{12}(C_3D_{13} - G_{13}H_3) + G_{23}(G_{11}H_3 - C_1D_{13}) + D_{23}(C_1G_{13} - C_3G_{11}) \right] \left[F_3(C_1G_{12} - C_2G_{11}) + \right. \\ \left. + D_{13}(C_2D_{13} - G_{12}H_3) + D_{23}(G_{11}H_3 - C_1D_{13}) \right].$$

Дискриминант уравнения (34) равен

$$\tilde{\Delta} = \left\{ \left[C_2^2(D_{13}G_{13} - D_{33}G_{11}) + G_{12}H_3(C_3G_{12} - C_1G_{23}) + C_2G_{11}G_{23}H_3 \right] (G_{11}H_3 - C_1D_{13}) + \left[F_3G_{11} \times \right. \right. \\ \left. \times (C_2G_{23} - C_3G_{22}) + F_3G_{12}(C_3G_{12} - C_1G_{23}) + F_3G_{13}(C_1G_{22} - C_2G_{12}) + C_1D_{23}(D_{33}G_{12} - D_{23}G_{13}) + C_2D_{23} \times \right. \\ \left. \times (D_{13}G_{13} - D_{33}G_{11}) + C_3D_{23}(D_{23}G_{11} - D_{13}G_{12}) \right] (C_1^2 - NG_{11}) + \left[C_2H_3(D_{23}G_{11} - D_{13}G_{12}) + G_{22}H_3(C_1D_{13} - G_{11}H_3) - \right. \\ \left. - C_1C_2D_{13}D_{23} \right] (C_3G_{11} - C_1G_{13}) + \left[C_2G_{11}(D_{13}G_{23} - D_{33}G_{12}) + C_3G_{11}(D_{23}G_{12} - D_{13}G_{22}) + C_1G_{13}(D_{13}G_{22} - D_{23}G_{12}) + \right. \\ \left. + C_1G_{12}(D_{33}G_{12} - D_{13}G_{23}) \right] (ND_{13} - C_1H_3) + C_2G_{12} \left[C_1D_{13}(C_3D_{13} - C_1D_{33}) + G_{11}H_3(C_1D_{33} - G_{13}H_3) \right] \left. \right\}^2,$$

а корни этого уравнения вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}
 & \left[b_3 = \frac{C_1 D_{13} - G_{11} H_3}{C_1^2 - N G_{11}}, \right. \\
 & b_3 = \left[C_3 G_{11} (D_{23}^2 - F_3 G_{22}) + D_{33} G_{11} (G_{22} H_3 - C_2 D_{23}) + G_{11} G_{23} (C_2 F_3 - D_{23} H_3) + D_{13} G_{12} (G_{23} H_3 - C_3 D_{23}) + \right. \\
 & + D_{13} D_{23} (C_1 G_{23} - C_3 G_{12}) + G_{13} H_3 (D_{23} G_{12} - D_{13} G_{22}) + D_{13} D_{33} (C_2 G_{12} - C_1 G_{22}) + F_3 G_{12} (C_3 G_{12} - C_1 G_{23}) + \\
 & + D_{33} G_{12} (C_1 D_{23} - G_{12} H_3) + D_{23} G_{13} (C_2 D_{13} - C_1 D_{23}) + D_{13}^2 (C_3 G_{22} - C_2 G_{23}) + F_3 G_{13} (C_1 G_{22} - C_2 G_{12}) \left. \right] \times \\
 & \times \left[N D_{23} (G_{12} G_{13} - G_{11} G_{23}) + N D_{33} (G_{11} G_{22} - G_{12}^2) + N D_{13} (G_{12} G_{23} - G_{13} G_{22}) + C_3 G_{11} (C_2 D_{23} - G_{22} H_3) + \right. \\
 & + C_2 G_{11} (G_{23} H_3 - C_2 D_{33}) + C_3 D_{13} (C_1 G_{22} - C_2 G_{12}) + C_3 G_{12} (G_{12} H_3 - C_1 D_{23}) + C_2 G_{13} (C_2 D_{13} - G_{12} H_3) + \\
 & \left. + C_1 G_{23} (C_1 D_{23} - G_{12} H_3) + C_1 G_{13} (G_{22} H_3 - C_2 D_{23}) + C_1 D_{33} (C_2 G_{12} - C_1 G_{22}) + C_1 C_2 (D_{33} G_{12} - D_{13} G_{23}) \right]^{-1}. \quad (35)
 \end{aligned}$$

Так как уравнение (34) имеет два решения, то два решения имеет и система уравнений (13). Компоненты обоих решений этой системы получаем в следующем порядке:

- значения неизвестной b_3 находим по формулам (35);
- значения неизвестной α_3 , соответствующие найденным значениям b_3 , вычисляем по любой из формул (33), (34);
- значения β_3 – по формуле, записанной в качестве последнего уравнения системы (13);
- значения α_2 – по любой из трех формул

$$\alpha_2 = \frac{[G_{12} (H_3 - N b_3) - C_2 (D_{13} - C_1 b_3)] \alpha_3 + G_{13} (H_3 - N b_3) - C_3 (D_{13} - C_1 b_3)}{\beta_3 [C_1 (D_{13} - C_1 b_3) - G_{11} (H_3 - N b_3)]},$$

$$\alpha_2 = \frac{[(H_3 - N b_3)(D_{23} - C_2 b_3) - C_2 (N b_3^2 - 2 H_3 b_3 + F_3)] \alpha_3 + (H_3 - N b_3)(D_{33} - C_3 b_3) - C_3 (N b_3^2 - 2 H_3 b_3 + F_3)}{\beta_3 [C_1 (N b_3^2 - 2 H_3 b_3 + F_3) - (H_3 - N b_3)(D_{13} - C_1 b_3)]},$$

$$\alpha_2 = \frac{[C_2 (D_{23} - C_2 b_3) - G_{22} (H_3 - N b_3)] \alpha_3 + C_3 (D_{23} - C_2 b_3) - G_{23} (H_3 - N b_3)}{\beta_3 [G_{12} (H_3 - N b_3) - C_1 (D_{23} - C_2 b_3)]},$$

которые вытекают из равенств (29), (30) и (31) соответственно;

- значения β_2 – по формуле, записанной в качестве последнего уравнения системы (13);
- значения γ_3 – по любой из четырех формул

$$\gamma_3 = \frac{G_{13} + G_{11} \alpha_2 \beta_3 + G_{12} \alpha_3}{\beta_2 \beta_3 (D_{13} - C_1 b_3)}, \quad \gamma_3 = \frac{D_{33} - C_3 b_3 + (D_{13} - C_1 b_3) \alpha_2 \beta_3 + (D_{23} - C_2 b_3) \alpha_3}{\beta_2 \beta_3 (F_3 - 2 H_3 b_3 + N b_3^2)},$$

$$\gamma_3 = \frac{C_3 + C_1 \alpha_2 \beta_3 + C_2 \alpha_3}{\beta_2 \beta_3 (H_3 - N b_3)}, \quad \gamma_3 = \frac{G_{23} + G_{12} \alpha_2 \beta_3 + G_{22} \alpha_3}{\beta_2 \beta_3 (D_{23} - C_2 b_3)},$$

которые вытекают из (28);

- значения неизвестных λ_2 и λ_3 в обоих решениях системы уравнений (13) в силу равенств (25) и (27) принимаем равными нулю.

Итак, система уравнений (11) имеет единственное решение, а каждая из систем (12), (13) – два решения. Следовательно, число решений исходной системы уравнений (10), определяемое как произведение числа решений систем (11), (12) и (13), равно четырём. Из полученных четырех решений

$$\left(\alpha_1^{(j)}, \alpha_2^{(j)}, \alpha_3^{(j)}, \beta_1^{(j)}, \beta_2^{(j)}, \beta_3^{(j)}, \gamma_1^{(j)}, \gamma_2^{(j)}, \gamma_3^{(j)}, b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, b_3^{(j)}, \lambda_1^{(j)}, \lambda_2^{(j)}, \lambda_3^{(j)} \right) \quad (36)$$

($j = 1, 2, 3, 4$) системы (10), которые также являются стационарными точками функции Лагранжа F , определенной равенством (9), нас интересует решение

$$(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \tilde{\alpha}_3, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \tilde{\gamma}_3, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{b}_3, \tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \tilde{\lambda}_3),$$

удовлетворяющее равенству

$$F(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \tilde{\alpha}_3, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \tilde{\gamma}_3, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{b}_3, \tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \tilde{\lambda}_3) = \\ = \min_{1 \leq j \leq 4} \left\{ F(\alpha_1^{(j)}, \alpha_2^{(j)}, \alpha_3^{(j)}, \beta_1^{(j)}, \beta_2^{(j)}, \beta_3^{(j)}, \gamma_1^{(j)}, \gamma_2^{(j)}, \gamma_3^{(j)}, b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, b_3^{(j)}, \lambda_1^{(j)}, \lambda_2^{(j)}, \lambda_3^{(j)}) \right\}.$$

Так как в каждом из решений (36) системы уравнений (10) последние три компоненты равны нулю, т. е.

$$\lambda_1^{(j)} = \lambda_2^{(j)} = \lambda_3^{(j)} = 0,$$

$j = 1, 2, 3, 4$, то в силу (9) имеем:

$$F(\alpha_1^{(j)}, \alpha_2^{(j)}, \alpha_3^{(j)}, \beta_1^{(j)}, \beta_2^{(j)}, \beta_3^{(j)}, \gamma_1^{(j)}, \gamma_2^{(j)}, \gamma_3^{(j)}, b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, b_3^{(j)}, \lambda_1^{(j)}, \lambda_2^{(j)}, \lambda_3^{(j)}) = \\ = \Phi(\alpha_1^{(j)}, \alpha_2^{(j)}, \alpha_3^{(j)}, \beta_1^{(j)}, \beta_2^{(j)}, \beta_3^{(j)}, \gamma_1^{(j)}, \gamma_2^{(j)}, \gamma_3^{(j)}, b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, b_3^{(j)}),$$

$j = 1, 2, 3, 4$, поэтому искомое решение $(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \tilde{\alpha}_3, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \tilde{\gamma}_3, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{b}_3)$ определяем по формуле

$$\Phi(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \tilde{\alpha}_3, \tilde{\beta}_1, \tilde{\beta}_2, \tilde{\beta}_3, \tilde{\gamma}_1, \tilde{\gamma}_2, \tilde{\gamma}_3, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{b}_3) = \\ = \min_{1 \leq j \leq 4} \left\{ \Phi(\alpha_1^{(j)}, \alpha_2^{(j)}, \alpha_3^{(j)}, \beta_1^{(j)}, \beta_2^{(j)}, \beta_3^{(j)}, \gamma_1^{(j)}, \gamma_2^{(j)}, \gamma_3^{(j)}, b_1^{(j)}, b_2^{(j)}, b_3^{(j)}) \right\}.$$

Искомые значения масштабных коэффициентов $\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3$ для измерительных осей БМ вычисляем по формулам

$$\tilde{k}_i = \tilde{\gamma}_i^{-1},$$

$i = 1, 2, 3$, искомые значения углов $\tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2, \tilde{\varepsilon}_3$ – по формулам

$$\tilde{\varepsilon}_i = \arctg \tilde{\alpha}_i,$$

которые следуют из равенств

$$\tilde{\alpha}_i = \tg \tilde{\varepsilon}_i$$

и очевидных неравенств $-\pi/2 < \tilde{\varepsilon}_i < \pi/2, i = 1, 2, 3$.

Заключение

Итак, мы получили аналитическое решение задачи калибровки магнитометра космического аппарата для модели, рассмотренной в [1]. Процедура вычисления калибровочных параметров БМ по выведенным формулам обладает рядом очевидных преимуществ по сравнению с численными методами решения этой задачи:

- существенно уменьшается число арифметических операций;
- исчезает проблема возможной неустойчивости метода.

Библиографические ссылки

1. Калибровка магнитометра космического аппарата «Декарт» в полете / П. Е. Розин, А. В. Симонов, Е. С. Гордиенко, Ю. К. Зайко // Тр. МАИ. 2022. № 124. С. 1–20.

2. Методика калибровки магнитометра на этапе наземной диагностики систем космического аппарата / И. О. Акимов, С. Н. Илюхин, Н. А. Ивлев, Г. Е. Колосов // *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2018. № 5 (77). С. 1–18.
3. Баллистическое обеспечение разработки и полётов межорбитального космического буксира «Фрегат» / И. М. Морской, А. В. Симонов, В. И. Лясковская, А. С. Ежов // *Вестник «НПО им. С. А. Лавочкина»*. 2014. № 1. С. 10–15.
4. Alonso R., Shuster M. D. TWOSTEP: A Fast Robust Algorithm for Attitude-Independent Magnetometer Bias Determination // *Journal of the Astronautical Sciences*. 2002. Vol. 50, No. 4. P. 433–451.
5. Verification and calibration of a commercial anisotropic magnetoresistive magnetometer by multivariate non-linear regression / N. Belsten, M. Knapp, R. Masterson et al. // *Geosci. Instrum. Method. Data Syst.* 2023. No. 12. P. 201–213.
6. High precision magnetometer for geomagnetic exploration onboard of the China Seismo-Electromagnetic Satellite / B. J. Cheng et al. // *Science China Technological Sciences*. 2018. Vol. 61, No. 5. P. 659–668.
7. Crassidis J. L., Kok-Lam Lai, Harman R. R. Real-Time Attitude-Independent Three-Axis Magnetometer Calibration // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2005. Vol. 28, No. 1. P. 115–120.
8. Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain / D. Gebre-Egziabher, G. H. Elkaim, J. David Powell, B. W. Parkinson // *J. Aerospace Eng.* 2006. Vol. 19. P. 87–102.
9. Soken H. E. A Survey of Calibration Algorithms for Small Satellite Magnetometers // *Measurement*. October 2017. DOI:10.1016/j.measurement.2017.10.017.
10. Soken H. E., Sakai S. Attitude estimation and magnetometer calibration using reconfigurable TRIAD+ filtering approach // *Aerospace Science and Technology*. 2020. Vol. 99. P. 105754.
11. Springmann J. C., Cutler J. W. Attitude-independent magnetometer calibration with time-varying bias // *Journal of Guidance, Control and Dynamics*. 2012. Vol. 35, No. 4. P. 1080–1088.
12. Machine learning-based calibration of the GOCE satellite platform magnetometers // K. Styp-Rekowski, I. Michaelis, C. Stolle et al. // *Earth Planets Space*. 2022. Vol. 74. P. 138.
13. Бахвалов Н. С. Численные методы. М. : Наука, 1975. 632 с.
14. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М. : Факториал Пресс, 2002. 824 с.
15. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. М. : Наука, 1984. 752 с.

References

1. Rozin P. E., Simonov A. V., Gordienko E. S., Zaiko Yu. K. [In-Flight Calibration of the “Dekart” Cubesat Magnetometer]. *Trudy MAI*. 2022, No. 124, P. 1–20 (In Russ.).
2. Akimov I. O., Ilyukhin S. N., Ivlev N. A., Kolosov G. E. [Magnetometer calibration technique for the ground-based stage of spacecraft system diagnostics]. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii*. 2018, Vol. 77, No. 5, P. 1–18 (In Russ.).
3. Morskoy I. M., Simonov A. V., Lyaskovskaya V. I., Ezhov A. S. [Ballistic support for the development and flights of the interorbital space tug “Fregat”]. *Vestnik “NPO im. S. A. Lavochkina”*. 2014, No. 1, P. 10–15 (In Russ.).
4. Alonso R., Shuster M. D.: TWOSTEP: A Fast Robust Algorithm for Attitude-Independent Magnetometer Bias Determination. *Journal of the Astronautical Sciences*. 2002, Vol. 50, No. 4, P. 433–451.
5. Belsten N., Knapp M., Masterson R., Payne C., Ammons K., Lind F.D., Cahoy K. Verification and calibration of a commercial anisotropic magnetoresistive magnetometer by multivariate non-linear regression. *Geosci. Instrum. Method. Data Syst.* 2023, No. 12, P. 201–213.
6. Cheng B. J. et al. High precision magnetometer for geomagnetic exploration onboard of the China Seismo-Electromagnetic Satellite. *Science China Technological Sciences*. 2018, Vol. 61, No. 5, P. 659–668.
7. Crassidis J. L., Kok-Lam Lai, Harman R.R. Real-Time Attitude-Independent Three-Axis Magnetometer Calibration. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2005, Vol. 28, No. 1, P. 115–120.
8. Gebre-Egziabher D., Elkaim G. H., David Powell J., Parkinson B. W. Calibration of strapdown magnetometers in magnetic field domain. *J. Aerospace Eng.* 2006, Vol. 19, P. 87–102.

9. Soken H. E. A Survey of Calibration Algorithms for Small Satellite Magnetometers. *Measurement*. October 2017. DOI: 10.1016/j.measurement.2017.10.017.
10. Soken H. E., Sakai S. Attitude estimation and magnetometer calibration using reconfigurable TRIAD+ filtering approach. *Aerospace Science and Technology*. 2020, Vol. 99, 105754.
11. Springmann J. C., Cutler J. W. Attitude-independent magnetometer calibration with time-varying bias. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2012, Vol. 35, No. 4, P. 1080–1088.
12. Styp-Rekowski K., Michaelis I., Stolle C., Baerenzung J., Korte M., Kao O. Machine learning-based calibration of the GOCE satellite platform magnetometers. *Earth Planets Space*. 2022, Vol. 74, P. 138.
13. Bakhvalov N. S. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1975, 632 p.
14. Vasil'ev F. P. *Metody optimizatsii* [Optimization methods]. Moscow, Faktorial Press Publ., 2002, 824 p.
15. Kantorovich L. V., Akilov G. P. *Funktsional'nyy analiz* [Functional analysis]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 752 p.

© Кириллов К. А., Кириллова С. В., Кузнецов А. А., Мелентьев Д. О., Сафонов К. В., 2025

Кириллов Кирилл Анатольевич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: kkirillow@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0002-3763-1303>.

Кириллова Светлана Владимировна – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и анализа данных; Сибирский федеральный университет. E-mail: svkirillova2009@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0003-3779-2825>.

Кузнецов Александр Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор, директор НОЦ «Институт космических исследований и высоких технологий»; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: alex_kuznetsov80@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0003-0944-1817>.

Мелентьев Денис Олегович – аспирант, Сибирский федеральный университет; инженер, АО «РЕШЕТНЕВ». E-mail: denes.2000@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0009-6187-4098>.

Сафонов Константин Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, директор Института информатики и телекоммуникаций; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: safonovkv@rambler.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0405-3065>.

Kirillov Kirill Anatolievich – Dr. Sc. (Phys. and Math.), Associate Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: kkirillow@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0002-3763-1303>.

Kirillova Svetlana Vladimirovna – Cand. Sc. (Technical Sciences), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Applied Mathematics and Data Analysis; Siberian Federal University. E-mail: svkirillova2009@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0003-3779-2825>.

Kuznetsov Alexander Alekseevich – Dr. Sc., Professor, Head of the Institute of Space Research and High Technologies; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: alex_kuznetsov80@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0944-1817>.

Melent'ev Denis Olegovich – Graduate Student, Siberian Federal University; Engineer, JSC “RESHETNEV”. E-mail: denes.2000@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0009-6187-4098>.

Safonov Konstantin Vladimirovich – Dr. Sc. (Phys. and Math.), Professor, Head of the Institute of Informatics and Telecommunications; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: safonovkv@rambler.ru. <https://orcid.org/0000-0003-0405-3065>.

Статья поступила в редакцию 08.04.2025; принята к публикации 21.04.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 08.04.2025; accepted for publication 21.04.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 539.374

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-195-201

Для цитирования: Пашковская О. В., Лукьянов С. В. Решение первой краевой задачи плоской теории упругости с помощью законов сохранения // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 195–201. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-195-201.

For citation: Pashkovskaya O. V., Lukyanov S. V. [Solution of the first boundary value problem of plane elasticity theory using conservation laws]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 195–201. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-195-201.

Решение первой краевой задачи плоской теории упругости с помощью законов сохранения

О. В. Пашковская*, С. В. Лукьянов

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 31

*E-mail: pashkovskaya@sibsau.ru

Аннотация. Решению краевых задач для уравнений плоской теории упругости посвящено огромное количество работ. Большинство исследований этого направления основывается на формуле, найденной Г. В. Колосовым. Ему первому удалось выразить общее решение задачи о плоской упругой деформации через нахождение двух независимых функций комплексного переменного. Это позволило применить для решения задач теории упругости хорошо разработанную теорию аналитических функций. Позднее метод решения, основанный на формуле Колосова, был развит его учеником Н. И. Мухелишвили. Но описанный метод имеет существенные ограничения. Он применим только для тех областей, которые можно конформно отобразить на круг. Поэтому необходимы и другие способы решения задач теории упругости, поскольку большое количество практически важных задач решается для областей, которые не удовлетворяют этому условию. Развиваемый в работе метод основан на использовании законов сохранения, которые построены для уравнений, описывающих плоское деформируемое состояние. Сделанные в работе предположения позволяют построить решение первой краевой задачи для произвольных плоских областей, ограниченных кусочно-гладким контуром. При этом нахождение компонент тензора напряжений сводится к вычислению контурных интегралов по границе рассматриваемой области. Как и в случае, рассмотренном Г. В. Колосовым, решение задачи основывается на двух точных решениях уравнений Коши – Римана, имеющих особенности в произвольной точке рассматриваемой области.

Ключевые слова: теория упругости, законы сохранения, первая краевая задача, уравнения Коши – Римана, тензор деформации.

Solution of the first boundary value problem of plane elasticity theory using conservation laws

O. V. Pashkovskaya*, S. V. Lukyanov

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

* E-mail: pashkovskaya@sibsau.ru

Abstract. A huge number of works are devoted to solving boundary value problems for the equations of plane elasticity theory. The largest number of studies in this area are based on the formula found

by G. V. Kolosov. He was the first to express the general solution to the problem of plane elastic deformation by finding two independent functions of a complex variable. This made it possible to apply a well-developed theory of analytic functions to solving problems of elasticity theory. Later, the solution method based on Kolosov's formula was developed by his student N. I. Muskhelishvili. But the described method also has significant limitations. It is applicable only to those areas that can be conformally mapped onto a circle. Therefore, other methods for solving elasticity theory problems are also needed, since a large number of practically important problems are solved for areas that do not satisfy this condition. The method developed in the work is based on the use of conservation laws that are constructed for equations describing a plane deformable state. The assumptions made in the work make it possible to construct a solution to the first boundary value problem for arbitrary plane areas bounded by a piecewise smooth contour. In this case, finding the components of the stress tensor is reduced to calculating contour integrals along the boundary of the region under consideration. As in the case considered by G. V. Kolosov, the solution to the problem is based on two exact solutions of the Cauchy – Riemann equations, which have singularities at an arbitrary point in the region under consideration.

Keywords: elasticity theory, conservation laws, first boundary value problem, Cauchy – Riemann equation, strain tensor.

Введение

Решение краевых задач для уравнений теории упругости в плоском стационарном случае изложено в огромном количестве статей и монографий. Классической работой в этом направлении служит книга, написанная учеником Г. В. Колосова [1]. Несмотря на большую историю решения таких задач, интерес к их решению не ослабевает. Это связано с тем, что классические формулы Г. В. Колосова позволяют решать уравнения теории упругости не для всех краевых задач, возникающих в науке и технике. Основное ограничение обусловлено гладкостью границы и некоторыми особенностями применения функций комплексного переменного. Другие способы, связанные с разложением искомых функций в ряды по различным видам специальных функций, тоже имеют естественные ограничения, которые сопряжены со сходимостью используемых рядов, а также громоздкостью полученных результатов.

Опишем некоторые результаты исследований теории упругости, полученные в последнее время. В работе [2] представлен краткий исторический обзор исследований, посвященных теории изгиба упругих пластин. В [3] рассматривается задача обнаружения и идентификации упругого включения в изотропной, линейно упругой плоскости. В статье [4] рассматривается усложнённый вариант известной задачи Ламе, поставленной в 1852 г., описывающей решение статического равновесия параллелепипеда со свободными боковыми поверхностями, подверженными действию противоположных торцевых усилий, а также для случая ударных воздействий торцевых сил. В [5] осуществляется построение фундаментальных решений для уравнений гармонических колебаний в теории упругости анизотропных упругих сред, построено фундаментальное решение уравнений колебаний для изотропной среды в замкнутом виде. В [6] приведено общее решение задач теории упругости для анизотропных полуплоскости и полосы с произвольными отверстиями и трещинами, использующее комплексные потенциалы плоской задачи теории упругости анизотропного тела. Статья [7] посвящена исследованию функций напряжений, позволяющих тождественно удовлетворить уравнениям равновесия классической теории упругости и получить решение в напряжениях. Для получения зависимостей между напряжениями и функциями напряжений используется математический аппарат общей теории относительности. В [8] в терминах комплекснозначных перемещений выписывается система уравнений осесимметричной теории упругости, фундаментальное решение которой является общим представлением поля перемещений в осесимметричном случае, аналогично формулам Колосова – Мусхелишвили в плоской задаче. В [9] приводятся основные уравнения линейной моментной теории упругости. Определяющие соотношения записаны для случая произвольной анизотропии в виде линейных уравнений. Рассматриваются некоторые упрощённые варианты, в частности со стеснённым вращением, и плоская деформация при наличии только сдвиговых напряжений. Работа [10] посвящена анализу

краевой задачи с неизвестной областью контакта, описывающей равновесие двумерных упругих тел с тонкой слабо искривлённой перемычкой. В [11] исследуется эволюция волновой картины в разномодульном упругом полупространстве при нестационарном одноосном кусочно-линейном движении его границы в режиме «растяжение – сжатие – останов».

В данной работе используются законы сохранения дифференциальных уравнений упругости. Приведены такие законы, которые позволяют свести нахождение компонент тензора напряжений в точке к контурному интегралу по границе рассматриваемой области. При этом от границы области требуется только кусочная гладкость. Заметим, что ранее некоторые законы сохранения были приведены в работах [12; 13], но они не были использованы для решений каких-либо задач.

Постановка задачи

Рассмотрим уравнения, описывающие плоскую упругую деформацию.

Соотношения, связывающие компоненты тензора деформаций и компоненты вектора перемещений в случае малых деформаций, имеют вид

$$\varepsilon_x = \frac{\partial w_1}{\partial x}, \varepsilon_y = \frac{\partial w_2}{\partial y}, \varepsilon_{xy} = \frac{\partial w_1}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial x}. \quad (1)$$

Закон Гука запишется так:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y), \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x), \varepsilon_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau. \quad (2)$$

Условия совместности деформаций:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial^2 x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y}. \quad (3)$$

Подставляя (2) в (3), получаем

$$\frac{\partial^2 (\sigma_x - \nu\sigma_y)}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 (\sigma_y - \nu\sigma_x)}{\partial^2 x} = 2(1+\nu) \frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial y}. \quad (4)$$

Уравнения равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0.$$

Отсюда получаем

$$\frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial^2 x} = -2 \frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial y}. \quad (5)$$

Из (4) и (5) получаем

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = 0.$$

Здесь $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ – компоненты тензора деформаций; σ_x, σ_y, τ – компоненты тензора напряжений; w_1, w_2 – компоненты вектора перемещений; E, ν – упругие постоянные.

Система окончательно имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0, \quad \Delta(\sigma_x + \sigma_y) = 0. \quad (6)$$

Поставим для системы (6) первую краевую задачу:

$$\sigma_x n_1 + \tau n_2 |_L = X(x, y), \quad \tau n_1 + \sigma_y n_2 |_L = Y(x, y). \quad (7)$$

Здесь n_1, n_2 – компоненты вектора внешней нормали к кусочно-гладкому контуру, ограничивающему конечную область S .

Будем искать решение задачи (6), (7) в виде

$$\sigma_x + \sigma_y = p - \text{const}, p \neq 0. \quad (8)$$

Введем новые переменные:

$$u = \sigma_x / p, v = \tau / p, \sigma'_y = \sigma_y / p, f = X / p, g = Y / p. \quad (9)$$

Тогда задача (6), (7) запишется в виде

$$F_1 = u_x + v_y = 0, F_2 = u_y - v_x = 0, \quad (10)$$

$$un_1 + vn_2 = f, vn_1 - un_2 = g - n_2, \quad (11)$$

здесь и далее индекс внизу означает производную по данной переменной.

Таким образом, необходимо решить краевую задачу (11) для системы уравнений (10) с помощью законов сохранения.

Законы сохранения системы уравнений (10)

Определение. Законом сохранения для системы уравнений (10) назовем выражение вида

$$A_x + B_y = \omega_1 F_1 + \omega_2 F_2, \quad (12)$$

где ω_1, ω_2 – линейные дифференциальные операторы, одновременно не равные нулю тождественно,

$$A = \alpha^1 u + \beta^1 v + \gamma^1, B = \alpha^2 u + \beta^2 v + \gamma^2, \quad (13)$$

$\alpha^1, \beta^1, \gamma^1, \alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ – некоторые гладкие функции, зависящие только от x, y .

Замечание. Более общее определение закона сохранения, подходящее для произвольных систем уравнений, можно найти в [14; 15].

Из (12) с учетом (13) получаем

$$\alpha^1_x u + \alpha^1 u_x + \beta^1_x v + \beta^1 v_x + \gamma^1_x + \alpha^2_y u + \alpha^2 u_y + \beta^2_y v + \beta^2 v_y + \gamma^2_y = \omega_1 (u_x + v_y) + \omega_2 (u_y - v_x) = 0. \quad (14)$$

Из (14) следует

$$\alpha^1_x + \alpha^2_y = 0, \beta^1_x + \beta^2_y = 0, \alpha^1 = \omega_1, \beta^1 = -\omega_2, \alpha^2 = \omega_2, \beta^2 = \omega_1, \gamma^1 + \gamma^2 = 0.$$

Отсюда получаем

$$\alpha^1 = \beta^2, \alpha^2 = -\beta^1. \quad (15)$$

Поэтому

$$\alpha^1_x - \beta^1_y = 0, \alpha^1_y + \beta^1_x = 0. \quad (16)$$

Из приведённых формул следует, что система уравнений (10) допускает бесконечно много законов сохранения. Далее будут приведены только те, которые позволяют решить поставленную задачу.

Следовательно, сохраняющийся ток имеет вид:

$$A = \alpha^1 u + \beta^1 v + \gamma^1, B = -\beta^1 u + \alpha^1 v + \gamma^2.$$

Из (13) получаем

$$\iint_S (A_x + B_y) dx dy = \oint_L -A dy + B dx = 0, \quad (17)$$

где S – область, ограниченная кривой L .

Решение задачи (10), (11)

Для нахождения значений u, v внутри области S , необходимо построить решения системы Коши – Римана (16), имеющие особенности в произвольной точке $(x_0, y_0) \in S$.

Первое из таких решений имеет вид:

$$\alpha^1 = \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \beta^1 = -\frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \gamma^1 = \gamma^2 = 0. \quad (18)$$

Замечание. Если в уравнения равновесия включить массовые силы, то γ^1, γ^2 уже не будут равны нулю.

В точке $(x_0, y_0) \in S$ функции α^1, β^1 имеют особенности, поэтому окружим эту точку окружностью ε : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \varepsilon^2$.

Тогда из формулы (17) получаем

$$\oint_L -A dy + B dx + \oint_\varepsilon -A dy + B dx = 0, \quad (19)$$

вычислим второй интеграл в формуле (19). Имеем

$$\begin{aligned} \oint_\varepsilon -A dy + B dx &= \oint_\varepsilon -\left(\frac{u(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - \frac{v(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right) dy + \\ &+ \left(\frac{u(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - \frac{v(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right) dx. \end{aligned}$$

Введем новые координаты $x - x_0 = \varepsilon \cos \varphi$, $y - y_0 = \varepsilon \sin \varphi$, получаем

$$\begin{aligned} \oint_\varepsilon -A dy + B dx &= \int_0^{2\pi} [-(u \cos \varphi + v \sin \varphi) \cos \varphi - (u \sin \varphi + v \cos \varphi) \sin \varphi] d\varphi = \\ &= -\int_0^{2\pi} u d\varphi = -2\pi u(x_0, y_0). \end{aligned} \quad (20)$$

Последнее равенство получено по теореме о среднем при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Для окончательного построения решения найдем значения u, v на границе L . Из формулы (11) получаем

$$u = fn_1 - gn_2 + n_2^2, \quad v = fn_2 + gn_1 + n_1 n_2. \quad (21)$$

Подставим (21) в (20) и с учетом (19) получим

$$\begin{aligned} 2\pi u(x_0, y_0) &= 2\pi \sigma_x(x_0, y_0) / p = \\ &= \oint_L -\left(\frac{(fn_1 - gn_2 + n_2^2)(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - \frac{(fn_2 + gn_1 - n_1 n_2)(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right) dy + \\ &- \left(\frac{(fn_1 - gn_2 + n_2^2)(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} + \frac{(fn_2 + gn_1 - n_1 n_2)(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}\right) dx. \end{aligned}$$

Второе решение системы уравнений (16) возьмем в виде

$$\alpha^1 = \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \beta^1 = \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad (22)$$

проделав выкладки аналогичные выкладкам, проделанным с решением (18), получаем

$$2\pi v(x_0, y_0) = 2\pi t(x_0, y_0) / p =$$

$$= \oint_L \left(\frac{(fn_1 - gn_2 + n_1^2)(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} + \frac{(fn_2 + gn_1 - n_1 n_2)(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \right) dy +$$

$$- \left(\frac{(fn_1 - gn_2 + n_1^2)(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} + \frac{(fn_2 + gn_1 - n_1 n_2)(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \right) dx.$$

Заключение

В работе предложен новый метод решения первой краевой задачи для уравнений плоской теории упругости в стационарном случае. Этот способ позволяет найти значение компонент тензора напряжений в каждой точке исследуемой области. При этом вычисления напряжений сводятся только к вычислению контурных интегралов по границам области.

Библиографические ссылки

1. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М. : Наука, 1966. 708 с.
2. Васильев В. В. Теория тонких упругих пластин – история и современное состояние проблемы // Изв. РАН. МТТ. 2024. № 2. С. 3–39.
3. Капцов А. В., Шифрин Е. И. Плоская задача теории упругости об идентификации узловых точек квадратного включения // Изв. РАН. МТТ. 2023. № 6. С. 47–68
4. Расулова Н. Б., Махмудзаде Т. М. Решение динамической задачи Ламе // Изв. РАН. МТТ. 2023. № 5. С. 131–137
5. Ильяшенко А. В. Фундаментальные решения уравнений теории колебаний для анизотропных упругих сред // Изв. РАН. МТТ. 2023. № 5. С. 138–146
6. Калоеров С. А., Глушанков Е. С., Мироненко А. Б. Решение задач теории упругости для многосвязных полуплоскости и полосы // Изв. РАН. МТТ. 2023. № 4. С. 23–37.
7. Васильев В. В., Федоров Л. В. Функции напряжений в теории упругости // Изв. РАН. МТТ. 2022. № 4. С. 103–113.
8. Георгиевский Д. В., Стеценко Н. С. Комплексное представление Александровича решений в перемещениях в трехмерной теории упругости // Изв. РАН. МТТ. 2022. № 3. С. 8–15.
9. Аннин Б. Д., Остросаблин Н. И., Угрюмов Р. И. Определяющие уравнения анизотропной моментной линейной теории упругости и двумерная задача о чистом сдвиге со стесненным вращением // Сибирский журнал индустриальной математики. 2023. Т. 26, № 1(93). С. 5–19.
10. Хлуднев А. М. О равновесии упругих тел со слабо искривленной перемычкой // Сибирский журнал индустриальной математики. 2023. Т. 26, № 3(95). С. 154–168.
11. Дудко О. В., Лаптева А. А., Рагозина В. Е. Взаимодействие плоских волн деформаций в разномодульном упругом полупространстве на этапе принудительной остановки его границы после одноосного растяжения-сжатия. Сибирский журнал индустриальной математики. 2023. Т. 26, № 4(96). С. 32–48.
12. Olver P. Conservation laws in elasticity. I General result // Arch. Rat, Mech Anal. 1984. Vol. 85. P. 111–129.
13. Сенашов С. И., Филюшина Е. В. Законы сохранения плоской теории упругости // Вестник СибГАУ. 2014. Вып. 1 (53). С. 79–81.
14. Vinogradov A. M. Local symmetries and conservation laws // Acta Appl. Math. 1984. No. 6. P. 56–64.
15. Senashov S. I., Vinogradov A. M. Symmetries and Conservation Laws of 2-Dimensional Ideal Plasticity – Proc. of Edinb. Math. Soc. 31. P. 415–439.

References

1. Muskhelishvili N. I. *Nekotorye osnovnyye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti* [Some basic problems of the mathematical theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 708 p.
2. Vasil'ev V. V. [Theory of thin elastic plates – history and current state of the problem]. *Izv. RAN. MTT*. 2024, No. 2, P. 3–39 (In Russ.).
3. Kaptsov A. V., Shifrin E. I. [Plane problem of elasticity theory on identification of nodal points of a quadrature inclusion]. *Izv. RAN. MTT*. 2023, No. 6, P. 47–68 (In Russ.).
4. Rasulova N. B., Makhmudzade T. M. [Solution of the dynamic Lamé problem]. *Izv. RAN. MTT*. 2023, No 5, P. 131–137 (In Russ.).
5. Il'yashenko A. V. [Fundamental solutions of the equations of the theory of oscillations for anisotropic elastic media]. *Izv. RAN. MTT*. 2023, No. 5, P. 138–146 (In Russ.).
6. Kaloerov S. A., Glushankov E. S., Mironenko A. B. [Solution of elasticity theory problems for multiply connected half-planes and strips]. *Izv. RAN. MTT*. 2023, No. 4, P. 23–37 (In Russ.).
7. Vasil'ev V. V., Fedorov L. V. [Stress functions in elasticity theory]. *Izv. RAN. MTT*. 2022, No. 4, P. 103–113 (In Russ.).
8. Georgievskiy D. V., Stetsenko N. S. [Aleksandrovich's Complex Representation of Solutions in Displacements in Three-Dimensional Elasticity Theory]. *Izv. RAN. MTT*. 2022, No. 3, P. 8–15 (In Russ.).
9. Annin B. D., Ostrosablin N. I., Ugryumov R. I. [Constitutive equations of anisotropic linear moment theory of elasticity and a two-dimensional pure shear problem with constrained rotation]. *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki*. 2023, Vol. 26, No. 1(93), P. 5–19 (In Russ.).
10. Khludnev A. M. [On the equilibrium of elastic bodies with a slightly curved bridge]. *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki*. 2023, Vol. 26, No. 3(95), P. 154–168 (In Russ.).
11. Dudko O. V., Lapteva A. A., Ragozina V. E. [Interaction of plane deformation waves in a multimodular elastic half-space at the stage of forced stopping of its boundary after uniaxial tension-compression]. 2023, Vol. 26, No. 4(96), P. 32–48 (In Russ.).
12. Olver P. Conservation laws in elasticity. I General result. *Arch. Rat. Mech Anal*. 1984, No. 85, P. 111–129 (In Engl.).
13. Senashov S. I., Filyushina E. V. [Conservation laws of plane elasticity theory]. *Vestnik SibGAU*. 2014, Vol. 1 (53), P. 79–81 (In Russ.).
14. Vinogradov A. M. Local symmetries and conservation laws. *Acta Appl. Math*. 1984, No. 6, P. 56–64.
15. Senashov S. I., Vinogradov A. M. Symmetries and Conservation Laws of 2-Dimensional Ideal Plasticity. *Proc. of Edinb. Math. Soc*. 1988, No. 31, P. 415–439.

© Пашковская О. В., Лукьянов С. В., 2025

Пашковская Ольга Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнёва. E-mail: pashkovskaya@sibsau.ru. <https://orcid.org/0009-0003-2529-4105>

Лукьянов Сергей Владимирович – аспирант; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнёва. E-mail: lukyanovsv@sibsau.ru.

Pashkovskaya Olga Vladimirovna – Cand. Sc., associate Professor, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, pashkovskaya@sibsau.ru. <https://orcid.org/0009-0003-2529-4105>

Lukyanov Sergei Vladimirovich – postgraduate student; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: lukyanovsv@sibsau.ru.

Статья поступила в редакцию 04.04.2025; принята к публикации 14.04.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 04.04.2025; accepted for publication 14.04.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 004.021

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-202-214

Для цитирования: Русина А. А. Представление и оценка рисков внедрения электронного контента в информационно-измерительные системы аэрогеофизического назначения на базе мягких вычислений // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 202–214. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-202-214.

For citation: Rusina A. A. [Soft computing-based representation and risk assessment of electronic content implementation in aerogeophysical information and measurement systems]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 202–214. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-202-214.

Представление и оценка рисков внедрения электронного контента в информационно-измерительные системы аэрогеофизического назначения на базе мягких вычислений

А. А. Русина

Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» имени Д. Ф. Устинова
Российская Федерация, 190005, г. Санкт-Петербург, ул. 1-я Красноармейская, 1
E-mail: rusina_aa@voenmeh.ru

Аннотация. Развитие беспилотных авиационных систем становится одним из ключевых направлений научно-технологического развития России. В рамках утверждённой стратегии до 2030 г. планируется формирование новой отрасли экономики, специализирующейся на создании и использовании гражданских беспилотников, определены приоритетные направления развития беспилотных технологий. Большой потенциал применения беспилотных аппаратов наблюдается в создании геопространственных баз данных. В связи с этим, при использовании автономных авиационных платформ для аэрогеофизических работ приобретают актуальность вопросы совершенствования и развития информационно-измерительных систем, применяемых на таких носителях, а также вопросы подготовки операторов систем аэрогеофизического назначения. Важное значение приобретает разработка алгоритмического и программного обеспечения информационно-измерительных систем на основе внедрения ранее уже созданного электронного контента: справочных материалов, инструкций по работе, эксплуатации приборной продукции, протоколов обработки получаемых результатов, методики принятия решений и др. Однако применение такого электронного контента несет риски снижения качества съёмочных работ. Одним из способов оценки рисков является совмещение традиционного качественно-категорийного подхода современного риск-менеджмента с многоуровневой репрезентацией иерархии агрегирования экспертно-оцениваемых рисков в составе сводных и интегральных рисков путем применения аппарата мягких вычислений. Для систематизации и приоритизации рисков предлагается использование шкал градуирования и терм лингвистических переменных составляющих рисков, связанных с вероятностью возникновения снижения качества контента информационного обеспечения систем подготовки операторов, с потенциальной величиной возможного ущерба при возникновении факта снижения качества информационного обеспечения. В результате становится возможным разработка модели риск-оценки, представляющей собой процедуру специфического построения матриц последствий и вероятностей для отдельных риск-показателей оценки интеграции электронного контента в информационное обеспечение систем подготовки операторов информационно-измерительных систем аэрогеофизического назначения. Данная процедура есть логическая основа для расчета сводных и интегральных значений риск-показателей оценки, а также градуирования уровней риска.

Ключевые слова: подготовка операторов информационно-измерительных систем аэрогеофизического назначения, риск-показатели оценки интеграции, электронный контент, термы лингвистических переменных.

Soft computing-based representation and risk assessment of electronic content implementation in aerogeophysical information and measurement systems

A. A. Rusina

Baltic state technical university «VOENMEKH» named after D. F. Ustinov
1, 1 st. Krasnoarmeyskaya St., St. Petersburg, 190005, Russian Federation
E-mail: rusina_aa@voenmeh.ru

Abstract. The development of unmanned aircraft systems is becoming one of the key areas of Russia's scientific and technological development. Within the framework of the approved strategy until 2030, it is planned to form a new industry specializing in the creation and use of civilian drones, and priority areas for the development of unmanned technologies have been identified. The great potential for the use of unmanned vehicles is observed in the creation of geospatial databases. In this connection, when using autonomous aerial platforms for aerogeophysical works, the issues of improvement and development of information-measuring systems used on such carriers, as well as the issues of training of operators of aerogeophysical systems become relevant. The development of algorithmic and software of information-measuring systems on the basis of implementation of previously created electronic content: reference materials, instructions for work, operation of instrumentation products, protocols for processing of obtained results, decision-making techniques, etc. is becoming important. However, the application of such electronic content carries risks of reducing the quality of surveying works. One of the ways of risk assessment is to combine the traditional qualitative and categorical approach of modern risk management with multilevel representation of the hierarchy of aggregation of expert-assessed risks in the composition of summary and integral risks by applying the apparatus of soft computing. For systematization and prioritization of risks it is proposed to use gradation scales and terms of linguistic variables of risk components associated with the probability of occurrence of a decrease in the quality of content of information support of operator training systems, with the potential value of possible damage in the event of the fact of a decrease in the quality of information support. As a result, it becomes possible to develop a risk-assessment model, which is a procedure for the specific construction of matrices of consequences and probabilities for individual risk-indicators of the assessment of the integration of electronic content in the information support of training systems for operators of information-measuring systems of aerogeophysical applications. This procedure is a logical basis for calculation of summary and integral values of risk-indicators of assessment, as well as gradation of risk levels.

Keywords: training of operators of information-measuring systems of aerogeophysical application, risk-indicators of integration assessment, electronic content, terms of linguistic variables.

Введение

В Перечень приоритетных направлений научно-технологического развития России, утвержденных Указом Президента Российской Федерации от 18 июня 2024 г. № 529 включены «Интеллектуальные транспортные и телекоммуникационные системы, включая автономные транспортные средства» и конкретизирован Перечень важнейших наукоемких технологий, в котором выделены такие направления, как:

– транспортные технологии для различных сфер применения (море, земля, воздух), в том числе беспилотные и автономные системы;

– мониторинг и прогнозирование состояния окружающей среды и изменения климата (в том числе ключевых районов Мирового океана, морей России, Арктики и Антарктики), технологии предупреждения и снижения рисков чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера, негативных социально-экономических последствий.

В этой связи приобретает особую актуальность развитие информационно-измерительных систем аэрогеофизического назначения, повышение эффективности организации аэрогеофизи-

ческих исследований, оптимизация процессов обработки данных, обеспечение достоверности получаемой информации, обучение операторов таких систем.

Оценка рисков при разработке информационно-измерительных систем, эффективности применения ранее уже созданного электронного контента является критически важным процессом, который позволяет обеспечить надежность и эффективность систем, минимизировать возможные потери и оптимизировать затраты на их реализацию [1]. Для повышения качества оценки модель должна быть итеративной.

Оценка рисков интеграции электронного контента в информационное обеспечение

Один из основных блоков модели итеративной оценки рисков интеграции электронного контента (ЭК) в информационное обеспечение (ИО) систем подготовки операторов информационно-измерительных систем аэрогеофизического назначения (ИИС АН) включает оценку рисков на базе мягких вычислений. Логико-алгоритмическая реализация блока опирается на нормативно-технические документы современного риск-менеджмента [2–4] и применяется, в том числе, в информационных системах [5–7].

Оценка любого риска интеграции ЭК предполагает обоснованное построение матрицы оценки этого риска и является заключением вероятности наступления неприемлемых последствий и потенциального ущерба. Показатели риск-оценки определяются по итеративной процедуре через агрегирование значений более простых показателей, входящих в их состав, представляются через агрегирующие объединения $i...j$ риск-показателей из состава семейства простейших показателей. Большое число уровней такого агрегирования и ведет к синтезу иерархии риск-показателей.

Для систематизации и приоритизации рисков предлагается использование следующих шкал градуирования составляющих рисков, полученных путем обработки экспертного опроса методами аналитической иерархии матриц попарных сравнений индивидуальных мнений каждого из k опрошенных экспертов:

– вероятности возникновения снижения качества контента ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав материалов ЭК (табл. 1) (вероятность p_{ij} снижения качества контента, где i и j – элементарные показатели качества ИО, уровни снижения представлены шкалой значений вербальной интерпретации запрашиваемых данных);

– потенциальной величины возможного ущерба при возникновении факта снижения качества ИО систем подготовки операторов ИИС АН (табл. 2) (ущерб y_{ij} , где i и j – элементарные показатели качества ИО, уровни величины ущерба представлены шкалой значений вербальной интерпретации запрашиваемых данных).

Уровни риска снижения качества контента ИО определяются в соответствии с мнениями экспертов (количество экспертов – k), u_{ij} – мультипликативная свертка уровней проявления риска по элементарным показателям качества ИО, и измеряются на основе порядковых или количественных шкал.

Используя результаты исследований [8–11] в модели может быть реализована пятиуровневая шкала градуирования уровней риска с цветовой идентификацией по градации серого цвета: от черного (наибольший риск) к белому (наименьший риск) (табл. 3).

Таблица 1

Шкала уровней вероятности снижения качества ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК

№	Вербальное название уровней и их идентификационное обозначение	Описание отличительного существа, соответствующих граничных признаков	Общие пояснения
1	Непременно p_{ij} : «НЕПРЕМЕННО»	Очевидно, что качество средства ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК будет низким	Наибольшая вероятность наступления

№	Вербальное название уровней и их идентификационное обозначение	Описание отличительного существа, соответствующих граничных признаков	Общие пояснения
2	Скорее всего p_{ij} : «ОЧ. ВЕРОЯТНО»	Очень возможно, что качество средства ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК будет снижено	
3	Вполне возможно p_{ij} : «ОЖИДАЕМО»	Есть основания полагать, что качество средства ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК будет низким	
4	Мало допустимо p_{ij} : «МАЛОВЕРОЯТНО»	Отдельные проявления и свойства используемого контента могут приводить к снижению качества ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК	
5	Изредка встречающееся, крайне редкое проявление p_{ij} : «КР. РЕДКО»	Нет оснований полагать (ожидать), что качество ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК будет снижено	Наименьшая вероятность наступления

Таблица 2

Шкала уровней величины ущерба от снижения качества ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК

№	Вербальное название уровней и их идентификационное обозначение	Описание отличительного существа, граничных признаков		
		Признаки снижения эффективности подготовки операторов ИИС АН с использованием автоматизированных средств, ЭК		
		Мотивационные, психолого-организационные	Мотивационные, психолого-организационные	Мотивационные, психолого-организационные
I	Неважный, пренебрегаемо малый, сверхмалый u_{ij} : «СВЕРХМАЛЫЙ»	Не констатируется снижение мотивации подготавливаемых специалистов, есть отдельные, не системные факты снижения мотивации	Незначительные, сравнимые с погрешностью метода измерений	Возможно устранение недостатков применения средств ИО силами организаторов процесса подготовки операторов ИИС АН
II	Заметный, небольшой, видимый u_{ij} : «ВИДИМЫЙ»	Констатируется фрагментарное снижение мотивации подготавливаемых специалистов при работе с применением средств автоматизации подготовки, ЭК	Средние, заметно значимые, требующие интенсификации подготовки	Возможно устранение недостатков применения средств ИО силами специализированных подразделений обеспечения, с привлечением дополнительных источников данных
III	Ощутимый, умеренно-значимый, средний u_{ij} : «СРЕДНИЙ»	Констатируется системное снижение мотивации подготавливаемых специалистов к работе с применением средств автоматизации подготовки, электронным контентом, в целом	Ощутимо важные, высокие, требующие компенсации за счет дополнительных временных и других ресурсов	Возможно устранение недостатков применения и функционирования средств ИО силами специализированных внешних организаций – представителей разработчика, с привлечением консультативно-компетентной поддержки внешних провайдеров

№	Вербальное название уровней и их идентификационное обозначение	Описание отличительного существа, граничных признаков		
		Признаки снижения эффективности подготовки операторов ИИС АН с использованием автоматизированных средств, ЭК		
		Мотивационные, психолого-организационные	Мотивационные, психолого-организационные	Мотивационные, психолого-организационные
IV	Существенно-значимый, большой, сильный y_{ij} : «СИЛЬНЫЙ»	Констатируется критическое снижение мотивации подготавливаемых специалистов как к работе с применением отдельных средств автоматизации подготовки, так и с электронным контентом, в целом	Очень важные, крупные, требующие первоочередной и значительной компенсации за счет дополнительных временных и других ресурсов	Остаются незначительные шансы для устранения недостатков применения и функционирования средств ИО, но они возможны только с привлечением разработчика
V	Критический, катастрофически-сильный, невосполнимый y_{ij} : «ОЧ. СИЛЬНЫЙ»	Констатируется полная потеря мотивации подготавливаемых специалистов как к работе с применением отдельных средств автоматизации подготовки, так и с электронным контентом, в целом	Невосполнимые в рамках текущего курса подготовки потери операторов ИИС АН	Выявленные программно-технологические недостатки, структурно-семантические ошибки в реализации ИО требуют полной переработки средства автоматизации подготовки, что нанесло ущерб курсу подготовки операторов ИИС АН

Таблица 3

Шкала градуирования уровней риска снижения качества контента ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав ЭК

№	Название уровней риска и их идентификационное обозначение	Описание отличительного существа, соответствующих граничных признаков	Быстрая цветовая идентификация, условное штрих-обозначение термина лингвистической переменной
1	Критически опасный, аварийный $r_k(u_{ij})$: «АВАРИЙНЫЙ»	Требует незамедлительных и массированно-решительных корректирующих воздействий с привлечением всех доступных ресурсов (от руководителей подготовки до разработчиков средства ИО систем подготовки операторов ИИС АН)	
2	Опасный, требующий срочного реагирования $r_k(u_{ij})$: «ОПАСНЫЙ»	Требует срочных корректирующих воздействий с частичным и плановым привлечением внешних ресурсов, а также информирования разработчика средства ИО, для устранения выявленных недостатков	
3	Контролируемый, управляемо-компенсируемый $r_k(u_{ij})$: «КОНТРОЛИРУЕМЫЙ»	Требует плановых корректирующих воздействий с частичным привлечением дополнительных ресурсов, а также проработки полноты реализации всех функциональных возможностей средства ИО систем подготовки операторов ИИС АН, заложенных в него разработчиком	

№	Название уровней риска и их идентификационное обозначение	Описание отличительного существа, соответствующих граничных признаков	Быстрая цветовая идентификация, условное штрих-обозначение термина лингвистической переменной
4	Локализуемый, низкий $r_k(u_{ij})$: «НИЗКИЙ»	Хеджируется и/или локализуется в рамках типовых схем повседневного функционирования, ущерб предотвращается в объеме планово-обязательных процедур донастройки, индивидуализации подготовки	
5	Незначимый, не влияющий $r_k(u_{ij})$: «НЕЗНАЧИМЫЙ»	Контролируется периодически с целью своевременного выявления фактов изменений, несоответствий и пр.	

Применение аппарата мягких вычислений для оценки риска интеграции электронного контента в информационное обеспечение

Необходимость математической свертки значений простейших рисков в значения u_{ij} сводных r_k и интегрального R_0 риск-показателей оценки интеграции ЭК в ИО систем подготовки операторов ИИС АН определяет потребность в количественном выражении указанных градаций составляющих риска p_{ij} и u_{ij} на основе применения математического аппарата мягких вычислений: алгебры лингвистических переменных, использующей теорию нечетких множеств.

Так, в частности, на основании аппарата лингвистических переменных, указанных в табл. 1 и 2, обозначения уровней, составляющих простейших рисков интеграции ЭК в ИО систем подготовки операторов ИИС АН, могут быть рассмотрены как соответствующие термины следующих лингвистических переменных:

$$L_1 = \langle \text{вероятность снижения качества контента ИО} \rangle ; \quad (1)$$

$$L_2 = \langle \text{ущерб от снижения качества контента ИО} \rangle . \quad (2)$$

Теоретический базис (основные понятия, соответствующие алгебры из теории нечетких множеств и пр.) работы с лингвистическими переменными (1) и (2) соответствует разделу современной математики мягких вычислений – теории лингвистических переменных, теории нечетких множеств [12–14]. В силу выше сказанного, при обосновании и синтезе представляемой модели оценки качества исследованы именно специфические аспекты научно-методического применения введенных лингвистических переменных L_1 и L_2 , (1) и (2), а аспекты построения их терм-множеств, назначения конкретных идентификаторов переменных и пр. могут быть отнесены к общеизвестным. В целом, каждая из лингвистических переменных L_1 и L_2 задается как некоторое теоретико-множественное обобщение L^\wedge :

$$L^\wedge = \langle \beta, F^\wedge(\beta), X^\wedge, G^\wedge, N^\wedge \rangle, \quad (3)$$

где β – вербальный идентификатор, выступающий в роли имени лингвистической переменной; $F^\wedge(\beta)$ – семейство значений (термов) лингвистической переменной β , т. н. терм-множество. Это семейство (т. е. проиндексированное множество) вербализованных значений лингвистической переменной β , в котором каждое из таких терм, значений есть нечеткая переменная с областью определения X^\wedge ; G^\wedge – правило синтаксиса – грамматика, порождающее конкретизированные значения α^\wedge нечетких переменных для термов лингвистической переменной β ($\alpha^\wedge \in F^\wedge(\beta)$); N^\wedge – правило семантики, определяющее соответствие каждой нечеткой переменной $\alpha^\wedge \in F^\wedge(\beta)$ соответствующее нечеткое подмножество [15].

Основным источником данных о нечисловых «измерениях» простейших рисков и их составляющих, в данной предметной области, выступает человек-эксперт. Для него существо такого «нечислового измерения» для значения того или иного риск-показателя заключается в неметрическом оценивании степени совпадения констатируемой им текущей картины возможного возникновения ущерба по рассматриваемому риск-показателю с некоторой эталонной моделью идеальной картины текущей ситуации. Именно степень такого совпадения с указанным идеалом в сознании эксперта выступает в качестве меры неинструментального измерения, разницы:

$$\Delta U_i = U_i - U_0, \quad (4)$$

где U_i – уровень проявления риска по i -му риск-показателю оценки; U_0 – эталонный, идеальный уровень проявления риска по i -му риск-показателю оценки, осознаваемый экспертом.

Для репрезентации составляющих риска p_{ij} и y_{ij} на основе применения математического аппарата мягких вычислений как лингвистических переменных L_1 и L_2 , т. е. (1) и (2), математического вида L^\wedge в соответствии (3), с терм-множеством значений, определенным на шкалах, представленных в табл. 1 и 2, установлено соответствие градаций шкал оценки указанных параметров как нечетких множеств, идентифицируемых в качестве термов (значений) указанных лингвистических переменных. Иными словами, методологически принимается, что при оценке составляющих простейших рисков эксперты обязаны использовать именно термы – значения лингвистических переменных L_1 и L_2 соответственно. Синтез термов – нечетких множеств для лингвистических шкал оценки реализуется по общеизвестным методикам построения функций принадлежности нечетких чисел [15].

В частности, в рамках предлагаемой модели итеративной оценки рисков интеграции ЭК в ИО систем подготовки операторов ИИС АН применен как математический аппарат синтеза функций принадлежности нечетких чисел – термов лингвистических переменных L_1 и L_2 достаточно известный метод относительных частот [15]. При этом значения лингвистических переменных, по методикам из [15], могут быть заданы (т. е. синтезированы) как нечеткие числа в форме (L - R)-функций, а могут как т. н. треугольные нечеткие числа (ТНЧ), что показано на рис. 1.

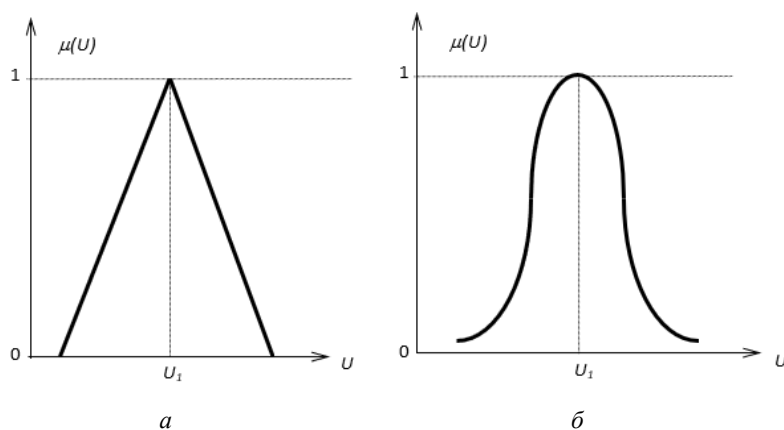


Рис. 1. Исследованные функции принадлежности для термов лингвистических переменных в форме: a – треугольных нечетких чисел; b – (L - R)-функций

Fig. 1. Investigated membership functions for terms of linguistic variables in the form of: a – triangular fuzzy numbers; b – (L - R)-functions

На основе описаний шкал уровней вероятности снижения и уровней величины потенциального ущерба от снижения качества контента для ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав материалов ЭК, показанных в табл. 1 и 2, аналитически определяются функции принадлежности нечетких множеств $\mu(u)$, задающих термы-значения лингвисти-

ческих переменных L_1 и L_2 . Для такого синтеза $\mu(u)$ применена стандартизированная математическая подмодель расчета функций принадлежности на базе данных экспертных оценок. Эта подмодель позволяет рассчитывать функции принадлежности μ_T^L термов переменных L_1 и L_2 как в форме $(L-R)$ -функций, так и в форме треугольных нечетких чисел (ТНЧ).

Разработанная модель итеративной оценки рисков интеграции ЭК в ИО систем подготовки операторов ИИС АН инвариантна в применении к конкретизированной подмодели, методике, аппарату и пр. расчета функций принадлежности μ_T^L терм-значений лингвистических переменных L_1 и L_2 . Применение μ_T^L с ТНЧ-формой характерно для ситуаций грубой, ускоренной оценки рисков, при более детальном и обоснованном анализе рисков снижения качества контента ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав материалов ЭК, в силу реализации «более осторожного» подхода к оцениванию рисков, следует применять μ_T^L в форме $(L-R)$ -функций.

Расчет μ_T^L в форме $(L-R)$ -функций, согласно принятой подмодели расчета, определяется для каждой терма-градации лингвистических переменных L_1 и L_2 , из соотношения

$$\mu_T^L(U) = \exp(-a(T - U)^2), \tag{5}$$

где T – срединное значение терма для μ_T^L равной единице, применительно к шкалам переменных L_1 и L_2 , показанным в табл. 1 и 2; $a = 4Ln \frac{0,5}{b^{\wedge 2}}$ – согласующий коэффициент; b^{\wedge} – расстояние между точками перегиба: точками, в которых график функции μ_T^L , согласно (5), принимает значение 0,5.

Основные параметры расчета терм-градаций лингвистических переменных L_1 и L_2 , согласно (5), приведены в табл. 4.

Итоги расчета функций принадлежности μ_T^L всех термов для всех уровней шкал лингвистических переменных L_1 и L_2 , (1) и (2), по формуле (5) дает возможность получить количественные шкалы оценки этих лингвистических переменных L_1 и L_2 . Эти количественные шкалы дают возможность осуществить переход от вербальных оценок экспертов к нечетким числовым их значениям с μ_T^L .

Функции принадлежности терм-градаций (значений) лингвистических переменных L_1 и L_2 в форме $(L-R)$ -функций соответствовать следующим условиям:

$$\begin{aligned} & \left[\mu_{T_1}^L(U_1) = 1; \quad \mu_{T_5}^L(U_5) = 5 \right]; \\ & (\forall \beta^{\wedge} \in B^{\wedge} \setminus \{\beta^{\wedge}\}) (0 < \sup u \in U \mu_{T_i \cap T_{i+1}}^L(U) < 1); \\ & (\forall \beta^{\wedge} \in B^{\wedge}) (u \in U) : (\mu_T^L(U) = 1); \\ & (\forall B^{\wedge}) (u_1 \in R_1) (u_2 \in R_2) ((u \in U)(u_1 < u < u_2)). \end{aligned}$$

Таблица 4

Основные параметры расчета терм-градаций лингвистических переменных L_1 и L_2

№ п/п	Термы для L_1	Значение при $\mu_T^{L1} = 1$	Термы для L_2	Значение при $\mu_T^{L2} = 1$	Уточненный вид аналитического расчета функции принадлежности термов
1	Отсутствие вероятности	0	Отсутствие ущерба	0	$\mu_T^L(U) = 1 - 2U$
2	Крайне редко	1	Сверхмалый	1	$\mu_T^L(U) = e^{-13,1(1-U)^2}$
3	Маловероятно	3	Видимый	3	$\mu_T^L(U) = e^{-1,46(1-U)^2}$

№ п/п	Термы для L_1	Значение при $\mu_T^{L_1} = 1$	Термы для L_2	Значение при $\mu_T^{L_2} = 1$	Уточненный вид аналитического расчета функции принадлежности термов
4	Ожидаемо	5	Средний	5	$\mu_T^L(U) = e^{-0,35(1-U)^2}$
5	Очень вероятно	7	Сильный	7	$\mu_T^L(U) = e^{-0,27(1-U)^2}$
6	Непреренно	9	Очень сильный	9	$\mu_T^L(U) = e^{-0,16(1-U)^2}$

Таким образом, совокупность функций принадлежности нечетких чисел – термов (значений) лингвистической переменных L_1 и L_2 формируют в своей совокупности количественную шкалу проведения нечеткого оценивания соответствующих им составляющих простейших рисков снижения качества контента ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав материалов ЭК.

Обобщенный вид графического представления такой шкалы для простейшего риск-показателя дан на примере лингвистической переменной L_1 и представлен на рис. 2.

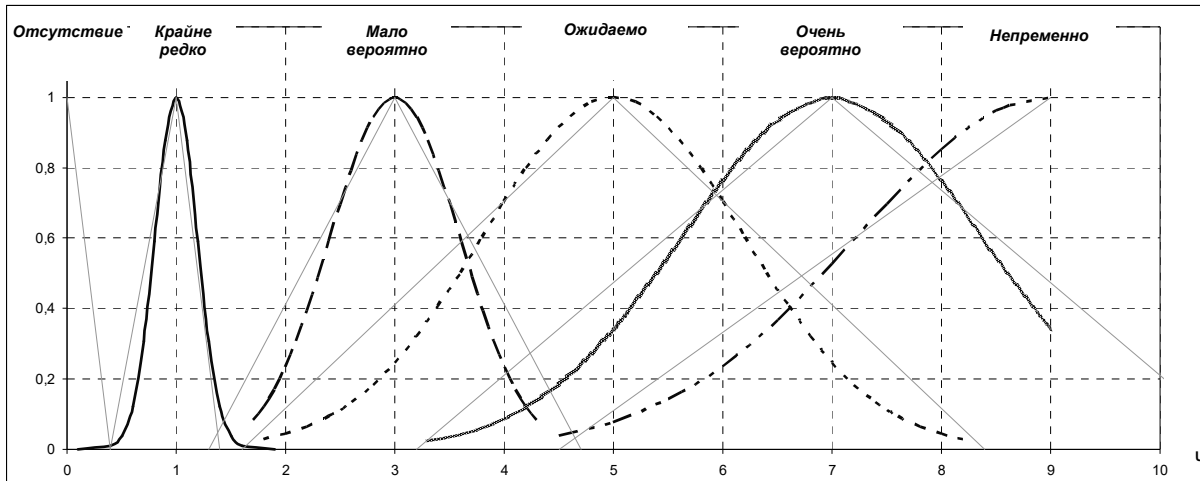


Рис. 2. Представление шкалы уровней вероятности снижения качества ИО из-за интеграции в их состав ЭК (табл. 1) в виде терм-множества значений лингвистической переменной L_1

Fig. 2. Representation of the probability level scale for the decrease in information provision quality due to the integration of electronic content (Table 1) in the form of a term set of values for the linguistic variable L_1

Далее возможна интерпретация значения шкал простейших риск-показателей в иерархии оценки рисков снижения качества контента ИО систем подготовки операторов АПП из-за интеграции в их состав материалов ЭК как произведение функций принадлежности μ_T^L нечетких чисел – терм-значений лингвистических переменных L_1 и L_2 для каждого из простейших риск-показателей.

Методически, согласно классическим канонам риск-менеджмента, оценка риска есть синтез матрицы последствий и вероятностей, в которой увязываются входные параметры, такие как значения оценки вероятностей неблагоприятных событий и значения оценки потенциального ущерба (на входе) с интегральным заключением об уровне риска-опасности (на выходе). Ответное реагирование на значение риска в виде корректирующих, воздействующих комплексов мероприятий и есть существо управления рисками. Таким образом, блок оценки простейших рисков на базе мягких вычислений разработанной модели риск-оценки, по сути, представляет собой процедуру специфического построения матриц последствий и вероятностей для отдель-

ных риск-показателей оценки интеграции ЭК в ИО систем подготовки операторов ИИС АН. Данная процедура есть логическая основа для расчета сводных и интегральных значений риск-показателей оценки.

Соответственно для модели итеративной оценки рисков интеграции ЭК в информационное обеспечение систем подготовки операторов ИИС АН блок оценки простейших рисков на базе мягких вычислений разработанной модели риск-оценки сворачивается в логико-математический аппарат обеспечения расчета значений риск-оценки по показателям в соответствии со структурой иерархии оценки рисков при сохранении сути логики синтеза соответствующих матриц последствий и вероятностей. Указанная логика заключается в традиционно-принятом градуировании уровней риска (опасности ущерба) с соответствующим дифференциально-цветовым представлением. Пример этого градуирования уровней риска с соответствующим дифференциально-цветовым представлением для целей итеративной оценки рисков интеграции ЭК в информационное обеспечение систем подготовки операторов ИИС АН, взятых за основу в разработанной модели и показанных в табл. 3, приведен на рис.3.

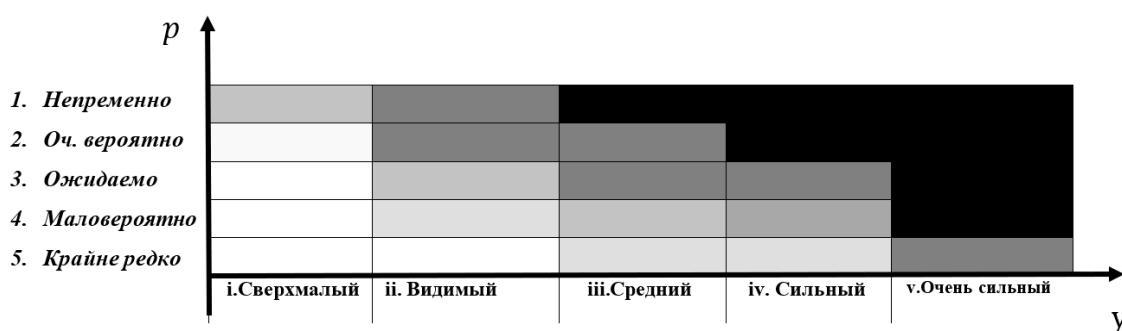


Рис. 3. Вариант матрицы последствий и вероятностей оценки рисков по одному из простейших показателей

Fig. 3. A variant of the matrix of consequences and probabilities of risk assessment based on one of the simple indicators

Представленная интерпретация значения шкал простейших риск-показателей в иерархии оценки рисков снижения качества контента ИО систем подготовки операторов ИИС АН из-за интеграции в их состав материалов ЭК как произведение функций принадлежности μ_T^L нечетких чисел – терм-значений лингвистических переменных L_1 и L_2 дает возможность рассматривать каждую из ячеек матрицы последствий и вероятностей оценки рисков по простейшему показателю как нечеткое число L_{ij}^* :

$$L_{ij}^* = \langle \text{значение оценки по данному риск-показателю} \rangle$$

где, применительно к простейшим риск-показателям, верно, что указанное значение L_{ij}^* есть произведение нечетких чисел i -го терма от L_1 и j -го терма от L_2 :

$$L_{ij}^* = L_1^i \times L_2^j.$$

Функции принадлежности $\mu_T^{L_{ij}^*}$ для значений L_{ij}^* находятся согласно правилам операций умножения нечетких чисел из алгебры мягких вычислений [15].

Заключение

Визуальному виду матрицы последствий и вероятностей оценки рисков по одному из простейших показателей, в которой работает эксперт – оценщик рисков, может быть сопоставлено нечетко-числовое представление, которое выражает его оценивающее мнение количественно в категориях нечетких чисел. Это дает возможность применять такие нечеткие числовые выра-

жения оценок по простейшим показателям в ходе свертки этих оценок в сводные и интегральный риск-показатели оценки интеграции ЭК в ИО систем подготовки операторов ИИС АН, на базе алгебры мягких вычислений. При этом матрица последствий и вероятностей оценки рисков по одному, любому из простейших показателей является шкалой риск-оценки интеграции ЭК в ИО систем подготовки операторов по этому показателю. Тогда оценивание его текущего значения экспертом-оценщиком заключается в обоснованном выявлении соответствующей ячейки выше указанной матрицы последствий и вероятностей, а также и нечеткого значения риск-оценки, соответствующей этой ячейке. Суть указанного процесса риск-оценки показана на рис. 4. Следовательно, на основании (1) и (2) сами шкалы оценивания риска по простейшим показателям и оценки на базе этих шкал сводимы к одномерным нечетким шкалам и значениям оценок на них, как значение L_{ij}^* .

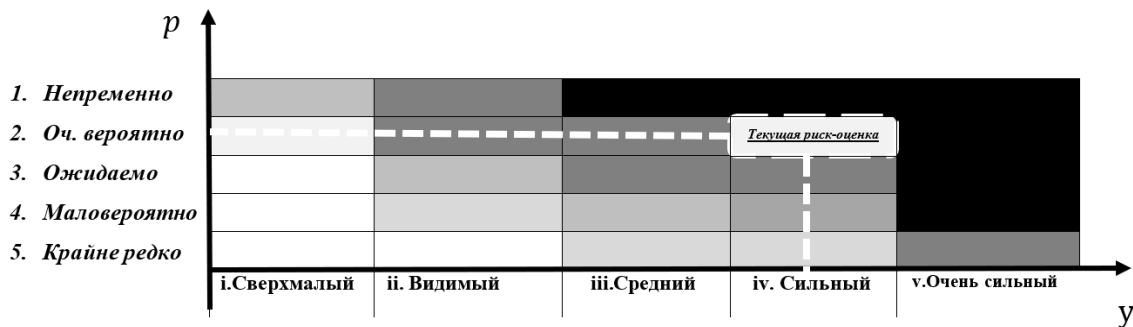


Рис. 4. Сущность оценивания риска по простейшему показателю

Fig. 4. The essence of risk assessment based on the simple indicator

Конструктивной новацией разработанной модели итеративной оценки рисков интеграции ЭК в информационное обеспечение систем подготовки операторов ИИС АН является совмещение традиционного качественно-категорийного подхода современного риск-менеджмента с многоуровневой репрезентацией иерархии агрегирования экспертно-оцениваемых рисков в составе сводных и интегральных рисков рассматриваемой интеграции путем применения аппарата мягких вычислений. Это подход позволил реализовать переход от качественно-понятийного представления риска рассматриваемой интеграции к количественному.

Таким образом, предложенный блок оценки простейших (непосредственно измеряемых или оцениваемых) рисков в модели итеративной оценки рисков интеграции ЭК в информационное обеспечение систем подготовки операторов ИИС АН и подход к установлению значения текущего риска по данному простейшему показателю дает возможность применять такие значения в расчетах значений сводных и интегрального риск-показателей.

Библиографические ссылки

1. Семенов В. П., Соколов Р. В., Андреевский И. Л. Мягкая оценка эффективности разработки интеллектуальных информационных систем // Материалы XXVII Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2024). 2024. С 483–485.
2. ГОСТ Р ИСО/МЭК 31000 – 2019. Менеджмент риска. Принципы и руководство. М. : Стандартинформ, 2020. 26 с.
3. ГОСТ Р ИСО/МЭК 31010 – 2011. Менеджмент риска. Методы оценки риска. М. : Стандартинформ, 2012. 70 с.
4. ГОСТ Р 51 901.2 – 2005. Менеджмент риска. Системы менеджмента надежности. М. : Стандартинформ, 2005. 74 с.
5. Разумников С. В. Нечеткая модель оценки рисков внедрения облачных технологий при формировании системы безопасности // Современные наукоемкие технологии. 2019. № 10, ч. 2. С. 290–295.

6. Зубкова Т. М., Ишакова Е. Н. Автоматизация управления рисками программных проектов на основе нечеткого логического вывода // Науч.-технич. вестник информ. технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15, № 5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/avtomatizatsiya-upravleniya-riskami-programmnyh-proektov-na-osnove-nechetkogo-logicheskogo-vyvoda> (дата обращения: 15.02.2025).
7. Технология оценки рисков на этапах жизненного цикла продукции с использованием нечеткой логики. Российский технологический журнал / А. Н. Чесалин, С. Я. Гродзенский, Ты Фам Ван и др. 2020. № 8(6). С. 167–183.
8. Губинский А. И. Надежность и качество функционирования эргатических систем. Л. : Наука, 1982. 222 с.
9. ДеМарко Т., Листер Т. Вальсируя с медведями. Управление рисками в проектах по разработке программного обеспечения. М. : Издат. дом ДН, 2005. 196 с.
10. ДеМарко Т. Deadline. Роман об управлении проектами. М. : Манн-Иванов-Фербер, 2016. 352 с.
11. Тихонов А. Г., Субботина Т. Н. Управление рисками при разработке программного обеспечения // Экономика и бизнес: теория и практика. 2022. № 5–3 (87). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/upravlenie-riskami-pri-razrabotke-programmnogo-obespecheniya> (дата обращения: 10.01.2025).
12. Купиллари А. Мир математики. Трудности доказательств. М. : Техносфера, 2002. 303 с.
13. Окстоби Дж. Мера и категория. М. : Мир, 1974. 158 с.
14. Ноден П., Китте К. Алгебраическая алгоритмика. М. : Мир, 1999. 719 с.
15. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д. А. Поспелова. М. : Наука, 1986. 396 с.

References

1. Semenov V. P., Sokolov R. V., Andreevskiy I. L. [A soft assessment of the effectiveness of the development of intelligent information systems]. *Materialy XXVII Mezhdunarodnoy konferentsii po myagkim vychisleniyam i izmereniyam (SCM'2024)* [Proceedings of the XXVII International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM'2024)], St. Petersburg, 2024, P. 483–485 (In Russ.).
2. *GOST R ISO/MEK 31000 – 2019. Menedzhment riska. Printsipy i rukovodstvo* [Risk management. Principles and guidelines]. Moscow, Standartinform Publ., 2020, 26 p.
3. *GOST R ISO/MEK 31010 – 2011. Menedzhment riska. Metody otsenki riska* [Risk management. Risk assessment methods]. Moscow, Standartinform Publ., 2012, 70 p.
4. *GOST R 51 901.2 – 2005. Menedzhment riska. Sistemy menedzhmenta nadezhnosti* [Risk management. Reliability management systems]. Moscow, Standartinform Publ., 2005, 74 p.
5. Razumnikov S. V. [A fuzzy model for assessing the risks of implementing cloud technologies in the formation of a security system]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. 2019, No. 10, P. 290–295 (In Russ.).
6. Zubkova T. M., Ishakova E. N. [Automation of risk management of software projects based on fuzzy logical inference]. *Nauchno-tekhnicheskiy vestnik informatsionnykh tekhnologiy, mekhaniki i optiki*. 2015, Vol. 15, No. 5. (In Russ.). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/avtomatizatsiya-upravleniya-riskami-programmnyh-proektov-na-osnove-nechetkogo-logicheskogo-vyvoda> (accessed: 15.02.2025).
7. Chesalin A. N., Grodzenskiy S. Ya., Fam Van Ty, Nilov M. Yu., Agafonov A. N. [The technology of risk assessment at the stages of the product lifecycle using fuzzy logic]. *Rossiyskiy tekhnologicheskii zhurnal*. 2020, No. 8(6), P. 167–183 (In Russ.).
8. Gubinskiy A. I. *Nadezhnost' i kachestvo funktsionirovaniya ergaticheskikh sistem* [Reliability and quality of ergatic systems functioning]. Leningrad, Nauka Publ., 1982, 222 p.
9. DeMarko T., Lister T. *Val'siruya s medvedyami. Upravlenie riskami v proektakh po razrabotke programmnoho obespecheniya* [Waltzing with the bears. Risk management in software development projects]. Moscow, Izdatel'skiy dom DH Publ., 2005, 196 p.

10. DeMarko T. *Deadline. Roman ob upravlenii proektami* [Deadline. A novel about project management]. Moscow, Mann-Ivanov-Ferber Publ., 2016, 352 p.
11. Tikhonov A. G., Subbotina T. N. [Risk management in software development]. *Ekonomika i biznes: teoriya i praktika*. 2022, No. 5-3 (87) (In Russ.). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/upravlenie-riskami-pri-razrabotke-programmnogo-obespecheniya> (accessed: 10.01.2025).
12. Kupillari A. *Mir matematiki. Trudnosti dokazatel'stv* [The world of mathematics. Difficulties of proof]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2002, 303 p.
13. Okstobi Dzh. *Mera i kategoriya* [Measure and category]. Moscow, Mir Publ., 1974, 158 p.
14. Noden P., Kitte K. *Algebraicheskaya algoritmika* [Algebraic algorithmics]. Moscow : Mir, 1999. 719 p.
15. *Nechetkie mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskusstvennogo intellekta* [Fuzzy sets in control and artificial intelligence models]. Ed. Pospelova D. A. Moscow, Mir Publ., 1986, 396 p.

© Русина А. А., 2025

Русина Алена Андреевна – старший преподаватель кафедры двигателей и энергоустановок летательных аппаратов, начальник центра образовательных инициатив; Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» имени Д. Ф. Устинова. E-mail: rusina_aa@voenmeh.ru. <https://orcid.org/0009-0004-8070-4995>.

Rusina Alena Andreevna – senior lecturer of the department Engines and power plants of aircraft, head of the Center for Educational Initiatives; Baltic state technical university «VOENMEKH» named after D. F. Ustinov. E-mail: rusina_aa@voenmeh.ru. <https://orcid.org/0009-0004-8070-4995>.

Статья поступила в редакцию 19.03.2025; принята к публикации 30.04.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 19.03.2025; accepted for publication 30.04.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 539.374

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-215-222

Для цитирования: Черепанова О. Н. Решение задачи о растяжении упругопластической полосы, ослабленной разрезами и отверстиями // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 215–222. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-215-222.

For citation: Cherepanova O. N. [Solving the problem of stretching an elastic-plastic strip weakened by cuts and holes]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 215–222. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-215-222.

Решение задачи о растяжении упругопластической полосы, ослабленной разрезами и отверстиями

О. Н. Черепанова

Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79
E-mail: OCherepanova@sfu-kras.ru

Аннотация. В данной работе строится граница между упругой и пластической областями в растягиваемой полосе. Полоса ослаблена боковыми разрезами и отверстиями. Разрезы могут иметь произвольную форму, их количество не ограничено. Такие задачи являются актуальными до сих пор, поскольку их решение позволяет сделать оценку предельного состояния рассматриваемой конструкции. Для решения подобной задачи в настоящее время очень часто используются численные методы, к сожалению, часто без особого обоснования. Поэтому все более актуальными становятся аналитические методы решения подобных задач. В настоящей работе приведены законы сохранения дифференциальных уравнений. Сохраняющийся ток линеен по первым производным. Задача решается в два этапа. На первом этапе решается Дирихле для уравнения Лапласа, на втором – используется техника законов сохранения. Это позволяют свести нахождение компонент тензора напряжений в каждой точке к контурному интегралу по границам рассматриваемой области и дает возможность построить упругопластическую границу. Построенное решение позволяет написать программу для численного расчета задачи о растяжении полосы, ослабленной разрезами и отверстиями. При этом форма разрезов и отверстий не существенна, достаточна, чтобы границы были кусочно-гладкими.

Ключевые слова: законы сохранения, упругопластическая граница, кусочно-гладкая граница, уравнение Лапласа, уравнения равновесия, напряженное состояние, уравнения упругости.

Solving the problem of stretching an elastic-plastic strip weakened by cuts and holes

O. N. Cherepanova

Siberian Federal University
79, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation
E-mail: OCherepanova@sfu-kras.ru

Abstract. In this paper, the boundary between elastic and plastic regions in a stretchable strip is constructed. The band is weakened by side slits and holes. Such tasks are still relevant, since its solution allows us to make an assessment of the limiting state of the structure under consideration. Numerical methods are currently very often used to solve such a problem, unfortunately, often without much justification. Therefore, analytical methods for solving such problems are becoming more and more relevant. In this paper, the conservation laws of differential equations are used. The conserved current is linear in the first

derivatives. The task is solved in two stages. At the first stage, Dirichlet is solved for the Laplace equation, and at the second stage, the technique of conservation laws is used. Their use makes it possible to reduce the finding of the components of the stress tensor at each point to a contour integral along the boundaries of the region under consideration. And this makes it possible to build an elastic-plastic boundary.

Keywords: conservation laws, elastic-plastic boundary, piecewise smooth boundary, Laplace equation, equilibrium equation.

Введение

Упругопластические задачи, в силу их практической важности, уже давно изучаются механиками. Основной проблемой, которая возникает при решении таких задач, является упруго-пластическая граница. Условие пластичности накладывает дополнительную связь, и это, по словам Г. П. Черепанова [1], упрощает задачу, с другой стороны, возникает новый неизвестный элемент – упругопластическая граница, затрудняющая решение. В настоящее время решения упругопластических задач продолжает оставаться в центре внимания исследователей. Появляются новые аналитические подходы к их решению, совершенствуются численные методы. Проведем краткий обзор таких работ. В [2] с помощью законов сохранения решена задача о кручении упругопластического стержня, армированного упругими волокнами. Для решения задачи используются законы сохранения. В [3] рассмотрен упругопластический коробчатый брус, который изгибается поперечной силой. Предполагается, что деформации в стержне упругопластические и боковая поверхность его свободна от напряжений. Центр тяжести поперечного сечения не совпадает с точкой приложения силы. С помощью законов сохранения построено точное решение, описывающее напряженное состояние этой конструкции. Напряженное состояние вычисляется в каждой точке рассмотренной фигуры с помощью интегралов по внешним контурам поперечного сечения. В [4] исследуется упругопластическое кручение многослойного стержня. Стержень состоит из нескольких слоев. Упругие свойства слоев различны, но коэффициент пластичности у всех слоев одинаков. В статье построены законы сохранения, которые позволили вычислить компоненты тензора напряжений с помощью контурных интегралов по границе слоев. В [5] рассматривается упругопластическое кручение анизотропного трехслойного цилиндрического стержня некругового поперечного сечения. Внутренний слой стержня находится в упругопластическом состоянии, два внешних слоя полностью пластические. Предполагается пластическая анизотропия. Параметры анизотропии каждого слоя различны. В [6] определена глубина зарождения пластической области, позволяющая контролировать степень наклепа защитного покрытия детали, не допуская его переупрочнения. В [7] дано описание испытательного комплекса и методики проведения экспериментов для изучения сложного нагружения. Приведены некоторые вопросы исследования упругопластического деформирования материалов на автоматизированном комплексе СМ-ЭВМ. В [8] рассмотрено решение задачи определения упругопластического состояния тяжелого пространства, ослабленного отверстием эллиптической формы. Материал среды обладает свойствами анизотропии. Решение задачи выполнялось методом малого параметра. Кручение двухслойного стержня коробчатого сечения рассмотрено в [9]. В [10] численными методами рассчитывается напряженно-деформированное состояние связующего композитных материалов. Расслоения стальных труб при сложном нагружении моделируются в [11]. Упругопластический анализ круговой трубы, вывернутой наизнанку, проведен в [12]. В [13] изучается влияние типа плоской задачи для упругопластического адгезионного слоя на значение J -интегралов. Горячая посадка упруго-вязкопластического диска с некруговым включением описана в [14]. В [15] описываются явления уменьшения пластичности с увеличением предела текучести поликристалла.

В предлагаемой работе используются законы сохранений дифференциальных уравнений. Это позволяет свести нахождение компонент тензора напряжений в каждой точке к контурному интегралу по границе рассматриваемой области и дает возможность построить упругопластическую границу. При этом предполагается, что граница является кусочно-гладкой.

Постановка задачи

Рассмотрим уравнения, описывающие плоскую упругую деформацию в стационарном случае. Они состоят из уравнений равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

и уравнения Лапласа, которое есть следствие совместности деформаций

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = 0. \tag{2}$$

Здесь σ_x, σ_y, τ – компоненты тензора напряжений.

Систему (1), (2), следует решить со следующими граничными условиями

$$\begin{aligned} \sigma_x n_1 + \tau n_2 |_L = X(x, y), \quad \tau n_1 + \sigma_y n_2 |_L = Y(x, y), \\ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2 = 4k^2. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь n_1, n_2 – компоненты вектора внешней нормали к кусочно-гладкому внешнему контуру и контурам отверстий, ограничивающему конечную область S . Область S приведена на рис. 1. X, Y – компоненты вектора внешних сил.

Далее предполагаем, что на боковой поверхности и контурах круглых отверстий материал находится в пластическом состоянии, поэтому соотношение Мизеса включено в (3). Здесь k – постоянная пластичности, равная пределу текучести при чистом сдвиге.

Предполагаем, что полоса растягивается усилиями

$$\sigma_y |_{y=l} = 2k, \quad \sigma_y |_{y=-l} = -2k, \tag{4}$$

а остальные границы внешнего контура и отверстий считаются свободными от напряжений.

Отсюда следует:

- на границах АВ, DE из (3) получаем $\sigma_y = 2k, \sigma_x = 0, \tau = 0$;
- на границах FG, ИJ – $\sigma_y = -2k, \sigma_x = 0, \tau = 0$;
- на границах СВ, GH и границах Γ_1 – $\sigma_y = 2kn_1^2, \sigma_x = 2kn_2^2, \tau = -2kn_1n_2$;
- на границах CD, HI $\sigma_y = -2kn_1^2, \sigma_x = -2kn_2^2, \tau = 2kn_1n_2$.

Будем искать решение задач (1)–(3) в два этапа. На первом этапе решается задача Дирихле для уравнения Лапласа $\Delta p = 0$, где

$$\sigma_x + \sigma_y = p(x, y). \tag{6}$$

Из (3) получаем

$$\begin{aligned} p = 2k \quad \text{на} \quad \text{DEFGH и } \Gamma_1 \\ p = -2k \quad \text{на} \quad \text{ИJAB.} \end{aligned} \tag{7}$$

Для решения этой задачи используются стандартные методы. В результате в области S найдена функция $p(x, y)$.

На втором этапе решаем задачу

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \tag{8}$$

со следующими граничными условиями, которые следуют из (3):

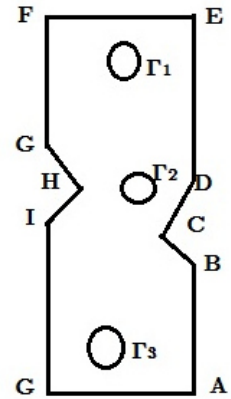


Рис. 1. Область S
Fig. 1. Region S

- на границах DE, FG, IJ, AB $\sigma_x = 0, \tau = 0;$
- на границах CD, GH и Γ_i $\sigma_x = 2kn_2^2, \tau = -2kn_1n_2;$ (9)
- на границах BC, IH $\sigma_x = -2kn_2^2, \tau = 2kn_1n_2.$

Для удобства запишем уравнения (8) в виде

$$F_1 = u_x + v_y = 0, F_2 = -u_y + v_x + f = 0, \quad (10)$$

где $\sigma_x = u, \tau = v, \frac{\partial p}{\partial y} = f$, далее индекс внизу будет означать производную по соответствующему аргументу.

Для удобства перепишем в новых терминах и граничные условия

На границах DE, FG, IJ, AB $u = 0, v = 0.$

На границах CD, GH и Γ_i $u = 2kn_2^2, v = -2kn_1n_2.$ (11)

На границах BC, IH $u = -2kn_2^2, v = 2kn_1n_2.$

Решим краевую задачу (10), (11) с помощью законов сохранения.

Законы сохранения системы уравнений (10)

Определение. Законом сохранения для системы уравнений (10) назовем выражение вида

$$A_x + B_y = \omega_1 F_1 + \omega_2 F_2, \quad (12)$$

где ω_1, ω_2 – линейные дифференциальные операторы, одновременно не равные нулю тождественно,

$$A = \alpha^1 u + \beta^1 v + \gamma^1, B = \alpha^2 u + \beta^2 v + \gamma^2, \quad (13)$$

$\alpha^1, \beta^1, \gamma^1, \alpha^2, \beta^2, \gamma^2$ – некоторые гладкие функции, зависящие только от x, y .

Замечание. Более общее определение закона сохранения, подходящее для произвольных систем уравнений, можно найти в [16].

Из (12) с учетом (13) получаем

$$\begin{aligned} & \alpha_x^1 u + \alpha_y^1 u_x + \beta_x^1 v + \beta_y^1 v_x + \gamma_x^1 + \alpha_y^2 u + \alpha_x^2 u_y + \beta_y^2 v + \beta_x^2 v_y + \gamma_y^2 = \\ & = \omega_1 (u_x + v_y) + \omega_2 (-u_y + v_x + f) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) следует

$$\alpha_x^1 + \alpha_y^2 = 0, \beta_x^1 + \beta_y^2 = 0, \alpha^1 = \omega_1, \beta^1 = \omega_2, \alpha^2 = -\omega_2, \beta^2 = \omega_1, \gamma_x^1 + \gamma_y^2 = \omega_2 f.$$

Отсюда получаем

$$\alpha^1 = \beta^2, \alpha^2 = -\beta^1. \quad (15)$$

Поэтому

$$\alpha_x^1 - \beta_y^1 = 0, \alpha_y^1 + \beta_x^1 = 0. \quad (16)$$

Из приведённых формул следует, что система уравнений (10) допускает бесконечно много законов сохранения; далее будут приведены только те, которые позволяют решить поставленную задачу.

Поскольку сохраняющийся ток имеет вид

$$A = \alpha^1 u + \beta^1 v + \gamma^1, B = -\beta^1 u + \alpha^1 v + \gamma^2.$$

Из (16) по формуле Грина получаем

$$\iint_S (A_x + B_y) dx dy = \oint_L -A dy + B dx + \sum_i \oint_{\Gamma_i} -A dy + B dx = 0, \quad (17)$$

где S – область, ограниченная кривой L и контурами Γ_i .

Решение задачи (10), (11)

Для нахождения значений u, v внутри области S , необходимо построить решения системы Коши – Римана (16), имеющие особенности в произвольной точке $(x_0, y_0) \in S$.

Первое из таких решений имеет вид

$$\alpha^1 = \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \beta^1 = \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \gamma^1 = \int \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} f dx, \quad \gamma^2 = 0. \quad (18)$$

В точке $(x_0, y_0) \in S$ функции α^1, β^1 имеют особенности, поэтому окружим эту точку окружностью

$$\varepsilon: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \varepsilon^2.$$

Тогда из формулы (17) получаем

$$\sum_i \oint_{\Gamma_i} -A dy + B dx + \oint_L -A dy + B dx + \oint_{\varepsilon} -A dy + B dx = 0, \quad (19)$$

Вычислим последний интеграл в формуле (19). Имеем

$$\begin{aligned} \oint_{\varepsilon} -A dy + B dx &= \oint_{\varepsilon} - \left(\frac{u(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - \frac{v(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} + \gamma^1 \right) dy + \\ &+ \left(- \frac{u(y - y_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} - \frac{v(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \right) dx. \end{aligned}$$

Введем новые координаты $x - x_0 = \varepsilon \cos \varphi, \quad y - y_0 = \varepsilon \sin \varphi$, получаем

$$\begin{aligned} \oint_{\varepsilon} -A dy + B dx &= \int_0^{2\pi} [-(u \cos \varphi + v \sin \varphi) \cos \varphi - (u \sin \varphi + v \cos \varphi) \sin \varphi] d\varphi = \\ &= - \int_0^{2\pi} u d\varphi = -2\pi u(x_0, y_0). \end{aligned} \quad (20)$$

Последнее равенство получено по теореме о среднем при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Для окончательного построения решения найдем значения u, v на границе L . Из формул (15) получаем

$$\begin{aligned} 2\pi \sigma_x(x_0, y_0) &= \int_{AB} \gamma^1 dy + \int_{BC} -(-2kn_2^2 \alpha^1 + 2kn_1 n_2 \beta^1 + \gamma^1) dy + (2kn_2^2 \beta^1 + 2kn_1 n_2 \alpha^1) dx + \\ &- \int_{CD} (2kn_2^2 \alpha^1 - 2kn_1 n_2 \beta^1 + \gamma^1) dy + (2kn_2^2 \beta^1 + 2kn_1 n_2 \alpha^1) dx - \int_{DE} \gamma^1 dy - \int_{EF} \gamma^1 dy + \int_{FG} \gamma^1 dy + \\ &+ \int_{GH} -(2kn_2^2 \alpha^1 - 2kn_1 n_2 \beta^1 + \gamma^1) dy - (2kn_2^2 \beta^1 + 2kn_1 n_2 \alpha^1) dx + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{HI} -(-2kn_2^2\alpha^1 + 2kn_1n_2\beta^1 - \gamma^1)dy + (2kn_2^2\beta^1 + 2kn_1n_2\alpha^1)dx + \int_{IJ} \gamma^1 dy - \int_{JA} \gamma^1 dy + \\
& + \sum_i \int_{\Gamma_i} (2kn_2^2\alpha^1 - 2kn_1n_2\beta^1 + \gamma^1)dy + (2kn_2^2\beta^1 + 2kn_1n_2\alpha^1)dx. \quad (21)
\end{aligned}$$

Второе решение системы уравнений (16) возьмем в виде

$$\begin{aligned}
\alpha^1 &= \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \beta^1 = -\frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \\
\gamma^1 &= -\int \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} f dx, \quad \gamma^2 = 0. \quad (22)
\end{aligned}$$

Проделив выкладки, аналогичные выкладкам, проделанным с решением (18), получаем

$$\begin{aligned}
2\pi\tau(x_0, y_0) &= \int_{AB} \gamma^1 dy + \int_{BC} -(-2kn_2^2\alpha^1 + 2kn_1n_2\beta^1 + \gamma^1)dy + (2kn_2^2\beta^1 + 2kn_1n_2\alpha^1)dx + \\
&- \int_{CD} (2kn_2^2\alpha^1 - 2kn_1n_2\beta^1 + \gamma^1)dy + (2kn_2^2\beta^1 + 2kn_1n_2\alpha^1)dx - \int_{DE} \gamma^1 dy - \int_{EF} \gamma^1 dy + \int_{FG} \gamma^1 dy \\
&+ \int_{GH} -(2kn_2^2\alpha^1 - 2kn_1n_2\beta^1 + \gamma^1)dy - (2kn_2^2\beta^1 + 2kn_1n_2\alpha^1)dx + \\
&+ \int_{HI} -(-2kn_2^2\alpha^1 + 2kn_1n_2\beta^1 - \gamma^1)dy + (2kn_2^2\beta^1 + 2kn_1n_2\alpha^1)dx + \int_{IJ} \gamma^1 dy - \int_{JA} \gamma^1 dy + \\
&+ \sum_i \int_{\Gamma_i} (2kn_2^2\alpha^1 - 2kn_1n_2\beta^1 + \gamma^1)dy + (2kn_2^2\beta^1 + 2kn_1n_2\alpha^1)dx. \quad (23)
\end{aligned}$$

Заключение

В работе предложен метод решения краевой задачи, описывающей упругопластическое напряженное состояние полосы с боковыми разрезами и отверстиями. При этом вычисления напряжения σ_x, τ сводятся только к вычислению контурных интегралов по границам области, а напряжение σ_y определяется из решения задачи (11), (12) численным решением задачи Дирихле для уравнения Лапласа. После определения всех компонент тензора напряжений необходимо найти точки области S , в которых достигается предел текучести. Это позволяет построить упругопластическую границу и тем самым оценить прочность рассматриваемой пластины. В настоящее время разрабатывается программа, позволяющая строить упругопластическую границу для растягиваемых пластин с разрезами и отверстиями.

Библиографические ссылки

1. Аннин Б. Д., Черепанов Г. П. Упругопластическая задача. Новосибирск: Наука. 1983. 238 с.
2. Евтихов Д. О. Упругопластическая граница скручиваемого стержня, армированного волокнами // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. 2024. № 4(62). С. 53–62.
3. Сенашов С. И., Савостьянова И. Л. Изгиб упругопластического бруса коробчатого сечения // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. 2024. № 1(59). С. 107–115.

4. Сенашов С. И., Савостьянова И. Л. Упруго-пластическое кручение многослойного стержня // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. 2023. № 2(56). С. 28–36.
5. Щеглова Ю. Д. Метод возмущений при определении поля перемещений трехслойного анизотропного цилиндрического стержня некругового поперечного сечения при упругопластическом кручении // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. 2023. № 4(58). С. 5–14.
6. К вопросу зарождения пластической области в композиционных покрытиях / Н. А. Пеньков, О. А. Сидоркин, А. В. Бараненко, Д. В. Березин // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. 2023. № 4(58). С. 81–86.
7. Гультяев В. И., Булгаков А. Н. Экспериментальное изучение упругопластического деформирования конструкционных материалов на автоматизированном испытательном комплексе сн-эвм // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. 2023. № 2(56). С. 53–65.
8. Матвеев С. В., Матвеева А. Н., Александров А. Х. Упругопластическое состояние анизотропной среды, ослабленной горизонтальной эллиптической полостью с учетом силы тяжести // Вестник Чувашского гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Сер.: Механика предельного состояния. 2023. № 1 (55). С. 46–52.
9. Сенашов С. И., Савостьянова И. Л., Власов А. Ю. Кручение двухслойного стержня с коробчатым сечением // Прикладная механика и техническая физика. 2024. Т. 65, № 3. С. 161–168.
10. Ракин С. И. Расчет напряженно-деформированного состояния связующего композитных материалов // Прикладная механика и техническая физика. 2024. Т. 65, № 2. С. 127–137.
11. Кургузов В. Д. Моделирование расслоения стальных труб при сложном нагружении // Прикладная механика и техническая физика. 2023. Т. 64, № 6. С. 155–167.
12. Севастьянов Г. М. Упруго-пластический анализ круговой трубы, вывернутой наизнанку. // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2024. № 3. С. 34–50.
13. Влияние типа плоской задачи для тонкого упругопластического адгезионного слоя на значение J-интегралов / В. Э. Богачева, В. В. Глаголева, Л. В. Глаголев, А. А. Маркин // Прикладная механика и техническая физика. 2023. Т. 64, № 6. С. 168–175.
14. Буренин А. А., Ткачева А. В. О сборке горячей посадкой упруговязкопластического диска с некруговым включением // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2024. № 5. С. 29–47.
15. Марина В. Ю. Описание явления уменьшения пластичности с увеличением предела текучести поликристалла // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2024. № 5. С. 138–163.
16. Vinogradov A. M. Local symmetries and conservation laws // Acta Appl. Math. 1984. № 6. P. 56–64.

References

1. Annin B. D., Cherepanov G. P. *Uprugo-plasticheskaya zadacha* [Elastic-plastic problem]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1983, 238 p.
2. Evtikhov D. O. [Elastic-plastic boundary of a twisted rod reinforced with fibers]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predelnogo sostoyaniya*. 2024, No. 4(62), P. 53–62 (In Russ.).
3. Senashov S. I., Savostyanova I. L. [Bending of an elastic-plastic box-shaped beam]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predelnogo sostoyaniya*. 2024, No. 1(59), P. 107–115 (In Russ.).
4. Senashov S. I., Savostyanova I. L. [Elastic-plastic torsion of a multilayer rod]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predelnogo sostoyaniya*. 2023, No. 2(56), P. 28–36 (In Russ.).
5. Shcheglova Yu. D. [The perturbation method for determining the displacement field of a three-layer anisotropic cylindrical rod of non-circular cross-section during elastoplastic torsion]. *Vestnik*

Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predelnogo sostoyaniya. 2023, No. 4(58), P. 5–14 (In Russ.).

6. Penkov N. A., Sidorkin O. A., Baranenko A. V., Berezin D. V. [On the issue of the origin of the plastic domain in composite coatings]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predelnogo sostoyaniya.* 2023, No. 4(58), P. 81–86 (In Russ.).

7. Gulyaev V. I., Bulgakov A. N. [Experimental study of elastic-plastic deformation of structural materials on an automated ch-computer test complex]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predelnogo sostoyaniya.* 2023, No. 2(56), P. 53–65 (In Russ.).

8. Matveev S. V., Matveeva A. N., Alexandrov A. H. [The elastic-plastic state of an anisotropic medium weakened by a horizontal elliptical cavity taking into account gravity]. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predelnogo sostoyaniya.* 2023, No. 1(55), P. 46–52 (In Russ.).

9. Senashov S. I., Savostyanova I. L., Vlasov A. Yu. [Torsion of a two-layer rod with a box-shaped section] *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* 2024, Vol. 65, No. 3, P. 161–168 (In Russ.).

10. Rakin S. I. [Calculation of the stress–strain state of a binder of composite materials]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* 2024, Vol. 65, No. 2, P. 127–137 (In Russ.).

11. Kurguzov V. D. [Modeling of steel pipe stratification under complex loading]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* 2023, Vol. 64, No. 6, P. 155–167 (In Russ.).

12. Sevastyanov G. M. [Elastic – plastic analysis of a circular tube turned inside out]. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela.* 2024, No. 3, P. 34–50 (In Russ.).

13. Bogacheva V. Sh., Glagoleva V. V., Glagolev L. V., Markin A. A. [The influence of the type of simplest service for fine management personnel on the value of J-integrals]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* 2023, Vol. 64, No. 6, P. 168–175 (In Russ.).

14. Burenin A. A., Tkacheva A. V. [On the hot-fit assembly of an elastic-viscous plastic disc with non-circular inclusion polycrystal]. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela.* 2024, No. 5, P. 29–47 (In Russ.).

15. Marina V. Yu. [Description of the phenomenon of decreasing plasticity with an increase in the yield strength of a polycrystal]. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela.* 2024, No. 5, P. 138–163 (In Russ.).

16. Vinogradov A. M. [Local symmetries and conservation laws]. *Acta Application. Mathematics.* 1984, No. 6, P. 56–64 (In Russ.).


© Черепанова О. Н., 2025

Черепанова Ольга Николаевна – кандидат физико-математических наук, директор института математики и фундаментальной информатики; Сибирский федеральный университет. E-mail: OCherepanova@sfu-kras.ru.

Cherepanova Olga Nikolaevna – Cand. Sc., Director of the Institute of Mathematics and Fundamental Computer Science; Siberian Federal University. E-mail: OCherepanova@sfu-kras.ru.


Статья поступила в редакцию 14.05.2025; принята к публикации 20.05.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 14.05.2025; accepted for publication 20.05.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License



АВИАЦИОННАЯ
И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ
ТЕХНИКА

AVIATION
AND SPACECRAFT
ENGINEERING



УДК 621.376

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-224-238

Для цитирования: Жаринов В. Ф., Пономарев О. Г., Бобков И. В. Особенности реализации спутниковой системы связи на высокоэллиптической орбите «Экспресс-РВ» // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 224–238. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-224-238.

For citation: Zharinov V. F., Ponomarev O. G., Bobkov I. V. [Features of the implementation of the satellite communication system in the highly elliptical orbit “Express-RV”]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 224–238. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-224-238.

Особенности реализации спутниковой системы связи на высокоэллиптической орбите «Экспресс-РВ»

В. Ф. Жаринов^{*1,2}, О. Г. Пономарев¹, И. В. Бобков²

¹Томский государственный университет

Российская Федерация, 634050, г. Томск, просп. Ленина, 36

²Акционерное общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва

Российская Федерация, 662972, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52

E-mail: jarinov.slava@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена создаваемой в настоящий момент спутниковой системе «Экспресс-РВ». Основным назначением описываемой системы является предоставление абонентам на территории РФ и Северного морского пути доступа в Интернет.

Предметом исследования являются основные особенности реализации системы «Экспресс-РВ», касающиеся связи в прямом и обратном спутниковом канале. Среди основных особенностей спутниковой системы, помимо высокоэллиптической орбиты, можно выделить многолучевое покрытие зоны обслуживания, прямую ретрансляцию сигнала и выбор стандартов спутниковой связи DVB-S2X и DVB-RCS2. Для реализации многолучевого покрытия зоны обслуживания и прямой ретрансляции используется многолучевая полезная нагрузка Ки-диапазона. В связи с этим ее описанию уделяется особое внимание.

Цель работы: провести анализ особенностей и энергетических параметров спутниковой системы «Экспресс-РВ» для подтверждения её работоспособности, а также определить режимы работы в прямом и обратном канале по стандартам DVB-S2X и DVB-RCS2.

Методология: анализ основных решений разрабатываемой системы «Экспресс-РВ», спутниковых стандартов DVB-S2X и DVB-RCS2 и рекомендаций Международного союза радиосвязи ITU-R P.618-13, теоретический расчет энергетического бюджета радиолинии.

Результаты работы подтверждают работоспособность системы, так как установлена возможность квазибезошибочного приема сигналов DVB-S2X и DVB-RCS2 при условии идеального выполнения процедур синхронизации. Кроме того, на основании проведенного расчета сделан вывод о фактически используемых видах модуляции в обратном канале из представленных в стандарте DVB-RCS2 для трех видов абонентских терминалов. Для прямого канала установлено, что режим передачи определяется абонентом с наименьшим соотношением $\frac{E_S}{N_0}$, т. е. с наименьшим диамет-

ром рефлектора.

Область применения результатов: результаты применяются для дальнейшей разработки спутниковой системы «Экспресс-РВ».

Ключевые слова: система спутниковой связи, высокоэллиптическая орбита, многолучевая полезная нагрузка, прямой канал, обратный канал, DVB-S2X, DVB-RCS2.

Features of the implementation of the satellite communication system in the highly elliptical orbit “Express-RV”

V. F. Zharinov^{*1, 2}, O. G. Ponomarev¹, I. V. Bobkov²

¹Tomsk State University

36, Lenin Av., Tomsk, 634050, Russian Federation

²JSC “Information Satellite Systems” Academician M. F. Reshetnev Company”

52, Lenin St., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation

E-mail: jarinov.slava@yandex.ru

Abstract. This article addresses the Express-RV satellite system, which developers are currently creating. Its primary purpose is to provide subscribers in the Russian Federation and the Northern Sea Route with internet access. The subject of the study is the main features of the Express-RV system implementation, concerning communication in the forward and reverse satellite channel. Among the main features of the satellite system, in addition to the highly elliptical orbit (HEO), we can highlight multi-beam coverage of the service area, direct signal retransmission and the choice of DVB-S2X and DVB-RCS2 satellite communication standards. To implement multi-beam coverage of the service area and direct retransmission, the system employs a multi-beam Ku-band payload. Therefore, the work prioritizes the description of this payload.

Objective of the work: to analyze the features and energy parameters of the Express-RV satellite system to confirm its operability, as well as to determine the operating modes in the forward and reverse channels according to the DVB-S2X and DVB-RCS2 standards.

Methodology: analysis of the main solutions of the Express-RV system being developed, the DVB-S2X and DVB-RCS2 satellite standards and the recommendations of the International Radiocommunication Union ITU-R P.618-13, theoretical calculation of the energy budget of the radio link.

The results confirm the system’s operability, as the study demonstrates the possibility of quasi-error-free reception of DVB-S2X and DVB-RCS2 signals under ideal synchronization conditions. In addition, based on the calculation, we identify the actually used types of modulation in the return channel from those presented in the DVB-RCS2 standard for 3 types of subscriber terminals. For the forward channel, the analysis reveals that the transmission mode adapts to the terminal with the smallest reflector diameter, eliminating benefits from larger-aperture terminals.

Scope of application of the results: the researchers and engineers use the results to further develop the Express-RV satellite system.

Keywords: satellite communication system, highly elliptical orbit, multi-beam payload, forward link, return link, DVB-S2X, DVB-RCS2.

Введение

Постоянный рост объемов передаваемых данных приводит к необходимости увеличения телекоммуникационной инфраструктуры. Во всем мире, в том числе в России, ведутся интенсивные научно-исследовательские работы в области систем связи [1–3]. Для России, около 80 % территории которой не имеет покрытия сотовыми сетями, потенциал спутниковых систем связи, а также целесообразность и экономическая эффективность их применения дополнительно повышаются.

В ответ на растущий спрос на спутниковую связь в России ведутся работы по созданию нескольких спутниковых группировок нового поколения на негеостационарных орбитах: «Экспресс-РВ», «Скиф», «Марафон-ЮТ», «Рассвет». Спутниковая система «Экспресс-РВ», предназначенная для предоставления стационарным и подвижным абонентам на территории России и Северного морского пути доступа в Интернет, имеет особую значимость. Согласно оценкам, до 90 % северных территорий России не имеет покрытия сотовыми и спутниковыми сетями. В контексте технологического суверенитета страны ее разработка является важной задачей.

Данная статья посвящена основным особенностям реализации спутниковой системы «Экспресс-РВ». Ключевой особенностью системы является многолучевая полезная нагрузка Ки-диапазона, которая решает задачи многолучевого покрытия зоны обслуживания и прямой ретрансляции. Многолучевая полезная нагрузка определяет требования ко всей спутниковой группировке, поэтому в работе особое внимание уделено ее описанию. Другой важной особенностью спутниковой системы является выбор стандартов DVB-S2X и DVB-RCS2 для проектирования модемного оборудования. Для определения режимов работы в прямом и обратном канале из всех имеющихся в стандартах произведен расчет энергетического бюджета радиолинии. При условии выполнения процедуры синхронизации на приемной стороне установлена возможность квазибезошибочного приема радиоканалов стандартов DVB-S2X и DVB-RCS2. На основании полученных значений определены виды модуляции, которые будут использоваться в системе связи в прямом и обратном канале.

Общая характеристика спутниковой системы «Экспресс-РВ»

В связи с требованием на покрытие высоких широт при проектировании спутниковой системы выбраны высокоэллиптические орбиты (ВЭО) типа «Молния» [4; 5]. Параметры орбиты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры ВЭО «Молния»

Большая полуось, км	26554
Эксцентриситет	0,722
Наклонение, °	62,8
Число космических аппаратов (КА)	4
Период обращения, ч	≈ 12
Долгота восходящего узла, °	67,7/157,7/247,7/337,7
Аргумент в перигее, °	270
Длительность рабочего участка орбиты (РУО), ч	6

Система «Экспресс-РВ» включает четыре космических аппарата (КА), орбитальные плоскости которых разнесены на 90° по долготы. Период обращения КА составляет примерно 12 ч, из которых рабочему участку орбиты соответствует район ±3 ч от апогея. В момент, когда КА покидает рабочий участок орбиты, происходит переключение на следующий аппарат, обращающийся в смежной плоскости. Параметры орбиты выбраны таким образом, что на протяжении всего рабочего участка орбиты положение подспутниковой точки изменяется слабо. За счет этого на рабочем участке орбиты обеспечивается квазигеостационарный режим.

За сутки каждый КА проходит два витка: основной и сопряженный. При работе на основном витке, с которого обслуживается территория России, наземная трасса орбиты находится над восточным полушарием. При функционировании на сопряженном витке, предназначенном для покрытия арктических территорий, проекция орбиты оставляет след на западном полушарии (рис. 1).

Углы места абонентов, обслуживаемых с основного витка, принимают значения от 40° на краях зоны обслуживания до 90° в подспутниковой точке (рис. 2). Таким образом, для всей территории РФ углы места, как один из факторов, определяющих условия связи абонентов, остаются достаточно высокими.

Система состоит из наземного и космического сегмента. Наземный сегмент представлен центром спутниковой связи (ЦСС) и абонентскими терминалами (АТ). Основными элементами ЦСС являются антенный пост, радиочастотное и модемное оборудование, система управления связью, центр управления системой, контрольно-измерительный комплекс. В состав АТ входит

рефлектор, облучатель, система наведения, трансивер и модем. Космический сегмент состоит из платформы спутникового аппарата и полезной нагрузки. Полезная нагрузка состоит из приемных и передающих антенн и электронного оборудования между ними, обеспечивающего однократное преобразование частоты и усиление сигнала (прямая ретрансляция).



Рис. 1. Наземная трасса ВЭО

Fig. 1. HEO ground track

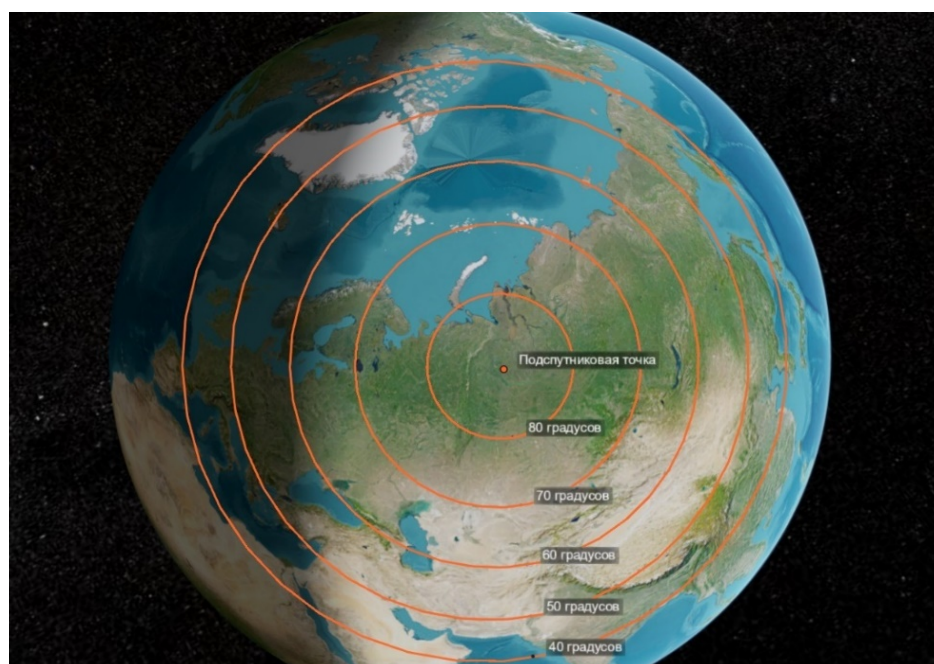


Рис. 2. Углы места абонентов, обслуживаемых с основного витка, из точки апогея

Fig. 2. Elevation angles of subscribers served from the main turn from the apogee

Полезная нагрузка включает оборудование Ku- и L/C-диапазона. Полезная нагрузка L/C-диапазона предназначена для формирования квазиглобальной зоны покрытия при помощи одного луча с основного и одного с сопряженного витка. На рис. 3, а, б показана квазиглобальная зона покрытия лучами шириной $12,5^\circ$.

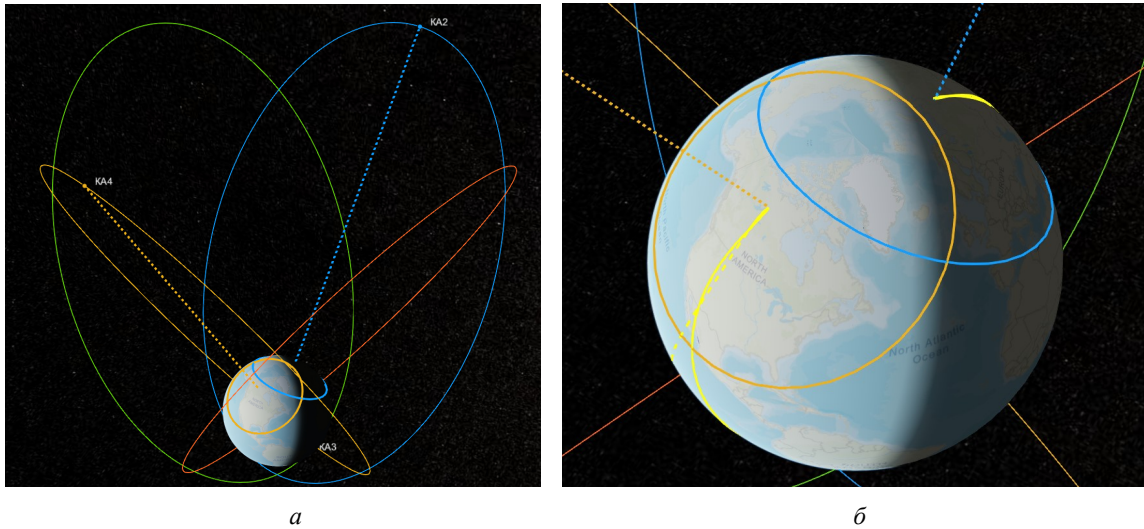


Рис. 3. Квазиглобальная зона обслуживания полезной нагрузки L/C-диапазона

Fig. 3. Quasi-global coverage area of the L/C-band payload

Многолучевое покрытие зоны обслуживания

Одним из современных трендов развития спутниковых систем является переход к разработке группировок с повышенной пропускной способностью (High Throughput Satellite, HTS) [6; 7]. Это становится возможно благодаря многолучевому покрытию зоны обслуживания, позволяющему повысить пропускную способность системы путем повторного использования частот в разных лучах и обеспечить выигрыш в энергетике радиолинии за счет большего коэффициента направленного действия антенн. Повторное использование частот позволяет увеличить число каналов и, в конечном счете, общую пропускную способность системы без расширения диапазона рабочих частот. Рассматриваемая система, строго говоря, не может быть отнесена к системам с повышенной пропускной способностью, так как имеет коэффициент повторного использования частот 11/6, однако ее разработка является важным этапом по переходу к таким системам.

На рис. 4 представлена зона покрытия, формируемая полезной нагрузкой Ku-диапазона при нахождении КА в точке апогея.

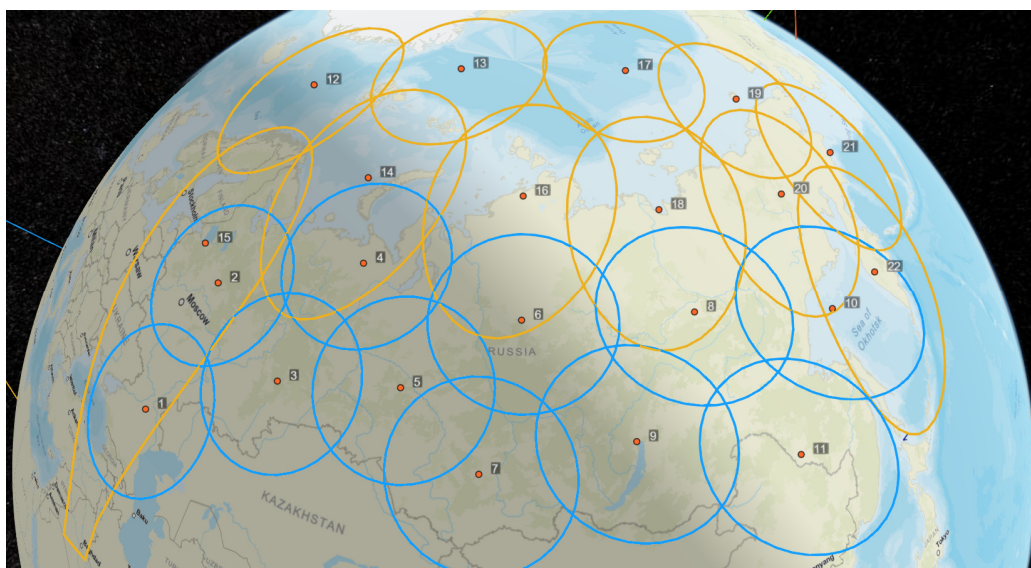


Рис. 4. Зона покрытия полезной нагрузки Ku-диапазона из апогея

Fig. 4. Coverage area of the Ku-band payload from the apogee

Из рис. 4 видно, что покрытие заданной территории обеспечивается одиннадцатью лучами шириной $2,2^\circ$ при работе на основном (синий цвет) и на сопряженном (желтый цвет) витке орбиты.

Покрывание зоны обслуживания несколькими остронаправленными лучами вместо одного луча обеспечивает значительный выигрыш в коэффициенте усиления передающей антенны КА. Это позволяет существенно уменьшить размер антенны абонентского терминала.

Для реализации многолучевого покрытия выбран Ку-диапазон частот. Ослабление сигнала с частотой в 14 ГГц при прохождении через атмосферу показано на рис. 5 для всех возможных углов места на основном витке.

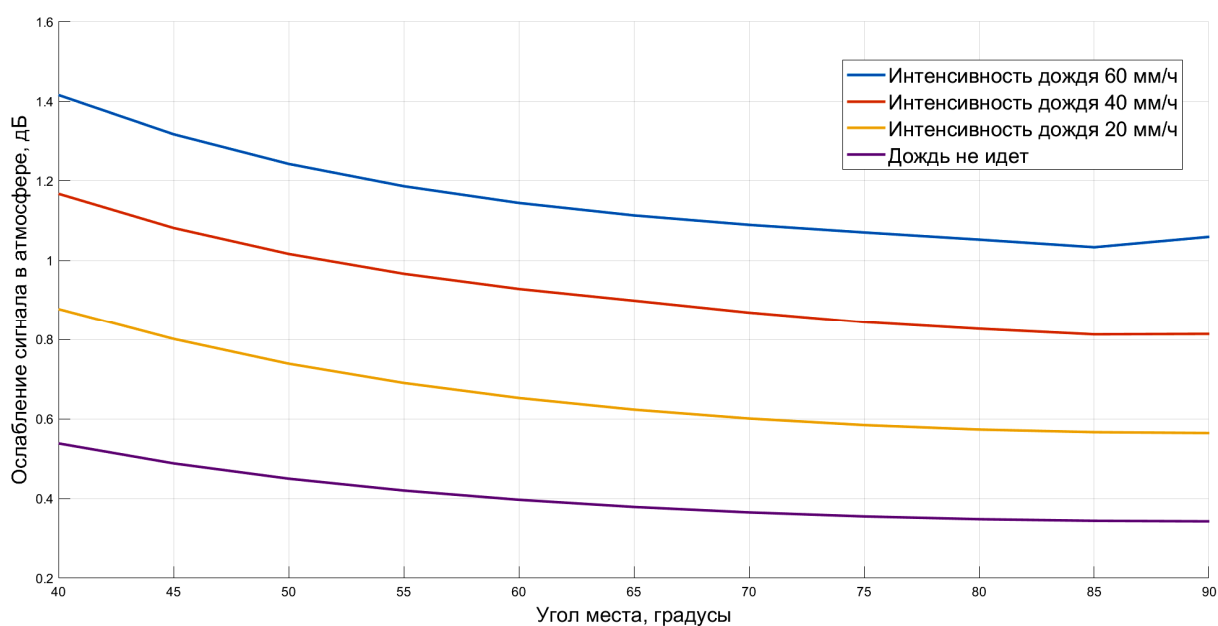


Рис. 5. Ослабление сигнала в атмосфере

Fig. 5. Signal attenuation in the atmosphere

Ослабление рассчитано в соответствии с рекомендациями международного союза электросвязи [8]. Суммарное ослабление сигнала состоит из ослабления в дожде, в облаках, на атмосферных газах и из-за тропосферных мерцаний. Вероятность превышения ослабления сигнала относительно используемого значения для каждого фактора затухания сигнала из рекомендации [8] принята равной 1 %. Из рис. 5 видно, что основной вклад в ослабление сигнала в Ку-диапазоне вносят осадки и даже при очень сильном дожде интенсивностью 60 мм/ч ослабление сигнала в атмосфере составляет немногим более 1,4 дБ.

Архитектура сети

Работа спутниковой системы основана на топологии «звезда», принцип действия которой поясняется на рис. 6.

В прямом канале спутниковой системы предусмотрено временное разделение абонентов (TDMA), при котором передача информации абонентам внутри каждого луча выполняется на одной несущей. Для реализации физического уровня модемного оборудования прямого канала выбран стандарт DVB-S2X. В обратном канале используется частотно-временное разделение абонентов (MF-TDMA). Обработка сигналов в обратном канале реализуется по стандарту DVB-RCS2. Возможность использования стандартов DVB-S2X и DVB-RCS2 в негеостационарных системах неоднократно обсуждалась [9–13]. Канальный уровень модемного оборудования реализуется по протоколам GSE и RLE в прямом и обратном канале соответственно. Символьная скорость в прямом и обратном канале составляет 0,7–54 и 0,1–8 Мсимв/с.

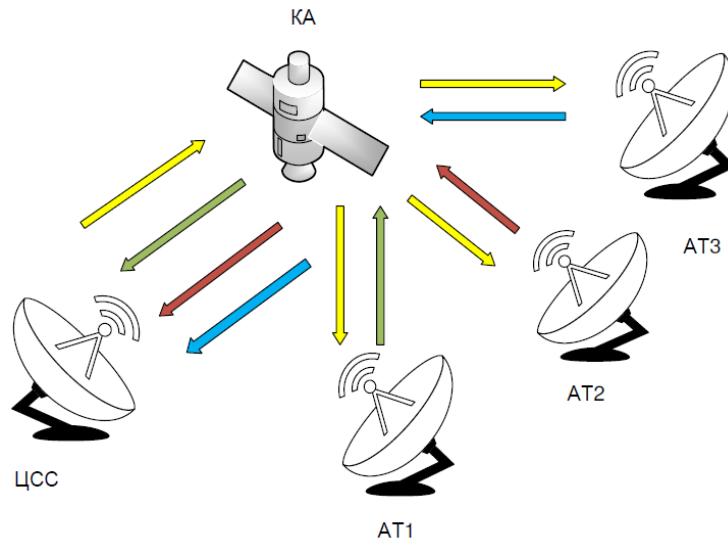


Рис. 6. Топология сети «звезда»

Fig. 6. Star network topology

Структура полезной нагрузки прямого и обратного канала

Полезная нагрузка Ку-диапазона включает одиннадцать прямых (без учета дополнительных) и одиннадцать обратных каналов, а также один радиомаяк, по сигналу которого отслеживается движение КА по орбите. Рассмотрим упрощенную схему прямых каналов полезной нагрузки Ку-диапазона, представленную на рис. 7.

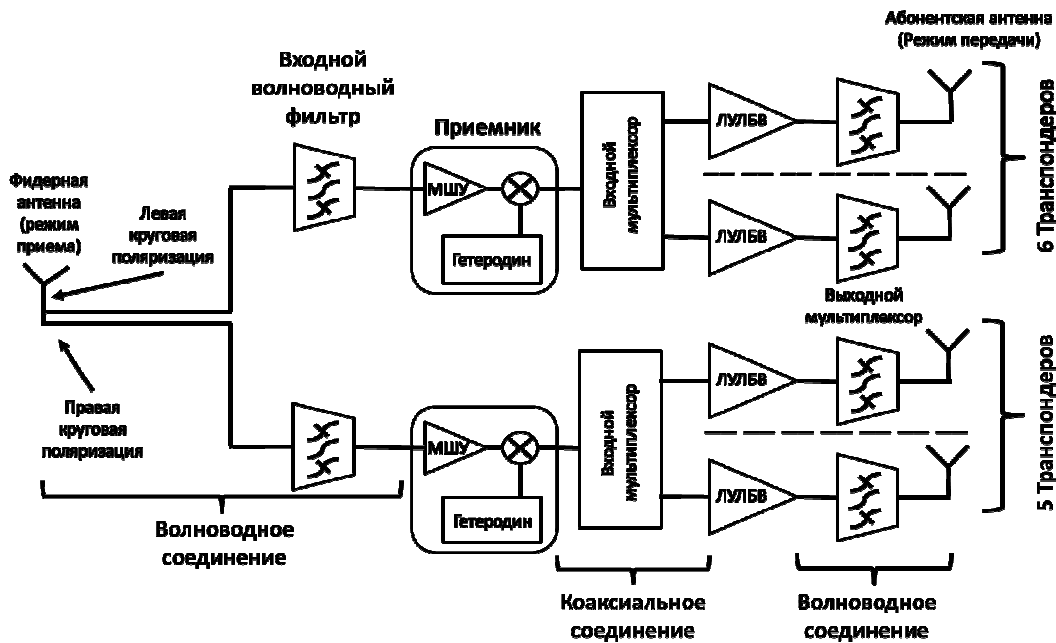


Рис. 7. Упрощенная функциональная схема прямых каналов полезной нагрузки Ку-диапазона

Fig. 7. Simplified functional diagram of Ku-band payload forward channels

На упрощенной функциональной схеме не показаны резервные элементы, обеспечивающие функционирование полезной нагрузки в случае отказа основных элементов, цепи их включения, дополнительные каналы, строящиеся на резервных элементах, и оборудование маяка.

Групповой сигнал, сформированный в модемном оборудовании, излучается антенной центра спутниковой связи. Излученный сигнал имеет левую и правую круговую поляризацию. Сигнал с ортогональными поляризациями регистрируется фидерной спутниковой антенной, функционирующей в режиме приема. Сигнал с выходных портов антенны пропускается через волноводный полосовой фильтр, предназначенный для фильтрации внеполосного излучения, и далее поступает на вход приемника. В приемнике обеспечивается предварительное усиление и однократное преобразование частоты сигнала, необходимое для изоляции нисходящей и восходящей линии.

Сигнал с выхода приемника поступает на входной мультиплексор, представляющий собой набор полосовых фильтров. Во входном мультиплексоре из всего диапазона частот выделяются каналы полосами 70 МГц, которые усиливаются в линейаризованном усилителе мощности на лампе бегущей волны (ЛУЛБВ). Для разделения соседних каналов предусмотрены защитные полосы шириной 16 МГц.

Усиленный сигнал пропускается через выходной фильтр. Фильтрация необходима для устранения паразитных эффектов, возникающих в усилителе высокой мощности и оказывающих на сигнал негативное влияние. Примером такого эффекта являются кратные гармоники в спектре сигнала, генерируемые нелинейными элементами. На заключительном этапе сигналы полосой 70 МГц излучаются антеннами с параболическим рефлектором в направлении заданных точек прицеливания.

Согласно требованиям, предусмотрено резервирование активного ретрансляционного оборудования, отказ которого ведет к потере функциональности транспондера: приемники, ЛУЛБВ, антенны и цепи их включения. Резервирование пассивного ретрансляционного оборудования (фильтры и мультиплексоры) не предусмотрено, так как его отказ маловероятен.

Для увеличения скорости передачи данных в трех транспондерах предусмотрены три дополнительных канала, работа которых основана на дополнительном приемнике и резервных ЛУЛБВ. Для объединения трех дополнительных каналов с тремя основными после выходного фильтра устанавливается выходной мультиплексор. Для управления подключением дополнительных каналов и отдельных резервных элементов в случае отказа основных используется кольцо резервирования, работа которого регулируется многопозиционными переключателями.

Далее рассмотрим упрощенную схему полезной нагрузки обратных каналов Ku-диапазона, представленную на рис. 8.

В обратных каналах абонентские терминалы, рассредоточенные по всей зоне покрытия из одиннадцати областей, излучают сигналы в направлении космического аппарата. Сигналы принимаются соответствующими одиннадцатью абонентскими антеннами на борту космического аппарата. Сигнал с выхода антенны пропускается через полосовой волноводный фильтр, в котором выделяется общий диапазон рабочих частот обратных каналов в восходящей линии и одновременно осуществляется фильтрация внеполосного излучения. Ширина полосы одного канала составляет 36 или 54 МГц.

Далее сигнал поступает на вход приемника, в котором выполняется усиление сигнала и однократное преобразование частоты. На следующем этапе преобразования в мультиплексоре пять или шесть соседних каналов объединяются в групповой сигнал. Результирующий сигнал усиливается при помощи линейаризованного усилителя высокой мощности.

Далее групповой сигнал пропускается через волноводный фильтр для устранения влияния негативных эффектов, возникающих при усилении: интермодуляционные продукты и кратные гармоники. На заключительном этапе сигналы с левой и правой круговой поляризацией поступают на порты фидерной антенны.

Аналогично прямым, в обратных каналах в случае отказа основного активного ретрансляционного оборудования предусмотрено его резервирование. Для управления подключением отдельных резервных элементов используется кольцо резервирования, работа которого основана на многопозиционных переключателях.

Высокоэллиптическая орбита характеризуется сильным доплеровским смещением. Поэтому исходные полосы частот оборудования полезной нагрузки расширены на величину максимального доплеровского сдвига в восходящих линиях прямых и обратных каналов. На рис. 9 показана временная зависимость доплеровского смещения на рабочем участке орбиты (для линии «вверх» и общего). Доплеровское смещение рассчитано для частот передачи 14 ГГц по линии «вверх» и 11 ГГц – «вниз».

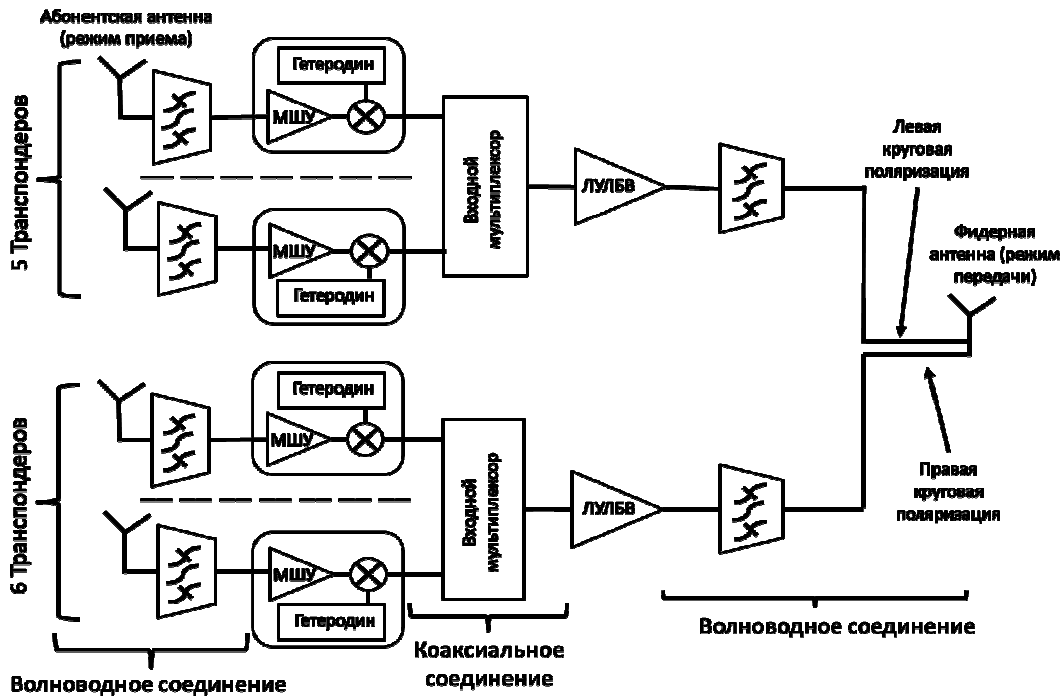


Рис. 8. Упрощенная функциональная схема обратных каналов полезной нагрузки Ку-диапазона

Fig. 8. Simplified functional diagram of Ku-band payload return channels

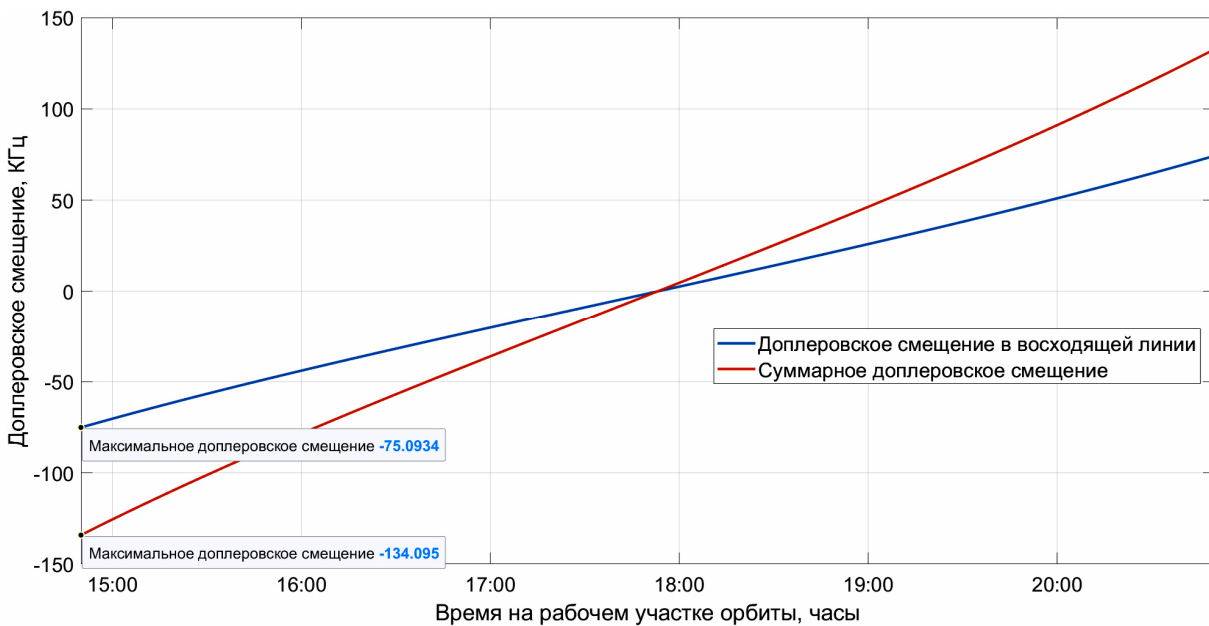


Рис. 9. Доплеровское смещение на линии «вверх» и суммарное доплеровское смещение

Fig. 9. Doppler shift on the uplink and total doppler shift

Оценка соотношения сигнал / шум в прямом канале

Прямая ретрансляция сигнала и большая длина радиотрассы накладывают жесткие ограничения на энергетический бюджет радиолинии, в особенности в обратном канале, поэтому далее приводится расчет отношения сигнал / шум в системе.

Расчет энергетического бюджета радиолинии произведен для точки апогея (наихудший случай) и для терминала абонента с диаметром параболического рефлектора равным 0,6, 0,9 и 1,2 м. Параметры расчета энергетического бюджета радиолинии в прямом канале представлены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры расчета энергетики радиолинии в прямом канале

	Параметр	Значение
Общие параметры	Интенсивность дождя, мм/ч	60
	Ширина полосы, МГц	70
	Фактор скругления	0,2
Восходящий канал	ЭИИМ антенны ЦСС, дБВт	67,1
	Частота, ГГц	13
	Ослабление свободного пространства, дБ	206,7
	Ослабление в атмосфере, дБ	0,96
Транспондер КА	Коэффициент усиления (КУ) приемной антенны КА, дБи	37,1
	Усиление сигнала до уровня мощности, Вт	150
	Шумовая температура транспондера КА, К	476,81
	Отношение сигнал/шум на стороне КА, дБ	19,91
	КУ передающей антенны КА, дБи	32,85
Нисходящий канал	Частота, ГГц	11
	Ослабление свободного пространства, дБ	205,5
	Ослабление в атмосфере, дБ	0,83
	Диаметр антенны абонента, м	0,6/0,9/1,2
	КПД антенны абонента	0,5
	Шумовая температура абонентского терминала, К	226
	Угол места, °	60
	Отношение сигнал/шум на стороне абонента, дБ	8,53/11,68/13,7
	E_s/N_0 , дБ	9,32/12,47/14,49
G/T, дБ/К	9,92/13,06/15,08	

Для расчета отношения сигнал / шум мощность сигнала, зарегистрированного антенной абонента, вычисляется как

$$P_{Sub} = EIRP_{GS} - FSPL_U - L_U^{Atm} + G_{Sat}^{Rx} + G_{Sat}^{Rep} + G_{Sat}^{Tx} - FSPL_D - L_D^{Atm} + G_{Sub}^{Rx} \text{ (дБВт)}, \quad (1)$$

где $EIRP_{GS}$ – ЭИИМ антенны ЦСС, $FSPL_U$ и $FSPL_D$ – ослабление сигнала в восходящей и нисходящей линии; L_U^{Atm} и L_D^{Atm} – ослабление в атмосфере; G_{Sat}^{Rx} и G_{Sat}^{Tx} – КУ приемной и передающей антенн КА; G_{Sub}^{Rx} – КУ антенны абонента; G_{Sat}^{Rep} – КУ при ретрансляции на борту КА.

При расчете энергетического бюджета радиолинии используется шумовая температура T^Σ , приведенная ко входу абонентского терминала:

$$T^\Sigma = T_{Sub} + T_{Sat} \cdot 10^{\frac{G_u}{10}}, \quad (2)$$

где T_{Sub} – шумовая температура абонентского терминала; T_{Sat} – шумовая температура КА; G_u – коэффициент приведения шумовой температуры, который вычисляется как

$$G_u = G_{Sat}^{Tx} + G_{Sat}^{Rep} - FSPL_D - L_D^{Atm} + G_{Sub}^{Rx} \text{ (дБ)}, \quad (3)$$

Отношение сигнал / шум SNR_{Sub} на стороне абонента рассчитывается следующим образом:

$$SNR_{Sub} = P_{Sub} - 10 \log_{10}(kBT^2), \quad (4)$$

где B – ширина полосы; k – постоянная Больцмана.

Отсюда отношение энергии символа к спектральной плотности шума равно [14]

$$\frac{E_S}{N_0} = SNR_{Sub} + 10 \log_{10}(1 + \alpha), \quad (5)$$

где α – фактор скругления формирующего фильтра; $\frac{E_S}{N_0}$ – отношение энергии символа к спектральной плотности шума.

Данные производительности стандарта DVB-S2X представлены в [14] для различных комбинаций кодовой скорости и вида модуляции (рассматриваются данные, соответствующие линейному режиму работы бортового усилителя). Результаты производительности соответствуют случаю идеальной синхронизации и отсутствию фазового шума. Таким образом, в [14] для каждого режима работы определена величина $\frac{E_S}{N_0}$, при которой достигается заданный уровень вероятности пакетной ошибки $FER = 10^{-5}$ (квазибезошибочный прием).

Рассчитанные значения $\frac{E_S}{N_0}$ позволяют работать с типами модуляции BPSK, QPSK, 8PSK, 8APSK без ограничений. Для абонентского терминала с антенной диаметром 0,6 м для нескольких кодовых скоростей в режимах с модуляцией 16APSK величина $\frac{E_S}{N_0}$ в стандарте превышает расчетное значение и не обеспечивает целевую величину пакетной ошибки из стандарта. Например, согласно стандарту, в режиме работы с модуляцией 16APSK и кодовой скоростью 13/18 для нормального кадра квазибезошибочный прием обеспечивается при $\frac{E_S}{N_0} = 9,71$ дБ.

Необходимо заметить, по стандарту DVB-S2X передача сигнала абонентам внутри каждого луча выполняется на одной несущей (временное разделение абонентов, TDMA). Для работы каждому абоненту выделяется временной слот радиокадра, формируемого в соответствии с определенным режимом передачи. Поскольку режим передачи в пределах одного радиокадра остается постоянным, то он будет выбираться по абоненту, находящемуся в наиболее неблагоприятных условиях связи, т. е. имеющему наименьшую величину $\frac{E_S}{N_0}$. Это нивелирует выгоду от использования антенн с различным диаметром апертуры в прямом канале и является серьезной неэффективностью всей системы.

Одним из преимуществ DVB-S2X по сравнению с DVB-S2 являются расширенные возможности в области высоких значений отношения сигнал / шум [15; 16]. Так, при отношении сигнал / шум равном 20 дБ алгоритмы расширенной версии стандарта (DVB-S2X) дают выигрыш спектральной эффективности 51 % по сравнению с DVB-S2. Оценка отношения сигнал / шум показала, что значительная часть улучшений алгоритмов расширенной версии стандарта (DVB-S2X) оказывается неиспользованной в рассматриваемом наихудшем сценарии связи, что является еще одним недостатком системы. С другой стороны, базовый сценарий работы системы будет характеризоваться несколько большим отношением сигнал / шум, чем наихудший.

Оценка соотношения сигнал / шум в обратном канале

Аналогично рассчитывается отношение сигнал / шум в обратном канале. Параметры расчета представлены в табл. 3.

Параметры расчета энергетики радиолинии в обратном канале

	Параметр	Значение
Общие параметры	Интенсивность дождя, мм/ч	60
	Ширина полосы, МГц	2,4
	Фактор скругления	0,2
Восходящий канал	ЭИИМ антенны абонента, дБВт	44/47,5/50
	Частота, ГГц	14
	Ослабление свободного пространства, дБ	208
	Ослабление в атмосфере, дБ	1,14
Транспондер КА	КУ приемной антенны КА, дБи	33,15
	Усиление сигнала до уровня мощности, Вт	150
	Шумовая температура транспондера КА, К	478,5
	Отношение сигнал / шум на стороне КА, дБ	6,01/9,51/12,01
	КУ передающей антенны КА, дБи	35,97
Нисходящий канал	Частота, ГГц	11
	Ослабление свободного пространства, дБ	205,5
	Ослабление в атмосфере, дБ	0,64
	Диаметр антенны ЦСС, м	7,5
	КПД антенны ЦСС	0,8
	Шумовая температура ЦСС, К	179
	Угол места, °	60
	Отношение сигнал / шум, дБ	6,01/9,51/12,01
	E_s/N_0 , дБ	6,8/10,3/12,8

Данные о производительности стандарта DVB-RCS2 представлены в спецификации [17]. Рассчитанные значения $\frac{E_s}{N_0}$ позволяют абоненту с антенной диаметром 0,6 м работать в режимах с QPSK- и BPSK-модуляцией, однако для поддержки других типов модуляции величина $\frac{E_s}{N_0}$ оказывается недостаточной. Несколько большая принимаемая мощность абонентом с антенной диаметром 0,9 м позволяет обеспечить работу с частью режимов с модуляцией 8PSK, 1,2 м – задействовать часть режимов с модуляцией 16QAM. Таким образом, подтверждена возможность работы системы связи в обратном канале, однако отсутствие возможности работы в области высоких значений $\frac{E_s}{N_0}$ является недостатком, ограничивающим максимальную символьную скорость в обратном канале.

Заключение

В работе рассмотрена спутниковая система «Экспресс-РВ», являющаяся первым шагом в разработке систем HTS в России. Ключевой особенностью является многолучевая полезная нагрузка Ku-диапазона, предназначенная для покрытия зоны обслуживания остронаправленными лучами, поэтому она рассмотрена наиболее подробно.

Произведен расчет энергетического бюджета радиолинии в прямом и обратном канале, позволивший оценить отношение $\frac{E_s}{N_0}$ в системе связи. По результатам оценки сделан вывод о работоспособности системы. Для обратного канала для 3 типов абонентских терминалов определены виды модуляции из стандарта DVB-RCS2, которые будут фактически использоваться в системе. Для прямого канала установлено, что режим передачи выбирается по абоненту, находящемуся в наиболее неблагоприятных условиях связи (в наихудшем случае величина $\frac{E_s}{N_0}$

равна 9,32 дБ). Следовательно, выигрыш от использования антенн с большим диаметром апертуры отсутствует, что говорит о серьезной неэффективности. Кроме того, весовые возможности DVB-S2X по работе в области высоких значений отношения $\frac{E_S}{N_0}$ оказываются не задействованными.

Библиографические ссылки

1. A survey on nongeostationary satellite systems: The communication perspective / H. Al-Hraishawi et al. // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2022. Vol. 25 (1). P. 101–132.
2. Danish M. N., Pasha S. A. Satellite Communication: State-of-the-Art and Future Challenges. 2023 [Электронный ресурс]. URL: https://www.researchgate.net/profile/Muhammad-Danish-19/publication/371503006_Satellite_Communication_State-of-the-Art_and_Future_Challenges/links/6487521579a72237652bfb2b/Satellite-Communication-State-of-the-Art-and-Future-Challenges.pdf (дата обращения: 20.01.2025).
3. Satellite communications in the new space era: A survey and future challenges / O. Kodheli, E. Lagunas, N. Maturo et al. // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2020. Vol. 23(1). P. 70–109.
4. Локшин Б. «Экспресс-РВ» – перспективная система связи со спутниками на высокоэллиптических орбитах // Технологии и средства связи. 2018. № S1. С. 62–71.
5. Сомов А. М., Корнев С. Ф. Спутниковые системы связи. М. : Горячая линия – Телеком, 2012. 244 с.
6. Maral G., Bousquet M., Sun Z. Satellite communications systems: systems, techniques and technology. Hoboken : John Wiley & Sons Ltd., 2020. 766 p.
7. Minoli D. Innovations in satellite communications and satellite technology: the industry implications of DVB-S2X, high throughput satellites, Ultra HD, M2M, and IP. Hoboken : John Wiley & Sons Ltd., 2015. 448 p.
8. Series P. Propagation data and prediction methods required for the design of Earth-space telecommunication systems. Recommendation ITU-R. 2015. P. 618–12.
9. Kim P., Park H. Robust Symbol Timing Synchronization for Initial Access under LEO Satellite Channel // Sensors. 2023. Vol. 23, No. 19. P. 8320.
10. Low complexity DVB-S2X frequency synchronization for LEO satellites / K. Iansitov et al. // 2021 International Conference Engineering and Telecommunication (En&T). IEEE, 2021. P. 1–5.
11. DVB Bluebook C107 (July 2023). Commercial Requirements for the use of DVB-RCS2 in Geostationary and Non-Geostationary Systems [Электронный ресурс]. URL: https://dvb.org/wp-content/uploads/2023/07/C107_Commercial-Requirements-for-the-use-of-DVB-RCS2-in-Geostationary-and-Non-Geostationary-Systems.pdf (дата обращения: 16.01.2025).
12. DVB STANDARD SUPPORT OF NGSO SYSTEMS. 2025 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.satixfy.com/wp-content/uploads/2024/11/DVB-Support-for-NGSO.pdf> (дата обращения 20.02.2025).
13. Сравнительный анализ точности алгоритмов частотной синхронизации для системы спутниковой связи на основе сигнала DVB-S2 / С. А. Левичев, К. К. Янситов, С. В. Дорохин, А. В. Дворкович // Журнал радиоэлектроники. 2023. № 12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.12.23>.
14. DVB BlueBook A083-2r4 (Draft EN 302 307-2 V1.4.1) (2024-02): Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications; Part 2: DVB-S2 Extensions (DVB-S2X).
15. DVB Document A172 (03/2015). White Paper on the use of DVB-S2X for DTH applications, DSNG & Professional Services, Broadband Interactive Services and VL-SNR applications [Электронный ресурс]. URL: https://dvb.org/wp-content/uploads/2019/12/a172_dvb-s2x_highlights_-_white_paper.pdf (дата обращения 21.01.2025).

16. Kolomensky K. Yu., Demidova A. Yu., Kazarinov A. S. From DVB-S to DVB-S2X: Progress in Standardization of Digital Satellite Broadcasting Systems // *Journal of the Russian Universities*. 1998. Vol. 27, No. 2. P. 69.

17. ETSI T. R. 101 545-4 V1. 1.1 (2014-04) Digital Video Broadcasting (DVB); Second Generation DVB. Interactive Satellite System (DVB-RCS2); Part 4: Guidelines for Implementation and Use of EN 301 545. Vol. 2.

References

1. Al-Hraishawi, Hayder et al. A survey on nongeostationary satellite systems: The communication perspective. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2022, Vol. 25, No. 1, P. 101–132.

2. Muhammad N., Danish M., Syed A., Pasha. Satellite Communication: State-of-the-Art and Future Challenges, 2023. Available at: https://www.researchgate.net/profile/Muhammad-Danish-19/publication/371503006_Satellite_Communication_State-of-the-Art_and_Future_Challenges/links/6487521579a72237652bfb2b/Satellite-Communication-State-of-the-Art-and-Future-Challenges.pdf (accessed: 20.01.2025).

3. Kodheli O. et al. Satellite communications in the new space era: A survey and future challenges. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2020, Vol. 23, No. 1, P. 70–109.

4. Lokshin B. [“Express-RV” as a forward-looking communications system with satellites in highly elliptical orbits]. *Tekhnologii i sredstva svyazi*. 2018, No. S1, P. 62–71 (In Russ.).

5. Somov A. M., Kornev S. F. Sputnikovye sistemy svyazi. Goryachaya liniya–Telekom, 2012. Moscow Goryachaya liniya Telekom, 2012, 244 p.

6. Maral G., Michel B., Zhili S. Satellite communications systems: systems, techniques and technology. Khoboken, John Wiley & Sons Ltd., 2020, 766 p.

7. Minoli D. Innovations in satellite communications and satellite technology: the industry implications of DVB-S2X, high throughput satellites, Ultra HD, M2M, and IP. Khoboken, John Wiley & Sons Ltd., 2015, 448 p.

8. Series P. Propagation data and prediction methods required for the design of Earth-space telecommunication systems. Recommendation ITU-R. 2015. P. 618–12.

9. Kim P., Park H. Robust Symbol Timing Synchronization for Initial Access under LEO Satellite Channel. *Sensors*. 2023, Vol. 23, No. 19, P. 8320.

10. Iansitov K. et al. Low complexity DVB-S2X frequency synchronization for LEO satellites. *2021 International Conference Engineering and Telecommunication (En&T)*. IEEE, 2021, P. 1–5.

11. DVB Bluebook C107. Commercial Requirements for the use of DVB-RCS2 in Geostationary and Non-Geostationary Systems. July 2023. Available at: https://dvb.org/wp-content/uploads/2023/07/C107_Commercial-Requirements-for-the-use-of-DVB-RCS2-in-Geostationary-and-Non-Geostationary-Systems.pdf (accessed 16.01.2025).

12. Freedman A. et al. DVB standard support of ngso systems. 2025. Available at: <https://www.satixfy.com/wp-content/uploads/2024/11/DVB-Support-for-NGSO.pdf> (accessed: 20.02.2025).

13. Levichev S. A., Iansitov K. K., Dorokhin S. V., Dvorkovich A. V. Comparative analysis of accuracy of frequency synchronization algorithms for satellite communication system based on DVB-S2 signal. *Journal of Radio Electronics*. 2023, Vol. 12. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.12.23> (In Russ.).

14. DVB BlueBook A083-2r4. Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications; Part 2: DVB-S2 Extensions (DVB-S2X). February 2024.

15. DVB Document A172. White Paper on the use of DVB-S2X for DTH applications, DSNG & Professional Services, Broadband Interactive Services and VL-SNR applications. March 2015. Available at: https://dvb.org/wp-content/uploads/2019/12/a172_dvb-s2x_highlights_-_white_paper.pdf (accessed: 21.01.2025).

16. Kolomensky K. Yu., Demidova A. Yu., Kazarinov A. S. From DVB-S to DVB-S2X: Progress in Standardization of Digital Satellite Broadcasting Systems. *Journal of the Russian Universities*. 1998, Vol. 27, No. 2, P. 69.

17. ETSI TR 101 545-4 V1.1.1. Digital Video Broadcasting (DVB); Second Generation DVB Interactive Satellite System (DVB-RCS2); Part 4: Guidelines for Implementation and Use of EN 301 545. April 2014.

© Жаринов В. Ф., Пономарев О. Г., Бобков И. В. 2025

Жаринов Вячеслав Федорович – аспирант, Томский государственный университет; инженер, АО «РЕШЕТНЁВ». E-mail: jarinov.slava@yandex.ru. <https://orcid.org/0009-0000-8472-7159>.

Пonomarev Олег Геннадьевич – кандидат физико-математических наук, доцент; Томский государственный университет. E-mail: oleg.ponommarev@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-9872-9902>.

Бобков Игорь Вячеславович – инженер, АО «РЕШЕТНЁВ».

Zharinov Vyacheslav Fedorovich – Postgraduate student, Tomsk State University; engineer, JSC “Reshetnev”. E-mail: jarinov.slava@yandex.ru. <https://orcid.org/0009-0000-8472-7159>.

Ponomarev Oleg Gennadievich – Ph.D., Associate Professor; Tomsk State University. E-mail: oleg.ponommarev@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-9872-9902>.

Bobkov Igor Vyacheslavovich – Engineer, JSC “Reshetnev”.

Статья поступила в редакцию 16.04.2025; принята к публикации 19.05.2025; опубликована 30.06.2025

The article was submitted 16.04.2025; accepted for publication 19.05.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 621.314

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-239-251

Для цитирования: Цифровой двойник, агрегатируемый в высокоэффективное зарядно-разрядное устройство системы электропитания космического аппарата / Ю. В. Краснобаев, Е. А. Голубев, К. В. Коршун, А. П. Яблонский // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 239–251. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-239-251.

For citation: Krasnobaev Yu. V., Golubev E. A., Korshun K. V., Yablonsky A. P. [Digital Twin Aggregated into a High-Efficiency Charge-Discharge Device of the Power Supply System of a Spacecraft]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 239–251. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-239-251.

Цифровой двойник, агрегатируемый в высокоэффективное зарядно-разрядное устройство системы электропитания космического аппарата

Ю. В. Краснобаев*, Е. А. Голубев, К. В. Коршун, А. П. Яблонский

Сибирский федеральный университет
Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79
E-mail: uvkras@mail.ru

Аннотация. Система электропитания (СЭП) космического аппарата (КА) является одной из наиболее важных его систем. Генерация электрической энергии в современных СЭП КА, как правило, осуществляется солнечными батареями (СБ). В случае отсутствия генерации энергии СБ или при низком уровне генерируемой энергии, необходимая электрическая энергия передаётся в нагрузку от аккумуляторных батарей (АБ) через зарядно-разрядное устройство (ЗРУ). Как правило, ЗРУ подключается параллельно выходным шинам СЭП и в режиме разряда АБ обеспечивает стабильное напряжение на нагрузке. Восполнение энергии АБ – её заряд происходит на временных интервалах, когда энергия, генерируемая СБ, превышает энергию, потребляемую нагрузкой. При этом ЗРУ может обеспечивать и стабилизацию напряжения на нагрузке.

В статье приведена силовая цепь импульсного преобразователя, обладающая способностью к реверсу потока энергии и возможностью работы в понижающе-повышающем режиме с высоким КПД. Показано, что использование силовой цепи этого импульсного преобразователя в ЗРУ систем электропитания КА позволит улучшить ряд их характеристик, а именно энергомассовые и надёжные, повысить КПД и качество напряжения на выходе СЭП, снизить уровень генерируемых электромагнитных помех.

В статье приведены результаты исследований ЗРУ с силовой частью, выполненной по перспективной схеме, полученные с использованием имитационной модели и физического макета. Показано, что синтезированный закон управления позволяет обеспечить астатизм выходного напряжения и малую длительность переходных процессов. Однако установлено, что имитационная модель ЗРУ обеспечивает меньшую длительность переходных процессов в сравнении с физическим макетом. Это объясняется тем, что по причине малого временного интервала, в течение которого управляющий микроконтроллер должен выполнять операции по вычислению моментов переключения силовых транзисторов, пришлось упростить математические выражения, по которым проводятся вычисления.

Целью работы является поиск технического решения формирования сигналов управления, позволяющего отказаться от сложных математических вычислений моментов переключения силовых транзисторов в режиме реального времени. Для этого предложено предварительно произвести вычисления моментов переключения силовых транзисторов для всего диапазона передаваемой через ЗРУ мощности и для всего диапазона возможных напряжения на АБ. Полученные значения моментов переключения силовых транзисторов в виде таблиц записать в память микроконтроллера, управляющего силовой цепью ЗРУ, и использовать для целей управления.

В статье рассмотрена методика получения таблиц моментов переключения силовых транзисторов ЗПУ, которые, по сути, являются цифровым двойником ЗПУ, и приведён пример таких таблиц.

Ключевые слова: система электропитания, аккумуляторная батарея, импульсный преобразователь напряжения, зарядно-разрядное устройство, цифровой двойник.

Digital Twin Aggregated into a High-Efficiency Charge-Discharge Device of the Power Supply System of a Spacecraft

Yu. V. Krasnobaev*, E. A. Golubev, K. V. Korshun, A. P. Yablonsky

Siberian Federal University
79, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation
E-mail: uvkras@mail.ru

Abstract. The power supply system (PSS) of a spacecraft (SC) is one of its most critical systems. The generation of electrical energy in modern SC PSS is typically carried out by solar panels (SP). In the absence of energy generation from the SP or during periods of low energy output, the necessary electrical energy is supplied to the load from battery packs (BP) through a charge-discharge device (CDD). Usually, the CDD is connected in parallel to the output buses of the PSS and, in battery discharge mode, provides stable voltage to the load. The replenishment of energy in the BP—its charging—occurs during time intervals when the energy generated by the SP exceeds the energy consumed by the load. Additionally, the CDD can provide voltage stabilization at the load.

The article presents the power circuit of a pulse converter capable of reversing the flow of energy and operating in a buck-boost mode with high efficiency. It is shown that using the power circuit of this pulse converter in the CDD of SC power supply systems can improve several of their characteristics, namely, energy-mass and reliability metrics, enhance efficiency, and improve the quality of the output voltage of the PSS while reducing the level of generated electromagnetic interference.

The article includes research results on the CDD, with the power section designed according to a promising scheme, obtained using a simulation model and a physical prototype. It is demonstrated that the synthesized control law allows for maintaining the astaticism of the output voltage and a short duration of transient processes. However, it was found that the simulation model of the CDD provides a shorter duration of transient processes compared to the physical prototype. This is explained by the fact that due to the short time interval during which the controlling microcontroller must perform calculations for switching moments of the power transistors, the mathematical expressions used for calculations had to be simplified.

The aim of the work is to find a technical solution for generating control signals that allows for the elimination of complex mathematical calculations of the switching moments of the power transistors in real-time. To achieve this, it is proposed to pre-calculate the switching moments of the power transistors for the entire range of power transmitted through the CDD and for the entire range of possible voltages on the BP. The obtained values of the switching moments of the power transistors in the form of tables should be recorded in the memory of the microcontroller controlling the power circuit of the CDD and used for control purposes.

The article discusses the methodology for obtaining tables of switching moments for the power transistors of the CDD, which essentially serve as a digital twin of the CDD, and provides an example of such tables.

Keywords: power supply system, battery pack, pulse voltage converter, charge-discharge device, digital twin.

Введение

Важнейшей служебной системой космического аппарата (КА) является система электропитания (СЭП). Она предназначена для генерации электрической энергии, её хранения и снабжения электрической энергией заданного качества целевых потребителей энергии и других служебных систем КА в течение всего срока его активного существования [1]. Генерация электрической энергии в современных СЭП КА, как правило, осуществляется солнечными батареями (СБ), а заданное качество напряжения на нагрузке обеспечивается импульсными стабилизаторами напряжения (ИСН). В случае отсутствия генерации энергии СБ или при низком уровне генерируемой энергии, необходимая электрическая энергия передаётся в нагрузку от аккумуляторных батарей (АБ) через зарядно-разрядное устройство (ЗРУ). Как правило, ЗРУ подключается параллельно выходным шинам СЭП и в режиме разряда АБ обеспечивает стабильное напряжение на нагрузке. Восполнение энергии АБ – её заряд происходит на временных интервалах, когда энергия, генерируемая СБ, превышает энергию, потребляемую нагрузкой. При этом ЗРУ может обеспечивать и стабилизацию напряжения на нагрузке [2–4].

Перспективное зарядно-разрядное устройство

Зарядно-разрядное устройство, по сути, является импульсным преобразователем напряжения и к нему предъявляется комплекс требований по энергомассовым характеристикам, КПД, надёжности, способности обеспечивать требуемое качество напряжения на выходе СЭП, низкому уровню генерируемых электромагнитных помех и ряду других характеристик. Возможностью обеспечить наилучшие характеристики по всему вышеперечисленному комплексу требований обладает реверсивный повышающе-понижающий импульсный преобразователь (РИП) напряжения [5–8], схема силовой цепи которого приведена на рис. 1.

Силовая цепь РИП может быть подключена стороной 1 к АБ, а стороной 2 – к выходным шинам СЭП. Симметрия силовой цепи РИП позволяет обеспечить реверс потока энергии при соответствующем изменении алгоритма переключения силовых ключей РИП, выполненных на транзисторах $VT_1 - VT_4$, и обеспечить как заряд АБ, так и стабилизацию выходного напряжения СЭП при разряде АБ. Таким образом, один комплект электрорадиоэлементов обеспечивает оба режима работы ЗРУ и существенно повышает энергомассовые характеристики ЗРУ [7; 8]. Кроме того, малое количество электрорадиоэлементов в составе РИП улучшает показатели его надёжности.

Высокий КПД этого преобразователя, в ряде режимов превышающий 99 %, обеспечивается за счёт способа управления силовыми транзисторами [5; 6], названного его авторами новой стратегией модуляции.

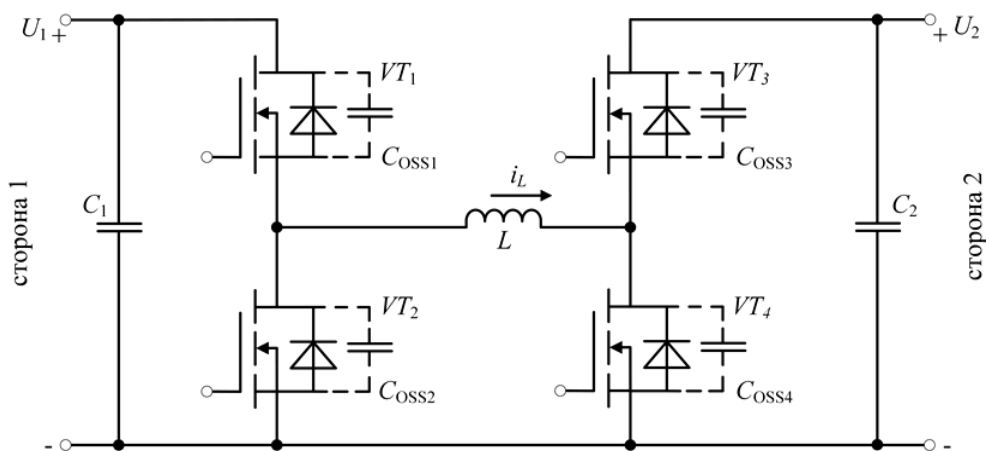


Рис. 1. Схема силовой цепи реверсивного импульсного преобразователя (РИП)

Fig. 1. Circuit diagram of the reversible pulse converter (RPC)

Новая стратегия коммутации транзисторов преобразователя, предложенная в [5; 6], позволяет сочетать достоинства преобразователей с ШИМ в части хороших регулировочных характеристик, и резонансных преобразователей в части обеспечения высокого КПД. Новая стратегия коммутации состоит в том, что каждой из пар транзисторов $VT_1 - VT_2$ и $VT_3 - VT_4$ формируется задержка включения транзистора относительно момента включения транзистора пары на величину $t_{\text{зад}}$. Эта задержка включения транзистора пары внешне похожа на «мёртвое» время, необходимое для устранения сквозных токов в аналогичных транзисторных стойках инверторов [9], однако её назначение иное. После выключения одного из транзисторов пары начинается колебательный процесс в LC-контуре, образованном индуктивностью дросселя L и паразитными емкостями C_{oss} силовых транзисторов. По истечении времени $t_{\text{зад}}$ происходит разряд паразитной емкости C_{oss} выключенного транзистора, смена знака напряжения на этом транзисторе и отпирание технологического диода транзистора. При этом напряжение на транзисторе равно напряжению на открытом технологическом диоде и не превышает один вольт. При этом напряжении и происходит включение транзистора без динамических потерь в режиме «мягкой коммутации». Выключение транзистора при напряжении близком к нулю в режиме «мягкой коммутации» обеспечивается разряженной паразитной емкостью C_{oss} включенного транзистора [10]. Обеспечение режимов «мягкой коммутации» транзисторов позволяет снизить уровень электромагнитных помех, генерируемых РИП, и повысить надёжность за счёт снижения тепловых нагрузок на транзисторы.

Требуемое качество напряжения на выходе РИП, а именно малая длительность переходных процессов и астатизм выходного напряжения, обеспечивается за счёт синтеза широтно-импульсного закона управления силовыми транзисторами РИП с использованием разработанного метода приведения системы с ШИМ к системе с АИМ [11]. Этот метод позволяет применить полиномиальные уравнения синтеза и обеспечить в РИП минимально возможную длительность переходных процессов и астатизм выходного напряжения [12; 13].

На рис. 2 и 3 приведены временные диаграммы тока i_L дросселя L РИП и сигналов управления $U_{y.VT1} - U_{y.VT4}$ транзисторами $VT_1 - VT_4$, соответственно. Различие рисунков в том, что на рис. 2 показаны временные диаграммы при работе РИП в режиме передачи большой мощности, а на рис. 3 – в режиме передачи малой мощности. При работе РИП момент времени t_1 изменяется по синтезированному закону ШИМ, момент времени t_2 вычисляется по математическим выражениям, а момент времени t_3 задаётся компаратором, который срабатывает в момент равенства тока i_L дросселя L значению $-I_0$ обратного тока дросселя L . Этот обратный ток I_0 дросселя имеет отрицательное значение и замыкается через открытые транзисторы VT_2 и VT_4 на интервале времени $t_3 - T$. Этот ток дросселя L обратного направления несколько снижает КПД РИП из-за статических потерь в транзисторах и самом дросселе, но он позволяет обеспечить процесс перезаряда паразитных емкостей C_{oss} транзисторов и исключить динамические потери. Величина этого тока определяется условием [5; 6]:

$$|I_0| \geq \max(U_{1.\text{max}}, U_{2.\text{max}}) \sqrt{C_{\text{oss}}/L}, \quad (1)$$

где $U_{1.\text{max}}$ и $U_{2.\text{max}}$ – соответственно максимально возможные значения напряжений на стороне 1 и стороне 2 ЗРУ, а L – индуктивность дросселя L .

Для проверки синтезированного закона управления разработана имитационная модель РИП. В модели РИП момент времени t_1 изменяется согласно синтезированному закону ШИМ, момент времени t_2 вычисляются по математическим выражениям с использованием графо-аналитического способа решения уравнений, а момент времени t_3 задаётся компаратором, который срабатывает в момент равенства тока i_L дросселя L значению $-I_0$ обратного тока дросселя L .

Временные диаграммы, иллюстрирующие переходные процессы в РИП, полученные при компьютерном моделировании, приведены на рис. 4. Частота преобразования в РИП выбрана равной 50 кГц, ёмкость конденсатора выходного фильтра равна 500 мкФ, а его внутреннее активное сопротивление равно 0,006 Ом. Напряжение на АБ (сторона 1) принято равным 65 В,

а на выходе ИПН (сторона 2) – 100 В. На временных диаграммах (сверху вниз) показаны напряжение $U_{\text{ВЫХ}}$ на выходе ИПН, ток i_L дросселя ИПН и ток i_H нагрузки.

Из анализа временных диаграмм следует, что новый установившийся режим наступает через 100 мкс и отсутствует статическая ошибка стабилизации напряжения.

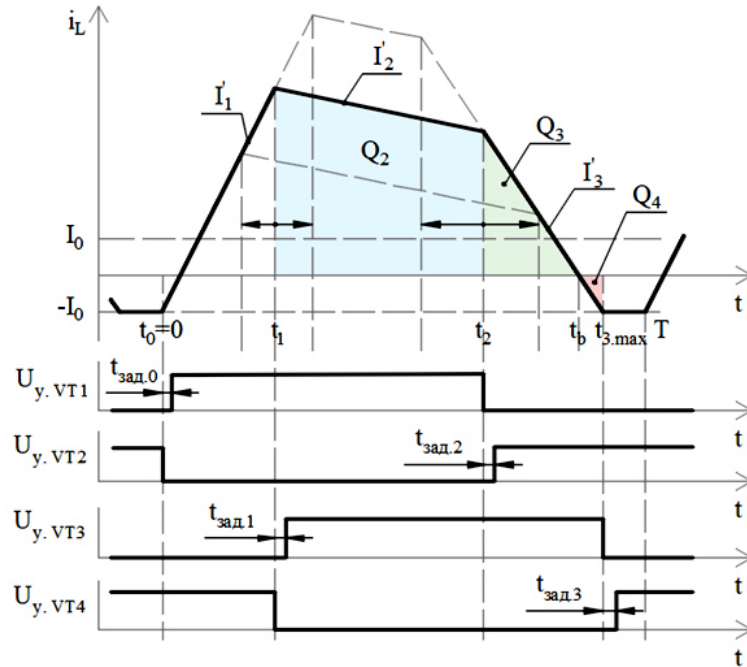


Рис. 2. Временные диаграммы тока i_L дросселя РИП и сигналов управления транзисторами в режиме передачи большой мощности

Fig. 2. Timing diagrams of the inductor current i_L of the RPC and control signals for the transistors in high power transfer mode

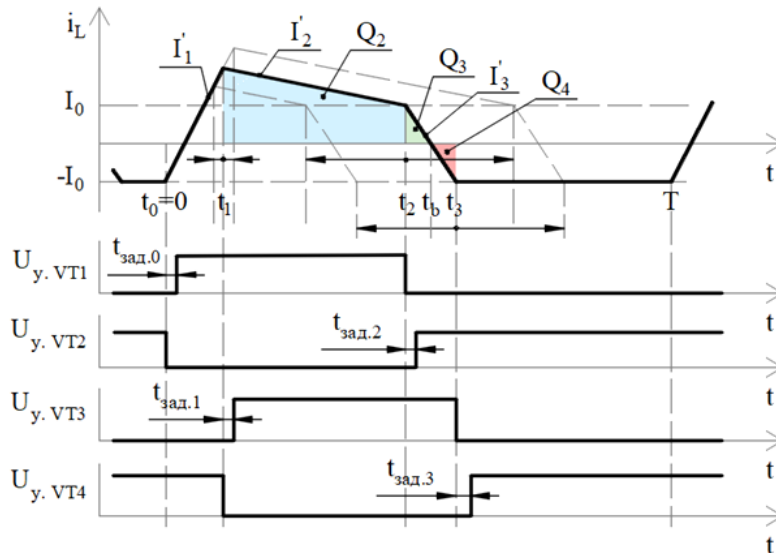


Рис. 3. Временные диаграммы тока i_L дросселя РИП и сигналов управления транзисторами в режиме передачи малой мощности

Fig. 3. Timing diagrams of the inductor current i_L of the RPC and control signals for the transistors in low power transfer mode

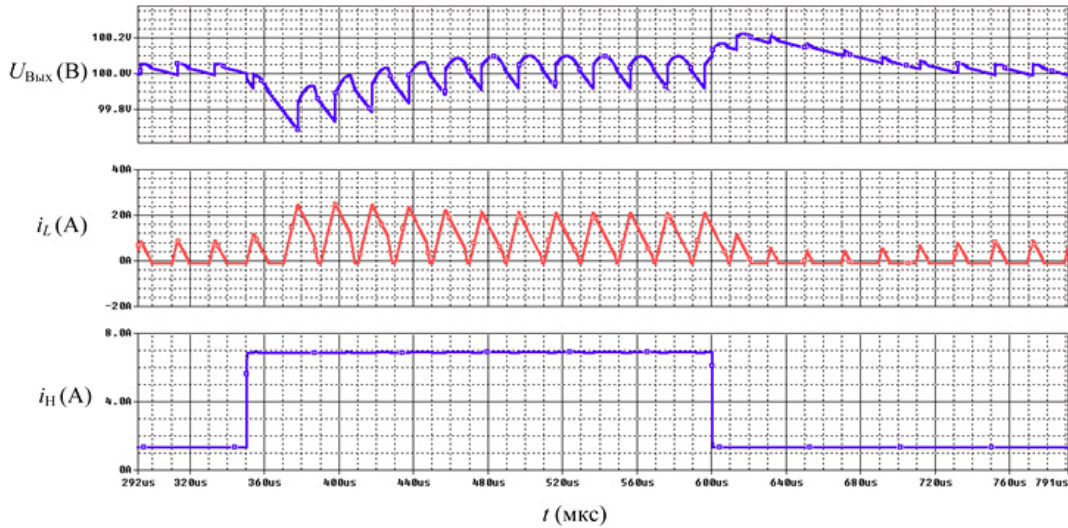
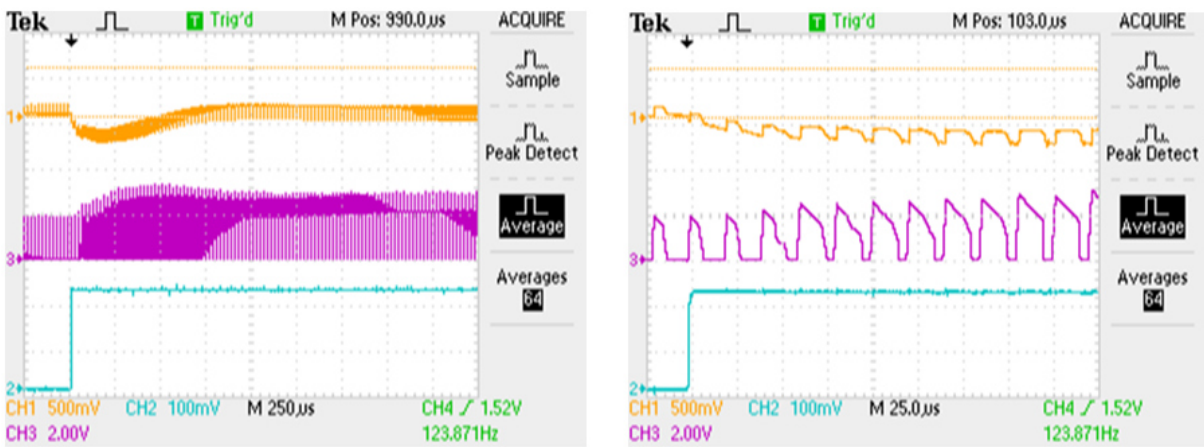


Рис. 4. Временные диаграммы, иллюстрирующие переходные процессы в РИП

Fig. 4. Timing diagrams illustrating the transient processes in the RPC

Для проверки возможности практической реализации рассматриваемого РИП изготовлен его физический макет с управлением от микроконтроллера. Силовая часть макета РИП выполнена в соответствии со схемой, приведённой на рис. 1, и имеет следующие параметры: индуктивность дросселя $L = 8$ мкГн, ёмкость выходного конденсатора $C = 1000$ мкФ, период преобразования $T = 20$ мкс. Напряжение на выходе РИП $U_{\text{ВЫХ}} = 50$ В, а на входе – $U_{\text{ВХ}} = 45$ В. В макете РИП микроконтроллер на каждом периоде преобразования производит вычисление момента времени t_1 (изменяется согласно синтезированному закону ШИМ) и момента времени t_2 (вычисляются по математическим выражениям с использованием уравнений, описывающих траекторию изменения тока дросселя L [14]). Момент времени t_3 задаётся компаратором, который срабатывает в момент равенства тока i_L дросселя L значению $-I_0$ обратного тока дросселя L . Осциллограммы, иллюстрирующие работу макета РИП, приведены на рис. 5. На осциллограммах (сверху вниз) показаны напряжение $U_{\text{ВЫХ}}$ на выходе ИПН (масштаб – 500 мВ/дел.), ток i_L дросселя РИП (масштаб – 10 А/дел.) и ток i_H нагрузки (2 А/дел.) при ступенчатом увеличении тока нагрузки. На рис. 5, а выбран масштаб по оси времени 250 мкс/дел., а на рис. 5, б – 25 мкс/дел.



а

б

Рис. 5. Осциллограммы, иллюстрирующие работу макета РИП

Fig. 5. Oscillograms illustrating the operation of the RPC prototype

Сравнение результатов моделирования переходных процессов в модели РИП, приведённых на рис. 4, и результатов экспериментальных исследований переходных процессов в макете РИП показало, что в обоих случаях обеспечивается астатизм выходного напряжения РИП. Однако длительность переходного процесса от момента возмущения до момента перехода к установившемуся режиму в макете РИП существенно выше. Это объясняется тем, что для выполнения вычислительных процедур в макете РИП отводится интервал времени от момента времени $t_{3,\max}$ до момента времени T (см. рис. 2). Этот интервал времени, при выбранных периоде преобразования $T = 20$ мкс и $t_{3,\max} = 0,9 T$, равен 2 мкс. По причине малой длительности этого временного интервала пришлось упростить математические выражения, согласно которым производится вычисление моментов времени t_1 и t_2 . Это и привело к увеличению длительности переходного процесса и амплитуды отклонения выходного напряжения РИП.

В связи с чем актуальным можно считать поиск решения, позволяющего за малые интервалы времени определять точные значения моментов времени t_1 и t_2 , в соответствии с которыми и производить переключения транзисторов [15]. В качестве варианта решения этой задачи можно рассмотреть предварительное вычисление моментов времени $t_1 - t_3$, при которых на выход РИП передаётся некоторая величина мощности P , усреднённая за период преобразования T . При этом должна быть получена система таблиц, в которых величина P изменяется с некоторым шагом и для каждого её значения в таблице приведены моменты времени $t_1 - t_3$. Кроме пошагового изменения величины мощности P , в таблицах должно производиться пошаговое изменение напряжения на АБ, т. е. на стороне 1 РИП. Пошаговое изменение напряжения на АБ должно охватывать весь допустимый диапазон изменения напряжения АБ. Расчёт значений моментов времени t_1 , t_2 , и t_3 производится для параметров силовой цепи РИП, а именно индуктивности L дросселя L , периода преобразования T и принятой величины $-I_0$ обратного тока дросселя L . Такая система табличных данных отражает процессы в РИП и по сути является цифровым двойником РИП. Поскольку этот цифровой двойник (ЦД) планируется занести в память микроконтроллера, управляющего РИП, то он подпадает под определение агрегируемого цифрового двойника.

Ниже рассмотрена методика получения цифрового двойника РИП и приведён пример ЦД.

Временные диаграммы тока i_L дросселя РИП и сигналов управления его транзисторами в режимах, когда через РИП передаётся большая и малая мощности, приведены на рис. 2 и рис. 3 соответственно. Скорости I'_1 , I'_2 и I'_3 изменения тока i_L дросселя РИП для временных интервалов $t_0 - t_1$, $t_1 - t_2$ и $t_2 - t_3$, производятся соответственно по выражениям [14]:

$$I'_1 = U_{L,1} / L = U_1 / L, \quad (2)$$

$$I'_2 = U_{L,2} = (U_1 - U_2) / L, \quad (3)$$

$$I'_3 = U_{L,3} / L = -U_2 / L, \quad (4)$$

где U_1 и U_2 – напряжение на сторонах 1 и 2 РИП соответственно, а L – индуктивность дросселя РИП. В [14] с использованием выражений (2)–(4), определены токи I_1 , I_2 и I_3 дросселя L в моменты времени t_1 , t_2 и t_3 соответственно:

$$I_1 = I'_1 t_1 = U_1 t_1 / L, \quad (5)$$

$$I_2 = I_1 + I'_2 (t_2 - t_1) = I_1 + (U_1 - U_2)(t_2 - t_1) / L, \quad (6)$$

$$I_3 = I_2 + I'_3 (t_3 - t_2) = I_2 - U_2 (t_3 - t_2) / L. \quad (7)$$

Момент времени t_2 , который обеспечивает достижение значения тока i_L дросселя равного току $-I_0$ в момент времени $t_{3,\max}$, определяется по выражению

$$t_2 = U_2 (t_{3,\max} - t_1) / U_1, \quad (8)$$

а момент времени t_b , в который ток i_L дросселя равен нулю определяется как

$$t_b = t_3 + I_0 / I_3 = t_3 + I_0 U_2 / L. \quad (9)$$

Передача энергии на сторону 2 происходит на интервале времени от t_1 до $t_{3,max}$. Площади фигур, обозначенные на рис. 2 как Q_2 и Q_3 , соответствуют заряду, передаваемому за период T на сторону 2, а площадь фигуры, обозначенной на рис. 2 как Q_4 , соответствуют заряду, отбираемому за период T со стороны 2. Заряды Q_2 , Q_3 и Q_4 , полученные с использованием выражений (5)–(9), определяются как

$$Q_2 = (I_1 + I_2)(t_2 - t_1) / 2, \quad (10)$$

$$Q_3 = (t_b - t_2)I_2 / 2, \quad (11)$$

$$Q_4 = (t_3 - t_b)I_0 / 2. \quad (12)$$

Суммарный заряд, передаваемый РИП на сторону 2 за период T , определяется как

$$Q_{пер.2} = Q_2 + Q_3 - Q_4. \quad (13)$$

Энергия, передаваемая РИП за период T на сторону 2 определяется выражением

$$W_T = Q_{пер.2} U_2, \quad (14)$$

а мощность на стороне 2 РИП определяется как

$$P_2 = W_T / T. \quad (15)$$

В режиме передачи малой мощности (см. рис. 3) момент времени t_2 зависит от момента времени t_1 и соответствует моменту равенства тока I_2 току I_0 . В этом режиме ток дросселя изменяется в соответствие с временными диаграммами, приведенными на рис. 3, а, скорости нарастания и спада тока дросселя определяются выражениями (2), (3) и (4). Вычисляется этот момент по выражению:

$$t_2 = (2I_0 L - t_1 U_2) / (U_1 - U_2). \quad (16)$$

При этом регулирование мощности, передаваемой ЗРУ на заряд АБ, осуществляется только смещением момента времени t_1 переключения правой пары транзисторов.

В случае, когда ток дросселя изменяется в соответствие с временными диаграммами, приведенными на рис. 3, скорости нарастания и спада тока дросселя определяются выражениями (2) и (4) соответственно, а суммарный заряд $Q_{пер.2}$, передаваемый за период T на сторону 2, определяется аналогично, как и в режиме передачи большой мощности по формулам (10) – (13).

Для определения моментов t_1 , t_2 и t_3 , переключения транзисторов РИП, с использованием выражений (10)–(16) был разработан алгоритм, блок-схемы которого представлены на рис. 6, 7.

Вычислительный процесс с использованием данного алгоритма происходит следующим образом: в блоке 1 вводятся исходные данные T , U_1 , U_2 , I_0 , t_1 , L , $U_{шар}$. Далее проверяется условие, что напряжение на стороне 1, меньше напряжения на стороне 2. Если оно истинно, то программа переходит к блоку 2, где однократно вызывается подпрограмма расчёта выходных параметров для режима передачи малой мощности. Подпрограмма состоит из двух блоков 10 и 11. В блоке 10 вычисляются моменты переключения транзисторов РИП, промежуточные и суммарный заряды, энергия и мощность, передаваемые на сторону 2. В блоке 11 полученные значения записываются в таблицу формата .csv. После выполнения блока 2 проверяется, что время переключения t_3 меньше максимального времени переключения $t_{3,max}$. Если это условие истинно, то циклически повторяется расчёт выходных параметров для режима передачи малой мощности с увеличением времени t_1 после каждой итерации цикла. Как только условие перестаёт выполняться, то в блоке 5 происходит возврат к исходному t_1 и задаётся максимальный модуль разности между моментами времени t_1 и t_2 . Далее программа циклически выполняет расчёт выходных параметров уже для режима передачи большой мощности (блоки 6, 7, 12, 13), также увеличивая t_1 после каждой итерации. Блоки 12, 13 аналогичны блокам 11, 12 за исключением

того, что момент времени переключения t_3 выбран фиксированным. Как только будет достигнут максимальный модуль разности между моментами времени t_1 и t_2 , считаем, что таблица цифрового двойника (ЦД) для текущего U_1 получена и в блоке 9 происходит увеличение напряжения на стороне 1 на заданный шаг, после которого алгоритм получения таблицы повторяется, но уже для нового U_1 .

В результате множественного запуска программы для различных значений напряжения U_1 на стороне 1 РИП, изменяемых с заданным шагом, получены значения моментов t_1 , t_2 и t_3 , переключения транзисторов РИП, соответствующие им величины заряда Q , передаваемого на сторону 2 РИП за период T и мощности P на стороне 2 РИП. Полученные значения моментов t_1 , t_2 и t_3 , заряда Q и мощности P сведены в набор таблиц, пример которых, фрагментарно для напряжения $U_2 = 100$ В на стороне 2 РИП периода преобразования $T = 20$ мкс и индуктивности дросселя $L = 20$ мкГн представлен на рис. 8. Полный набор таких таблиц отражает процессы преобразования энергии в РИП, и, по существу, является ЦД РИП. Этот ЦД может быть использован для целей моделирования и исследования процессов в РИП, но его основное предназначение – быть встроенным в контур обратной связи РИП с целью исключения расчётов моментов времени t_1 , t_2 и t_3 , в которые коммутируются транзисторы РИП. Такие ЦД называются агрегированными.

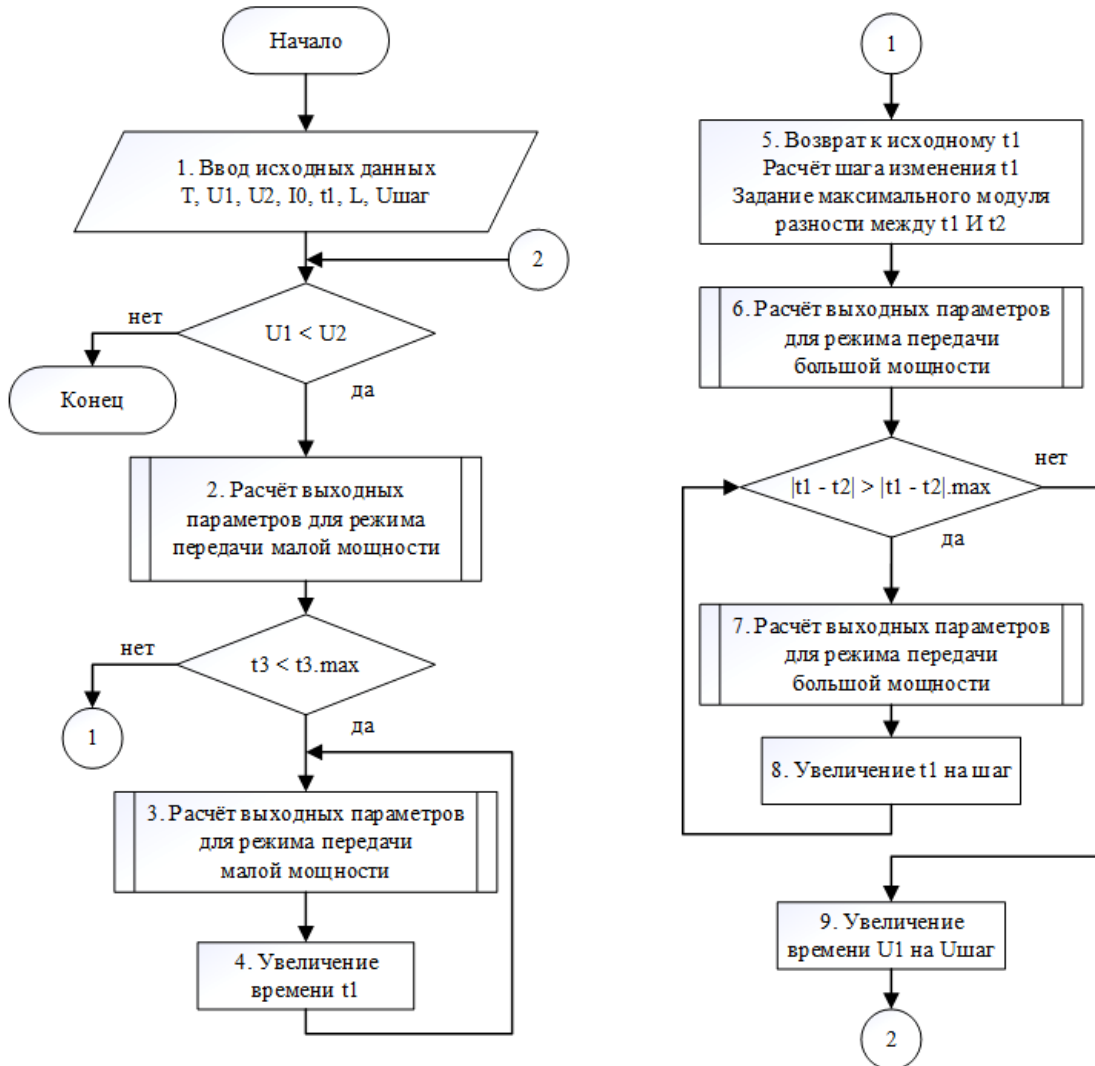


Рис. 6. Алгоритм получения таблиц для цифрового двойника

Fig. 6. Algorithm for generating tables for the digital twin

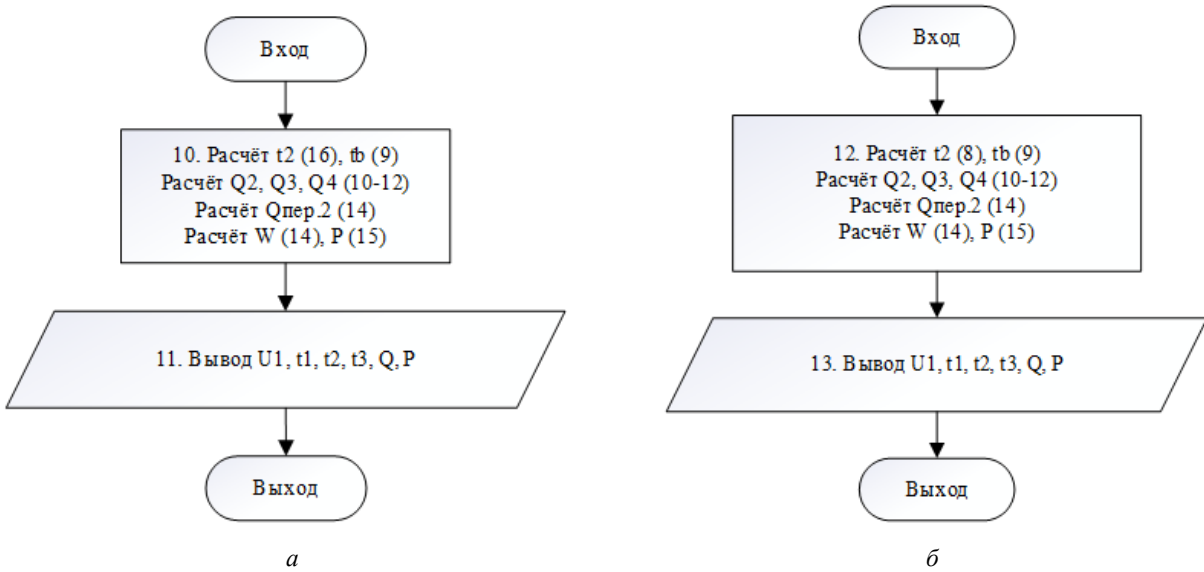


Рис. 7. Подпрограммы расчета данных при малой (а) и большой (б) передаваемой мощности

Fig. 7. Subroutines for data calculation at low (a) and high (b) transmitted power

Кроме моментов времени t_1, t_2, t_3 и соответствующих им передаваемым за период T на сторону 2 заряду Q и мощности P на стороне 2, в первой таблице приведены длительности задержек $t_{зад.}$ включения соответствующих транзисторов пары в окрестности моментов времени t_1, t_2 и t_3 . Расчёты проведены для параметров транзисторов *IRFB4227* по методике, изложенной в [10].

№ п/п	U_1, B	$t_1, мкс$	$t_2, мкс$	$t_3, мкс$	$t_{зад.0}, мкс$	$t_{зад.1}, мкс$	$t_{зад.2}, мкс$	$t_{зад.3}, мкс$	$Q, мкКл$	$P, Вт$
1	75	1,00	2,40	2,80	0,21	0,18	0,21	0,21	2,63	13,13
2	75	1,11	2,85	3,25	0,21	0,18	0,21	0,21	3,63	18,15
3	75	1,21	3,25	3,65	0,21	0,18	0,21	0,21	4,64	23,19
...	5,64	28,21
...
1	66	1,00	1,76	2,16	0,21	0,18	0,21	0,21	1,26	6,31
2	66	1,20	2,34	2,74	0,21	0,18	0,21	0,21	2,27	11,33
...	16,35	...
...	21,36	...
1	65	1,00	1,71	2,11	0,21	0,18	0,21	0,21	1,16	5,80
2	65	1,21	2,31	2,71	0,21	0,18	0,21	0,21	2,17	10,83
3	65	1,38	2,79	3,19	0,21	0,18	0,21	0,21	3,17	15,86
4	65	1,52	3,21	3,61	0,21	0,18	0,21	0,21	4,17	20,86
...	405,49	...
...
78	65	5,43	14,38	14,78	0,21	0,11	0,15	0,21	78,96	394,79
79	65	5,47	14,47	14,87	0,21	0,11	0,14	0,21	79,98	399,91
80	65	5,50	14,57	14,97	0,21	0,11	0,14	0,21	81,01	405,07
...
...	780,50	...
147	65	8,09	15,25	18,00	0,21	0,09	0,10	0,21	152,35	761,76
148	65	8,14	15,18	18,00	0,21	0,08	0,10	0,21	152,86	764,29
149	65	8,19	15,10	18,00	0,21	0,08	0,10	0,21	153,33	766,63
150	65	8,24	15,02	18,00	0,21	0,08	0,09	0,21	153,75	768,77

Рис. 8. Набор таблиц цифрового двойника РИП (фрагментарно)

Fig. 8. Set of tables for the digital twin of the RPC (fragmentary)

Заключение

Приведены результаты исследований работы реверсивного импульсного преобразователя энергии, перспективного для применения в качестве зарядо-разрядного устройства систем электропитания космических аппаратов. С использованием моделирования процессов на ЦВМ

и с использованием физического макета РИП подтверждена работоспособность РИП и достижение высокого качества стабилизируемого напряжения на выходе РИП.

При этом выявлено, что у физического макета РИП, в сравнении с моделью РИП, наблюдается большая длительность переходных процессов при стабилизации выходного напряжения. Это объясняется большим объемом вычислений на части периода преобразования и недостаточным быстродействием управляющего микроконтроллера.

Предложено решение проблемы недостаточного быстродействия управляющего микроконтроллера путём предварительных вычислений моментов переключения транзисторов РИП для возможных режимов работы и сохранения результатов вычислений в виде системы таблиц, являющихся цифровым двойником РИП с позиций управления и передачи энергии.

Приведены алгоритм вычисления моментов переключения транзисторов и пример полученной системы таблиц.

Библиографические ссылки

1. Patel Mukund R. *Spacecraft Power Systems*. 2005, CRC Press Publ., 691 p.
2. Системы электропитания космических аппаратов / Б. П. Соустин, В. И. Иванчура, А. И. Чернышев, Ш. Н. Исляев. Новосибирск : Наука ; Сиб. издат. фирма, 1994. 318 с.
3. Краснобаев Ю. В., Кудряшов В. С., Чубарь А. В. Сравнительный анализ топологий систем электропитания космических аппаратов // Информатика и системы управления : межвуз. сб. науч. тр. / отв. ред. С. В. Ченцов. Красноярск : ГУ НИИ ИПУ, 2002. Вып. 8. С. 34–41.
4. Козлов Р. В. Оптимизация энергомассовых характеристик системы электропитания геостационарного космического аппарата : дис. ... канд. техн. наук: 05.09.03 / Козлов Роман Викторович. Томск, 2021. 183 с.
5. Waffler S., Kolar J. W. A novel low-loss modulation strategy for high-power bidirectional buck + boost converters // *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2009. Vol. 24, No. 6. P. 1589–1599.
6. Waffler S., Kolar J. W. Efficiency Optimization of an Automotive Multi-Phase Bi-directional DC-DC Converter // Wuhan (China): Proceedings of the 6th IEEE International Power Electronics and Motion Control Conference. 2009. P. 566–572.
7. Краснобаев Ю. В. Перспективы развития зарядно-разрядных устройств систем электропитания космических аппаратов // Сибирский аэрокосмический журнал. 2024. Т. 25, № 1. С. 115–125. DOI: 10.31772/2712-8970-2024-25-1-115-125.
8. Применение реверсивного повышающе-понижающего импульсного преобразователя в качестве зарядно-разрядного устройства в автономной системе электропитания / Ю. В. Краснобаев, О. В. Непомнящий, И. Е. Сазонов и др. // *Радиотехника*. 2023. Т. 87, № 8. С. 155–162. DOI: 10.18127/j00338486-202308-22.
9. Мелешин В. И. Транзисторная преобразовательная техника. М. : Техносфера, 2005. 632 с.
10. Метод снижения потерь энергии в импульсном преобразователе напряжения / О. В. Непомнящий, Ю. В. Краснобаев, И. Е. Сазонов, А. П. Яблонский // Доклады Томского гос. ун-та систем упр-я и радиоэл-и. 2022. Т. 25, № 2. С. 82–90. DOI: 10.21293/1818-0442-2022-25-2-82-90.
11. Краснобаев Ю. В. Методология синтеза законов и структур устройств управления конверторами // *Изв. вузов. Сер. Приборостроение*. 2004. Т. 47, № 4. С. 39–48.
12. Патент № 2764783 С1 Российская Федерация, МПК H02M 7/53862. Способ управления импульсным стабилизатором напряжения / О. В. Непомнящий, Ю. В. Краснобаев, А. П. Яблонский, И. Е. Сазонов ; заявитель и патентообладатель СФУ. № 2021118448 ; заявл. 23.06.2021 ; опубл. 21.01.2022, Бюл. № 3.
13. Патент № 2813604 С1 Российская Федерация, МПК H02J 7/34. Способ управления зарядным устройством с импульсным принципом действия / Ю. В. Краснобаев, О. В. Непомнящий, И. Е. Сазонов, А. П. Яблонский ; заявитель и патентообладатель СФУ. № 2023229522 ; заявл. 24.07.2023 ; опубл. 13.02.2024, Бюл. № 5.

14. Краснобаев Ю. В., Захаров В. В., Карнаухов М. А. Анализ электромагнитных процессов в повышающе-понижающем преобразователе с возможностью реверса потока энергии и повышенным коэффициентом полезного действия // Вестник СибГАУ. 2014. Т. 455, № 3. С. 100–107.

15. Краснобаев Ю. В., Сазонов И. Е., Яблонский А. П. Интеллектуальный способ управления высокоэффективным зарядо-разрядным устройством автономного объекта // Решетневские чтения : материалы 27 Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. памяти генерал. конструктор. ракет.-космич. систем акад. М. Ф. Решетнёва (08–10 ноября 2023, г. Красноярск) / СибГУ им. М. Ф. Решетнева. Красноярск, 2023. Ч. 2. С. 165–167.

References

1. Patel Mukund R. *Spacecraft Power Systems*. 2005, CRC Press Publ., 691 p.
2. Soustin B. P., Ivanchura V. I., Chernyshev A. I., Islyayev Sh. N. *Sistemy elektropitaniya kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft Power Systems]. Novosibirsk, Nauka, Sibirskaya izdatel'skaya firma Publ., 1994, 318 p.
3. Krasnobaev Yu. V., Kudryashov V. S., Chubar A. V. [Comparative analysis of spacecraft power system topologies]. *Informatika i sistemy upravleniya. Mezhvuz. sb. nauch. Trudov* [Informatics and Control Systems. Interuniversity collection of scientific papers]. Krasnoyarsk, 2002, Iss. 8, P. 34–41 (In Russ.).
4. Kozlov R. V. *Optimizatsiya energomassovykh kharakteristik sistemy elektropitaniya geostatsionarnogo kosmicheskogo apparata. Kand. Diss.* [Optimization of the energy-mass characteristics of the power supply system of a geostationary spacecraft. Cand. diss.]. Tomsk, 2021, 183 p.
5. Waffler S., Kolar J. W. A novel low-loss modulation strategy for high-power bidirectional buck + boost converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*. 2009, Vol. 24, No. 6, P. 1589–1599.
6. Waffler S., Kolar J. W. Efficiency Optimization of an Automotive Multi-Phase Bi-directional DC-DC Converter. *Proceedings of the 6th IEEE International Power Electronics and Motion Control Conference*. Wuhan, China, 2009, P. 566–572.
7. Krasnobaev Yu. V. [Prospects for the development of charge-discharge devices for spacecraft power systems]. *Siberian Aerospace Journal*. 2024, Vol. 25, No. 1, P. 115–125 (In Russ.). DOI: 10.31772/2712-8970-2024-25-1-115-125.
8. Application of a reversible buck-boost switching converter as a charge-discharge device in an autonomous power supply system. *Radiotekhnika*. 2023, Vol. 87, No. 8, P. 155–162. DOI: 10.18127/j00338486-202308-22.
9. Meleshin V. I. *Tranzistornaya preobrazovatel'naya tekhnika* [Transistor Converter Technology]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2005, 632 p.
10. Nepomnyashchiy O. V., Krasnobaev Yu. V., Sazonov I. E., Yablonskiy A. P. [A method for reducing energy losses in a switching voltage converter]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki*. 2022, Vol. 25, No. 2, P. 82–90 (In Russ.). DOI: 10.21293/1818-0442-2022-25-2-82-90.
11. Krasnobaev Yu. V. [Methodology for synthesizing laws and structures of converter control devices]. *Izvestiya vuzov. Seriya Priborostroenie*. 2004, Vol. 47, No. 4, P. 39–48 (In Russ.).
12. Nepomnyashchiy O. V., Krasnobaev Yu. V., Yablonskiy A. P., Sazonov I. E. *Sposob upravleniya impul'snym stabilizatorom napryazheniya* [Method for controlling a switching voltage regulator]. Patent RF No. 2764783 C1, 2022.
13. Krasnobaev Yu. V., Nepomnyashchiy O. V., Sazonov I. E., Yablonskiy A. P. *Sposob upravleniya zaryadnym ustroystvom s impul'snym printsipom deystviya* [Method for controlling a pulse-based charging device]. Patent RF, No. 2813604 C1, 2024.
14. Krasnobaev Yu. V., Zakharov V. V., Karnaukhov M. A. [Analysis of electromagnetic processes in a step-up-step-down converter with the possibility of reversing the energy flow and increased efficiency]. *Vestnik SibGAU*. 2014, Vol. 455, No. 3, P. 100–107 (In Russ.).

15. Krasnobaev Yu. V., Sazonov I. E., Yablonskiy A. P. [Intelligent control method for a highly efficient charge-discharge device of an autonomous object]. *Reshetnevskiyе chteniya. Materialy 27 Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, posvyashchennoy pamyati general'nogo konstruktora raketno-kosmicheskikh sistem akademika M. F. Reshetneva* [Reshetnev readings. Proc. 27th Int. Sci.-Pract. Conf. Dedicated to the Memory of Academician M. F. Reshetnev, General Designer of Rocket and Space Systems]. Krasnoyarsk, 08–10 November 2023, Part 2, P. 165–167 (In Russ.).

© Краснобаев Ю. В., Голубев Е. А., Коршун К. В., Яблонский А. П., 2025

Краснобаев Юрий Вадимович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры систем автоматизации, автоматического управления и проектирования; Сибирский федеральный университет. E-mail: uvkras@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-0265-7714>.

Голубев Евгений Александрович – студент; Сибирский федеральный университет. E-mail: evgeniy_golubev@internet.ru. <https://orcid.org/0009-0007-9073-1139>.

Коршун Кирилл Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной техники; Сибирский федеральный университет. E-mail: kkorshun@sfu-kras.ru. <https://orcid.org/0009-0003-9835-6653>.

Яблонский Алексей Павлович – старший преподаватель кафедры вычислительной техники; Сибирский федеральный университет. E-mail: ayablonskiy@sfu-kras.ru. <https://orcid.org/0009-0008-2986-8651>.

Krasnobaev Yuri Vadimovich – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Automatic, of Automatic control and engineering; Siberian Federal University. E-mail: uvkras@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-0265-7714>.

Golubev Evgeny Alexandrovich – student; Siberian Federal University. E-mail: evgeniy_golubev@internet.ru. <https://orcid.org/0009-0007-9073-1139>.

Korshun Kirill Viktorovich – Dr. Sc, Associate professor; Siberian Federal University. E-mail: kkorshun@sfu-kras.ru. <https://orcid.org/0009-0003-9835-6653>.

Yablonsky Alexey Pavlovich – Senior Lecturer at the Department of Computer Science; Siberian Federal University. E-mail: ayablonskiy@sfu-kras.ru. <https://orcid.org/0009-0008-2986-8651>.

Статья поступила в редакцию 14.03.2025; принята к публикации 14.05.2025; опубликована 30.06.2025

The article was submitted 14.03.2025; accepted for publication 14.05.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 62-135

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-252-263

Для цитирования: Репецкий О. В., Нгуен В. М. Исследование влияния расстройки параметров на прочностные характеристики элементов турбомашин // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 252–263. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-252-263.

For citation: Repetskii O. V., Nguyen V. M. [Investigation of the effect of parameter mistuning on the strength characteristics of turbine elements]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 252–263. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-252-263.

Исследование влияния расстройки параметров на прочностные характеристики элементов турбомашин

О. В. Репецкий, В. М. Нгуен*

Иркутский государственный аграрный университет имени А. А. Ежевского
Российская Федерация, 664038, Иркутская обл., Иркутский р-н, п. Молодежный, зд. 1/1

*E-mail: manzhucov@gmail.com

Аннотация. Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения надежности и долговечности паровых турбин, широко используемых в энергетической отрасли. Одним из критических факторов, влияющих на эксплуатационные характеристики турбин, является возникновение и развитие трещин в рабочих лопатках, что может привести к их разрушению и аварийным ситуациям. Дефекты такого рода способны значительно изменить динамические характеристики конструкции, снижая ее ресурс и увеличивая вероятность выхода из строя. Поэтому анализ влияния трещин на вибрационные параметры и прочность лопаток является важной задачей для прогнозирования их надежности и разработки методов диагностики.

В данной статье исследуется влияние трещины на динамические и прочностные характеристики рабочих лопаток паровых турбин. Для исследования выбрано модельное рабочее колесо паровой турбины. Для анализа использовалась конечно-элементная модель в среде ANSYS Workbench. Исследованы собственные частоты и формы колебаний лопаток при различных угловых скоростях вращения, а также влияние трещины различной длины на динамические характеристики конструкции. Результаты анализа показывают, что наличие дефекта приводит к снижению собственных частот колебаний, особенно для низкочастотных форм изгибных колебаний. Кроме того, изучено влияние роста трещины на долговечность лопаток и всего рабочего колеса. Установлено, что увеличение длины трещины значительно сокращает ресурс лопаток, а долговечность рабочего колеса в целом снижается более медленно за счёт взаимодействия лопаток между собой. Полученные результаты могут быть использованы при разработке методик диагностики и прогнозирования ресурса турбомашин, а также для оптимизации их конструкции с целью повышения эксплуатационной надежности.

Ключевые слова: долговечность, рабочие лопатки, турбомашинны, трещина, частота собственных колебаний, расстройка параметров.

Investigation of the effect of parameter mistuning on the strength characteristics of turbine elements

O. V. Repetskii, V. M. Nguyen*

Irkutsk State Agrarian University named after A. A. Ezhevsky
1/1, Molodezhny settlement, Irkutsk region, 664038, Russian Federation

*E-mail: manzhucov@gmail.com

Abstract. The relevance of the study is due to the need to improve the reliability and durability of steam turbines, which are widely used in the energy industry. One of the critical factors affecting the performance of turbines is the occurrence and development of cracks in the blades, which can lead to their destruction and emergency situations. This type of defects can significantly change the dynamic characteristics of a structure, reducing its life and increasing the likelihood of failure. Therefore, analyzing the effect of cracks on the vibration parameters and strength of blades is an important task for predicting their reliability and developing diagnostic methods.

This article examines the effect of cracks on the dynamic and strength characteristics of steam turbine blades. The object of the study is a working wheel made of 304 stainless steel. The finite element model in the ANSYS Workbench environment was used for the analysis. The natural frequencies and vibration mode of the blades at different angular speeds of rotation, as well as the effect of cracks of various lengths on the dynamic characteristics of the structure, are investigated. The analysis results show that the presence of a defect leads to a decrease in natural oscillation frequencies, especially for low-frequency forms of bending vibrations. In addition, the effect of crack growth on the durability of the blades and the entire working wheel has been studied. It has been found that increasing the crack length significantly reduces the life of the blades, and the durability of the working wheel decreases more slowly due to the interaction of the blades with each other. The obtained results can be used in the development of methods for diagnosing and predicting the life of turbomachines, as well as to optimize their design in order to increase operational reliability.

Keywords: durability, working blades, turbomachines, crack, natural frequency, mistuning parameters.

Введение

Паровые турбины являются ключевыми элементами энергетических установок, обеспечивающими преобразование тепловой энергии в механическую. Высокая эффективность и надежность работы турбомашин напрямую зависят от состояния их конструктивных элементов, в частности рабочих лопаток. В процессе эксплуатации лопатки подвергаются значительным механическим нагрузкам, а также воздействию высоких температур и циклических напряжений, что может приводить к их повреждениям. Одним из наиболее распространенных видов повреждений рабочих лопаток является образование трещин, возникающих под воздействием усталостных нагрузок, эрозии и других эксплуатационных факторов. Развитие таких дефектов может существенно изменить динамические характеристики конструкции, приводя к изменению собственных частот и форм колебаний, а также к увеличению вероятности аварийных ситуаций. Поэтому исследование влияния трещин и других повреждений на прочностные и вибрационные свойства лопаток является важной задачей для повышения эксплуатационной надежности турбомашин [1; 2].

Проблема долговечности и надежности рабочих лопаток актуальна не только для традиционной энергетики, но и для ракетно-космической отрасли. Газотурбинные и ракетные двигатели, работающие в экстремальных условиях высоких температур и нагрузок, также подвержены развитию усталостных трещин в критических элементах конструкции. Анализ динамических характеристик лопаток позволяет разработать более надежные методы прогнозирования повреждений, что особенно важно для авиационных и космических двигателей, где внезапный отказ элементов турбомашин может привести к катастрофическим последствиям [3; 4].

Современные методы диагностики и прогнозирования ресурса рабочих лопаток основаны на численных методах анализа, среди которых метод конечных элементов (МКЭ) занимает одно из ведущих мест. С его помощью можно детально изучить напряженно-деформированное состояние (НДС) конструкции, выявить критические зоны и прогнозировать влияние дефектов на динамическое поведение лопаток и их ресурс [5; 6].

В данной работе проведено исследование влияния трещин различной длины на динамические и прочностные характеристики рабочих лопаток паровых турбин. Для анализа использовалось конечно-элементное моделирование в среде ANSYS Workbench, позволяющее оценить влияние дефектов на частотные характеристики и долговечность конструкции. Результаты

данного исследования могут быть использованы при разработке методик диагностики повреждений и прогнозирования ресурса турбомашин, что способствует повышению их эксплуатационной надежности, продлению ресурса и снижению рисков аварийных отказов как в энергетической, так и в ракетно-космической технике [7–9].

Постановка задачи

Объектом исследования настоящей работы является лопатка рабочего колеса паровой турбины. Рабочее колесо изготовлено из нержавеющей стали со следующими механическими характеристиками: модуль Юнга – $1,93 \cdot 10^5$ МПа; плотность – 7900 кг/м^3 ; коэффициент Пуассона – $0,25$; прочность на растяжение – 600 МПа, предел текучести – 310 МПа, твердость – 170 НВ . В качестве конечно-элементной модели данной работы применяется конечный элемент TET10 коммерческой программы ANSYS WORKBENCH с 3-я степенями свободы в узле и общим количеством конечных элементов – 117888 и 176499 узловыми точками. Количество степеней свободы составляет 529497 . Трёхмерная модель рабочего колеса и КЭМ сектора представлены на рис. 1 [10].

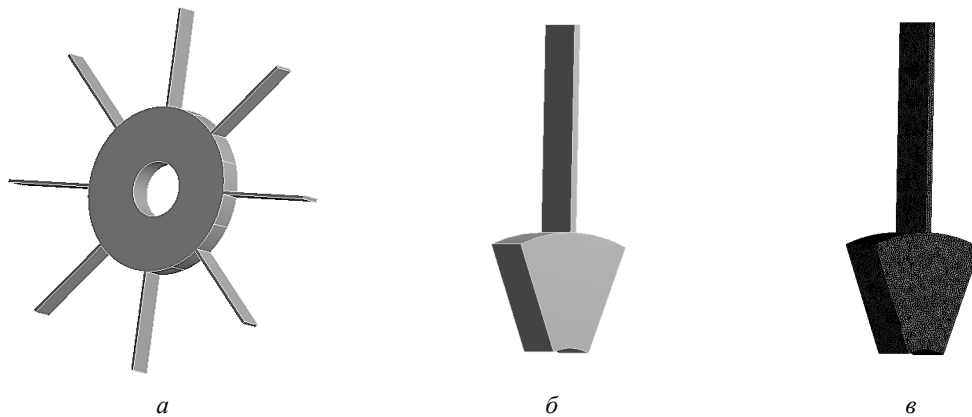


Рис. 1. Рабочее колесо модели паровой турбины с 8-ю лопатками:
а – общий вид; б – вид одного сектора; в – конечно-элементная модель сектора

Fig. 1. The working wheel of a steam turbine model with 8 blades:
а – general view; б – view of one sector; в – finite element model of the sector

При изучении характеристик свободных колебаний колеса предполагается, что колесо имеет неподвижную опору в центре для исключения осевых перемещений при моделировании. В ходе исследования динамических и ресурсных характеристик установлено, что на рабочие лопатки влияют центробежные и аэродинамические силы, возникающие вследствие вращения и давления газа. Частота вращения составляет $314,159 \text{ рад/с}$, а угловая скорость приложена в осевом направлении вдоль ступицы. На поверхности лопаток действует синусоидальная нагрузка, обусловленная давлением газа [11]:

$$P = P_0 + P_a \cos(\Omega t), \quad (1)$$

где $P_0 = P_a = 0,05$ (МПа); $\Omega = 314,159 \text{ рад/с}$. Данная нагрузка $\{F_{\text{дин}}\}$ из уравнения (4) моделируется дополнительно и вносится в расчет по программе ANSYS.

Статическое НДС конструкции определяется по формуле [1]:

$$([K_E] + [K_G] + [K_R]) \cdot \{\delta\} = \{F_\Omega\} + \{F_T\} + \{F_G\}. \quad (2)$$

Собственные частоты и формы колебаний конструкции вычисляются из уравнения [1]

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + ([K_E] + [K_G] + [K_R])\{\delta\} = 0. \quad (3)$$

Динамический отклик конструкции можно получить из выражения [1]

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + ([K_E] + [K_G] + [K_R])\{\delta\} = \{F_{\text{дин}}\}, \quad (4)$$

где $[K_E]$ и $[M]$ – основные матрицы жесткости и масс конструкции; $[K_G]$ – матрица геометрической жесткости; $[K_R]$ – дополнительная матрица жесткости, возникающая в результате вращения; $\{F_{\Omega}\}, \{F_T\}, \{F_G\}$ – векторы, соответствующие силам от вращения, температуры и давления газа соответственно; $\{C\}$ – матрица демпфирования; $\{\ddot{\delta}\}$ – ускорение узловых точек; $\{\dot{\delta}\}$ – скорость узловых точек; $\{\delta\}$ – вектор перемещений; $\{F_{\text{дин}}\}$ – вектор возбуждающих сил.

Для решения системы матричных уравнений применяются следующие основные численные методы: метод исключения Гаусса (статическое НДС); метод Якоби (расчет собственных колебаний); метод суперпозиции мод (расчет вынужденных колебаний). Для задачи прогнозирования ресурса рабочих колес турбомашин разработанные алгоритмы были объединены на основе МКЭ [12–15]. Для суммирования повреждений используется «метод дождя», а линия усталости формируется на основе гипотезы Пальмгрен – Майнера [1].

Результаты моделирования

На первом этапе проведено исследование собственных частот и форм колебаний единичной лопатки рабочего колеса. Рис. 2 показывает формы колебаний лопатки рабочего колеса турбины. Представлены восемь различных форм: продольно-изгибные, поперечно-изгибные и крутильные. Продольно-изгибные колебания проявляются в формах 1, 3, 5 и 7, поперечно-изгибные – в формах 2 и 6, а крутильные – в формах 4 и 8. Эти формы колебаний являются важными для анализа динамических характеристик лопатки и оценки ее надежности в эксплуатационных условиях.

Исследование собственных частот колебаний рабочего колеса при различных угловых скоростях вращения позволяет выявить влияние вращения на динамическое поведение конструкции. Полученные результаты представлены в табл. 1. Анализ данных показывает, что изменение скорости вращения приводит к различным эффектам в зависимости от формы колебаний. Так, частоты 1, 3, 5 и 7 форм колебаний почти остаются неизменными при увеличении скорости вращения. Это свидетельствует о слабой зависимости продольно-изгибных колебаний от центробежных сил и гироскопических эффектов. Во 2 и 6 формах, характеризующихся поперечно-изгибными колебаниями, наблюдается снижение частоты. Это может быть обусловлено уменьшением жесткости конструкции при поперечном изгибе под действием центробежных сил.

В отличие от предыдущей группы, некоторые формы колебаний демонстрируют рост частот с увеличением скорости вращения. Например, частота 4 формы возрастает с 2585,7 (в состоянии покоя) до 4766,6 рад/с при скорости 1000 рад/с, а 8 формы – с 10216 до 11034 рад/с. Это свидетельствует о том, что центробежные силы существенно повышают эффективную жесткость конструкции при кручении.

Далее было исследовано влияние дефекта в виде трещины на собственные частоты колебаний лопатки рабочего колеса турбины. Местоположение и размеры трещины представлены на рис. 3. В ходе исследования рассмотрены три варианта с различной длиной трещины: вариант 1 с длиной трещины $b = 10\%$ a , вариант 2 с длиной трещины $b = 20\%$ a и вариант 3 с длиной трещины $b = 30\%$ a , где a – ширина лопатки. При этом ширина раскрытия трещины $c = 1$ мм остаётся неизменной. Трещина расположена на расстоянии 102 мм от центра вращения диска с лопатками.

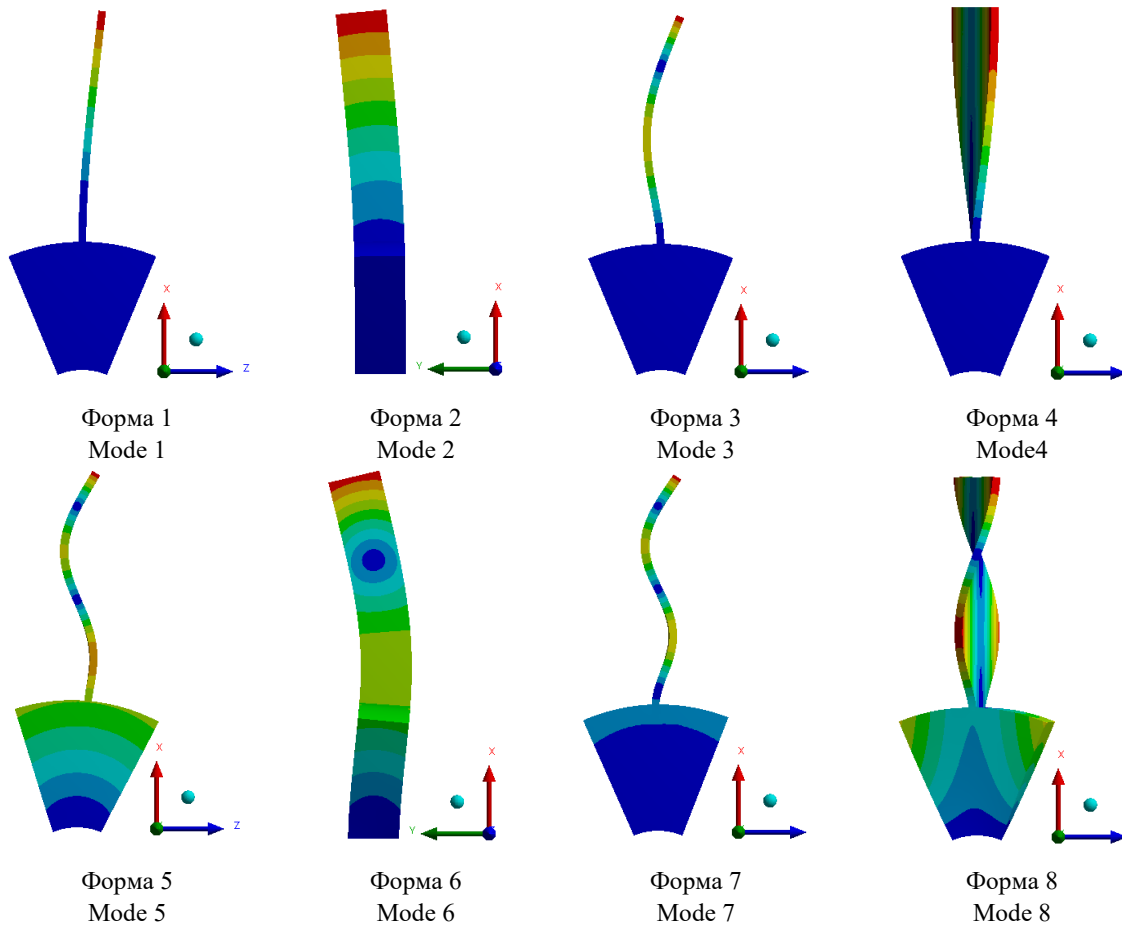


Рис. 2. Формы колебаний лопатки рабочего колеса турбины

Fig. 2. Vibration mode shapes of the turbine working blade

Таблица 1

Результаты анализа собственных частот колебаний единичной лопатки колеса с учетом вращения

Форма колебаний	Без вращения	100 рад/с	500 рад/с	1000 рад/с
1	303,1	303,1	303,15	303,15
2	1889,1	1876,3	1438,1	1017,8
3	1918,4	1889,1	1889,1	1889,1
4	2585,7	2643,3	3435,5	4766,6
5	5258,1	5258,1	5258,1	5258,1
6	7915,4	7907,5	7742,0	7425,4
7	10124,0	10136,0	10216,0	10216,0
8	10216,0	10216,0	10392,0	11034,0

Результаты анализа собственных частот колебаний одиночной лопатки рабочего колеса с учётом наличия трещины приведены в табл. 2. Для всех форм колебаний наблюдается снижение частот по мере увеличения длины трещины, что объясняется уменьшением жёсткости конструкции вследствие дефекта. Наибольшее влияние трещина оказывает на низкочастотные формы колебаний: первые две формы демонстрируют значительное снижение частот (на 9–10 %). Это свидетельствует о высокой чувствительности изгибных колебаний на низких частотах к наличию трещины. Для более высокочастотных форм, например, шестой и восьмой, уменьшение частот менее выражено и составляет порядка 1–4 %. Это может быть обусловлено тем, что при таких формах колебаний зоны наибольших напряжений в меньшей степени затрагивают область расположения трещины.

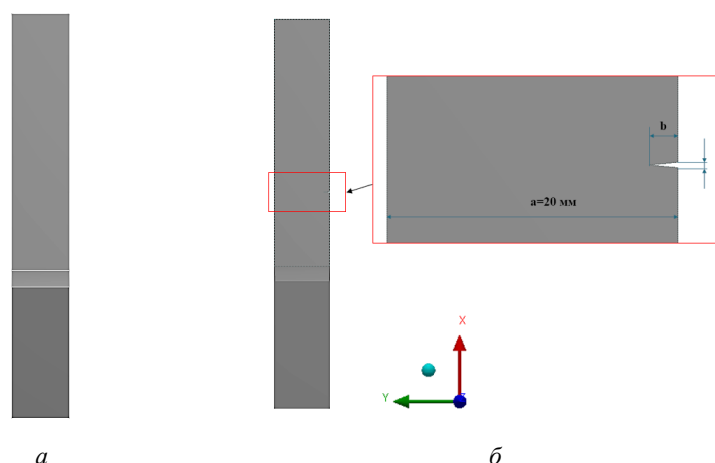


Рис. 3. Вид и размер трещины на лопатке:
a – лопатка без трещины; *б* – лопатка с трещиной

Fig. 3. Type and size of the crack on the blade:
a – blade without a crack; *б* – blade with a crack

Таблица 2

Результаты анализа собственных частот колебаний одной лопатки колеса с учетом трещины

Форма колебаний	Без трещины	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	303,1	300,1	291,64	275,6
2	1889,1	1887,2	1816,8	1698,2
3	1918,4	1892,2	1881,7	1871,8
4	2585,7	2578,8	2552,9	2504,7
5	5258,1	5237,9	5188,1	5113,9
6	7915,4	7912,1	7896,9	7872,4
7	10124,0	10076,0	9933,2	9694,5
8	10216,0	10198,0	10146,0	10048,0

На следующем этапе исследования было рассмотрено влияние геометрической расстройки на ресурсные характеристики лопаток рабочего колеса. В целях верификации разработанных и применяемых КЭМ и численных методов был проанализирован случай уменьшения длины двух соседних лопаток на 1 мм (рис. 4). Результаты расчёта долговечности рабочего колеса, полученные авторами с использованием программного комплекса ANSYS, были сопоставлены с результатами в программной среде ABAQUS, а также с аналитическим решением Технологического университета Тшвана (ТУТ) [10]. В качестве аналитической оценки долговечности рабочего колеса использовалось уравнение зависимости долговечности от деформации Брауна – Миллера [11]:

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_n}{2} = 1,65 \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + 1,75\varepsilon'_f (2N_f)^c, \quad (5)$$

где N_f – количество циклов до разрушения; $\Delta\varepsilon_n$ – номинальный диапазон напряжений для цикла; $\Delta\gamma_{\max}$ – максимальный диапазон или амплитуда деформации сдвига для данного цикла, $\sigma'_f = 1057$ МПа – коэффициент усталостной прочности; $b = -0,0385$ – показатель усталостной прочности; ε'_f – коэффициент усталостной пластичности; c – показатель усталостной пластичности (исходя из усталостных свойств нержавеющей стали марки 304).

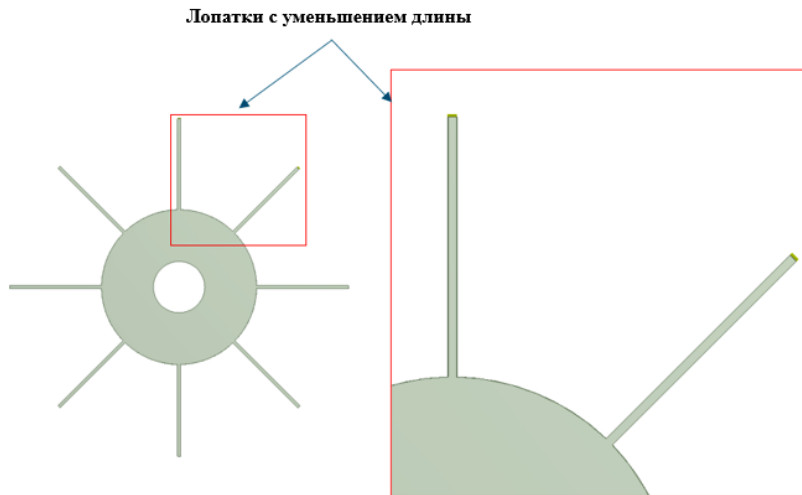


Рис. 4. Геометрия рабочего колеса с уменьшением длины двух соседних лопаток (–1 мм)
 Fig. 4. Geometry of the working bladed disc with decreasing length of two adjacent blades (–1 mm)

Как следует из представленных данных в табл. 3, результаты численного анализа, выполненного с использованием подхода авторов и ANSYS, хорошо согласуются с данными, полученными другими исследователями. Это согласование подтверждает адекватность применяемых КЭМ для расчёта ресурса конструкций и свидетельствует о надёжности предложенной методики анализа.

Таблица 3

Сравнение результатов расчета долговечности с численными данными

Вид анализа	Долговечность диска с лопатками ($\times 10^6$ циклов)		
	(ANSYS)	ABAQUS (ТУТ)	Аналитическое решение
Идеальная конструкция	4,551	4,587	4,435
Уменьшение длины двух рядом стоящих лопаток (на –1 мм)	4,457	4,574	4,357

На основе полученных результатов верификации разработанных и применяемых конечно-элементных моделей и численных методов авторы распространили их применение на исследование влияния трещины на ресурсные характеристики лопаток рабочего колеса. На рис. 5 указаны результаты расчета долговечности одной лопатки без трещины и с учетом трещины длиной 30 % ширины лопатки. Видно, что долговечность рабочей лопатки существенно уменьшается при существовании дефекта. В лопатке без дефекта разрушение происходит у корня, а при наличии трещины зона разрушения смещается к хвосту трещины. Это указывает на перераспределение напряжений в материале, где трещина становится концентрацией напряжений и точкой начала разрушения.

Для более полного понимания влияния трещины на ресурсные характеристики конструкции были рассмотрены показатели долговечности всего рабочего колеса с восемью лопатками как в случае отсутствия трещины, так и при наличии трещины на одной из лопаток. Результаты расчётов представлены на рис. 6. Как видно, в случае отсутствия трещины долговечность всех лопаток одинакова и составляет $4,551 (\times 10^6)$ циклов). При наличии трещины долговечность повреждённой лопатки снижается до $2,878 (\times 10^6)$ циклов) и именно она выходит из строя первой. Кроме того, наличие трещины приводит к незначительному снижению долговечности остальных лопаток – в пределах 7–8 %.

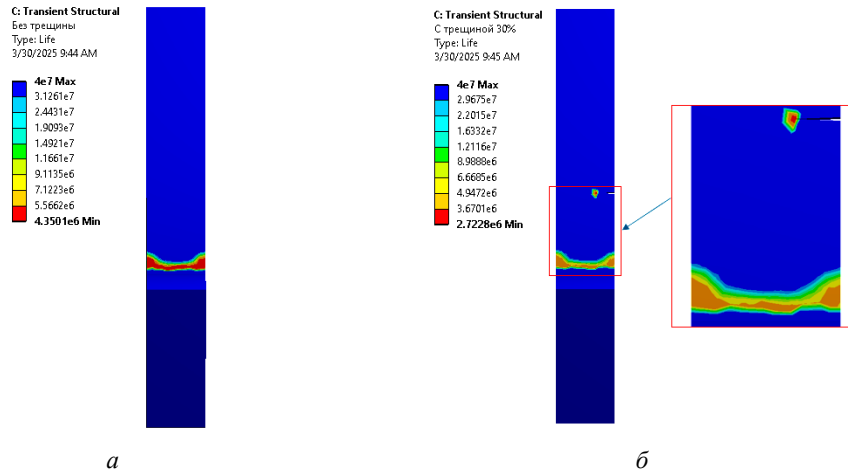


Рис. 5. Долговечность одной лопатки:
 а – лопатка без трещины; б – лопатка с трещиной

Fig. 5. Durability of one blade:
 а – blade without crack; б – blade with crack

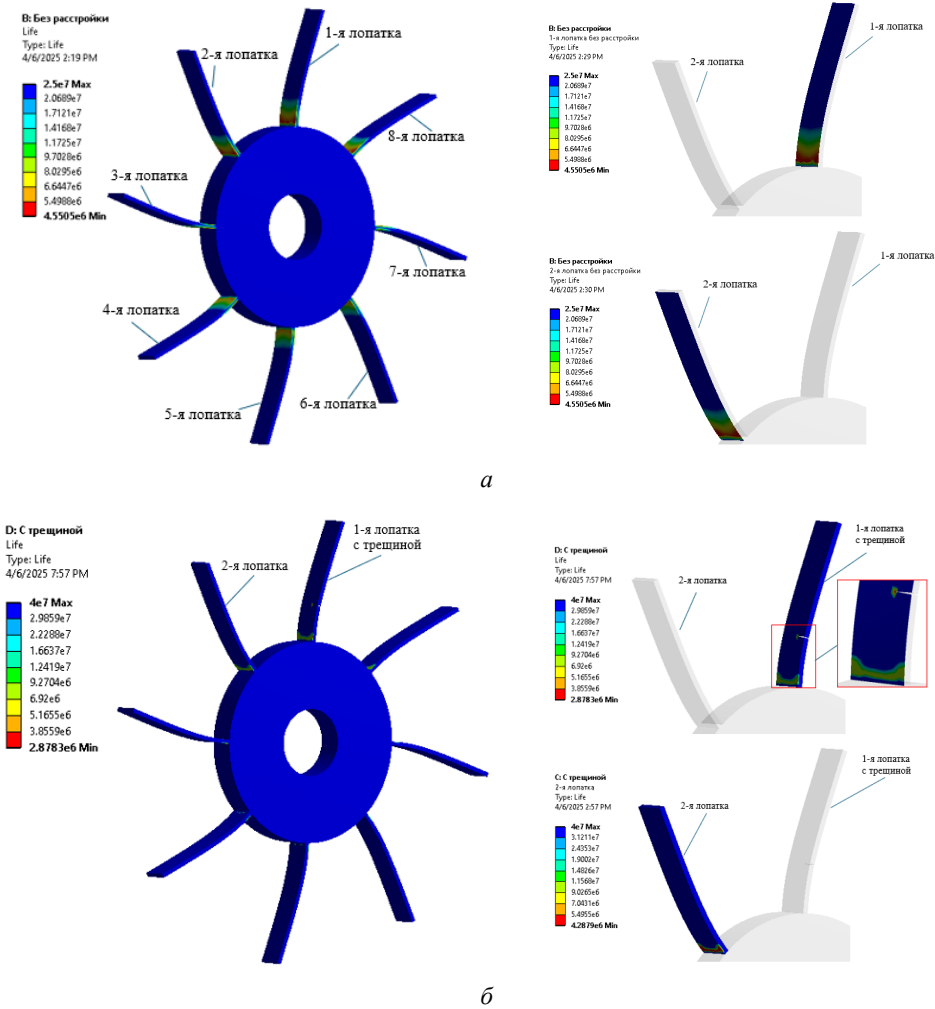


Рис. 6. Долговечность рабочего колеса:
 а – колесо без трещины; б – колесо с трещиной на одной из лопаток

Fig. 6. Durability of the working wheel:
 а – a wheel without a crack; б – a wheel with a crack on one of the blades

Далее было исследовано влияние роста трещины на ресурсные характеристики лопаток и рабочего колеса. Рассмотрены три варианта изменения длины трещины, как указано выше, и проведены расчёты не только для одной лопатки, но и для всей конструкции рабочего колеса. Результаты численного исследования представлены в табл. 4. Сравнение результатов расчётов для одиночной лопатки и всей конструкции рабочего колеса показало, что долговечность рабочего колеса всегда выше, чем у отдельной лопатки. Это объясняется взаимодействием лопаток и демпфирующими свойствами конструкции через диск, которые могут снижать динамические напряжения, действующие на каждую лопатку.

Таблица 4

Результат анализа долговечности рабочего колеса турбины с учетом трещины

Долговечность одной лопатки ($\times 10^6$ циклов)				Долговечность рабочего колеса ($\times 10^6$ циклов)			
Без трещины	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Без трещины	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
4,350	4,175	3,683	2,723	4,551	4,148	3,929	2,878

Анализ данных также показывает, что долговечность как отдельной лопатки, так и рабочего колеса в целом уменьшается с увеличением длины трещины. Причём снижение долговечности рабочего колеса падает быстрее при увеличении трещины, особенно при её длине более 20 % от ширины лопатки. Это указывает на высокую чувствительность системы к росту трещины, что требует ранней диагностики и возможной замены лопаток до достижения критического состояния.

Заключение

В ходе проведённого исследования выполнена верификация расчетов усталостной долговечности высоконагруженных элементов турбомашин и изучено влияние трещин различной длины на динамические и прочностные характеристики рабочих лопаток паровых турбин. Проведённое численное моделирование с применением метода конечных элементов позволило детально проанализировать изменения частотных характеристик конструкции в зависимости от длины трещины. Установлено, что наличие дефектов приводит к снижению собственных частот колебаний, особенно для изгибных форм, что может способствовать резонансным явлениям и ускоренному разрушению лопаток.

Также было выявлено, что увеличение длины трещины существенно сокращает срок службы отдельных лопаток, тогда как долговечность рабочего колеса в целом уменьшается менее интенсивно за счёт взаимодействия лопаток между собой. Это подчёркивает необходимость своевременного обнаружения дефектов и принятия мер по их устранению.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке методик диагностики и прогнозирования ресурса турбомашин, что особенно важно для энергетической и ракетно-космической отрасли. В газотурбинных и ракетных двигателях, работающих в высоконагруженных условиях, влияние усталостных повреждений на динамику конструкции играет ключевую роль в обеспечении безопасности и надёжности работы агрегатов. Разработанные подходы могут способствовать совершенствованию методов увеличения эксплуатационного ресурса турбомашин, особенно при применении блочных моделей расстройки параметров [16].

Благодарность. Работа финансировалась за счет средств гранта РФ № 24-29-00135 «Численное исследование способов увеличения ресурсных характеристик осевых и радиальных транспортных турбомашин с помощью преднамеренной расстройки геометрических, массовых, аэродинамических и других параметров влияния». Авторы благодарят РФ за поддержку настоящих исследований.

Acknowledgment. This work was carried out within the framework of the Russian Science Foundation (RSF) grant No. 24-29-00135 “Numerical study of ways to increase the resource characteristics of axial and radial transport turbomachines using deliberate detuning of geometric, mass, aerodynamic and other parameters”. The authors thank the Russian Science Foundation for supporting these studies.

Библиографические ссылки

1. Репецкий О. В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин. Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 1999. 301 с.
2. Паровые и газовые турбины для электростанций / А. Г. Костюк, В. В. Фролов, А. Е. Булкин и др. М. : Издат. дом МЭИ, 2016. С. 452–473.
3. Tim J. C. Common failures in gas turbine blades // *Engineering Failure Analysis*. 2005. No. 12. P. 237–247.
4. Водопьянов А. И., Павленко П. В. Причины и механизмы разрушений в эксплуатации лопаток турбины двигателя НК-8-2У // *Научный вестник МГТУ ГА*. 2007. № 119. С. 36–40.
5. Годовский Д. А. Дефекты элементов газотурбинных установок // *Нефтегазовое дело*. 2006. № 1 (4). С. 201–206.
6. Seyed M. M. Rahmani K., Mehdi T. Foreign object damage on the leading edge of gas turbine blades // *Aerospace Science and Technology*. 2014. Vol. 6. P. 65–75.
7. Lucjan W., Arkadiusz B., Feliks S. Fatigue analysis of compressor blade with simulated foreign object damage // *Engineering Failure Analysis*. 2015. No. 58. P. 229–237.
8. Репецкий О. В. Разработка математических моделей для оценки накопления повреждений и предсказания ресурса лопаточных венцов турбомашин // *Известия вузов. Сер.: Машиностроение*. 1995. № 1–3. С. 45–53.
9. Репецкий О. В., Нгуен В. М. Разработка методики моделирования развития усталостных трещин на примере рабочих лопаток турбомашин // *Актуальные вопросы инженерно-технического и технологического обеспечения АПК : материалы X Национал. науч.-практич. конф. (06–08 октября 2022, г. Иркутск) / Иркутский гос. аграр. ун-т им. А. А. Ежевского*. 2022. С. 137–144.
10. Mashiachidi M. H., Desai D. A. Fatigue life prediction of mistuned steam turbine blades subjected to deviations in blade geometry // *Science, Engineering and Technology*. 2023. Vol. 3, No. 2. P. 24–35.
11. Mashiachidi M. H., Desai D. A. Prediction of fatigue life of geometrically deviated steam turbine blades under thermo-mechanical conditions // *Frontiers in Manufacturing Technology*. 2024. Vol. 3, No. 2. 15 p.
12. Detection of blade mistuning in a low-pressure turbine rotor resulting from manufacturing tolerances and differences in blade mounting / Schönleitner F., Traussnig L., Marn A. et al. // *J. Mech. Eng. Automation*. 2015. Vol. 5. P. 297–308.
13. Репецкий О. В., Нгуен В. М. Верификация разработанных математических моделей и созданного программного обеспечения на тестовых моделях пластин и академических рабочих колесах осевых турбомашин // *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*. 2024. No. 2. P. 134–144.
14. Corrosion-Fatigue Failure of Gas-Turbine Blades in an Oil and Gas Production Plant / R. Mojtaba, B. Abbas, M. Mohammad et al. // *Materials*. 2005. № 12. P. 237–247.
15. Zubkov I. S., Blinov V. L. Influence of the axial compressor blade row defects on the industrial gas turbine performance // *The Third Conference “Problems of Thermal Physics and Power Engineering”*. 2020. 9 p.
16. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning / B. Beirow, A. Kühhorn., F. Figaschewsky et al. // *Proceedings of the ASME. Turbo Expo. Turbomachinery Technical Conference and Exposition. ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, GT 2018*. 2018. 12 p.

References

1. Repetsky O. V. *Komp'yuternyy analiz dinamiki i prochnosti turbomashin* [Computer analysis of dynamics and strength of turbomachines]. Irkusk, 1999, 301 p.
2. Kostyuk A. G., Frolov V. V., Bulkin A. E. et al. *Parovyye i gazovyye turbiny dlya elektrostantsiy* [Steam and gas turbines for power plants]. Moscow, Moscow Institute of Energy Publ., 2016, P. 452–473.
3. Tim J. C. Common failures in gas turbine blades. *Engineering Failure Analysis*. 2005, No. 12, P. 237–247.
4. Vodopyanov A. I., Pavlenko P. V. [Causes and mechanisms of fluffing during operation of turbine blades of the NK-8-2U engine]. *Nauchnyy vestnik MGTU GA*. 2007, No. 119, P. 36–40 (In Russ.).
5. Godovsky D. A. [Defects of gas turbine unit elements]. *Neftegazovoe delo*. 2006, No. 1, P. 201–206 (In Russ.).
6. Seyed M. M. Rahmani K., Mehdi T. Foreign object damage on the leading edge of gas turbine blades. *Aerospace Science and Technology*. 2014. Vol. 6, P. 65–75.
7. Lucjan W., Arkadiusz B., Feliks S. Fatigue analysis of compressor blade with simulated foreign object damage. *Engineering Failure Analysis*. 2015. No. 58, P. 229–237.
8. Repetskiy O.V. [Development of mathematical models for assessing damage accumulation and predicting the service life of turbomachine blade rows]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye*. 1995, No. 1–3, P. 45–53 (In Russ.).
9. Repetskiy O. V., Nguyen V. M. [Development of a methodology for modeling the development of fatigue cracks using the example of turbomachine blades]. *Materialy X Natsional. nauch. prakti. konf. "Aktual'nyye voprosy inzhenerno-tekhnicheskogo i tekhnologicheskogo obespecheniya APK"* [Materials X National Scientific. And Prac. Conf "Actual issues of engineering, technical and technological support of the agro-industrial complex"]. Irkutsk, 2022, P. 137–144 (In Russ.).
10. Mashiachidi M. H., Desai D. A. Fatigue life prediction of mistuned steam turbine blades subjected to deviations in blade geometry. *Science, Engineering and Technology*. 2023, Vol. 3, No. 2, P. 24–35.
11. Mashiachidi M. H., Desai D. A. Prediction of fatigue life of geometrically deviated steam turbine blades under thermo-mechanical conditions. *Frontiers in Manufacturing Technology*. 2024, Vol. 3, No. 2, 15 p.
12. Schönleitner F., Traussnig L., Marn A. et al. Detection of blade mistuning in a low-pressure turbine rotor resulting from manufacturing tolerances and differences in blade mounting. *J. Mech. Eng. Automation*. 2015, Vol. 5, P. 297–308.
13. Repetskiy O. V., Nguyen V. M. [Verification of developed mathematical models and created software on test models of plates and academic working wheels of axial turbomachines]. *Sovremennyye tekhnologii. Sistemyy analiz. Modelirovaniye*. 2024, No. 2, P. 134–144 (In Russ.).
14. R. Mojtaba, B. Abbas, M. Mohammad, et al. Corrosion-Fatigue Failure of Gas-Turbine Blades in an Oil and Gas Production Plant. *Materials*. 2005. No. 12, P. 237–247.
15. Zubkov I. S., Blinov V. L. Influence of the axial compressor blade row defects on the industrial gas turbine performance. *The Third Conference "Problems of Thermal Physics and Power Engineering"*. 2020. 9 p.
16. Beirow B., Kühhorn A., Figaschewsky F., Bornhorn A., Repetckii O.V. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. *Proceedings of the ASME Turbo Expo. Turbomachinery Technical Conference and Exposition. ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, GT 2018*. 2018. 12 p.

Репецкий Олег Владимирович – доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям; Иркутский государственный аграрный университет имени А. А. Ежевского. E-mail: repetckii@igsha.ru. <https://orcid.org/0000-0003-2560-2721>.

Нгуен Ван Мань – аспирант; Иркутский государственный аграрный университет имени А. А. Ежевского. E-mail: manhzhucov@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0003-4399-6146>.

Repetckii Oleg Vladimirovich – Dr. Sc., Professor, Vice–Rector for International Relations; Irkutsk State Agrarian University named after A. A. Ezhevsky. E-mail: repetckii@igsha.ru. <https://orcid.org/0000-0003-2560-2721>.

Nguyen Van Manh – Postgraduate student; Irkutsk State Agrarian University named after A. A. Ezhevsky. E-mail: manhzhucov@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0003-4399-6146>.

Статья поступила в редакцию 09.04.2025; принята к публикации 26.05.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 09.04.2025; accepted for publication 26.05.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 623.746.4-519

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-264-290

Для цитирования: Обзор беспилотных авиационных систем доставки грузов / Е. В. Соломин, А. С. Мартьянов, Х. Шахин и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 264–290. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-264-290.

For citation: Solomin E. V., Martyanov A. S., Shahin H. et al. [Overview of unmanned aircraft cargo delivery systems]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 264–290. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-264-290.

Обзор беспилотных авиационных систем доставки грузов

Е. В. Соломин^{1*}, А. С. Мартьянов¹, Х. Шахин¹,
Н. А. Пшениснов, С. К. Шерьязов²

¹Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)
Российская Федерация, 454080, г. Челябинск, просп. Ленина, 76

²Южно-Уральский государственный аграрный университет, Институт агроинженерии
Российская Федерация, 454080, г. Челябинск, просп. Ленина, 75

*E-mail: nii-uralmet@mail.ru

Статья относится к беспилотной авиации и посвящена обзору беспилотных авиационных систем (БАС согласно ГОСТ Р 59517–2021, или в ряде публикаций – беспилотных летательных аппаратов или дронов), способных доставлять различные грузы. Приведены и кратко проанализированы варианты их применения в различных сферах, включая сельское и лесное хозяйство, рыболовство, защиту дикой природы, мониторинг качества воздуха, горные разработки, оборонное и гражданское использование, поисковые и спасательные операции. Целью исследования являлась демонстрация выявленных возможностей БАС в части доставки грузов различного назначения, а также наличия инфраструктур при получении груза для дальнейшей транспортировки и выдачи его в месте доставки. Приведена история развития технологий беспилотных аппаратов. Представлены соответствующие стандарты Российской Федерации, классификация и категоризация БАС в РФ и за рубежом. Описаны преимущества и недостатки БАС, а также проблемы доставок почтовых отправок с помощью дронов. Сделаны выводы о стремлении разработчиков и тенденциях по созданию интеллектуальных, полностью автоматических роботизированных авиационных систем, однако отмечено, что полностью автоматических систем пока в мире не существует, следовательно, данное направление разработок является актуальным. Сделано заключение о необходимости проведения научно-технических разработок в части создания автоматической доставки почтовых и иных отправок, особенно актуальной для мегаполисов, в которых сосредоточена наиболее крупная часть населения развитых стран. При этом очевидно, что система доставки должна состоять, как минимум, из трех этапов – складской сортировки, непосредственно полета и навигации, отправления груза в соответствующий постамат. Каждый этап является инфраструктурной концепцией со сложной системой и логистикой, требующей наличия искусственного интеллекта, роботизированных устройств и других элементов и атрибутов сложных систем, подлежащих всестороннему изучению в техническом, законодательном, юридическом и логистическом плане.

Ключевые слова: беспилотные авиационные системы, беспилотник, дрон, доставка грузов, авиационная техника.

Overview of unmanned aircraft cargo delivery systems

E. V. Solomin^{1*}, A. S. Martyanov¹, H. Shahin¹,
N. A. Pshenisnov¹, S. K. Sheryazov²

¹South Ural State University (national research university)
76, Lenin Av., Chelyabinsk, 454080, Russian Federation

²South Ural State Agrarian University, Institute of Agricultural Engineering
75, Lenin Av., Chelyabinsk, 454080, Russian Federation
*E-mail: nii-uralmet@mail.ru

The article is devoted to an overview of unmanned aircraft systems (UAS according to GOST R 59517–2021, or in a number of publications – unmanned aerial vehicles or drones) capable of delivering various cargoes. The options for their application in various fields, including agriculture and forestry, fishing, wildlife protection, air quality monitoring, mining, defense and civilian use, search and rescue operations, are given and briefly analyzed. The purpose of the study was to demonstrate the identified capabilities of unmanned aircraft systems in terms of cargo delivery for various purposes, as well as the availability of infrastructures when receiving cargo for further transportation and its delivery at the place of delivery. The history of the development of unmanned vehicle technologies is given. The relevant standards of the Russian Federation, classification and categorization of UAS in the Russian Federation and abroad are presented. The advantages and disadvantages of UAS are described, as well as the problems of delivering mail using drones. Conclusions are drawn about the desire of developers and trends to create intelligent, fully automatic robotic aviation systems, however, it is noted that fully automatic systems do not yet exist in the world, therefore, this area of development is relevant. It is concluded that it is necessary to carry out scientific and technical developments in terms of creating automatic delivery of mail and other items, especially relevant for megacities in which the largest part of the population of developed countries is concentrated. At the same time, it is obvious that the delivery system should consist of at least three stages – warehouse sorting, direct flight and navigation, and cargo shipment to the appropriate post office. Each stage is an infrastructural concept with a complex system and logistics that requires artificial intelligence, robotic devices, and other elements and attributes of complex systems that are subject to comprehensive study in technical, legislative, legal, and logistical terms.

Keywords: unmanned aircraft aerial system vehicle, UAV, drone, cargo delivery, aviation equipment.

Введение

Беспилотные авиационные системы (БАС), или беспилотные воздушные судна (БВС), по ГОСТ Р 59517–2021 [1], используются в качестве воздушного транспорта для доставки почтовых отправок и других грузов относительно недавно, благодаря бурному развитию этого направления в 20-х гг. XXI в. БАС-системы (или в бытовом языке «дроны», «беспилотники») изначально использовались в основном в военном деле и в полиции для мониторинга и отслеживания объектов наблюдения. С 2016 г. беспилотные аппараты фирмы Зиплайн (Zipline) были приспособлены для доставки крови и плазмы в Руанде (Африка) [2], затем с 2019 г. в Гане, преодолев в общей сложности более 1,8 млн км. 18 декабря 2018 г. БАС впервые оперативно доставил вакцину-прививку для ребенка в отдаленном островном государстве Вануату в южной части Тихого океана [3]. В Танзании с 2019 г. также начали применять дроны для доставки медикаментов в труднодоступные места в период пандемии КОВИД-19 [4].

С 2019 г. во время пандемии КОВИД-19 БАС-системы начали использовать для ускоренной доставки тестов, вакцин и медицинских препаратов с минимизацией контактов между людьми. Одними из первых дронов для доставки медикаментов и средств индивидуальной защиты были также аппараты фирмы Зиплайн (Zipline), используемые в Медицинском центре «Novant Health» города Шарлотта, Северная Каролина, США. В 2019–2020 гг. эти БАС доставляли 1–2-килограммовые отправления на расстояние 30–40 км со скоростью 60 км/ч.

Дальнейшее развитие почтовой службы привело к использованию с 2020 г. американскими почтовыми фирмами UPS и CVS дронов типа Matternet M2 для доставки отправок и медикаментов до специальных распределителей. В этом же году фирма Alphabet's Wing в Вирджинии начала доставлять небольшие грузы, как правило, пищевые продукты, до двери получателя. После публикаций почтового использования дронов их применение значительно расширилось, проникнув в различные сферы – военно-разведывательную, транспортно-логистическую, коммунально-бытовую и т. д. С 2020 г. лидерство в области эксплуатации дронов начало постепенно переходить к Китаю. Активизировались особенно почтовые компании [5; 6].

В настоящее время в каждой стране мира выработаны особые правила для использования дронов, поскольку они могут представлять опасность для воздушных судов, городской инфраструктуры, а также людей и животных. Причем достаточно быстро система эксплуатации беспилотных аппаратов сложилась в крупную, в том числе бюрократическую сеть. Сегодня в службу доставки отправок дронами в каждой стране вовлечены следующие структуры (рис. 1):

- разработчики и производители дронов;
- создатели программного обеспечения и полетных заданий;
- национальное агентство воздушного транспорта (или другая ответственная государственная регулирующая организация);
- Федеральное агентство воздушного транспорта;
- регистрирующая и/или лицензирующая организация (идентификация аппаратов, управление воздушно-транспортными потоками, метрология, информирование о появлении новых препятствий, разрешения и запрещения на полеты в особых зонах и т. д.);
- инвестор(ы);
- владельцы дронов или провайдеры услуги доставки;
- пилоты дронов;
- наземная группа обслуживания, загрузки и разгрузки отправок.

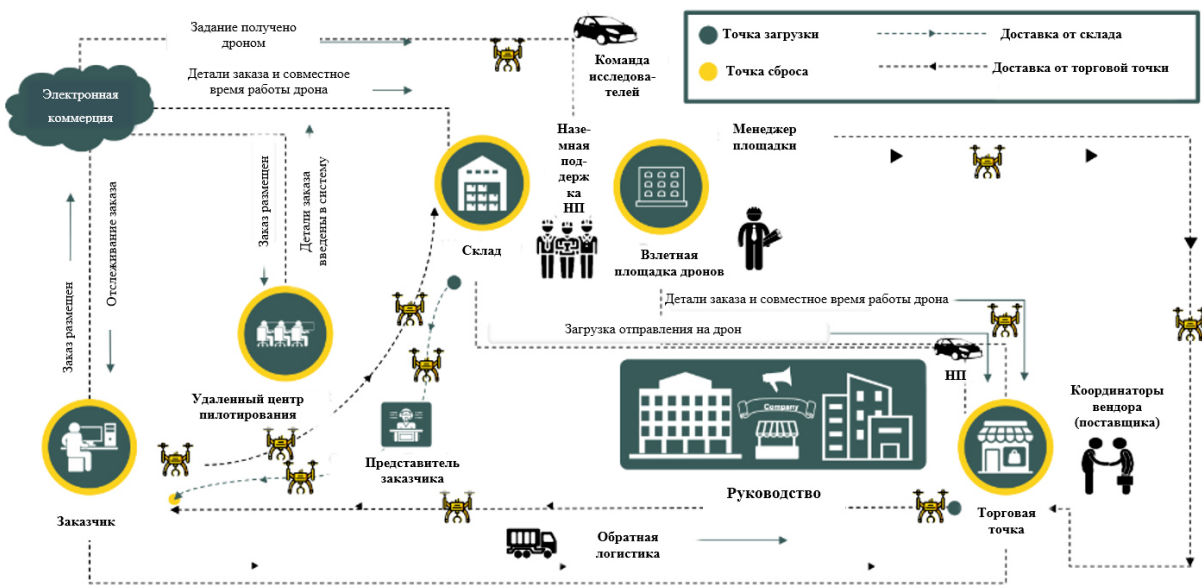


Рис. 1. Инфраструктура доставки отправок дронами

Fig. 1. Drone delivery infrastructure

К дронам применяется множество законодательных актов в части запрещения вторжения в воздушное пространство выше 100–300 м и близко к частным владениям в зависимости от страны эксплуатации, а также сроков эксплуатации (как времени суток, так и величины дрона),

массы беспилотного аппарата, разрешенных навигационных маршрутов и т. д. На полет дрона необходимо получить соответствующую лицензию. Пилот FPV-дрона должен пройти продолжительную подготовку и иметь соответствующий сертификат или удостоверение на управление беспилотной техникой (FPV – First Person View, вид от лица оператора дрона).

Для функционирования беспилотных, особенно автоматических, аппаратов-роботов требуются площадки для их тестирования, заряда батарей (или заправки топливом), системы навигации и маневрирования между зданиями и сооружениями, особенно в условиях городской застройки, где существует множество зон с запрещением полетов по ряду причин (рис. 2).

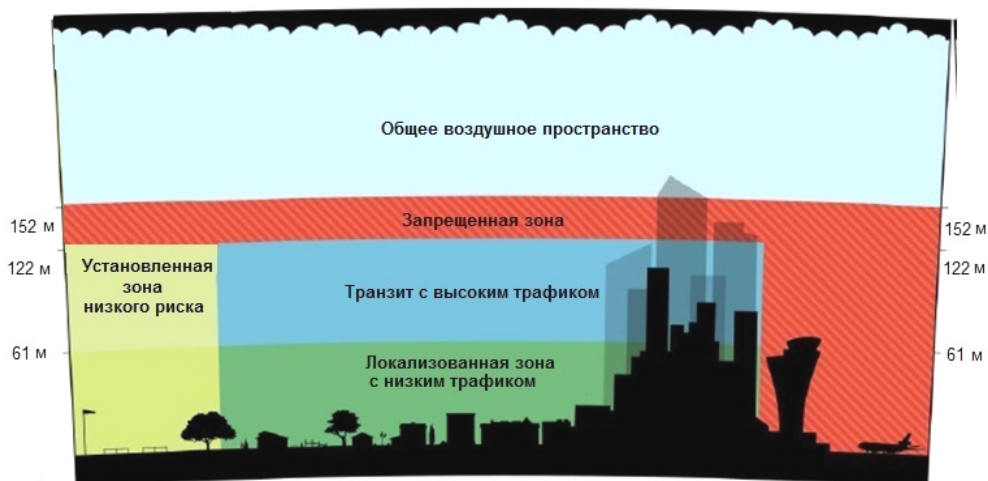


Рис. 2. Особенности воздушного пространства городской застройки

Fig. 2. Features of urban airspace

Погодные условия могут серьезно влиять на поведение дрона, поскольку снег, дождь, ветер могут внести значительные изменения в маршрут следования аппарата, вызвав такие нежелательные последствия, как нанесение вреда инфраструктуре или коммуникациям, вторжение в воздушное пространство запрещенных для полетов зон, причинение травм людям и животным и т. д.

При доставке почтовых отправок дронами возможны исчезновение и хищение отправок, случайное или намеренное повреждение элементов аппаратов и возникновение других обстоятельств, приводящих к дополнительным расходам.

Человеческое сообщество, как показывают многочисленные исследования, пока не готово к появлению дронов в окружающем пространстве в связи с наличием шума, появления опасности, а главное – вторжения в личное пространство человека. Этой теме посвящено множество публикаций [7], описывающих риски и угрозы использования беспилотных летательных аппаратов, с приведением соответствующих целевых функций [8].

Развитие БАС-технологий

Очевидно, что описанные проблемы способствуют значительному удорожанию стоимости почтовых отправок дронами. В связи с этим заинтересованные транспортно-логистические компании стремятся всячески снизить затраты, одновременно повышая качество беспилотных технологий в сотрудничестве с производителями дронов, программистами, картографическими и регулирующими организациями. Благодаря этим инициативам в данное время активизировались следующие пути развития данного направления (рис. 3) [9]:

– развитие технологий беспилотных летательных аппаратов (управление навигационными приборами и механизацией БАС, обнаружение и обход препятствий, интерактивные коммуникации с базовыми системами и воздушными судами на пути следования). Немаловажным

фактором развития денных технологий является внедрение цифровых двойников, локальных и глобальных нейросетей, искусственного интеллекта;

- расширение автоматического мониторинга как воздушного пространства, так и логистики движения дронов и доставки почтовых отправлений;

- развитие интерактивной интеркоммуникационной картографии с автоматическим нанесением вновь обнаруженных препятствий и исключением исчезнувших преград на картах, в том числе популярных браузеров. Переход к геопространственным 3D и 4D картам;

- привлечение пилотов дронов (дроноводов) различных типов и их комплексное обучение.

Обучение операторов наземной поддержки;

- обучение студентов по специальности «Разработчик дронов и сопутствующего оборудования»;

- проведение маркетинговых и опросных компаний с целью проведения анализа развития направления и накопления системной статистики и аналитики всех составляющих компонентов развития и преобразования в отрасль.



Рис. 3. Развитие направления и преобразование в отрасль

Fig. 3. Development of the direction and transformation into an industry

Преимуществами использования дронов при доставке почтовых отправлений являются:

- скорость доставки за счет спрямления маршрутов;
- отсутствие труднопроходимых мест, таких как бездорожье, заросли или джунгли, непроходимые реки и болота и т. д.;

- низкая эксплуатационная стоимость в сравнении с другими видами транспорта;

- низкий углеродный след в сравнении со всеми другими видами транспортной доставки;

- низкая аварийность в сравнении со всеми известными видами транспорта;

- высокая точность доставки груза, особенно у дронов с вертикальным взлетом и посадкой;

- широкие возможности машинного обучения, использования геопространственных карт, нейросетей, искусственного интеллекта;

- возможность бесконтактной передачи груза (во время пандемии).

Как показывает практика, использование дронов в будущем предрешено и будет развиваться бурными темпами. Беспилотные технологии продолжают совершенствоваться, вбирая в себя многочисленные достижения IT-индустрии, телефонной промышленности, технологий развития искусственного интеллекта, авиации и т. д. Суммы инвестиций и патентная активность растут в геометрической прогрессии с каждым годом.

Применение дронов

Применение беспилотных летательных аппаратов или дронов все больше охватывает как гражданские, так и оборонные отрасли, привнося широкие возможности эксплуатации, порой являющиеся уникальными [10].

Как правило, дроны оснащены различными по назначению датчиками, камерами и другими сенсорными устройствами, позволяющими осуществлять такие задачи, как сбор информации, определение опасности (столкновения, невозвращения, чрезмерного удаления), ориентацию на местности и в пространстве и т. д. в условиях дня и ночи, тумана, снегопада, сильного ветра и других неблагоприятных погодных условий. При этом дроны уже себя зарекомендовали как весьма ценные инструменты в самых различных отраслях, включая доставку почтовых отправлений, сельское хозяйство, лесную промышленность, охрану окружающей среды, поисково-спасательные работы, военное дело, а также широкий спектр научных исследований. Более того, дроны в комбинации с живыми существами (например, птицами) могут представлять необычные применения, такие как управление роями пчел [11], стаями птиц [12] и т. д.

В соответствии с особенностями применения дроны оснащают различными датчиками [13], позволяющими проводить оценку опасности, исходящей от различных объектов и субстанций (биологических, ядерных, химических и др.).

Сельское хозяйство. Современное сельское хозяйство представляет собой сложный механизм распределения ресурсов, точечных и гибридных оптимизаций, временных и пространственных стратегий. Многочисленные сельскохозяйственные методологии и методики основаны на систематизированном сборе данных, оформлении пространственно-временных карт, анализе результатов, прогнозировании, выработке и принятии решений, информировании общественности и т. д. Удаленные технологии сбора и обработки данных широко используют авиационные системы, спутники и другие беспилотные технологии, примерами которых являются сенсорные системы OLI (тепловизор для обзора Земли (Operational Land Imager) на спутнике Landsat 8), MODIS (спектрорадиометр для получения изображений с умеренным разрешением (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer) на спутнике Terra и усовершенствованный радиометр с очень высоким разрешением (Advanced very-high-resolution radiometer) на спутнике NOAA-15) для удаленного мониторинга геолокаций земной поверхности с помощью спутников [14–18].

Спутниковая сенсорика широко зарекомендовала себя с положительной стороны, однако в точном земледелии, представляющем собой комплексную высокотехнологичную систему менеджмента на основе технологий глобального позиционирования с использованием географических информационных систем, технологии оценки урожайности, переменного нормирования и т. д. использование спутниковых сенсоров часто затруднено в связи с наличием облаков. Решением этой проблемы явились авиационные беспилотные системы с аналогичными сенсорами [19].

Применение такого рода сенсоров расширяет возможности дистанционного зондирования с разрешением 30 м в 11 спектральных диапазонах 435–12510 нм.

Технологии удаленного мониторинга произвели революцию в точном земледелии за счет изучения понимания влияния климатических флуктуаций на рост урожая [20], на приход периодических наводнений [21].

На основе анализа данных мониторинга осуществляется прогнозирование объема урожая [22–24], управление водным балансом сельскохозяйственных культур и периодичностью полива полей [25; 26], мониторингом роста лесов [27].

Сегодня в основном дроны используются для получения высококачественных фотографий высокого разрешения. Примером может служить использование микродрона Microdrone MD4-200, имеющего CMOS камеру (Complementary Metal Oxide Semiconductor), изготовленную по специальной технологии, требующей очень малой мощности, с разрешением 1200×1024 пикселей. С помощью анализа таких фотографий удалось в ускоренном режиме и достаточно точно

оценить содержание азотных остатков в почве и объем биомассы посевов кукурузы, люцерны и сои [28; 29]. При этом дроны в ряде случаев устанавливают на вертолеты для ускоренного облета сельскохозяйственных угодий. Сами дроны оборудованы мультиспектральными и термальными камерами, позволяющими получать фотографии в термальном спектре с разрешением 40 нм и спектральным диапазоном 400–800 нм. Такой подход позволил за счет наличия мультиспектральных и термальных сенсоров демаркировать флуктуации водного распределения в пределах виноградных полей и снизить зависимость от дождевых осадков [30].

Лесное хозяйство, рыболовство, защита дикой природы. Дроны сегодня серьезно конкурируют со спутниками благодаря низкой стоимости, отсутствию необходимости запуска на околоземные орбиты, возможностью съемок при облачной погоде, управляемости и т. д. Используя высококачественные фотографии с большим разрешением, можно измерять высоту лесных насаждений, обновлять географические карты, мониторить поведение диких животных, вести и корректировать лесные мероприятия, детектировать и мониторить лесные пожары с автоматическим распознаванием и уведомлением пожарной службы и производить множество другой полезной работы [31]. Для этого используются дроны с дистанционным управлением, оборудованные термальными и гиперспектральными датчиками. В сочетании с данными спутников такой подход позволяет оперативно выявить случаи браконьерства, оценить критические условия для существования тех или иных животных (например, наводнение, засуха или крепкий снежный наст, опасный для копытных животных), а также проводить подсчет поголовья тех или иных популяций [32]. Данные технологии позволили значительно снизить убыль поголовья диких животных и повысить сохраняемость природы в первозданном виде.

Мониторинг качества воздуха. Это применение охватывает все большее число коммунальных служб в связи с ухудшением воздуха особенно в мегаполисах с достижением критических отметок из-за выбросов автомобилей, смога и других газов.

Горные разработки. В ходе разведки и предварительных геологических работ дроны используются как для исследований над землей, так и под землей, в пещерах и других искусственных и естественных резервуарах, в том числе с отсутствием кислорода и/или наличием пыли или взвеси, где человек не может присутствовать физически. Аэрофотосъемка может вестись при этом как в видимом спектре, так и в инфракрасном диапазоне.

Оборона и военное использование. Дроны изначально разрабатывались для военно-оборонительных целей, включая сбор данных, наблюдение, разведку, идентификацию целей (целенавешение) и т. д. Однако в короткие сроки эти аппараты получили востребованность в гражданском и логистическом сегменте [33]. Сегодня лидирующими странами в области разработки и внедрения беспилотных авиационных систем являются Россия, США, Великобритания, Израиль, Индия. Особенно быстрое развитие военные дроны получили с 2017 г. при выполнении точечных боевых действий малыми летательными аппаратами, включая роевые дроны, дроны с реактивным двигателем, микродроны в таких горячих точках, как Сомали, Йемен и Афганистан. С началом специальной военной операции России на Украине развитие дронов не только увеличилось кратно, но и вышло на принципиально новый уровень с созданием специальных родов войск в России, США и ряде других стран. Индия также вносит значительный вклад в развитие военных дронов, создавая продвинутые роботы-манипуляторы типа DRDO в категории средне-высотных (до 800 м) длительно-полетных аппаратов, позволяющих обозначать цели, выпускать и мониторить ракеты, бросать бомбы, осуществлять ударные миссии [34; 35].

Гражданское применение. Значительный интерес к беспилотным летательным аппаратам проявил бизнес в области транспорта и коммунальных услуг. Сегодня наблюдается растущий тренд среди электросетевых компаний к БАС или дронам в части инспекции высоковольтных линий электропередач. Эти аппараты в ряде стран уже более 10 лет полностью заменяют человеческие действия по ручному обследованию электрических опор, сбиванию льда, устранению перебоев электроэнергии и т. д. [36; 37]. Дроны успешно используются в железнодорожном транспорте для мониторинга и регистрации дефектов рельс, особенно в регионах с повышенной

сейсмической активностью. Подобная эксплуатация дронов неопределима особенно в труднодоступных местах и районах с периодическими климатическими катастрофами. Впервые для составления оперативных 3D (трехмерных) карт для мониторинга железнодорожных коридоров и автодорог национального уровня дроны были использованы государственными органами Индии. После этого дроны начал использовать интернет-оператор Амазон (Amazon) для доставки мелких отправок. Очевидно, однако, что пока нельзя сказать, что, во-первых, дроны «прижились» в службе доставки, а во-вторых, что отправления могут быть доставлены дронами в автоматическом режиме. Тем не менее, в службе спасения дроны используются сегодня практически во всех странах для поиска заблудившихся или попавших в катастрофу людей, доставки им воды, медикаментов, а также пищевых и спасательных продуктов и материалов. Кроме этого, высокоскоростные и высоко летающие дроны используются для открытия новых, неоткрытых пространств, оценки туристических маршрутов, выявления дефектов зданий, сооружений, лопастей ветроэнергетических установок и т. д.

Поисковые и спасательные операции. Дроны порой играют решающую роль в спасательных операциях (SAR – Search and Rescue), особенно когда присутствует временной фактор [38].

Они не требуют долгих приготовлений и согласований с авиационными инстанциями и в связи с этим используются как оперативные формы связи для доставки различных предметов – мобильных телефонов, медикаментов, воды, пищи и других продуктов первой необходимости [39].

Целый ряд разработчиков, исследователей и ученых заявил о готовности всемерно развивать данное направление с совершенствованием беспилотных летательных аппаратов, особенно в части спасательных операций [40–42].

Сегодня дроны успешно используются для защиты природных ресурсов, способствуют выживанию редких животных в различных географических широтах, помогая преодолевать последствия глобального потепления как в плане борьбы с наводнениями, так и засухами. Неопределимая помощь оказывается дронами практически каждый день при мониторинге пожаров в тайге, дождевых лесах, месторождениях полезных ископаемых, городах и мелких поселениях [43; 44].

Почта и доставка. Возможность осуществления доставки почтовых и других отправок является привлекательным предметом бизнеса множества компаний по всему миру. Достаточно известными примерами в этой области являются системы доставки, используемые компаниями Амазон (Amazon) и Гугл (Google) в США [45; 46] и ДиЭйчЭл (DHL) в Германии [47; 48], осуществляющими доставку срочных отправок – тестов, медикаментов и других срочно требуемых предметов клиентам. При этом вертикальный взлет БАС в виде коптеров является особым преимуществом этих машин в связи с возможностью точечной доставки отправок.

Космические дроны. Космические дроны не предназначены для транспортировки отправок на Земле, однако они являются перспективными, во-первых, для отправки различных предметов на космические станции, на другие планеты и спутники, а также для исследования космических тел и пространства. При этом космические дроны занимают среди другой робототехники достаточно выгодное положение в связи с их широкими возможностями, что делает эти аппараты незаменимыми в части обследования различных космических объектов – астероидов, комет и других небесных тел [49].

Более того, уже создано несколько образцов дронов для космических миссий и исследования других планет, в частности, Марса [50–52].

Важно отметить, что космические и инопланетные дроны должны проходить серьезную кастомизацию, т. е. настройку параметров, иметь адаптационные характеристики и быть защищенным от различного вида угроз – радиации, вредных и ядовитых агрессивных веществ, экстремальных перегрузок, различной степени гравитации и ускорения и т. д. Например, на Марсе снижение гравитации на 38,5 % увеличит подъемную силу и маневренность, что окажет в свою очередь воздействие на работу системы управления в части быстродействия [53].

Морские дроны. Морские дроны также пока не рассматривались как транспортные, однако логично предположить, что впоследствии этот вид транспорта может оказаться весьма эффек-

тивным в плане оперативной доставки отправок к местам аварий и катастроф. Морские аппараты могут служить прекрасными и удобными устройствами для изучения морских организмов, обнаружения нефтяных и других выбросов, а также других целей [54–56].

В будущем, по мнению ряда экспертов, будет организовано взаимодействие морских и авиационных дронов, в том числе комбинированных, для доставки различных отправок морем и по суше. Очевидно, что морская доставка может быть значительно более эффективной, чем воздушная, а наличие летательного дрона с вертикальным взлетом на морском дроне расширяет возможности по доставке грузов. На сегодняшний день морские дроны в основном используются для подводных операций и доставки воздушных отправок авиационными дронами, базирующимися на подводных дронах [57–63]. К таким образцам относятся дроны ScanEagle, Volans, Cormorant.

Наземные (дорожные) дроны. Дорожные дроны в виде автомобилей-роботов прошли быстрый этап развития с 2019 г, когда это направление только начало зарождаться [64], и сегодня уже действуют в ряде стран на основе алгоритмов типа «роя пчел» или «колонии муравьев» [65].

Дроны широкого применения. Кроме традиционного использования, БАС или дроны используются достаточно необычно, однако с большой пользой для различных служб. Например, в Полицейском департаменте Токио разработано около тысячи вариантов защиты воздушного пространства города и полетных коридоров от несанкционированных дронов, которые продаются в целом бесконтрольно, особенно с малой массой. Для этого существуют противодействующие дроны, которые в случае неподчинения любых летательных аппаратов могут осуществить атаку для уничтожения подозрительного дрона-нарушителя [66].

Дроны также могут осуществлять нетрадиционные задачи – например, служить авиационными площадками для других дронов [67].

Дроны также используются для отпугивания или управления поведением птиц на взлетно-посадочных полосах аэропортов [68].

Они могут использоваться для мытья окон, водосточных труб, лопастей ветроэнергетических установок, солнечных модулей и многих других предметов [69].

И, конечно же, дроны могут использоваться как видео-, фотокамеры на досуговых мероприятиях, особенно в экстремальных местах [70].

Освоение арктики. Освоением Арктики занимается целый ряд стран в связи с наличием под арктическими льдами крупных месторождений полезных ископаемых. Берега арктических морей могут быть с успехом использованы для проживания и осуществления различных задач – рыболовства, охраны и оборонительных мероприятий, наблюдений за развитием природных процессов, археологических раскопок и т. д. Дроны рассматриваются исследователями как системы мониторинга и фиксирования различных событий.

Использование БАС в России. Отечественные российские технологии БАС за последние несколько лет шагнули вперед как качественно, так и количественно. Концепцией Технологического Развития на период до 2030 г. [91] был дан старт национальному проекту «Беспилотные авиационные системы» [92], определившему ключевые приоритеты развития беспилотных систем в РФ. Согласно данному проекту, явившемуся одним из наиболее критических для достижения технологического суверенитета и лидерства, доля отечественных БАС в общем объеме рынка (в том числе самолеты, вертолеты, мультироторы) должна составить к 2030 г. не менее 70,3 %. В количественном выражении (без образовательных БАС) это количество исчисляется как 46230 ед. Уровень технологической независимости отрасли при этом должен достичь 81,1 %. Российские компании в области беспилотного авиастроения серьезно занимаются вопросами логистики [1–3], доставки различных отправок [4] и продуктов [5], а также изучения экономики систем БАС [6]. Развитие БАС в соответствии с концепцией Национальной Технологической Инициативы [93] осуществляется по четырехуровневой модели архитектуры неба: космический (управление); стратосферный (устойчивость); логистический и хозяйственный.

Петербургский международный экономический форум 2024 г. выделил общие тренды и вызовы в отношении развития рынка БАС, становящегося отраслью экономики:

- упрощение процессов эксплуатации БАС;
- достижение минимально необходимого уровня безопасности эксплуатации БАС (не ниже уровня регулярных коммерческих перевозок);
- разработка цифровых правил полета;
- инфраструктурная унификация и внедрение принципов интероперабельности (в будущем крайне важно соблюсти принципы интероперабельности при интеграции в единую экосистему беспилотников различных сред);
- расширение функциональных сценариев применения БАС;
- функционирование в насыщенной различными объектами среде (в том числе, применение принципов Х2Х);
- кардинальное снижение стоимости услуг для конечного пользователя.

Особое отношение Форума было обозначено к интероперабельности в части реализации на аппаратном и программном уровнях, при исключении параллельного финансирования аналогичных проектов при различной стандартизации, с получением высокого синергетического эффекта.

В части достижения технологического лидерства в России с 2024 г. в Минобрнауки запущен федеральный проект «Перспективные технологии для БАС» по выполнению НИОКР, в рамках которого выделяется девять приоритетных направлений развития БАС [95]:

- технологии навигации, радионавигации;
- вычислители, фотонные интегральные информационные системы;
- новые технологии производства и новые материалы для БАС;
- технологии группового взаимодействия беспилотных воздушных судов (БВС), принятия решений и комплексных систем управления БВС;
- технологии и средства интеграции беспилотных воздушных судов в единое воздушное пространство;
- технологии технического зрения для БАС;
- технологии, компоновки и принципы движения БВС;
- технологии, методы и средства связи;
- энергетические и силовые установки.

Согласно задачам Проекта, за несколько лет необходимо заложить прочный фундамент для разработки и производства полностью автономных БАС с применением искусственного интеллекта, с формированием единой, бесшовной цифровой среды для взаимодействия беспилотных аппаратов различного типа и различных сред. Например, чтобы один аппарат, выполняющий мониторинг, при возникновении некой сигнальной ситуации на железнодорожных путях передал бы соответствующее уведомление наземному колесному аппарату для автономного устранения неполадок. Таким образом, Проект охватывает широкие междисциплинарные задачи.

Рынок БАС коммерческого сектора экономики В2В (бизнес-продажи) растет в среднем на 60 % в год [96]. В 2023 г. он составил 8 млрд руб., а к 2028 г. должен превысить 82 млрд руб. Согласно данным Ростелекома, увеличение инвестиций в зарождающуюся отрасль ожидается от сегментов логистики, сельского хозяйства, строительства, энергетики, как наиболее заинтересованных в развитии БАС-технологий. Основные преимущества БАС для бизнес-сегмента – это возможность оптимизации и упрощения процессов, сокращение трудозатрат, ускорение сбора данных, минимизация человеческого фактора. Тем не менее, на данный момент развитие БАС сдерживается сложностями юридического и логистического регулирования, неразвитость инфраструктуры, ограничением информирования об уже реализованных кейсах применения дронов для задач бизнеса. По данным ассоциации «Аэронекст» рынок беспилотных дронов за 2023 г. недоиспользовал 34 % аппаратов в связи с сохранившимися запретами на полеты БАС во многих регионах России с осени 2022 г.

Согласно различным прогнозам (Ростелеком, Аэронекст и др.) в России, как самой крупной по территории стране, в первую очередь будут востребованы почтовые дроны для доставки заказов Интернет-магазинов типа Yandex, Ozon, WB и многих других. ИТ-Холдингом Т1 уже



Рис. 4. Агродрон «Рубин А50»

Fig. 4. Agro-drone "Rubin A50"

осуществляется тестовая доставка медикаментов малыми дронами до 30 кг на территории Ямало-Ненецкого АО по маршруту Нарьян-Мар – Андег – Нарьян-Мар. После получения акта летной годности по упрощенной процедуре Холдинг планирует разрабатывать, производить и эксплуатировать дроны массой более 30 кг [97]. Сейчас производство гражданских БАС в основном сориентировано Холдингом на сельское хозяйство в части отдельного аппарата типа Рубин А50 (рис. 4) с сенсорными системами для обхода препятствий при следовании

по маршруту. Аппарат способствует автоматизации сельскохозяйственных процессов и эффективному внесению химических средств. Холдинг изготавливает 500–1500 единиц аппаратов со сложными системами навигации в месяц.

Примеры применения БАС в России:

- аэромониторинг 50+ объектов капитального строительства (ПАО «Газпром», с 2021 г.);
- аэромониторинг при реконструкции и модернизации Байкало-Амурской магистрали (ПАО РЖД, с 2022 г.);
- мониторинг городских строек, контроль сдачи объектов (Департамент строительства г. Москвы, с 2021 г.);
- мониторинг строительства Международного медицинского кластера с помощью онлайн-трансляций (Сколково, с 2023 г.);
- проведение аварийно-восстановительных работ на воздушных линиях электропередачи, обследование линий после штормовых погодных условий, исследование ЛЭП до 200 км/день (ПАО Россети, с 2021 г. Программа «Цифровая трансформация – 2030»);
- геологоразведка, проверки трубопроводов, поиск утечек газа (нефти), наблюдение за строительством объектов, проверка состояния морских и наземных платформ, проверка башни-факела, контроль пожарной безопасности (Нефтегаз (Татнефть, Сибур, Газпром), с 2019 г. С 2025 г. – развитие технологий осуществляется с применением искусственного интеллекта);
- тестовая доставка посылок (Почта России, Pony Express и др. Пилотный проект начался в 2023 г., заключительные испытания планируются в 2025–2026 гг.);
- временные сети связи во время массовых мероприятий, природных катастроф или других чрезвычайных ситуаций (ПАО «Ростелеком», с 2020 г.);
- военно-разведывательные задачи (концерн «Калашников». Аппараты типа СКАТ 350М, Куб (рис. 5)).

Перспективные технологии предлагаются целым рядом образовательных учреждений. СибГУ им. М. Ф. Решетнева (г. Красноярск) планирует разработать гибридную систему связи на основе стратосферных (25–30 км) беспилотных аппаратов. Такие технологии позволят значительно улучшить качество и снизить стоимость мобильной (спутниковой) связи [98].

Бурное развитие получили ударные БАС в ходе Спецоперации в Донбассе. Начиная с 2015 г. в условиях военной операции в Сирии беспилотные аппараты доказали свои преимущества, пройдя эволюцию от носителей оптики до средств доставки легких средств поражения. Причем распространение получили как малые разведывательные БВС, так и крупные ударные беспилотные аппараты. Легкие БАС типа «Иноходец» могут нести небольшие гранаты и мины сначала с использованием кустарной подвески, затем с промышленной системой крепления.

FPV-дроны, как правило, используются как легкие и маневренные барражирующие боеприпасы для поражения разных, в том числе скрытых, целей. Дроны-камикадзе типа «Ланцет-3» с противолазерной защитой фактически тоже относятся к барражирующим боеприпасам и используются для поражения мобильных и стационарных целей в радиусе до 40 км и более с точным поражением цели (рис. 6). Ударные тяжелые (до 200 кг) БАС большой дальности «Герань-2» могут наносить поражение объектам в радиусе до 2500 км.



Рис. 5. БАС СКАТ 350М концерна «Калашников» и Куб-Э (управляемый барражирующий боеприпас)

Fig. 5. Kalashnikov Concern SKAT 350M UAS and Kub-E (guided barrage ammunition)

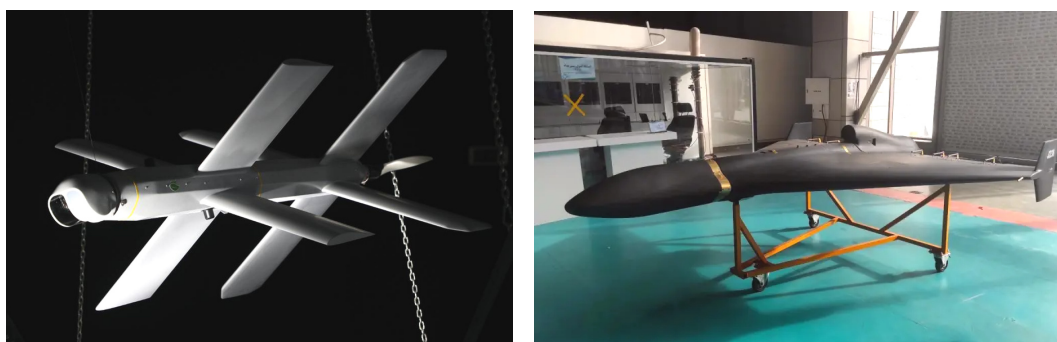


Рис. 6. БАС «Ланцет-3» и «Герань-2»

Fig. 6. UAV “Lancet-3” and “Geranium-2”

В последние годы в России проявлен особый интерес к БАС вертикального взлета (VTOL) грузоподъемностью 15–300 кг. К ним относятся дроны типа «Фаэтон» (нагрузка до 15 кг, полет 5 ч, 500 км), «Буря-20» с отсеками для FPV-дронов (нагрузка 15 кг, полет 5 ч, 500 км), конвертоплан «R-75» от «Эколибри» (нагрузка 25 кг, полет 7 ч, 750 км), С-76 (МБС) (нагрузка до 50 кг, полет 4 ч, 400 км), С-76 от ОКБ «Сухой» (нагрузка до 300 кг, полет 5–7 ч, 1500 км).

При анализе военных дронов становится очевидно, что технологии БАС получили мощное развитие в ходе Специальной военной операции в связи с возможностью разработки технологий без учета множества действующих полетных ограничений. Более того, становится также очевидным, что действующие ГОСТы серьезно устарели, регулирование воздушного пространства нуждается в серьезной доработке, а сами технологии беспилотных аппаратов могут быть адаптированы в гражданском секторе с колоссальной экономической выгодой.

Методы проектирования дронов

Процесс разработки дрона, вне зависимости от его массы, функционала, топологии, размеров и т. д., может быть формально разделен на три основных этапа – разработка концепции, предварительная конструкция и детализовка [77–80].

На каждом этапе требуется всесторонняя оценка размеров, аэродинамики, аэроупругости, прочности, стабильности, управления, надежности и производительности [81–82].

Процесс определения размера дрона, как правило, включает следующие этапы [83–87]:

- определение параметров миссии (удаленность, сложность, скрытность, скорость в различных точках маршрута, необходимость маневрирования);
- определение режима полета в зависимости от требований миссии;
- определение конфигурации и аэродинамического качества крыла с помощью моделирования нагрузки, предельных грузов, решения кинематических и динамических систем уравнений;
- преодоление конструктивных проблем и противоречий. Оптимизация аэродинамики компонентов и всего аппарата в целом;
- прогнозирование массы дрона на основе полученных при моделировании данных;
- определение мощности двигателей и емкости батарей;
- достижение точности выполнения миссии (точные места взлетов – посадок – сброса);
- оценка себестоимости НИОКР в сравнении с выполняемой миссией и в соответствии с культурой производства, технологическими возможностями производителя комплектующих, доступности оснастки, материалов и компонентов.

Классификация дронов

В России дроны (БАС) классифицируются и категоризируются ГОСТ 59517–2021. Беспилотные авиационные системы. Классификация и категоризация [1].

Согласно настоящему стандарту, БАС классифицируются следующим образом:

- по максимальной взлетной массе БВС в составе БАС: от 0,25 до 30 кг включительно, от 30 кг и выше;
- достигаемой БВС в полете кинетической энергии: 100 Дж и менее, более 100 Дж и выше;
- эксплуатационному назначению: в личных целях, для выполнения авиационных работ;
- условиям видимости: прямая радиовидимость, отсутствие прямой радиовидимости.

Категории БАС

Открытая категория (А). БАС может быть отнесена к категории А при условии соответствия следующим критериям: максимальная взлетная масса БВС в составе БАС не меньше 0,25 кг и не превышает 30 кг; максимальная кинетическая энергия, достигаемая БВС при выполнении полета, не превышает 100 Дж (а также БВС в составе БАС не имеет в своей конструкции вращающихся частей, которые могут нанести тяжкие телесные повреждения); использование БАС только в личных целях, при этом выполнение авиационных работ не допускается; полет БВС в составе БАС выполняется при следующих условиях: (ограничение высоты до 150 м; полеты в условиях BVLOS (Beyond Visual Line of Sight или ППП – Правила Приборного Полета); полеты выполняются в светлое время суток; полеты выполняются на удаленном расстоянии от строений и людей не менее 150 м или воздушном пространстве, специально выделенном для полетов беспилотных воздушных судов.

Специальная категория (В). БАС может быть отнесена к категории В при условии соответствия следующим критериям:

- характеристики и конструкция БАС превышают ограничения, указанные в предыдущем пункте;
- система автоматического управления, в случае потери связи, обеспечивает возвращение БВС в точку начала полета до восстановления работоспособности линии управления и контроля или немедленное завершение полета;
- БАС предполагается использовать для выполнения авиационных работ в одобренном для этого эксплуатационном объеме выделенного воздушного пространства в соответствии с [1], устанавливающими порядок использования воздушного пространства.

Исходя из Федеральных авиационных правил «Сертификация авиационной техники, организаций разработчиков и изготовителей», ч. 21, 2019, БАС категории В допускается к полетам при условии подтверждения соответствия требованиям к единичному экземпляру воздушного судна в составе БАС или утвержденному федеральным органом исполнительной власти в области гражданской авиации объему требований норм летной годности БАС с БВС соответствующего типа в форме сертификата типа или сертификата типа ограниченной категории.

Для доказательства соответствия БАС категории В ожидаемым условиям эксплуатации заявитель может использовать результаты оценки рисков особых ситуаций, возникновение которых возможно во время или в результате полета БВС в составе БАС категории В в соответствии с методами, утвержденными федеральным органом исполнительной власти в области гражданской авиации.

Сертифицируемая категория (С). БАС может быть отнесена к категории С в случае необходимости выполнения полетов БВС в составе БАС в заявленном классе несегрегированного воздушного пространства по правилам визуального полета и полетов по приборам.

БАС категории С допускается к полетам при условии подтверждения соответствия утвержденному объему федеральным органом исполнительной власти в области гражданской авиации требований норм летной годности БАС с БВС соответствующего типа в форме сертификата типа или сертификата типа ограниченной категории.

Эксплуатация БАС категории С должна выполняться в соответствии с Федеральными авиационными правилами, устанавливающими порядок использования воздушного пространства.

Классификация дронов за рубежом

Классификация дронов за рубежом (на Западе) приняла различные, достаточно расплывчатые нестрогие формы [88; 89]. В частности, для классифицируемых объектов используются, как правило, следующие параметры или характеристики:

- способы управления: дистанционно-пилотируемый с управлением в двух режимах – ручном и автоматизированном и автоматический с управлением автопилотом по заранее заданной траектории на заданной высоте с заданной скоростью и со стабилизацией углов ориентации;

- тип конструкции: беспилотные летательные аппараты фиксированного крыла с прямым толчком по фиксированному крылу для получения подъёмной силы и беспилотные летательные аппараты вращающегося крыла, которые разделены на два типа – одновинтовые и многовинтовые (мультикоптер);

- по размеру и массе: сверхтяжёлые (взлётная масса более 2 т – X-45, Darkstar, Predator В и Global Hawk), тяжёлые (масса от 200 до 2000 кг), средней массы (от 50 до 200 кг), лёгкие (от 5 до 50 кг) и микро (до 5 кг);

- по высоте полёта: низкая высота (до 1000 м – FPASS, Pointer, Dragon Eye), средняя высота (от 1000 до 10000 м – большинство БАС или UAV) и высокая высота (более 10000 м – X-45, Predator В, Darkstar, Global Hawk).

Согласно другим классификациям [90], дроны подразделяются на такие категории, как микро или нано (Миниатюрные, MAV, NAV Air Vehicles с низкой высотой полета до 330 м и кратким временем полета), вертикального взлета и низкой высоты полета (VTOL Vertical Take-Off & Landing не требуют взлетной полосы. Пример приведен на рис. 7 – Convair XFY-1 Pogo), малые БАС (LASE Low Altitude, Short-Endurance или sUAS – Small Unmanned Aircraft Systems с массой до 2–5 кг), средней высоты до 9000 м длительного полета (LALE Low Altitude, Long Endurance несколько сот километров полета), высокой высоты до 20000 м и выше длительного полета (HALE High Altitude, Long Endurance свыше 30 ч полета).

Последние разработки направлены на миниатюризацию компонентов, оснащение максимальным набором датчиков, улучшением навигационных характеристик, создание наземных баз для остановки и дозаправки БАС.

Заключение

Как показывает анализ обзора, несмотря на существование разрозненных попыток создать интеллектуальные комплексы доставки небольших и крупных грузов, полностью автоматических систем (согласно ГОСТ 34.003–90), сочетающих автоматическое взаимодействие подготавливающей к забору груза площадки, БАС с манипуляторами (ГОСТ Р 57258–2016) и распределителя отправлений пока не существует.



Рис. 7. БАС с вертикальным взлетом и горизонтальным полетом Convair XFY-1 Pogo

Fig. 7. Convair XFY-1 Pogo vertical takeoff and horizontal flight UAS

Таким образом, несмотря на мнимую известность идеи доставки почтовых отправлений, а также широкий опыт использования БАС для транспортировки различных предметов, целостность и автоматизация процесса доставки грузов до сих пор отсутствует. Ни в одной стране мира нет автоматической сортировки перед забором груза, нет четкого автономного полетного задания, отсутствуют даже концепции приемников-распределителей грузов в многоэтажных (многоофисных) зданиях. Тем не менее, с ростом потребления легких мелкомасштабных грузов сроки поставки в постаматы и точки выдачи доставляющими компаниями неизменно растут. Данная проблема особенно характерна для мегаполисов, где наблюдается неудержимый рост числа постаматов и, соответственно, количества городского транспорта для доставки отправлений. Кроме этого, до сих пор не решены проблемы автоматического облета существующих и вновь возводимых препятствий, не указанных в актуальных картографических документах – деревьев, строительных лесов,

мачт, растяжек и т. п. Таким образом, логистика (в том числе с использованием больших данных) ни на одном из этапов доставки груза потребителю (заказчику) до сих пор не решена.

Тем не менее, становятся заметными тенденции перехода к полуавтоматическим и автоматическим системам сортировки, доставки и распределения грузов, расширения применения автономных БАС. Следовательно, возможности для проведения НИОКР в части почтовой доставки достаточно широкие.

Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-19-20060 от 20.04.2023, <https://rscf.ru/project/25-19-20060>.

Acknowledgment

The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 25-19-20060, <https://rscf.ru/en/project/25-19-20060/>.

Библиографические ссылки

1. ГОСТ Р 59517–2021. Беспилотные авиационные системы. Классификация и категоризация. М. : Стандартинформ, 2021. 7 с.
2. Портер Д. Беспилотники Zipline доставляют медикаменты и средства индивидуальной защиты СИЗ в Северную Каролину. The Verge. 2020 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.theverge.com/2020/5/27/21270351/zipline-drones-novant-health-medical-center-hospital-supplies-ppc> (дата обращения: 17.03.2025).
3. Блум С. Вакцины, доставляемые беспилотниками открывают Новую эру медицинской помощи. Популярная механика [Электронный ресурс]. URL: <https://www.popularmechanics.com/flight/drones/a25618732/drone-vaccine-delivery-vanuatu/> (дата обращения: 17.03.2025).

4. Life-Saving Drones Fly Medicine to Tanzania's Remotest Spots. Bloomberg [Электронный ресурс]. URL: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2019-03-08/life-savingdrones-deliver-medicine-to-tanzania-s-remotest-spots>. 2019 (дата обращения: 22.01.2025)
5. Sun Tongtong. The popularity of unmanned vehicles in Wuhan is contributing to the commercialization of unmanned vehicles // *Enterprise Observer*. 2020. No. 102 (3). P. 42–47.
6. Курбанов Т., Старченко Д., Заикин А. Дроны в логистике: Опыт ведущих зарубежных и отечественных компаний, перспективы и проблемы применения // *Логистика*. 2020. № 2(159). С. 26–29.
7. Иерархический анализ рисков моделей угроз беспилотных летательных аппаратов / Т. З. Аралбаев, Р. Р. Галимов, М. А. Гетьман, О. В. Клиндух // *Изв. Саратовского ун-та. Сер.: Математика. Механика. Информатика*. 2023. Т. 23, вып. 2. С. 241–252. Doi: 10.18500/1816-9791-2023-23-2-241-252.
8. Важавелил Т. Будущее доставки дронами. WiPro. 2021 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.wipro.com/business-process/the-future-of-delivery-with-drones-contactless-accurate-and-high-speed/> (дата обращения: 22.01.2025).
9. Обзор мирового опыта коммерческой доставки грузов с помощью беспилотников. Imbasoft. HABR. 2024 [Электронный ресурс]. URL: <https://habr.com/ru/articles/402475/> (дата обращения: 22.01.2025).
10. Autonomous management of an UAV Airfield. In proceedings of the 3rd international conference on application and theory of automation in command and control systems / R. M. Rodríguez, F. Alarcón, D. S. Rubio, A. Ollero. Naples, 2013. P. 28–30. Doi: 10.1109/ICAS.2009.8.
11. Bachmann R. J. Biologically inspired mechanisms facilitating multimodal locomotion for areal micro-robot // *Proceedings of the 24th international unmanned air vehicles conference*. Bristol, 2009. Doi: 10.3390/app11115167/.
12. Microdrones unmanned aerial solutions are the ideal platform for serious professional work [Электронный ресурс]. URL: <https://www.microdrones.com/en/applications> (дата обращения: 22.01.2025).
13. Miller P. M. November. Mini, micro, and swarming unmanned aerial vehicles: A baseline study. Washington, DC: Federal Research Division, Library of Congress. 2006.
14. Alexandridis T. K., Zalidis G. C., Silleos N. G. Mapping irrigated area in Mediterranean basins using low cost satellite Earth Observation // *Computers and electronics in agriculture*. 2008. No. 64(2). P. 93–103. Doi: 10.1016/j.compag.2008.04.001.
15. Irrigated area mapping in heterogeneous landscapes with MODIS time series, ground truth and census data, Krishna Basin, India / T. W. Biggs, P. S. Thenkabail, M. K. Gumma et al. // *International Journal of Remote Sensing*. 2006. No. 27(19). P. 4245–4266. Doi: 10.1080/01431160600851801.
16. Irrigated areas of India derived using MODIS 500 m time series for the years 2001–2003 / V. Dheeravath, P. S. Thenkabail, G. Chandrakantha et al. // *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2010. No. 65(1). P. 42–59. Doi: 10.1016/j.isprsjprs.2009.08.004.
17. Toomanian N., Gieske A. S. M., Akbary M. Irrigated area determination by NOAA-Landsat upscaling techniques, Zayandeh river basin, Isfahan, Iran // *International journal of remote sensing*. 2004. No. 25(22). P. 4945–4960. Doi: 10.1080/01431160410001713007.
18. Mapping paddy rice agriculture in southern China using multi-temporal MODIS images / X. Xiao, S. Boles, J. Liu et al. // *Remote sensing of environment*. 2005. No. 95(4). P. 480–492. Doi: 10.1016/j.rse.2004.12.009.
19. Evaluation of digital photography from model aircraft for remote sensing of crop biomass and nitrogen status / E. R. Hunt, M. Cavigelli, C. S. Daughtry et al. // *Precision Agriculture*. 2005. No. 6. P. 359–378. Doi: 10.1007/s11119-005-2324-5.
20. Assessing the impact of climate variations on wheat yield in north-west India using GIS / P. K. Kingra, R. Setia, J. Kaur et al. // *Spatial Information Research*. 2018. No. 26. P. 281–294. Doi: 10.1007/s41324-018-0174-2.

21. Spectral matching techniques to determine historical land-use/land-cover (LULC) and irrigated areas using time-series 0.1-degree AVHRR pathfinder datasets / P. Thenkabail, P. GangadharaRao, T. Biggs et al. // *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*. 2007. No. 73(10). P. 1029–1040.
22. Burke M., Lobell D. B., Satellite-based assessment of yield variation and its determinants in smallholder African systems // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2017. No. 114(9). P. 2189–2194. Doi: 10.1073/pnas.1616919114.
23. Crop yield estimation by satellite remote sensing / C. Ferencz, P. Bogner, J. Lichtenberger et al. // *International Journal of Remote Sensing*. 2004. No. 25(20). P. 4113–4149. Doi: 10.1080/01431160410001698870.
24. Mapping smallholder wheat yields and sowing dates using micro-satellite data / M. Jain, A. K. Srivastava, R. K. Joon et al. // *Remote sensing*. 2016. No. 8(10). P. 860. Doi: 10.3390/rs8100860.
25. Jang J. D., Viau A. A., Ancil F. Thermal water stress index from satellite images // *International Journal of Remote Sensing*. 2006. No. 27(8). P. 1619–1639. Doi: 10.1080/01431160500509194.
26. A satellite based crop water stress index for irrigation scheduling in sugarcane fields / S. Veysi, A. A. Naseri, S. Hamzeh, H. Bartholomeus // *Agricultural water management*. 2017. No. 189, P. 70–86. Doi: 10.1016/j.agwat.2017.04.016.
27. Forest cover classification by optimal segmentation of high resolution satellite imagery / S. R. Kim, W. K. Lee, D. A. Kwak et al. // *Sensors*. 2011. No. 11(2). P. 1943–1958. Doi: 10.3390/s110201943.
28. Evaluation of digital photography from model aircraft for remote sensing of crop biomass and nitrogen status / E. R. Hunt, M. Cavigelli, C. S. Daughtry et al. // *Precision Agriculture*. 2005. No. 6. P. 359–378. Doi: 10.1007/s11119-005-2324-5.
29. Bauer M. E., Cipra J. E. Identification of agricultural crops by computer processing of ERTS MSS data. 1973.
30. Assessment of vineyard water status variability by thermal and multispectral imagery using an unmanned aerial vehicle (UAV) / J. Baluja, M. P. Diago, P. Balda et al. // *Irrigation Science*. 2012. No. 30. P. 511–522. Doi: 10.1007/s00271-012-0382-9.
31. Rufino G., Moccia A. Integrated VIS-NIR hyperspectral/thermal-IR electro-optical payload system for a mini-UAV // *Infotech@ Aerospace*. 2005. 7009 p.
32. Autonomous UAVs wildlife detection using thermal imaging, predictive navigation and computer vision / S. Ward, J. Hensler, B. Alsalam, L. F. Gonzalez // *2016 IEEE aerospace conference*. 2016, March. Doi: 10.1109/AERO.2016.7500671.
33. Callam A. Drone wars: Armed unmanned aerial vehicles // *International Affairs Review*. 2010. No. 18(3) [Электронный ресурс]. URL: <https://press.armywarcollege.edu/parameters> (дата обращения: 16.01.2024).
34. Drone Warfare [Электронный ресурс]. URL: <https://www.thebureauinvestigates.com/projects/drone-war> (дата обращения: 16.01.2024).
35. Parmar T. Drones in India. Centre for the study of the drone. 2014.
36. Floreano D., Wood R. J. Science, technology and the future of small autonomous drones // *Nature*. 2015. No. 521(7553). P. 460–466. Doi: 10.1038/nature14542.
37. Unmanned aerial systems for civil applications. A review / H. González-Jorge, J. Martínez-Sánchez, M. Bueno, P. Arias // *Drones*. 2017. No. 1(1). P. 2.
38. Waharte S., Trigoni N. Supporting search and rescue operations with UAVs // *2010 international conference on emerging security technologies*. 2010. P. 142–147. Doi: 10.1109/EST.2010.31.
39. Micro-Drones reports [Электронный ресурс]. URL: <https://www.microdrones.com/en/applications/areas-of-application/searchand-rescue> (дата обращения: 13.01.2025).
40. Drones reports [Электронный ресурс]. URL: <https://www.xdynamics.com/> (дата обращения: 16.01.2024).
41. Rootwelt T. Ambulance Drones in Norway-A Stakeholder Analysis (Master's thesis NTNU). 2016.

42. The Sky's the Limit with Drone-assisted Mapping [Электронный ресурс]. URL: <http://www.simulyze.com/blog/drone-assisted-mapping-applications> (дата обращения: 17.01.2024).
43. Restas A. Drone applications for supporting disaster management // *World Journal of Engineering and Technology*. 2015. No. 3(03). P. 316. Doi: 10.4236/wjet.2015.33C047.
44. A review on unmanned aerial vehicle remote sensing and its application / W. Jin, H. L. Ge, H. Q. Du, X. J. Xu // *Remote sensing information*. 2009. No. 1. P. 88–92. Doi: 10.3390/drones7060398.
45. Amazon teases new details of planned Prime Air drone delivery service [Электронный ресурс]. URL: <http://appleinsider.com/articles/15/11/30/amazon-teases-new-details-ofplanned-prime-air-drone-delivery-service> (дата обращения 13.01.2024).
46. Two delivery drones built by Google will soon be tested in the US. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.techspot.com/news/62412-two-delivery-drones-built-google-soontested-us.html> (дата обращения: 17.01.2024).
47. Heutger M., Kückelhaus M. Unmanned aerial vehicles in logistics a DHL perspective on implications and use cases for the logistics industry. DHL Customer Solutions & Innovation, Troisdorf, Germany. 2014. Doi: 10.3390/su142114352.
48. DHL Express запустила первый регулярный маршрут автоматизированной доставки дронами в городских условиях // *DroneFlyers* [Электронный ресурс]. URL: <http://droneflyers.ru/2019/05/22/dhl-express-zapustila-pervyj-regulyarnyj-marshrut-avtomatizirovannoj-dostavkidronami-v-gorodskih-usloviyah/>. 2021.
49. De-zeen [Электронный ресурс]. URL: <http://www.dezeen.com/2015/01/28/nasa-helicopter-drones-explore-mars-jetpropulsion-laboratory/> (дата обращения: 17.01.2024).
50. Design of the ARES Mars Airplane and Mission Architecture [Электронный ресурс]. URL: <http://marsairplane.larc.nasa.gov/platform.html> (дата обращения: 17.01.2024).
51. ExoFly: a flapping winged aerobot for autonomous flight in Mars atmosphere / B. Peeters, J. A. Mulder, S. Kraft et al. // *College of Information Sciences and Technology: State College, PA, USA*. 2008.
52. Menges P. Artificial neural membrane flapping wing. NIAC Phase I study. Final Report, Ph. D. Principal Investigator Aerospace Research Systems, USA. 2006.
53. Mars gravity field based on a short arc technique / W. L. Sjogren, J. Lorell, L. Wong, W. Downs // *Journal of Geophysical Research*. 1975. No. 80(20). P. 2899–2908. Doi: 10.1029/JB080i020p02899.
54. Evaluation of an unmanned airborne system for monitoring marine mammals / W. R. Koski, T. Allen, D. Ireland et al. // *Aquatic Mammals*. 2009. No. 35(3). P. 347. Doi: 10.1578/AM.35.3.2009.347.
55. Koh L. P., Wich S. A. Dawn of drone ecology: low-cost autonomous aerial vehicles for conservation // *Tropical conservation science*. 2012. No. 5(2). P. 121–132. Doi: 10.1177/194008291200500202.
56. Fingas M., Brown C. Review of oil spill remote sensing // *Marine pollution bulletin*. 2014. No. 83(1). P. 9–23. Doi: 10.1016/j.marpolbul.2014.03.059.
57. Insitu, ScanEagle® Unmanned Aircraft System, 118 East Columbia River Way Bingen, Washington 98605. www.insitu.com.
58. Development and testing of instrumentation for UAV-based flux measurements within terrestrial and marine atmospheric boundary layers / B. D. Reineman, L. Lenain, N. M. Statom, W. K. Melville // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. 2013. No. 30(7). P. 1295–1319. Doi: 10.1175/JTECH-D-12-00176.1.
59. Allen J., Walsh B. Enhanced oil spill surveillance, detection and monitoring through the applied technology of unmanned air systems // *In International oil spill conference, American Petroleum Institute*. 2008. No. (1). P. 113–120.
60. Design of a hybrid detachable amphibious drone for monitoring marine environment / C. Dinelli, J. Fisher, B. Herkenhoff, M. Hassanalian // *AIAA Propulsion and Energy 2020 Forum*. 2020. 3965 p. Doi: 10.2514/6.2020-3965

61. Gabler [Электронный ресурс]. URL: <http://gabler-luebeck.de/en/product/gabler-triple-m> (дата обращения: 15.01.2024).
62. 2009. Reconfigurable unmanned aerial vehicles / М. А. Erbil, S. D. Prior, M. Karamanoglu et al. // International Conference on Manufacturing and Engineering Systems. Proceedings, International Conference on Manufacturing and Engineering Systems. P. 392–396. [Электронный ресурс]. URL: <https://repository.mdx.ac.uk/item/82268> (дата обращения: 15.01.2024).
63. Dacus A. P. Impact of C4ISR/Digitization and Joint Force Ability to Conduct the Global War on Terror. Monograph, School of Advanced Military Studies, Fort Leavenworth: US ARMY CGSC. 2006.
64. Autonomous Unmanned Ground Vehicles for Urban Logistics: Optimization of Last Mile Delivery Operations / М. О. Sonneberg, M. Leyerer, A. Kleinschmidt et al. // International Conference on System Sciences. Hawaii, America, 2019. P. 1538–1547.
65. Матренин П., Секаев В. Адаптивный алгоритм муравьиной колонии при построении и оптимизации расписаний // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2012. № 11. С. 19–24.
66. Tokyo To Deploy 'Interceptor Drone' To Fish Out Rogue Drones In A Net [Электронный ресурс]. URL: <http://www.techtimes.com/articles/115497/20151212/tokyo-to-deploy-interceptor-drone-to-fish-out-rogue-drones-in-a-net.htm> (дата обращения: 16.01.2024).
67. Watch A Drone Take Off From Another Drone [Электронный ресурс]. URL: <http://www.popsci.com/article/technology/watch-drone-take-another-drone> (дата обращения: 18.01.2024).
68. Gade S., Paranjape A. A., Chung S. J. Herding a flock of birds approaching an airport using an unmanned aerial vehicle // AIAA guidance, navigation, and control conference. 2015. 1540 p. Doi: 10.2514/6.2015-1540.
69. Robinson-Solutions Professional Window Cleaning [Электронный ресурс]. URL: <http://robinson-solutions.blogspot.com/2016/01/drones-cleaning-windows.html> (дата обращения: 18.01.2024).
70. The Inventors of the Wristwatch Drone Share Their Vision of the Future [Электронный ресурс]. URL: <http://www.wired.com/2014/10/wear-a-spy-drone-on-your-wrist/> (дата обращения: 18.01.2024).
71. Как в России рождается беспилотная аэрологистика. РБК. 2022 [Электронный ресурс]. URL: <https://trends.rbc.ru/trends/industry/cmrm/62036c429a7947ce2fc410cc?from=cory> (дата обращения: 18.01.2024).
72. Калмурзаева Д. К., Багинова В. В. Беспилотные летающие аппараты как инструмент микрологистики нового поколения // European Research. 2017. № 1 (24). С. 12–14.
73. Перспективы развития беспилотных средств доставки и оптимизация алгоритма / И. К. Романова, Цзяси Ли, Чжэн Ван, Лян Цзо // International Journal of Humanities and Natural Sciences. 2022. Vol. 5–2 (68). С. 37–41.
74. Костин А. С., Еленин Д. В. Методы доставки грузов при помощи беспилотных летательных аппаратов // Системный анализ и логистика. 2019. № 1(23). С. 55–64.
75. Доставка дронами: доставка еды и пиццы, легальность и будущее. Dostavista. 2019. [Электронный ресурс]. URL: <https://dostavista.ru/articles/drone> (дата обращения: 18.01.2024).
76. Коммерческая доставка грузов с помощью дронов: мировой опыт // Integral [Электронный ресурс]. URL: <http://integral-russia.ru/2017/03/24/kommercheskaya-dostavkagruzov-s-pomoshhyu-dronov-mirovoj-opyt/> (дата обращения: 18.01.2024).
77. Sadraey M. A Systems engineering approach to unmanned aerial vehicle design // 10th AIAA aviation technology, integration, and operations (ATIO) conference [Электронный ресурс]. URL: <https://doi.org/10.2514/6.2010-9302> (дата обращения: 18.01.2024).
78. Verstraete D., Coatanea, M., Hendrick P. Preliminary design of a joined wing HALE UAV // International Congress of the Aeronautical Sciences. Anchorage, Alaska, USA. 2008, September. P. 14–19.

79. Periaux, J., Gonzalez F., Lee D. S. C. Evolutionary optimization and game strategies for advanced multi-disciplinary design: applications to aeronautics and UAV design. 2015. Doi: 10.1007/978-94-017-9520-3.
80. A new systematic approach in UAV design analysis based on SDSM method / K. Amirreze, D. Marzieh, S. Foad, A. Fatemeh // Journal of Aeronautics & Aerospace Engineering, 2013. Doi: 10.4172/2168-9792.S1-001.
81. Zajkowski T. Unmanned aerial vehicles: Remote sensing technology for the USDA Forest Service, Rem. Sens Applications Center, Salt Lake City. 2003. Doi: 10.3390/rs12061046.
82. A comparison between satellite based and drone based remote sensing technology to achieve sustainable development: a review / B. Bansod, R. Singh, R. Thakur, G. Singhal // Journal of Agriculture and Environment for International Development (JAEID). 2017. No. 111. P. 383–407. Doi: 10.12895/jaeid.20172.690.
83. Hashim F., Dibs H., Jaber H. S. Adopting Gram-Schmidt and Brovey methods for estimating land use and land cover using remote sensing and satellite images // Nature Environment and Pollution Technology. 2022. Vol. 21, No. 2. P. 867–881. Doi: 10.46488/NEPT.2022.v21i02.050.
84. Cosyn P., Vierendeels J. Design of fixed wing micro air vehicles // The Aeronautical Journal. 2007. No. 111(1119). P. 315–326. Doi: 10.1017/S0001924000004565.
85. Gertler J., US Unmanned Aerial Systems, Library of Congress Washington DC Congressional Research Service. 2012 [Электронный ресурс]. URL: <https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc84013/> (дата обращения: 18.01.2024).
86. Why The USAF's Massive \$10 Billion Global Hawk UAV Is Worth The Money [Электронный ресурс]. URL: <http://foxtrotalpha.jalopnik.com/why-the-usafs-massive-10-billion-globalhawk-uav-was-w-1629932000/>, (дата обращения: 18.01.2024).
87. Broad William J. A web of sensors, taking earth's pulse // NY Times. 2005. No. 154. P. 53210. [Электронный ресурс]. URL: <http://query.nytimes.com/gst/fullpage.html?res=9803E7DA1230F933A25756C0A9639C8B63&pagewanted=all> (дата обращения: 18.01.2024).
88. Modeling and Control of Unmanned Aerial Vehicles. 2014.
89. Каршов Р. С. Классификация беспилотных летательных аппаратов // Проблемы науки. 2016. № 11 (53). С. 38–40.
90. Arpan Pandit. Unmanned Aircraft Systems: Classification and Applications. Cherrubics. Engineering, Research Summary. 2020.
91. Концепция технологического развития до 2030 г. Распоряжение Правительства РФ от 20 мая 2023 года № 1315-р. [Электронный ресурс]. URL: <http://government.ru/docs/48570/> (дата обращения: 28.01.2024).
92. Национальный проект «Беспилотные авиационные системы». Минпромторг России. 2024 [Электронный ресурс]. URL: <http://government.ru/rugovclassifier/927/about/> (дата обращения: 22.04.2025).
93. Национальная Технологическая Инициатива [Электронный ресурс]. URL: <https://nti2035.ru/>, (дата обращения: 22.04.2025).
94. Петербургский международный экономический форум ПМЭФ-2024. Экспертное заключение. [Электронный ресурс]. URL: <https://roscongress.org/materials/bespilotnye-aviatsionnye-sistemy-rossii-tekhnologicheskoe-liderstvo-i-innovatsii-2024/> (дата обращения: 22.04.2025).
95. Федеральный проект «Перспективные технологии для беспилотных авиационных систем». Минобрнауки (утв. Минпромторгом России). [Электронный ресурс]. URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_310251/f1714695a398b82bf1c001c6d41f611cef97b7b8/ (дата обращения: 22.04.2025).
96. Рынок гражданских беспилотных аппаратов. Ростелеком. 13.06.2024. [Электронный ресурс]. URL: https://ai.gov.ru/knowledgebase/tehnologii-i-produkty-ii/2024_rynok_graghdanskih_bespilotnyh_apparatorov_obyem_dinamika_i_scenarii_primeneniya_bespilotnikov_v_otraslyah_ekonomiki_rostelekom/ (дата обращения: 22.04.2025).

97. T1 анонсировал запуск производства беспилотных авиационных систем в «Руднево». 15.06.2023 [Электронный ресурс]. URL: <https://t1.ru/news/item/t1-anonsiroval-zapusk-proizvodstva-bespilotnykh-aviatsionnykh-sistem-v-rudnevo/> (дата обращения: 22.04.2025).

98. В России разработали систему связи с использованием стратосферных беспилотников // Газета.RU. 22.04.2025 [Электронный ресурс]. URL: <https://www.gazeta.ru/tech/news/2025/04/22/25611686.shtml?updated> (дата обращения: 22.04.2025).

99. «На фронте и на гражданке»: на что способны дроны концерна «Калашников». RT на русском. 22.04.2025 [Электронный ресурс]. URL: <https://russian.rt.com/russia/article/1467602-kalashnikov-bpla-skat-kub> (дата обращения: 22.04.2025).

100. Развитие отечественных БПЛА на фоне Спецоперации // Военное обозрение. 22.04.2023 [Электронный ресурс]. URL: <https://topwar.ru/219796-razvitie-otechestvennyh-bpla-na-fone-specoperacii.html> (дата обращения: 22.04.2025).

References

1. GOST R 59517–2021. Unmanned aircraft systems. Classification and categorization]. Moscow, Standartinform Publ., 2021. 7 p. (In Russ.).

2. Porter J. Zipline drones deliver medicines and PPE personal protective equipment to North Carolina. The Verge. 2020. Available at: <https://www.theverge.com/2020/5/27/21270351/zipline-drones-novant-health-medical-center-hospital-supplies-ppe> (accessed: 17.03.2025).

3. Bloom, Sam. Vaccines delivered by drones are ushering in a new era of medical care. Popular mechanics. Available at: <https://www.popularmechanics.com/flight/drones/a25618732/drone-vaccine-delivery-vanuatu/> (accessed: 17.03.2025).

4. Life-Saving Drones Fly Medicine to Tanzania's Remotest Spots. Bloomberg. Available at: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2019-03-08/life-savingdrones-deliver-medicine-to-tanzania-s-remotest-spots>. 2019 (accessed: 22.01.2025)

5. Sun Tongtong. The popularity of unmanned vehicles in Wuhan is contributing to the commercialization of unmanned vehicles. *Enterprise Observer*. 2020, No. 102 (3), P. 42–47.

6. Kurbanov T., Starchenko D., Zaikin A. [Drones in logistics: The experience of leading foreign and domestic companies, prospects and problems of application]. *Logistika*. 2020, No. 2 (159), P. 26–29 (In Russ.).

7. Aralbaev T. Z. et al. Hierarchical risk analysis of threat models of unmanned aerial vehicles. *Izv. Saratovskogo un-ta. Ser.: Matematika. Mekhanika. Informatika*. 2023, Vol. 23, No. 2, P. 241–252. Doi: 10.18500/1816-9791-2023-23-2-241-252.

8. Vazhavelil T. The future of drone delivery. WiPro. 2021. Available at: <https://www.wipro.com/business-process/the-future-of-delivery-with-drones-contactless-accurate-and-high-speed/> (accessed: 22.01.2025)

9. *Obzor mirovogo opyta kommercheskoy dostavki gruzov s pomoshch'yu bespilotnikov*. Imbasoft. HABR [An overview of the global experience of commercial cargo delivery using drones. Imbasoft. HABR]. 2024. Available at: <https://habr.com/ru/articles/402475/> (accessed: 22.01.2025).

10. Rodríguez R. M., Alarcón F., Rubio D. S., Ollero A. Autonomous management of an UAV Airfield. *In proceedings of the 3rd international conference on application and theory of automation in command and control systems*. Naples, Italy, 2013. Doi: 10.1109/ICAS.2009.8.

11. Bachmann R. J., Biologically inspired mechanisms facilitating multimodal locomotion for areal micro-robot. *In Proceedings of the 24th international unmanned air vehicles conference*. Bristol, 2009. Doi: 10.3390/app11115167/.

12. Microdrones unmanned aerial solutions are the ideal platform for serious professional work. Available at: <https://www.microdrones.com/en/applications> (accessed: 22.01.2025).

13. Miller P. M. November. Mini, micro, and swarming unmanned aerial vehicles: A baseline study. Washington, DC: Federal Research Division, Library of Congress. 2006.

14. Alexandridis T. K., Zalidis G. C., Silleos N. G. Mapping irrigated area in Mediterranean basins using low cost satellite Earth Observation. *Computers and electronics in agriculture*. 2008, No. 64(2), P. 93–103. Doi: 10.1016/j.compag.2008.04.001.
15. Biggs T. W., Thenkabail P. S., Gumma M. K. et al. Irrigated area mapping in heterogeneous landscapes with MODIS time series, ground truth and census data, Krishna Basin, India. *International Journal of Remote Sensing*. 2006, No. 27(19), P. 4245–4266. Doi: 10.1080/01431160600851801.
16. Dheeravath V., Thenkabail P.S., Chandrakantha G. et al. Irrigated areas of India derived using MODIS 500 m time series for the years 2001–2003. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2010, No. 65(1), P. 42–59. Doi: 10.1016/j.isprsjprs.2009.08.004.
17. Toomanian N., Gieske A. S. M., Akbary M. Irrigated area determination by NOAA-Landsat upscaling techniques, Zayandeh river basin, Isfahan, Iran. *International journal of remote sensing*. 2004, No. 25(22), P. 4945–4960. Doi: 10.1080/01431160410001713007.
18. Xiao X., Boles S., Liu J. et al. Mapping paddy rice agriculture in southern China using multi-temporal MODIS images. *Remote sensing of environment*. 2005, No. 95(4), P. 480–492. Doi: 10.1016/j.rse.2004.12.009.
19. Hunt E. R., Cavigelli M., Daughtry C. S. et al. Evaluation of digital photography from model aircraft for remote sensing of crop biomass and nitrogen status. *Precision Agriculture*. 2005, No. 6, P. 359–378. Doi: 10.1007/s11119-005-2324-5.
20. Kingra P. K., Setia R., Kaur J. et al. Assessing the impact of climate variations on wheat yield in north-west India using GIS. *Spatial Information Research*. 2018, No. 26, P. 281–294. Doi: 10.1007/s41324-018-0174-2.
21. Thenkabail P., GangadharaRao P., Biggs T. et al. Spectral matching techniques to determine historical land-use/land-cover (LULC) and irrigated areas using time-series 0.1-degree AVHRR pathfinder datasets. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*. 2007, No. 73(10), P. 1029–1040.
22. Burke M., Lobell D. B., Satellite-based assessment of yield variation and its determinants in smallholder African systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2017. No. 114(9). P. 2189–2194. Doi: 10.1073/pnas.1616919114.
23. Ferencz C., Bogнар P., Lichtenberger J. et al. Crop yield estimation by satellite remote sensing. *International Journal of Remote Sensing*. 2004, No. 25(20), P. 4113–4149. Doi: 10.1080/01431160410001698870.
24. Jain M., Srivastava A. K., Joon R. K. et al. Mapping smallholder wheat yields and sowing dates using micro-satellite data. *Remote sensing*. 2016, No. 8(10), P. 860. Doi: 10.3390/rs8100860.
25. Jang J. D., Viau A. A., Anctil F. Thermal water stress index from satellite images. *International Journal of Remote Sensing*. 2006, No. 27(8), P. 1619–1639. Doi: 10.1080/01431160500509194.
26. Veysi S., Naseri A. A., Hamzeh S., Bartholomeus H. A satellite based crop water stress index for irrigation scheduling in sugarcane fields. *Agricultural water management*. 2017. No. 189, P. 70–86. Doi: 10.1016/j.agwat.2017.04.016.
27. Kim S. R., Lee W. K., Kwak D. A. et al. Forest cover classification by optimal segmentation of high resolution satellite imagery. *Sensors*. 2011, No. 11(2), P. 1943–1958. Doi: 10.3390/s110201943.
28. Hunt E. R., Cavigelli M., Daughtry C. S. et al. Evaluation of digital photography from model aircraft for remote sensing of crop biomass and nitrogen status. *Precision Agriculture*. 2005, No. 6, P. 359–378. Doi: 10.1007/s11119-005-2324-5.
29. Bauer M. E., Cipra J. E. Identification of agricultural crops by computer processing of ERTS MSS data. 1973.
30. Baluja J., Diago M. P., Balda P. et al. Assessment of vineyard water status variability by thermal and multispectral imagery using an unmanned aerial vehicle (UAV). *Irrigation Science*. 2012, No. 30, P. 511–522. Doi: 10.1007/s00271-012-0382-9.
31. Rufino G., Moccia A. Integrated VIS-NIR hyperspectral/thermal-IR electro-optical payload system for a mini-UAV. *Infotech@ Aerospace*. 2005. 7009 p.

32. Ward S., Hensler J., Alsalam B., Gonzalez L. F. Autonomous UAVs wildlife detection using thermal imaging, predictive navigation and computer vision. *2016 IEEE aerospace conference*. 2016, March. Doi: 10.1109/AERO.2016.7500671.
33. Callam A. Drone wars: Armed unmanned aerial vehicles. *International Affairs Review*. 2010. No. 18(3). Available at: <https://press.armywarcollege.edu/parameters> (accessed: 16.01.2024).
34. Drone Warfare. Available at: <https://www.thebureauinvestigates.com/projects/drone-war> (accessed: 16.01.2024).
35. Parmar T. Drones in India. Centre for the study of the drone. 2014.
36. Floreano D., Wood R. J. Science, technology and the future of small autonomous drones. *Nature*. 2015, No. 521(7553), P. 460–466. Doi: 10.1038/nature14542.
37. González-Jorge H., Martínez-Sánchez J., Bueno M., Arias P. Unmanned aerial systems for civil applications. A review. *Drones*. 2017, No. 1(1), P. 2.
38. Waharte S., Trigoni N. Supporting search and rescue operations with UAVs. *2010 international conference on emerging security technologies*. 2010, P. 142–147. Doi: 10.1109/EST.2010.31.
39. Micro-Drones reports. Available at: <https://www.microdrones.com/en/applications/areas-of-application/searchand-rescue> (accessed: 13.01.2025).
40. Drones reports. Available at: <https://www.xdynamics.com/> (accessed: 16.01.2024).
41. Rootwelt T. Ambulance Drones in Norway-A Stakeholder Analysis (Master's thesis NTNU). 2016.
42. The Sky's the Limit with Drone-assisted Mapping. Available at: <http://www.simulyze.com/blog/drone-assisted-mapping-applications> (accessed: 17.01.2024).
43. Restas A. Drone applications for supporting disaster management. *World Journal of Engineering and Technology*. 2015, No. 3(03), P. 316. Doi: 10.4236/wjet.2015.33C047.
44. Jin W., Ge H. L., Du H. Q., Xu X. J. A review on unmanned aerial vehicle remote sensing and its application. *Remote sensing information*. 2009, No. 1, P. 88–92. Doi: 10.3390/drones7060398.
45. Amazon teases new details of planned Prime Air drone delivery service. Available at: <http://appleinsider.com/articles/15/11/30/amazon-teases-new-details-ofplanned-prime-air-drone-delivery-service> (accessed: 13.01.2024).
46. Two delivery drones built by Google will soon be tested in the US. Available at: <http://www.techspot.com/news/62412-two-delivery-drones-built-google-soontested-us.html> (accessed: 17.01.2024).
47. Heutger M., Kückelhaus M. Unmanned aerial vehicles in logistics a DHL perspective on implications and use cases for the logistics industry. DHL Customer Solutions & Innovation, Troisdorf, Germany. 2014. Doi: 10.3390/su142114352.
48. DHL Express запустила первый регулярный маршрут автоматизированной доставки дронами в городских условиях. DroneFlyers. Available at: <http://droneflyers.ru/2019/05/22/dhl-express-zapustila-pervyj-regulyarnyj-marshrut-avtomatizirovannoj-dostavkidronami-v-gorodskih-usloviyah/>. 2021 (accessed: 17.01.2024).
49. De-zeen. Available at: <http://www.dezeen.com/2015/01/28/nasa-helicopter-drones-explore-mars-jetpropulsion-laboratory/> (accessed: 17.01.2024).
50. Design of the ARES Mars Airplane and Mission Architecture. Available at: <http://marsairplane.larc.nasa.gov/platform.html> (accessed: 17.01.2024).
51. Peeters B., Mulder J. A., Kraft S. et al. ExoFly: a flapping winged aerobot for autonomous flight in Mars atmosphere. *College of Information Sciences and Technology: State College, PA, USA*. 2008.
52. Menges P. Artificial neural membrane flapping wing. NIAC Phase I study. Final Report, Ph. D. Principal Investigator Aerospace Research Systems, USA. 2006.
53. Sjogren W. L., Lorell J., Wong L., Downs W. Mars gravity field based on a short arc technique. *Journal of Geophysical Research*. 1975, No. 80(20), P. 2899–2908. Doi: 10.1029/JB080i020p02899.

54. Koski W. R., Allen T., Ireland D. et al. Evaluation of an unmanned airborne system for monitoring marine mammals. *Aquatic Mammals*. 2009, No. 35(3), P. 347. Doi: 10.1578/AM.35.3.2009.347.
55. Koh L. P., Wich S. A. Dawn of drone ecology: low-cost autonomous aerial vehicles for conservation. *Tropical conservation science*. 2012, No. 5(2), P. 121–132. Doi: 10.1177/194008291200500202.
56. Fingas M., Brown C. Review of oil spill remote sensing. *Marine pollution bulletin*. 2014, No. 83(1), P. 9–23. Doi: 10.1016/j.marpolbul.2014.03.059.
57. Insitu, ScanEagle® Unmanned Aircraft System, 118 East Columbia River Way Bingen, Washington 98605. www.insitu.com.
58. Reineman B. D., Lenain L., Statom N. M., Melville W. K. Development and testing of instrumentation for UAV-based flux measurements within terrestrial and marine atmospheric boundary layers. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. 2013, No. 30(7), P. 1295–1319. Doi: 10.1175/JTECH-D-12-00176.1.
59. Allen J., Walsh B. Enhanced oil spill surveillance, detection and monitoring through the applied technology of unmanned air systems. *International oil spill conference, American Petroleum Institute*. 2008. No. (1), P. 113–120.
60. Dinelli C., Fisher J., Herkenhoff B., Hassanalian M. Design of a hybrid detachable amphibious drone for monitoring marine environment. *AIAA Propulsion and Energy 2020 Forum*. 2020, 3965 p. Doi: 10.2514/6.2020-3965.
61. Gabler Available at: <http://gabler-luebeck.de/en/product/gabler-triple-m> (accessed: 15.01.2024).
62. 2009. Reconfigurable unmanned aerial vehicles / M. A. Erbil, S. D. Prior, M. Karamanoglu et al. *International Conference on Manufacturing and Engineering Systems. Proceedings, International Conference on Manufacturing and Engineering Systems*. P. 392–396. Available at: <https://repository.mdx.ac.uk/item/82268> (accessed: 15.01.2024).
63. Dacus A. P. Impact of C4ISR/Digitization and Joint Force Ability to Conduct the Global War on Terror. Monograph, School of Advanced Military Studies, Fort Leavenworth: US ARMY CGSC. 2006.
64. Sonneberg M. O., Leyerer M., Kleinschmidt A. et al. Autonomous Unmanned Ground Vehicles for Urban Logistics: Optimization of Last Mile Delivery Operations. *International Conference on System Sciences*. Hawaii, America, 2019, P. 1538–1547.
65. Matrenin P., Sekaev V. [Adaptive ant colony algorithm for building and optimizing schedules]. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy*. 2012, No. 11, P. 19–24 (In Russ.).
66. Tokyo To Deploy 'Interceptor Drone' To Fish Out Rogue Drones In A Net. Available at: <http://www.techtimes.com/articles/115497/20151212/tokyo-to-deployinterceptor-drone-to-fish-out-rogue-drones-in-a-net.htm> (accessed: 16.01.2024).
67. Watch A Drone Take Off From Another Drone. Available at: <http://www.popsci.com/article/technology/watch-drone-take-another-drone> (accessed: 18.01.2024).
68. Gade S., Paranjape A. A., Chung S. J. Herding a flock of birds approaching an airport using an unmanned aerial vehicle. *AIAA guidance, navigation, and control conference*. 2015, 1540 p. Doi: 10.2514/6.2015-1540.
69. Robinson-Solutions Professional Window Cleaning. Available at: <http://robinson-solutions.blogspot.com/2016/01/drones-cleaning-windows.html> (accessed: 18.01.2024).
70. The Inventors of the Wristwatch Drone Share Their Vision of the Future. Available at: <http://www.wired.com/2014/10/wear-a-spy-drone-on-your-wrist/> (accessed: 18.01.2024).
71. *Kak v Rossii rozhdaetsya bespilotnaya aerologistika*. RBK [How unmanned aerologistics is born in Russia. RBK]. 2022. Available at: <https://trends.rbc.ru/trends/industry/cmrm/62036c429a7947ce2fc410cc?from=copy> (accessed: 18.01.2024).
72. Kalmurzayeva D. K., Baginova V. V. [Unmanned aerial vehicles as a new generation micrologistics tool]. *European Research*. 2017, No. 1 (24), P. 12–14 (In Russ.).

73. Romanova I. K., Li J., Wang Z., Zuo L. [Prospects for the development of unmanned delivery vehicles and algorithm optimization]. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*. 2022, Vol. 5–2 (68), P. 37–41.
74. Kostin A. S., Elenin D. V. [Methods of cargo delivery using unmanned aerial vehicles]. *Sistemnyy analiz i logistika*. 2019, No. 1(23), P. 55–64 (In Russ.).
75. *Dostavka dronami: dostavka edy i pitstsy, legal'nost' i budushchee*. Dostavista [Drone delivery: food and pizza delivery, legality and the future. Dostavista]. 2019. Available at: <https://dostavista.ru/articles/drone> (accessed: 18.01.2024).
76. *Kommercheskaya dostavka грузов s pomoshch'yu dronov: mirovoy opyt* [Commercial cargo delivery using drones: world experience]. Integral. Available at: <http://integral-russia.ru/2017/03/24/kommercheskaya-dostavkagruzov-s-pomoshhyu-dronov-mirovoj-opyt/> (accessed: 18.01.2024).
77. Sadraey M. A Systems engineering approach to unmanned aerial vehicle design. *10th AIAA aviation technology, integration, and operations (ATIO) conference*. Available at: <https://doi.org/10.2514/6.2010-9302> (accessed: 18.01.2024).
78. Verstraete D., Coatanea, M., Hendrick P. Preliminary design of a joined wing HALE UAV. *In International Congress of the Aeronautical Sciences*. Anchorage, Alaska, USA. 2008. September. P. 14–19.
79. Periaux J., Gonzalez F., Lee D. S. C. Evolutionary optimization and game strategies for advanced multi-disciplinary design: applications to aeronautics and UAV design. 2015. Doi: 10.1007/978-94-017-9520-3.
80. Amirreze K., Marzieh D., Foad S., Fatemeh A. A new systematic approach in UAV design analysis based on SDSM method. *Journal of Aeronautics & Aerospace Engineering*. 2013. Doi: 10.4172/2168-9792.S1-001.
81. Zajkowski T. Unmanned aerial vehicles: Remote sensing technology for the USDA Forest Service, Rem. Sens Applications Center, Salt Lake City. 2003. Doi: 10.3390/rs12061046.
82. Bansod B., Singh R., Thakur R., Singhal G. A comparison between satellite based and drone based remote sensing technology to achieve sustainable development: a review. *Journal of Agriculture and Environment for International Development (JAEID)*. 2017, No. 111, P. 383–407. Doi: 10.12895/jaeid.20172.690.
83. Hashim F., Dibs H., Jaber H. S. Adopting Gram-Schmidt and Brovey methods for estimating land use and land cover using remote sensing and satellite images. *Nature Environment and Pollution Technology*. 2022, Vol. 21, No. 2, P. 867–881. Doi: 10.46488/NEPT.2022.v21i02.050.
84. Cosyn P., Vierendeels J. Design of fixed wing micro air vehicles. *The Aeronautical Journal*. 2007, No. 111(1119), P. 315–326. Doi: 10.1017/S0001924000004565.
85. Gertler J., US Unmanned Aerial Systems, Library of Congress Washington DC Congressional Research Service. 2012. Available at: <https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc84013/> (accessed: 18.01.2024).
86. Why The USAF's Massive \$10 Billion Global Hawk UAV Is Worth The Money. Available at: <http://foxtrotalpha.jalopnik.com/why-the-usafs-massive-10-billion-globalhawk-uav-was-w-1629932000>, (accessed: 18.01.2024).
87. Broad William J. A web of sensors, taking earth's pulse // NY Times. 2005. No. 154. P. 53210. Available at: <http://query.nytimes.com/gst/fullpage.html? res=9803E7DA1230F933A25756C0A9639C8B63& pagewanted=all> (accessed: 18.01.2024).
88. Modeling and Control of Unmanned Aerial Vehicles. 2014.
89. Karshov R. S. [Classification of unmanned aerial vehicles]. *Problemy nauki*. 2016, No. 11 (53), P. 38–40 (In Russ.).
90. Arpan Pandit. Unmanned Aircraft Systems: Classification and Applications. Cherrubics. Engineering, Research Summary. 2020.
91. *Kontseptsiya tekhnologicheskogo razvitiya do 2030 g. Rasporyazhenie Pravitel'stva RF ot 20 maya 2023 goda № 1315-r*. [The Concept of Technological Development until 2030. Decree of the

Government of the Russian Federation dated May 20, 2023 No. 1315-R]. Available at: <http://government.ru/docs/48570/> (accessed: 28.01.2024).

92. *Natsional'nyy proekt "Bespilotnye aviatsionnye sistemy"*. *Minpromtorg Rossii* [National project "Unmanned Aircraft Systems". Ministry of Industry and Trade of Russia]. 2024. Available at: <http://government.ru/rugovclassifier/927/about/> (accessed: 22.04.2025).

93. *Natsional'naya Tekhnologicheskaya Initsiativa* [National Technology Initiative]. Available at: <https://nti2035.ru/> (accessed: 22.04.2025).

94. *Peterburgskiy mezhdunarodnyy ekonomicheskyy forum PMEФ-2024. Ekspertnoe zaklyuchenie* [St. Petersburg International Economic Forum SPIEF-2024. Expert opinion]. Available at: <https://roscongress.org/materials/bespilotnye-aviatsionnye-sistemy-rossii-tekhnologicheskoe-liderstvo-i-innovatsii-2024/> (accessed: 22.04.2025).

95. *Federal'nyy proekt "Perspektivnye tekhnologii dlya bespilotnykh aviatsionnykh sistem"*. *Minobrnauki (utv. Minpromtorgom Rossii)* [Federal project "Advanced technologies for unmanned aircraft systems". Ministry of Education and Science (approved by the Ministry of Industry and Trade of Russia)]. Available at: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_310251/f1714695a398b82bf1c001c6d41f611cef97b7b8/ (accessed: 22.04.2025).

96. *Rynok grazhdanskikh bespilotnykh apparatov. Rostelekom*. [The market of civilian unmanned vehicles. Rostelecom]. 13.06.2024. Available at: https://ai.gov.ru/knowledgebase/tekhnologii-i-produkty-ii/2024_rynok_grazhdanskikh_bespilotnykh_apparatov_obyem_dinamika_i_scenarii_primeneniya_bespilotnikov_v_otraslyah_ekonomiki_rostelekom/ (accessed: 22.04.2025).

97. *T1 anonsiroval zapusk proizvodstva bespilotnykh aviatsionnykh sistem v Rudnevo* [T1 announced the launch of production of unmanned aircraft systems in Rudnevo]. 15.06.2023. Available at: <https://t1.ru/news/item/t1-anonsiroval-zapusk-proizvodstva-bespilotnykh-aviatsionnykh-sistem-v-rudnevo/> (accessed: 22.04.2025).

98. [Russia has developed a communication system using stratospheric drones]. *Gazeta.RU*. 22.04.2025. Available at: <https://www.gazeta.ru/tech/news/2025/04/22/25611686.shtml?updated> (accessed: 22.04.2025).

99. *Na fronte i na grazhdanke»: na chto sposobny drony kontserna «Kalashnikov»*. *RT na russkom* [At the front and in civilian life: what Kalashnikov concern drones are capable of. RT in Russian]. 22.04.2025. Available at: <https://russian.rt.com/russia/article/1467602-kalashnikov-bpla-skat-kub> (accessed: 22.04.2025).

100. [The development of domestic UAVs against the background of a Special Operation]. *Voennoe obozrenie*. 22.04.2023. Available at: <https://topwar.ru/219796-razvitie-otechestvennyh-bplana-fone-specoperacii.html> (accessed: 22.04.2025).

© Соломин Е. В., Мартьянов А. С., Шахин Х.,
Пшениснов Н. А., Шерьязов С. К., 2025

Соломин Евгений Викторович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры электрических станций, сетей и систем электроснабжения; Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). E-mail: nii-uralmet@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-4694-0490>.

Мартьянов Андрей Сергеевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры электрических станций, сетей и систем электроснабжения; Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). E-mail: martyanov_andrey@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-9997-9989>.

Шахин Ханна – аспирант кафедры электрических станций, сетей и систем электроснабжения; Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). E-mail: hannashahin9902@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0004-5670-8144>.

Пшениснов Никита Анатольевич – кандидат технических наук, преподаватель кафедры промышленной теплоэнергетики; Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет). E-mail: pshenisnovna@icloud.com. <https://orcid.org/0009-0003-3734-9177>.

Шерязов Сакен Койшыбаевич – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры энергообеспечения и автоматизации технологических процессов; Южно-Уральский государственный аграрный университет. E-mail: sakenu@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0001-8795-5114>.

Solomin Evgeny Viktorovich – Dr. Sc., Professor, Professor of Department of Electric Power Generation Stations, Network and Supply Systems; South Ural State University (national research university). E-mail: nii-uralmet@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-4694-0490>.

Martyanov Andrey Sergeevich – Cand. Sc., Associated Professor, Associated Professor of Department of Electric Power Generation Stations, Network and Supply Systems; South Ural State University (national research university). E-mail: martyanov_andrey@mail.ru. <https://orcid.org/0000-0002-9997-9989>.

Shahin Hanna – Graduate student of Department of Electric Power Generation Stations, Network and Supply Systems; South Ural State University (national research university). E-mail: hannashahin9902@gmail.com. <https://orcid.org/0009-0004-5670-8144>.

Pshenishnov Nikita Anatolyevich – Cand. Sc., Associated Prof. of Department of Industrial Heat Power Engineering; South Ural State University (national research university). E-mail: pshenishnovna@icloud.com. <https://orcid.org/0009-0003-3734-9177>.

Sheryazov Saken Koishybaevich – Dr. Sc., Professor, Professor of Department of Electric drive, mechatronics and electromechanics; South Ural State Agrarian University, Institute of Agricultural Engineering E-mail: sake-nu@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0001-8795-5114>.

Статья поступила в редакцию 17.04.2025; принята к публикации 27.05.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 17.04.2025; accepted for publication 27.05.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

УДК 520.6.07

Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-291-299

Для цитирования: Радиационная обстановка на средней круговой орбите во время экстремальной магнитной бури в мае 2024 года / М. Д. Шелепов, В. В. Иванов, С. Г. Кочура и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2025. Т. 26, № 2. С. 291–299. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-291-299.

For citation: Sheleпов M. D., Ivanov V. V., Kochura S. G. et al. [Radiation conditions in medium circular orbit during the extreme magnetic storm in may 2024]. *Siberian Aerospace Journal*. 2025, Vol. 26, No. 2, P. 291–299. Doi: 10.31772/2712-8970-2025-26-2-291-299.

Радиационная обстановка на средней круговой орбите во время экстремальной магнитной бури в мае 2024 года

М. Д. Шелепов^{1*}, В. В. Иванов¹, С. Г. Кочура¹, И. А. Максимов¹,
К. В. Молчанов², В. Ю. Прокопьев²

²Акционерное общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва»
Российская Федерация, 662972, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52

²Новосибирский национальный исследовательский государственный университет

Российская Федерация, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 1

*E-mail: shelepovmd@iss-reshetnev.ru

Аннотация. В данной статье описаны результаты мониторинга радиационной обстановки на средней круговой орбите, полученные по данным экспериментального комплекса контроля дозы (ЭККД) космического аппарата (КА) разработки АО «РЕШЕТНЁВ» с круговой орбитой высотой $H = 8070$ км. В статье проводится сравнение экспериментально полученных данных ЭККД с расчетными данными, полученными в ходе летной эксплуатации за два года исследования, а также рассматривается влияние экстремального геомагнитного возмущения в мае 2024 г. на скорость набора поглощенной дозы. Следует отметить, что данная орбита для российских разработчиков КА является малоизученной с точки зрения воздействия факторов космического пространства.

Метод проведения эксперимента заключается в создании различных условий массовой защиты для каждого из девяти датчиков. Массовая защита варьируется благодаря установке стальной решетки с различными толщинами ячеек. Таким образом, каждый чувствительный элемент находится в уникальных условиях облучения – массовая защита ослабляет поток ионизирующих излучений и изменяет их спектр (по-разному для каждого вида излучения).

При освоении нового типа орбиты для эксплуатации КА, актуальной является задача обеспечения стойкости бортовой аппаратуры и КА в целом к воздействию факторов ионизирующего излучения космического пространства, характерных на данной орбите. Для этого необходимо экспериментальное подтверждение или уточнение на базе полученных натурных данных расчетной радиационной модели воздействия.

Основной задачей, которая решается в статье, является проведение мониторинга уровней интегральной накопленной дозы за различными защитами при воздействии ионизирующего излучения космического пространства на орбите 8070 км и сравнение результатов экспериментальных данных с расчетными оценками, проведенными по ОСТ134-1044-2007.

В статье отражены результаты проведенных впервые в отечественной практике долговременных измерений поглощенной дозы ионизирующего излучения для КА с такой орбитой. В результате измерений было установлено, что после экстремальной магнитной бури происходит значительное увеличение скорости набора дозы. Это привело к тому, что зарегистрированная за 722 дня доза превышает расчетное значение.

Ключевые слова: космический аппарат, радиационные эффекты, мониторинг радиационной обстановки, ионизирующее излучение космического пространства, магнитная буря, полупроводниковый чувствительный элемент.

Radiation conditions in medium circular orbit during the extreme magnetic storm in may 2024

M. D. Shelepov^{1*}, V. V. Ivanov¹, S. G. Kochura¹, I. A. Maksimov¹,
K. V. Molchanov², V. U. Prokopyev²

¹JSC “Information Satellite Systems” Academician M. F. Reshetnev Company”
52, Lenin St., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation

²Novosibirsk State University
1, Pirogova St., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

*E-mail: shelepovmd@iss-reshetnev.ru

Abstract. This article describes the results of monitoring the radiation situation in a medium circular orbit, obtained from the data of the experimental dose control complex (EDCC) of the spacecraft, developed by JSC “Reshetnev”, with a circular orbit at an altitude of $H=8070$ km. The article compares the experimentally obtained EDCC data with the calculated data, obtained during flight operation over two years of research. It should be noted that this orbit is poorly studied by Russian spacecraft developers in terms of the impact of space factors. Also considers the effect of the extreme geomagnetic disturbance in May 2024 on the rate of accumulation of the absorbed dose.

The method of conducting the experiment consists of creating different conditions of mass protection for each of the nine sensors. The mass protection is varied by installing a steel grid with different cell thicknesses. Thus, each sensitive element is in unique irradiation conditions – mass protection weakens the flux of ionizing radiation and changes its spectrum (differently for each type of radiation).

When developing a new type of orbit for spacecraft operation, the task of ensuring the resistance of on-board equipment and the spacecraft as a whole to the effects of ionizing radiation factors of outer space, typical for this orbit, is relevant. For this, experimental confirmation or refinement of the calculated radiation model of impact based on the obtained in-kind data is necessary.

The main task solved in the article is to monitor the levels of the integral accumulated dose behind various protections when exposed to ionizing radiation of outer space at an orbit of 8070 km and to compare the results of experimental data with the calculated estimates carried out according to OST134-1044-2007.

The article reflects the results of long-term measurements of the absorbed dose of ionizing radiation for a spacecraft with such an orbit. As a result of the measurements, it was established that after an extreme magnetic storm, there is a significant increase in the rate of dose accumulation. This led to the dose recorded for 722 days exceeding the calculated value

Keywords: spacecraft, radiation effects, radiation monitoring, ionizing radiation of outer space, magnetic storm, semi-conductor-sensing element.

Введение

Экспериментальный комплекс контроля дозы (ЭККД) предназначен для контроля влияния радиационных воздействий на космический аппарат (КА) [1; 2]. ЭККД обеспечивает измерения уровней поглощённых доз ионизирующих излучений космического пространства.

ЭККД выполнен в виде моноблока, включающего в себя матрицу модулей регистрации интегральной накопленной дозы (матрица МРИНД). Регистрация ионизирующих излучений производится с помощью идентичных чувствительных элементов МРИНД, расположенных по сетке 3×3 . Под воздействием радиации в чувствительном элементе происходит деградация проводимости канала во встроенном полевом транзисторе. Таким образом, измеряя падение напряжения на чувствительном элементе при пропускании через него постоянного тока можно судить о величине интегральной накопленной дозы радиации.

Идея эксперимента заключается в создании различных условий массовой защиты для каждого из девяти МРИНД. Массовая защита варьируется благодаря установке стальной решетки с различными толщинами ячеек. Таким образом, каждый чувствительный элемент находится

в уникальных условиях облучения – массовая защита ослабляет поток ионизирующих излучений и изменяет их спектр (по-разному для каждого вида излучения).

В данной статье приведены результаты измерения дозовых нагрузок ионизирующего излучения за различными массовыми защитами на орбите с высотой $H = 8070$ км за период с 23.10.22 по 14.10.2024 (722 дня). Данный период приходится на первую половину 25-го солнечного цикла [3] и характеризуется повышенной гелиофизической и геомагнитной активностью. Так, в мае 2024 г. была зарегистрирована сильнейшая за последние 20 лет магнитная буря [4]. В статье рассмотрен эффект влияния данной бури на радиационную обстановку на орбите КА. При анализе использовались значения геомагнитных индексов Dst и Kp, а также данные спутников с круговыми орбитами $H = 20000$ км и $H = 36000$ км.

Результаты измерений

На рис. 1 приведены данные ЭККД за 722 дня и их сравнение с теоретической оценкой (методика расчета теоретических значений приведена в [5]): датчик 0,3 мм – исключен (достигнут предел измеряемой дозы); датчик 1 мм – исключен; датчик 7,5 мм – показания меньше расчетного значения в 1,38 раз; для остальных датчиков зарегистрированная поглощенная доза превышает расчетную \approx в 1,5 раза.

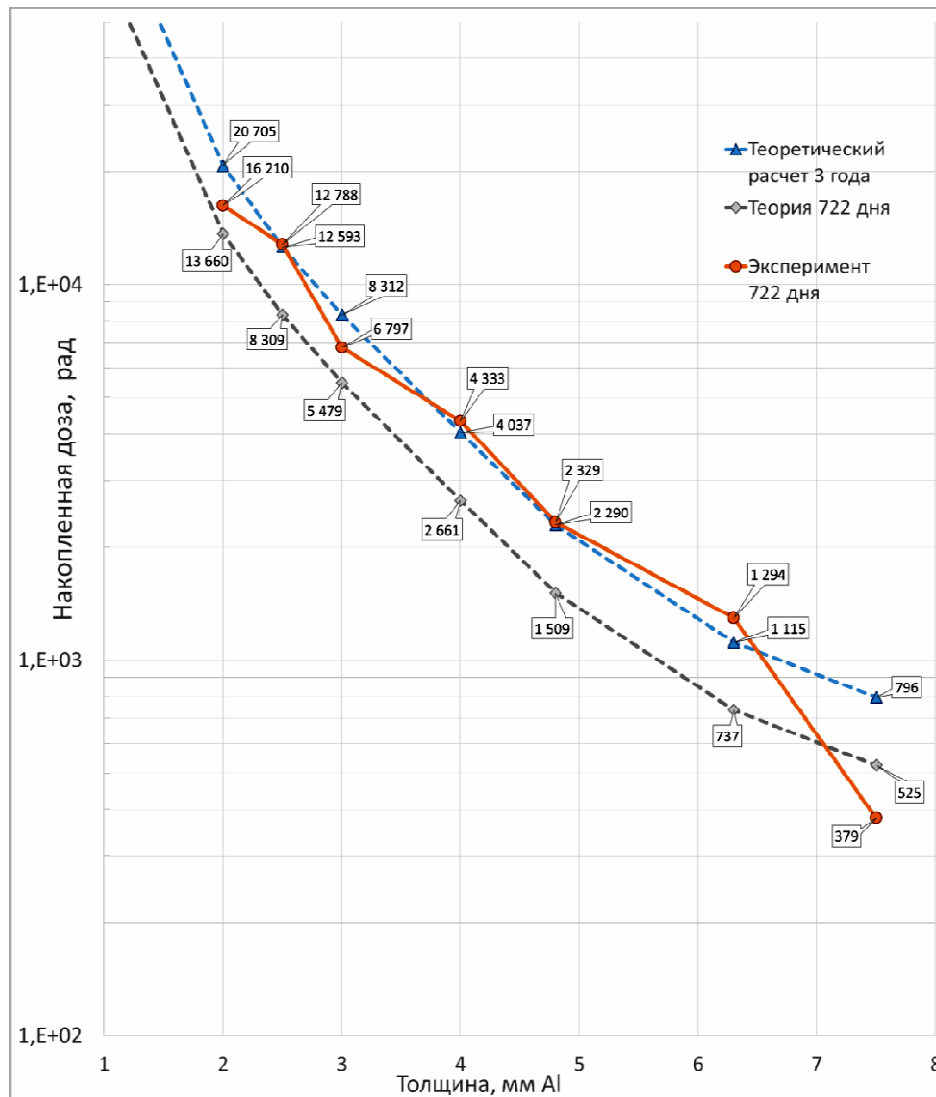


Рис. 1. Данные ЭККД за 722 дня

Fig. 1. EDCC data for 722 days

На рис. 2 приведены графики набора дозы в зависимости от времени для различных защит ЭККД. Из графиков видно, что скорость набора дозы резко возросла после экстремальной магнитной бури 10 мая и сохранялась на высоком уровне в период между 12.05.24 и 30.06.24. Аномально быстрый набор дозы в этот период стал причиной превышения расчетных значений. Для определения механизмов влияния геомагнитного возмущения на радиационную обстановку, нами были рассмотрены данные потоков частиц ионизирующего излучения с КА на круговых орбитах различной высоты.

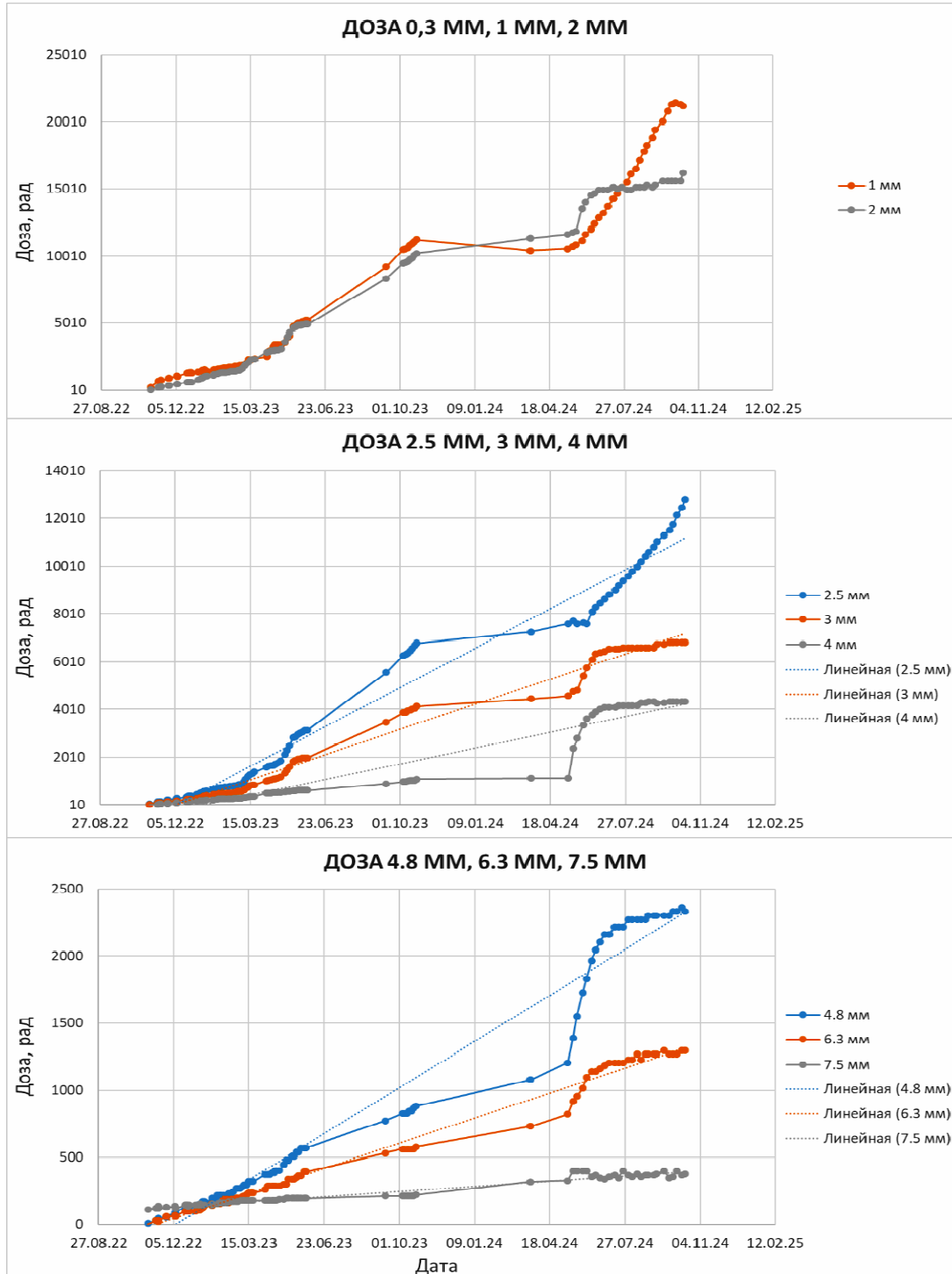


Рис. 2. Набор дозы ЭККД в зависимости от времени для различных защит (в мм алюминия)

Fig. 2. Dose set of EDCC depending on time for different protections (in mm of aluminum)

На рис. 3 приведены уровни потоков протонов солнечных космических лучей (СКЛ) по данным КА «GOES» [6] (геостационарная орбита), значения Dst-индекса геомагнитной активности, уровни потоков высокоэнергетичных ($E > 2$ Мэв) электронов на геостационарной орбите и орбите 20000 км.

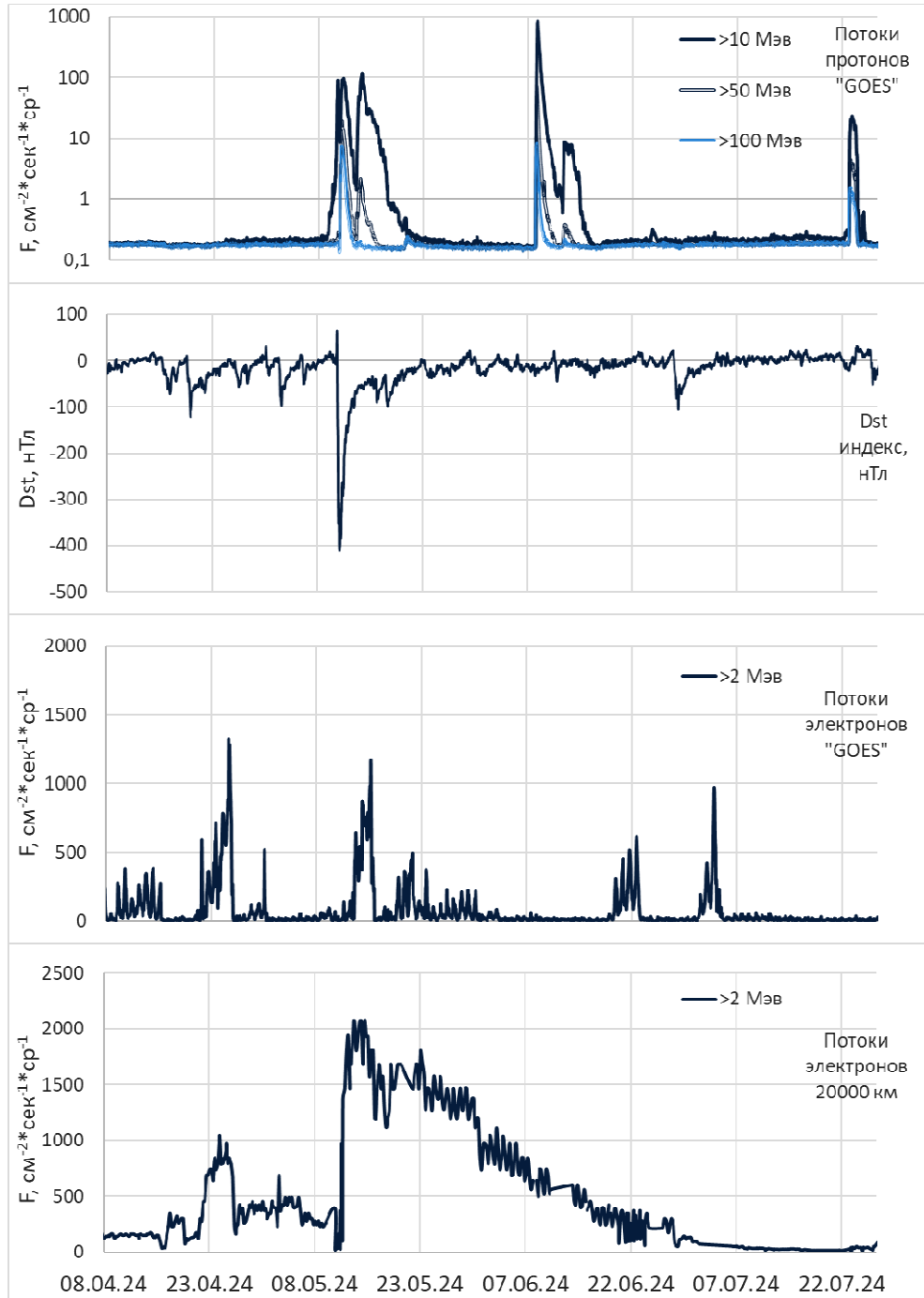


Рис. 3. Уровни потоков протонов СКЛ по данным КА «GOES», Dst-индекс геомагнитной активности, уровни потоков высокоэнергетичных электронов на геостационарной орбите и орбите 20000 км

Fig. 3. Levels of proton fluxes of the SCR according to the GOES spacecraft data, Dst index of geomagnetic activity, levels of high-energy electron fluxes in the geostationary orbit and the 20000 km orbit

Как видно по рис. 3, 11.05.2024 было зарегистрировано значительное повышение уровня потоков протонов СКЛ (в 45 раз больше фона для протонов с $E > 100$ МэВ), за которым последовала мощнейшая магнитная буря (Dst достигал -412 нТл). Вследствие этой магнитной бури возросли потоки высокоэнергетичных электронов внешнего радиационного пояса Земли (РПЗ). Однако видно, что поток электронов на геостационарной орбите быстро убывает, в то время как поток на орбите 20000 км сохраняет значение $>1500 \text{ см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$ вплоть до 30.05.24. Такая динамика может объясняться смещением области РПЗ с наибольшей концентрацией электронов (максимум РПЗ) ближе к Земле. Подобная ситуация описывается в [7–10]. В этом случае геостационарная орбита уже не будет попадать в область РПЗ. А при достаточно сильном смещении в область РПЗ может попасть орбита 8070 км, что могло бы объяснить аномально высокую скорость набора дозы на данной орбите.

Динамика радиационных поясов

Согласно закономерности, связывающей положение максимума внешнего РПЗ в L-координатах (L-параметр Мак-Илвайна) с Dst -индексом геомагнитного возмущения [7],

$$|Dst_{\max}| = 2,75 * 10^4 / L_{\max}^4 \quad (1)$$

Так, для $Dst = -412$ максимум РПЗ должен опуститься на $L_{\max} = 2,85$. При этом значение максимума в спокойные периоды $L_{\max} \approx 4$. Орбита 8070 км в районе экватора достигает $L = 2,25$, т. е. ниже, чем предполагаемое положение максимума внешнего РПЗ после бури. Динамика радиационных поясов во время магнитных бурь схожей амплитуды описана в [11], где отмечается возможность формирования нового максимума РПЗ в диапазоне L от 2,3 до 3. Так, во время бури 24.03.1991 ($Dst = -300$ нТл) сформировался пик пояса электронов с $E > 8$ МэВ на $L = 2,3$, и с $E \approx 2$ МэВ на $L = 3,1$ [12].

Также во время сильных магнитных бурь возможен захват протонов внутренним РПЗ с формированием в области $2 < L < 2,5$ дополнительного максимума протонов с энергиями 20–70 МэВ [13; 14]. По данным КА CRRES [15], после бури в марте 1991 г. на $L \approx 2,8$ сформировался новый пояс протонов с энергиями в десятки МэВ, эквивалентный стабильному РПЗ, имеющему максимум на $L \approx 1,5$.

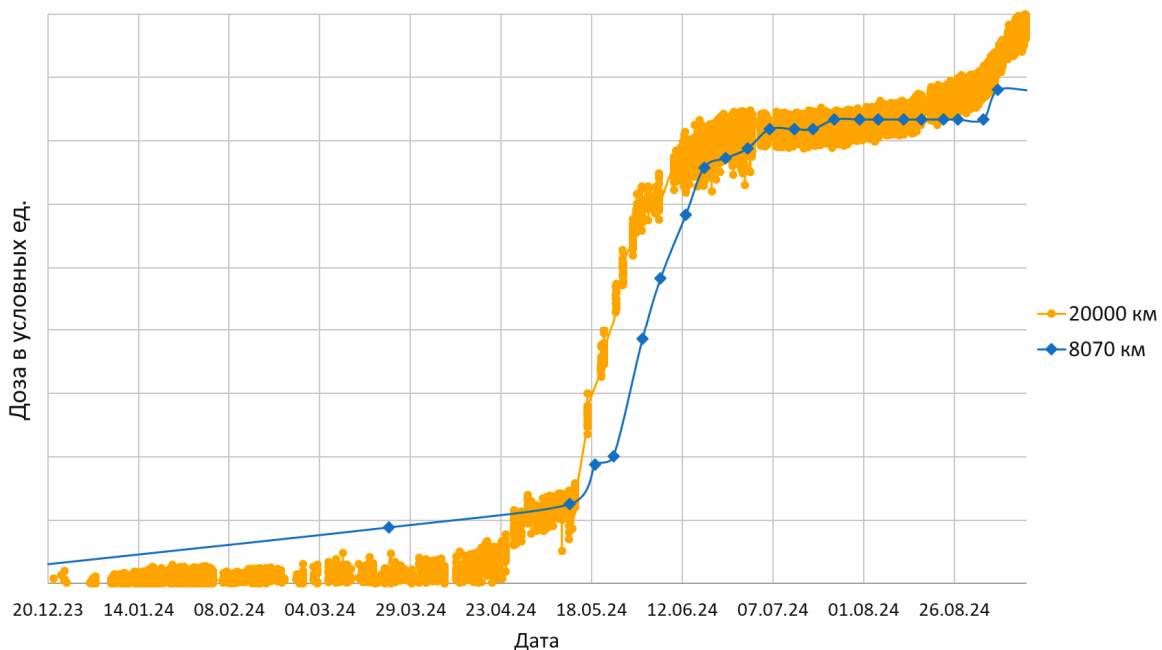


Рис. 4. Набор дозы в зависимости от времени для различных орбит

Fig. 4. Dose set depending on time for different orbits

Так как в ЭККД отсутствует аппаратура для регистрации потоков частиц ионизирующего излучения, для определения динамики смещения положения РПЗ целесообразно провести сравнение динамики скорости набора дозы на КА, находящихся на орбитах 20000 и 8070 км за период 20.12.23 – 26.08.24 (рис. 4). Для данного сравнения графики были отнормированы так, чтобы совпадал перепад значений в период между 12.05.24 и 13.07.24.

Как видно из графиков, на 20000 км скорость набора дозы резко повышается сразу после бури, при этом на 8070 км рост скорости начинается примерно через 11 дней. Такая динамика может объясняться постепенным смещением РПЗ с последующей стабилизацией напряженности магнитного поля Земли и восстановлением положения РПЗ до предбуревого уровня.

Заключение

Радиационная обстановка на средней круговой орбите $H = 8070$ км является малоизученной, поэтому ее исследование представляет значительный интерес для разработчиков космической техники, эксплуатируемой на данной орбите. В статье отражены результаты проведенных впервые в отечественной практике долговременных измерений поглощенной дозы ионизирующего излучения для КА с такой орбитой. В результате измерений было установлено, что после экстремальной магнитной бури происходит значительное увеличение скорости набора дозы. Это привело к тому, что зарегистрированная за 722 дня доза превышает расчетное значение с погрешностью не более 10 %: для защит 2 и 3 мм – в 1,18 и 1,24 раз соответственно, для защит 2,5 и 4,8 мм – в 1,54 раз, для защиты 4 мм – в 1,62 раз, для защиты 6,3 мм – в 1,75 раз. По мнению авторов, эти процессы могут быть обусловлены изменением напряженности магнитного поля Земли с последующим смещением границ радиационных поясов.

Библиографические ссылки

1. Балашов С. В., Иванов В. В., Максимов И. А. Мониторинг условий эксплуатации космических аппаратов посредством бортовой аппаратуры контроля негативных факторов // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Физика радиационного воздействия на радиоэлектронную аппаратуру. 2003. С. 41–42.
2. Тестоедов Н. А., Кочура С. Г., Максимов И. А. Система мониторинга уровней воздействия космической среды на космические аппараты разработки АО «Информационные спутниковые системы» // Вестник СибГАУ. 2015. Т. 16, № 4. С. 849–856.
3. SpaceWeatherLive [Электронный ресурс]. URL: www.spaceweatherlive.com/ru/solnechnaya-aktivnost/solnechnyy-cikl.html (дата обращения: 18.02.2025).
4. Магнитная буря 10-12 Мая 2024 года, ИКИР ДВО РАН [Электронный ресурс]. URL: www.ikir.ru/ru/News/news_0353.html (дата обращения: 18.02.2025).
5. ОСТ 123-1044 – изменение 1. Аппаратура, приборы, устройства и оборудование космических аппаратов. Методы расчёта радиационных условий на борту космических аппаратов и установления требований по стойкости радиоэлектронной аппаратуры космических аппаратов к воздействию заряженных частиц космического пространства естественного происхождения. 2017.
6. Центр анализа космической погоды НИИЯФ МГУ [Электронный ресурс]. URL: <https://swx.sinp.msu.ru> (дата обращения: 18.02.2025).
7. Тверская Л. В. О границе инжекции электронов в магнитосферу Земли // Геомагнетизм и аэронавигация. 1986. Т. 26, № 5. С. 864–865.
8. Возрастание солнечных протонов и динамика внешнего радиационного пояса электронов во время солнечных экстремальных событий в декабре 2006 г. / Л. В. Тверская, С. В. Балашов, Н. Н. Веденькин и др. // Геомагнетизм и аэронавигация. 2008. Т. 48, № 6. С. 751–758.
9. Контроль радиационной обстановки на высокоапогейных космических аппаратах / Н. А. Власова, И. В. Гецелев, Т. А. Иванова и др. // Космонавтика и ракетостроение. 2003. Вып. 1(30). 6 с.

10. Мониторинг радиационной обстановки на геостационарной орбите в максимуме 23-го цикла солнечной активности / Т. А. Иванова, Н. Н. Павлов, И. А. Рубинштейн и др. // Физические проблемы экологии (экологическая физика). 2001. № 6. С. 12–20.
11. Модель космоса : науч.-информ. изд-е ; в 2 т. / под ред. М. И. Панасюка, Л. С. Новикова. Т. 1: Физические условия в космическом пространстве. М. : КДУ, 2007. С. 526–547.
12. Multisatellite characterization of the large energetic electron fluxes increase at L=4–7, in the five-day period following the March 24, 1991 solar energetic particle event / J. C. Ingraham, T. E. Cayton, R. D. Belian et al. // Workshop on the Earth's Trapped Particle Environment. AIP Conf. Proc. 1996. P. 103–108.
13. Тверская Л. В. Динамика радиационных поясов Земли // ВМУ. Сер. 3: Физика. Астрономия. 2010. № 4. С. 12–17.
14. Observation and simulation of the rapid formation of a new electron radiation belt during March 24, 1991 SSC / X. Li, M. K. Hudson, J. B. Blake et al. // Workshop on the Earth's Trapped Particle Environment. AIP Conf. Proc. 1996. P. 109–118.
15. Identification of an unexpected space radiation hazard / J. B. Blake, M. S. Gussenhoven, E. G. Mullen, R. W. Fillius // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1992. Vol. 39. P. 1761–1765.

References

1. Balashov S. V., Ivanov V. V., Maksimov I. A. [Monitoring the operating conditions of spacecraft using onboard equipment for monitoring negative factors]. *Voprosi atomnoi nauki i tehniki. Seriya: fizika radiatsionnogo vozdeistviya na radioelektronnyuyu apparaturu*. 2003, Vol 4, P. 41–42 (In Russ.).
2. Testoedov N. A., Kochura S. G., Maksimov I. A. [System for monitoring the levels of impact of the space environment on spacecraft developed by Information Satellite Systems]. *Vestnik SibGAU*. 2015, Vol. 14, No. 4, P. 849–856 (In Russ.).
3. Space Weather Live. Available at: www.spaceweatherlive.com/ru/solnechnaya-aktivnost/solnechnyy-cikl.html (accessed: 18.02.2025).
4. *Magnitnaya burya 10-12 Maya 2024 goda* [Magnetic storm May 10–12, 2024] (In Russ.). Available at: www.ikir.ru/ru/News/news_0353.html (accessed: 18.02.2025).
5. [Industry standard 123-1044 Devices and equipment of spacecraft. Methods for calculating radiation conditions on board spacecraft and establishing requirements for the resistance of spacecraft electronic equipment to the effects of charged particles of natural origin in outer space. 2017 (In Russ.).
6. Centr analiza kosmicheskoi pogody NIIYAF MGU. Available at: <https://swx.sinp.msu.ru> (accessed: 18.02.2025).
7. Tverskaya L. V. [About the Limit of Electron Injection into the Earth's Magnetosphere]. *Geomagnetizm i aeronomiya*. 1986, Vol. 26, No. 5, P. 864–865 (In Russ.).
8. Tverskaya L. V., Balashov S. V., Vedenkin N. N. et al. [Solar proton enhancement and outer electron radiation belt dynamics during the solar extreme events of December 2006]. *Geomagnetizm i aeronomiya*. 2008, Vol. 48, No. 6. P. 751–758 (In Russ.).
9. Vlasova N. A., Getslev I. V., Ivanova T. A. et al. [Monitoring the radiation environment on high-apogee spacecraft]. *Kosmonavtika i raketostroenie*. 2003, Vol. 1(30), P. 6 (In Russ.).
10. Ivanova T. A., Pavlov N. N., Rubinshtein I. A. et al. [Monitoring the radiation situation in geostationary orbit at the maximum of the 23d solar activity cycle]. *Fizicheskie problemi ekologii (ekologicheskaya fizika)*. 2001, No. 6, P. 12–20 (In Russ.).
11. Panasyuk M. I., Novikov L. S. *Model' kosmosa* [Model of Space]. Moscow, KDU Publ., 2007, Vol. 2, P. 526–547.
12. Ingraham J. C., Cayton T. E., Belian R. D. et al. Multisatellite characterization of the large energetic electron fluxes increase at L=4-7, in the five-day period following the March 24, 1991 solar energetic particle event. *Workshop on the Earth's Trapped Particle Environment. AIP Conf. Proc.* 1996, P. 103–108.

13. Tverskaya L. V. [Dynamics of the Earth's radiation belts]. *VMU. Seriya 3. Fizika. Astronomiya*. 2010, No. 4, P. 12–17 (In Russ.).
14. Li X., Hudson M. K., Blake J. B. et al. [Observation and simulation of the rapid formation of a new electron radiation belt during March 24, 1991 SSC]. *Workshop on the Earth's Trapped Particle Environment. Ed. by Reeves G.D. AIP Conf. Proc.* 1996, P. 109–118.
15. Blake J. B., Gussenhoven M. S., Mullen E. G., Fillius R. W. Identification of an unexpected space radiation hazard. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 1992, Vol. 39, P. 1761–1765.

© Шелепов М. Д., Иванов В. В., Кочура С. Г.,
Максимов И. А., Молчанов К. В., Прокопьев В. Ю., 2025

Шелепов Марк Дмитриевич – кандидат физико-математических наук, инженер-конструктор 2 категории; АО «РЕШЕТНЁВ». E-mail: shelepovmd@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0000-0003-3940-4937>.

Иванов Владимир Васильевич – кандидат технических наук, заместитель начальника отдела; АО «РЕШЕТНЁВ». E-mail: ivanov@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0009-0009-0127-4162>.

Кочура Сергей Григорьевич – кандидат технических наук, доцент, заместитель генерального конструктора по электрическому проектированию и системам управления космическими аппаратами; АО «РЕШЕТНЁВ». E-mail: kochura@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0009-0009-0844-8487>.

Максимов Игорь Александрович – доктор технических наук, начальник отдела; АО «РЕШЕТНЁВ». E-mail: mia@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0009-0005-5953-4909>.

Молчанов Константин Владимирович – инженер 2 категории отдела аэрокосмических исследований; Новосибирский государственный университет. E-mail: K.molchanov@nsu.ru. <https://orcid.org/0009-0002-6560-3649>.

Прокопьев Виталий Юрьевич – заведующий отделом аэрокосмических исследований; Новосибирский государственный университет. E-mail: vprok@cosmos.nsu.ru. <https://orcid.org/0000-0001-9314-5492>.

Shelepov Mark Dmitrievich – Cand. Sc., Design engineer of the 2 category; JSC “Reshetnev”. E-mail: shelepovmd@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0000-0003-3940-4937>.

Ivanov Vladimir Vasilievich – Cand. Sc., Deputy Head of Department; JSC “Reshetnev”. E-mail: ivanov@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0009-0009-0127-4162>.

Kochura Sergei Grigorievich – Cand. Sc., Deputy General Designer of electrical engineering and control systems of spacecraft; JSC “RESHETNEV”. E-mail: kochura@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0009-0009-0844-8487>.

Maksimov Igor Aleksandrovich – Dr. Sc., Head of Department; JSC “Reshetnev”. E-mail: mia@iss-reshetnev.ru. <https://orcid.org/0009-0005-5953-4909>.

Molchanov Konstantin Vladimirovich – Engineer of the 2 category; Novosibirsk State University. E-mail: K.molchanov@nsu.ru. <https://orcid.org/0009-0002-6560-3649>.

Prokopyev Vitaly Yuryevich – Head of Department; Novosibirsk State University. E-mail: vprok@cosmos.nsu.ru. <https://orcid.org/0000-0001-9314-5492>.

Статья поступила в редакцию 22.04.2025; принята к публикации 12.05.2025; опубликована 30.06.2025
The article was submitted 22.04.2025; accepted for publication 12.05.2025; published 30.06.2025

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0
The article can be used under the Creative Commons Attribution 4.0 License

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ

Файлы со статьей принимаются по электронной почте vestnik@sibsau.ru.

Электронная копия. Статья набирается в программе Microsoft Office Word 2003 (**расширение имени файла DOC!**)

Объем статьи: 5–20 страниц (включая рисунки, таблицы и библиографические ссылки), краткое сообщение – 4–5 страниц, обзорная статья – до 20 страниц.

Параметры страницы. Формат А4 (210×297). Поля: правое и левое – 2 см, верхнее и нижнее – 2,5 см.

Текст. Шрифт Times New Roman 11. Подзаголовки: шрифт Times New Roman 11 bold.

Межстрочный интервал – одинарный, межбуквенный и междусловный интервал – нормальный, перенос слов не допускается.

Абзацный отступ равен 0,5 см.

Не допускается (!) набирать тексты прописными (заглавными) буквами и жирным шрифтом (кроме названия), а также размещать все указанные элементы в рамках и имитировать оформления набора, выполняемого в журнале.

Статья должна содержать предмет, тему, цель работы; метод или методологию проведения работы; результаты работы; область применения результатов; выводы.

Страницы не нумеруются.

СТРУКТУРА СТАТЬИ:

1. Индекс УДК предшествует названию статьи, соответствует заявленной теме и проставляется в верхнем левом углу листа.

2. Название статьи: не более 15 слов. Аббревиатуры и сокращения в названии не допускаются.

3. Авторы. Инициалы и фамилия. Количество авторов одной статьи не более пяти. Автор имеет право публиковаться в выпуске один раз, второй в соавторстве.

4. Аффiliation автора при публикации: название и адрес организации, а также электронная почта автора-корреспондента. Если авторов несколько, у каждой фамилии и соответствующей организации проставляется цифровой верхний индекс. Если все авторы статьи работают в одной организации, она указывается один раз.

5. Аннотация: минимум 230–250 слов (следует ориентироваться на объем англоязычной аннотации). Структура аннотации: цель исследования, методы, результаты, заключение. Курсивом.

6. Ключевые слова: не более 5–7 слов или словосочетаний. Курсивом.

7. Название статьи на английском языке.

8. Авторы на английском языке.

9. Аффiliation автора на английском языке.

10. Аннотация на английском языке.

11. Ключевые слова (Keywords) на английском языке.

12. Основной текст строится по следующей схеме и содержит обязательные подзаголовки:

– **Введение.**

– **Тематические подзаголовки** по основной части текста.

– **Заключение.**

13. Благодарности (если есть указание на источники финансирования, гранты).

14. Acknowledgements (Благодарности дублируются на английском языке).

15. Библиографические ссылки. Библиографические ссылки должны содержать не менее 15 источников! Библиографические ссылки оформляются на русском языке по ГОСТ Р 7.0.5–2008. Ссылки на источники расставляются по тексту в квадратных скобках в порядке нумерации по мере цитирования.

16. References. Библиографические ссылки в романском алфавите оформляются по требованиям, представленным на сайте. Используется система транслитерации BGN (translit.net)

17. Сведения об авторах на русском и английском языках. В сведениях указывается Ф.И.О. автора, ученая степень, ученое звание, должность, название организации. Например:

Иванов Иван Иванович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: sen@sibsau.ru.

Ivanov Ivan Ivanovich – Dr. Sc, Professor, Head of the Department; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: sen@sibsau.ru.

