

ISSN 2712-8970



СИБИРСКИЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

SIBERIAN AEROSPACE JOURNAL

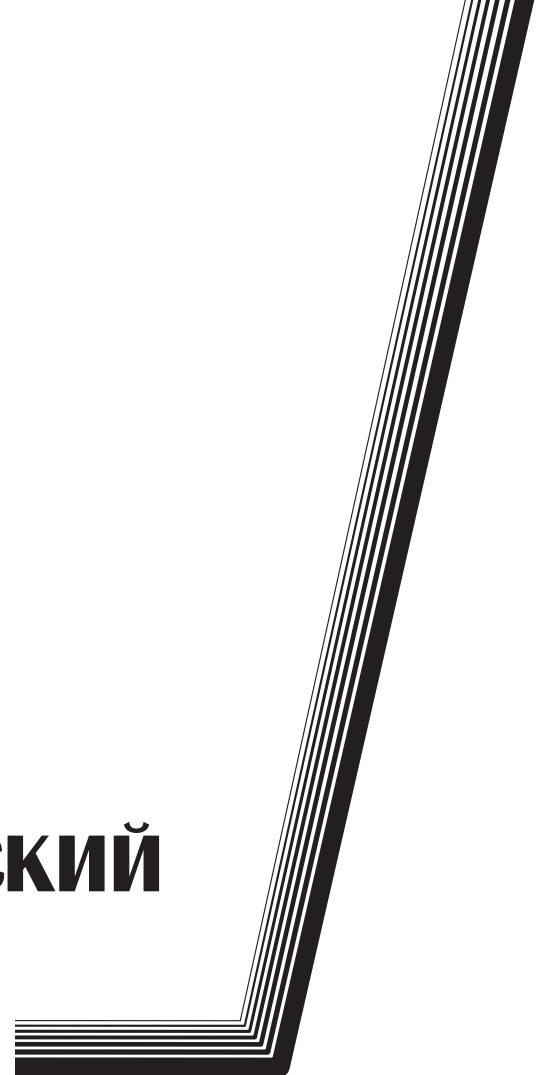
**Том
Vol. 24, № 3**

КРАСНОЯРСК 2023

СИБИРСКИЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 24, № 3

Красноярск 2023



СИБИРСКИЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 24, № 3

Главный редактор

Аплеснин Сергей Степанович, доктор физико-математических наук, профессор
(СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Заместители главного редактора

Логинов Юрий Юрьевич, доктор физико-математических наук, профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Мурыгин Александр Владимирович, доктор технических наук, профессор, ответственный
за подготовку выпусков журнала, содержащих секретные сведения (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Сенашов Сергей Иванович, доктор физико-математических наук, профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Галеев Р. Г., доктор технических наук
(АО «НПП «Радиосвязь»)

Головенкин Е. Н., доктор технических наук,
профессор (АО «ИСС»)

Левко В. А., доктор технических наук, доцент
(СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Лившиц А. В., доктор технических наук, доцент
(ИрГУПС)

Максимов И. А., доктор технических наук
(АО «ИСС»)

Медведев А. В., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Михеев А. Е., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Москвичев В. В., доктор технических наук,
профессор (СКТБ «Наука» ИВТ СО РАН)

Садовский В. М., член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук, профессор
(ИВМ СО РАН)

Сафонов К. В., доктор физико-математических
наук, доцент (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Сильченко П. Н., доктор технических наук,
профессор (СФУ)

Смирнов Н. А., доктор технических наук,
профессор (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

Терсков В. А., доктор технических наук,
профессор (КРИЖТ ИрГУПС)

Чеботарев В. Е., доктор технических наук,
доцент (АО «ИСС»)

Шайдуров В. В., член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук, профессор
(ИВМ СО РАН)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Васильев С. Н., академик РАН, доктор физико-
математических наук, профессор (Москва)

Дегерменджи А. Г., академик РАН,
доктор физико-математических наук,
профессор (Красноярск)

Дегтерев А. С., доктор технических наук,
профессор (Красноярск)

Колмыков В. А., кандидат технических наук,
профессор (Химки)

Миронов В. Л., член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук,
профессор (Красноярск)

Романски Р. П., доктор наук, профессор
(Технический университет Софии, Болгария)

Семенкин Е. С., доктор технических наук,
профессор (Красноярск)

Тестоедов Н. А., академик РАН,
доктор технических наук, профессор
(Железногорск)

Фошнер М., доктор, доцент (Марибор, Словения)

Шабанов В. Ф., академик РАН, доктор физико-
математических наук, профессор (Красноярск)

Швенкер Ф., доктор наук, профессор
(Институт нейроинформатики Университета Ульма,
Германия)

SIBERIAN AEROSPACE JOURNAL

Vol. 24, No 3

Chief Editor:

Aplesnin S. S., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

Deputy Chief Editors

Loginov Y. Y., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

Murygin A. V., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

Senashov S. I., Dr.Sc., Professor (Reshetnev University)

EDITORIAL BOARD

Galeev R. G., Dr.Sc.

(JSC "NPP "Radiosvyaz")

Golovenkin E. N., Dr.Sc., Professor

(ISS-Reshetnev Company)

Levko V. A., Dr.Sc., Professor

(Reshetnev University)

Livshits A. V., Dr.Sc., Professor

(Irkutsk State Transport University)

Maksimov I. A., Dr.Sc.

(ISS-Reshetnev Company)

Medvedev A. V., Dr.Sc., Professor

(Reshetnev University)

Mikheev A. E., Dr.Sc., Professor

(Reshetnev University)

Moskvichev V. V., Dr.Sc., Professor

(SDTB Nauka KSC SB RAS)

Sadovsky V. M., Corresponding Member

of the Russian Academy of Sciences,

Dr.Sc., Professor (ICM SB RAS)

Safonov K. V., Dr.Sc., Professor

(Reshetnev University)

Silchenko P. N., Doctor of Technical

Sciences, Professor (SibFU)

Smirnov N. A., Dr.Sc., Professor

(Reshetnev University)

Terskov V. A., Dr.Sc., Professor

(Irkutsk State Transport University)

Chebotarev V. Y., Dr.Sc., Professor

(ISS-Reshetnev Company)

Shaidurov V. V., Corresponding Member

of the Russian Academy of Sciences,

Dr.Sc., Professor (ICM SB RAS)

EDITORIAL COUNCIL

Vasiliev S. N., Academician of the Russian

Academy of Sciences, Dr.Sc., Professor (Moscow)

Degermendzhi A. G., Academician

of the Russian Academy of Sciences, Dr.Sc.,

Professor (Krasnoyarsk)

Degterev A. S., Dr.Sc., Professor (Krasnoyarsk)

Kolmykov V. A., Cand.Sc., Professor (Khimki)

Mironov V. L., Corresponding Member

of the Russian Academy of Sciences, Dr.Sc.,

Professor (Krasnoyarsk)

Romansky R. P., Dr.Sc., Professor

(Technical University of Sofia, Bulgaria)

Semenkin E. S., Dr.Sc., Professor (Krasnoyarsk)

Testoedov N. A., Academician of the Russian

Academy of Sciences, Dr.Sc., Professor

(Zheleznogorsk)

Fošner M., Ph.D. Associate Professor

(Maribor, Slovenia)

Shabanov V. F., Academician of the Russian

Academy of Sciences, Dr.Sc., Professor (Krasnoyarsk)

Schwenker F., Dr.Sc., Professor (Institute

for Neuroinformatics, University of Ulm, Germany)

К СВЕДЕНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ

«Сибирский аэрокосмический журнал» является научным, производственно-практическим рецензируемым изданием. Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-80539 от 01.03.2021 г. выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

ISSN 2712-8970

Подписной индекс в каталоге «Пресса России» – 39263.

Зарегистрирован в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ).

Включен в базу данных Ulrich's Periodicals Directory американского издательства Bowker.

Входит в перечень журналов ВАК по следующим научным специальностям:

1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (технические науки);

1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки);

2.3.1 Системный анализ, управление и обработка информации (технические науки);

2.3.5 Математическое и программное обеспечение вычислительных систем, комплексов и компьютерных сетей (физико-математические науки);

2.3.7 Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (физико-математические науки);

2.3.7 Компьютерное моделирование и автоматизация проектирования (технические науки);

2.5.13 Проектирование, конструкция и производство летательных аппаратов (технические науки);

2.5.15 Тепловые, электроракетные двигатели и энергоустановки летательных аппаратов (технические науки).

Издается с 2000 года. 2000 – «Вестник Сибирской аэрокосмической академии имени академика М. Ф. Решетнева» (Вестник САА); 2002 – «Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева» (Вестник СибГАУ); 2017 – «Сибирский журнал науки и технологий» (СибЖНТ); с 01.03.2021 – «Сибирский аэрокосмический журнал» (САЖ).

Каждый выпуск журнала включает три раздела:

1 раздел. Информатика, вычислительная техника и управление.

2 раздел. Авиационная и ракетно-космическая техника.

3 раздел. Технологические процессы и материалы.

Статьи публикуются бесплатно после обязательного рецензирования и при оформлении их в соответствии с требованиями редакции (www.vestnik.sibsau.ru). Журнал выходит 4 раза в год. Электронная версия журнала представлена на сайте Научной электронной библиотеки (<http://www.elibrary.ru>) и сайте журнала (www.vestnik.sibsau.ru).

При перепечатке или цитировании материалов из журнала «Сибирский аэрокосмический журнал» ссылка обязательна.

Учредитель и издатель

ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева» (СибГУ им. М. Ф. Решетнева)

АДРЕС РЕДАКЦИИ, УЧРЕДИТЕЛЯ И ИЗДАТЕЛЯ:

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева, Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, проспект имени газеты «Красноярский Рабочий», 31.

Тел. (391) 290-42-31. E-mail: vestnik@sibsau.ru

Редактор Н. Н. Голоскокова
Ответственный редактор английского текста
Н. А. Шумакова

Оригинал-макет и верстка Л. В. Звонаревой
Подписано в печать 20.09.2023. Формат 70×108/16.
Бумага офсетная. Печать плоская. Усл. печ. л. 24,41.
Уч.-изд. л. 25,0. Тираж 100 экз. Заказ 3358. С 846/23.

Редакционно-издательский отдел СибГУ им. М.Ф. Решетнева.

Отпечатано в редакционно-издательском центре
СибГУ им. М.Ф. Решетнева.

Российская Федерация, 660037, г. Красноярск,
просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31.
Дата выхода в свет: 31.10.2023. Свободная цена

INFORMATION FOR AUTHORS AND SUBSCRIBERS

Siberian Aerospace Journal is a research, production and practical peer-reviewed journal. Included by the Higher Attestation Commission of the Russian Federation in the Index of Leading Russian Peer-Reviewed Journals and Periodicals, in which significant scientific dissertation results should be published when applying for a Dr.Sc. degree.

The journal is the official periodical of Reshetnev Siberian State University of Science and Technology.

Certificate of Registration as a Mass Media Resource. Certificate: PI No. FC 77-80539, dated 01 March 2021, given by Federal Supervision Agency for Information Technology, Communications and Mass Media. ISSN 2712-8970.

The Journal is included in the following subscription catalogue 39263 – Pressa Rossii.

The journal is registered in the Russian Science Citation Index (RSCI).

The journal is indexed in the database of Ulrich's Periodicals Directory.

The journal was first published in 2000. 2000 – Vestnik Sibirskoy aerokosmicheskoy akademii imeni akademika M. F. Reshetneva (Vestnik SAA); 2002 – Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta imeni akademika M. F. Reshetneva (Vestnik SibGAU); 2017 – Siberian Journal of Science and Technology (SZHT); from 01.03.2021 – Siberian Aerospace Journal (SAJ). The Journal is recommended for publishing the main results of research when applying for Cand. Sc. degree and Dr. Sc. degree upon the following specialties:

1.2.2 Mathematical modeling, numerical methods and software packages (technical sciences);

1.2.2 Mathematical modeling, numerical methods and software packages (physical and mathematical sciences);

2.3.1 System analysis, management and information processing (technical sciences);

2.3.5 Mathematical and software support of computer systems, complexes and computer networks (physical and mathematical sciences);

2.3.7 Computer modeling and design automation (physical and mathematical sciences);

2.3.7 Computer modeling and design automation (technical sciences);

2.5.13 Design, construction and production of aircraft (technical sciences);

2.5.15 Thermal, electric rocket engines and power installations of aircraft (technical sciences).

Each issue consists of three parts:

Part 1. Informatics, computer technology and management.

Part 2. Aviation and Spacecraft Engineering.

Part 3. Technological Processes and Material Science.

Papers prepared in accordance with the editorial guidelines (www.vestnik.sibsau.ru) are published free of charge after being peer reviewed.

The journal is published four times a year.

An online version can be viewed at <http://www.elibrary.ru>

Siberian Aerospace Journal should be cited when reprinting or citing materials from the journal.

CONTACTS. Website: www.vestnik.sibsau.ru

Address: Reshetnev Siberian State University of Science and Technology.

31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation.

Tel. (391) 290-42-31; e-mail: vestnik@sibsau.ru

Editor N. N. GOLOSKOKOVA
Executive editor (English Language) N. A. SHUMAKOVA
Layout original L. V. ZVONAREVA

Signed (for printing): 20.09.2023. Format 70×108/16.

Offset Paper. Print flat. 24,41. Published sheets 25,0.

100 copies. Order 3358. С 846/23.

Printing and Publication Department

Reshetnev University.

Printed in the Department of copying and duplicating
equipment Reshetnev University.

31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk,
660037, Russian Federation.

Date of publication: 31.10.2023. Free price

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Гаипов К. Э., Кузнецов А. А., Крикунов И. Л. Применение контурного метода для решения задачи оптимального распределения трафика в сети	418
Ефремова С. В. Метод мультиверсионного программирования для обработки телеметрической информации малых космических аппаратов	436
Кириллов К. А., Овчинникова Е. В., Сафонов К. В., Титов Г. П., Хохлов А. И., Гашин А. А. Метод сумм Хаара численного решения системы кинематических уравнений Пуассона, определяющих эволюцию положения космического аппарата	450
Подкопаев И. А., Подкопаев А. В., Должиков В. И. Моделирование конвективных процессов теплообмена между неоднородными газовыми смесями и поверхностями малокалиберного артиллерийского ствола	468
Сабиров Р. А., Фисенко Е. Н. Моделирование невесомости подвешенной на тросах системы балок изменением сил натяжения	482

Раздел 2. АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

Грачева Е. А., Синьковский Ф. К. Метод контроля усилия натяжения металлотрикопотажного сетеполотна на крупногабаритных рефлекторах антенн	502
Догадкин В. А., Кольга В. В., Трухин В. Р. Параметрический анализ прочности сопла ракетного двигателя на твердом топливе	510
Иголкин А. А., Филипов А. Г. Об альтернативном методе отработки динамической прочности конструкции малого космического аппарата	521
Королева Ю. Л., Хохлов А. И., Николаев Д. А., Борисова Н. В., Матыленко М. Г. Формирование подхода к моделированию операций орбитальной сборки реконфигурируемого космического аппарата на геостационарной орбите	527
Лукьянов М. М., Зуев Д. М. Рассмотрение возможности стабилизации относительного движения наноспутников под действием активного аэродинамического управления	537
Шатров А. К., Фисенко Е. Н., Рабечкая О. И. Обеспечение теплового режима конструкций космического аппарата	550
Шимова О. Е., Зуев Д. М., Великанов Д. Д., Лукьянов М. М., Мельчуков К. А. Оценка основных параметров телеметрии ReshUCube-1 за период 10 месяцев на орбите	558

Раздел 3. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И МАТЕРИАЛЫ

Вакулин М. С., Гордеев Ю. И., Ясинский В. Б., Бинчуров А. С., Тимошев П. В. Особенности процессов высокоскоростного фрезерования сложнопрофильным инструментом при обработке алюминиевых сплавов и композиционных материалов	570
Лекарев А. В., Юрчук Л. И., Меркулова Г. А. Исследование влияния альфирования на структуру и свойства сплава ВТ6	589
Файзуллин К. В., Данилаев М. П., Поляев А. В., Сёмин С. А., Ракипов Т. И. Методика выбора материала оснастки для изготовления элементов конструкции летательных аппаратов	605
Харьков А. М., Ситников М. Н., Аплеснин С. С. Магнитоимпеданс в нестехиометричном сульфиде марганца	613

CONTENTS

Part 1. INFORMATICS, COMPUTER TECHNOLOGY AND MANAGEMENT

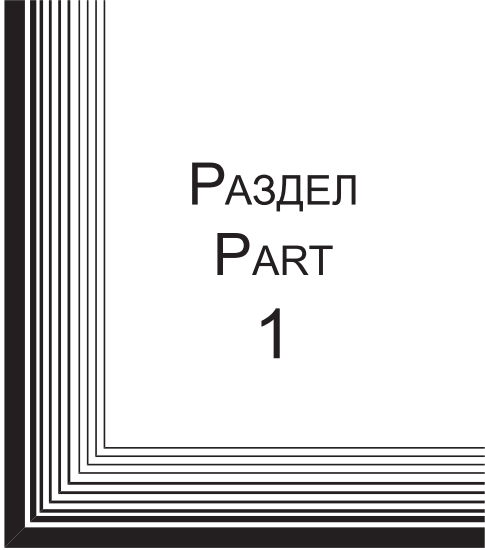
Gaipov K. E., Kuznetsov A. A., Krikunov I. L. Using of the contour method to solving the problem of optimal traffic distribution in the network	418
Efremova S. V. N-version programming for nanosatellite telemetry processing	436
Kirillov K. A., Ovchinnikova E. V., Safonov K. V., Titov G. P., Khokhlov A. I., Gashin A. A. The method of Haar sums for numerical solution of kinematic Poisson equations system that determine an evolution of a spacecraft position	450
Podkopaev I. A., Podkopaev A. V., Dolzhikov V. I. Modeling of convective heat transfer processes between inhomogeneous gas mixtures and surfaces of a small-caliber artillery barrel	468
Sabirov R. A., Fisenko E. N. Modeling of suspended weightlessness on the cables of the beam system, by changing the tension forces	482

Part 2. AVIATION AND SPACECRAFT ENGINEERING

Gracheva E. A., Sin'kovskiy F. K. Research of a method based on the local deformation of the metall mesh by the force of air drawn through its surface, for measuring and controlling the tension force of the metall mesh cavity on radio-reflecting reflectors	502
Dogadkin V. A., Kolga V. V., Trukhin V. R. Parametrical analysis of the strength of the nozzle of a solid fuel rocketer	510
Igolkin A. A., Filipov A. G. On an alternative method for testing the dynamic strength of a small spacecraft structure	521
Koroleva Y. L., Khokhlov A. I., Nikolaev D. A., Borisova N. V., Matylenko M. G. Formation of an approach to modeling orbital operations assembly of a reconfigurable spacecraft on geostationary orbit	527
Lukyanov M. M., Zuev D. M. Estimation of the possibility of matching the relative motion of nanosatellites under active aerodynamic control	537
Shatrov A. K., Fisenko E. N., Rabetskaya O. I. Ensuring the thermal regime of spacecraft structures	550
Shimova O. E., Zuev D. M., Velikanov D. D., Luk'yanov M. M., Mel'chukov K. A. Evaluation of the main parameters of ReshUCube-1 telemetry over a period of 10 months in orbit	558

Part 3. TECHNOLOGICAL PROCESSES AND MATERIAL SCIENCE

Vakulin M. S., Gordeev Yu. I., Yasinsky V. B., Binchurov A. S., Timoshev P. V. Features of processes of high-speed milling with a complex profile tool in the processing of aluminum alloys and composite materials	570
Lekarev A. V., Yurchuk L. I., Merkulova G. A. Study of the influence of alphonon on the structure and properties of the alloy BT6	589
Faizullin K. V., Danilaev M. P., Polyaev A. V., Semin S. A., Rakipov T. I. Tool material selection methodology for aircraft elements design	605
Kharkov A. M., Sitnikov M. N., Aplesnin S. S. Magnetic impedance in nonstichiometric manganese sulfide	613



РАЗДЕЛ
PART
1



ИНФОРМАТИКА,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

INFORMATICS,
COMPUTER TECHNOLOGY
AND MANAGEMENT



УДК 004.02

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-418-435

Для цитирования: Гаипов К. Э., Кузнецов А. А., Крикунов И. Л. Применение контурного метода для решения задачи оптимального распределения трафика в сети // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 418–435. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-418-435.

For citation: Gaipov K. E., Kuznetsov A. A., Krikunov I. L. [Using of the contour method to solving the problem of optimal traffic distribution in the network]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 418–435. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-418-435.

Применение контурного метода для решения задачи оптимального распределения трафика в сети

К. Э. Гаипов, А. А. Кузнецов, И. Л. Крикунов

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31
E-mail: gaipovke@yandex.ru

Целью настоящей работы является создание способа решения задачи оптимального распределения трафика в сети с помощью контурного метода анализа данных. В первом разделе работы объяснен принцип преобразования любой доступной сети к контурному виду, причем рассмотрен случай как для сетей без потерь, так и для сетей с потерями. Во втором разделе в общем виде показан метод приведения сети в контурном виде к системе нелинейных неравенств, решив которую можно получить некое распределение трафика в системе. В заключительном разделе на примере системы массового обслуживания М/М/1/∞ показано решение задачи оптимального распределения трафика по критерию минимизации потерь. В качестве исходных данных для задачи выступили матрица инцидентности, интенсивность обслуживания и размерность буфера для каналов связи. Указанный подход по оптимальному распределению трафика позволяет сократить число используемых переменных по сравнению с известными методами на основе беспетельных маршрутов, а также не требует их предварительного поиска, так как они определяются из размерности матрицы инцидентности графа моделируемой сети.

Ключевые слова: контурный метод, оптимизация трафика в сети.

Using of the contour method to solving the problem of optimal traffic distribution in the network

K. E. Gaipov, A. A. Kuznetsov, I. L. Krikunov

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation
E-mail: gaipovke@yandex.ru

The purpose of this work is to create a method for solving the problem of optimal traffic distribution in a network using the contour data analysis method. In the first section of the work, the principle of converting any available network to a contour form is explained, and the case is considered both for networks without loss and for networks with losses. The second section shows in a general way the method of bringing the network in contour form to a system of non-linear inequalities, by solving which one can obtain a certain distribution of traffic in the system. In the final section, using the M/M/1/∞ queuing system as an example, the solution of the problem of optimal traffic distribution according to the loss minimization criterion is shown. The initial data for the task were the incidence matrix, service intensity and buffer dimension for

communication channels. A feature of the proposed algorithm is the search for a contour matrix, for the compilation of which it is proposed to use loss edges as elements of the spanning tree of the graph, which allows you to immediately determine the contour matrix using the concept of a fundamental cycle of a graph. This approach to optimal traffic distribution reduces the number of variables used compared to the known methods based on loopless routes, and also does not require their preliminary search, since they are determined from the dimension of the incidence matrix of the simulated network graph.

Keywords: contour method, network traffic optimization.

Введение

На сегодняшний день, когда сетевые технологии развиваются стремительными темпами, а количество устройств в сети непреклонно растет, перед операторами связи стоит задача роста качества обслуживания передаваемого трафика и гибкой балансировки поступающего трафика без потери производительности в сети. Изменение пропускных способностей каналов связи, добавление в топологию новых каналов и узлов приводят к полному пересчету таблиц маршрутизации.

Одним из способов повышения качества функционирования сети является определение оптимальных маршрутов передачи данных, реализующих политику маршрутизации, при которой достигается один или несколько критериев оптимальности. Такими критериями могут выступать минимальная задержка и/или потери при передаче информации как для отдельных маршрутов или каналов, так и суммарная, тем самым достигается более сбалансированная загрузка каналов связи.

Современные протоколы динамической маршрутизации, такие как OSPF [1] и IS-IS [2], позволяют обойти загруженные каналы связи для улучшения качества обслуживания сетевых сервисов. Однако при частом обновлении маршрутов необходимы дополнительные вычислительные ресурсы для активации нового маршрута и его установки. Протоколы многопутевой маршрутизации, как правило, используют в своей работе алгоритм k -кратчайших путей (алгоритм Йена), применяемый для технических решений [3]. В качестве примера можно рассмотреть модуль MPLS-TE [4; 5], который работает с маршрутами, вычисленными с помощью данного алгоритма. Это позволяет сбалансировать нагрузку путем распределения сетевого трафика по резервным маршрутам.

Помимо этого, существует множество модернизаций и адаптаций данных методов. Так, в работах [6–9] предлагаются модели многолучевой маршрутизации с балансировкой нагрузки на базе сетей GERT и минимизации планиметрических задержек для каждого типа трафика. В [10] исследуется алгоритм адаптивной маршрутизации на нейронных сетях. В [11] рассмотрен метод, включающий балансировку нагрузки с многопутевой маршрутизацией, на базе алгоритма парных перестановок маршрутов, в [12; 13] проанализированы технологии быстрой перемаршрутизации IP FRR.

Несмотря на большой список работ и различных технических реализаций в виде программ для ЭВМ [14–17], существующие механизмы не решают задачу оптимальной маршрутизации трафика с учетом потерь. Именно поэтому в данной работе была разработана и описана реализация математической модели сети с применением контурного метода анализа трафика по критерию минимизации потерь.

1. Приведение сети к контурному виду

Пусть дана сеть, где для каждого канала связи известна функция вероятности потерь пакетов. В самом тривиальном варианте данная функциональная зависимость будет определяться размером буфера телекоммуникационного устройства, к которому подключен канал связи, скоростью передачи данных канала связи, статистическими характеристиками потока, проходящего через него. Если это возможно, то в качестве такой функциональной зависимости можно использовать уже существующие формулы, описывающие вероятности потерь для различного рода систем массового обслуживания, в реальности зависимость потерь потока зависит от многих факторов, которые определяются логикой программно-аппаратного обеспечения телекоммуникационного устройства.

Для получения математической модели распределения трафика по сети сеть удобно представить в виде направленного графа. Определим правило построения: каждое направление передачи данных между парой телекоммуникационных устройств будет представлять собой направленное ребро графа, моделям телекоммуникационных узлов будут соответствовать вершины графа. От каждого узла также будет выходить по одному дополнительному ребру, данное ребро представляет собой канал, по которому будет передаваться трафик, потерянный в результате переполнения буферов телекоммуникационных устройств. На рис. 1 изображена сеть, состоящая из двух узлов коммутации УК1 и УК2. К УК1 подключены пользователи, которые одновременно принимают и передают данные, на рисунке они обозначены как ИП1. Аналогично к УК2 подключен ИП2. Каждый канал на рис. 1 является дуплексным, потери происходят на каждом узле коммутации.



Рис. 1. Модель сети

Fig. 1. Network model

На основании сказанного, на рис. 2 представлен граф сети, на котором узлы 1 и 2 соответствуют источникам трафика, а ребра 1 и 2 являются каналами, подключающими соответствующие источники к узлам коммутации. Узлы 3 и 4 соответствуют приёмникам трафика, ребра 3 и 4 являются каналами, подключающими соответствующие приемники к узлам коммутации. Таким образом, пары узлов 1 и 3 соответствует ИП1, ребра 1 и 3 соответствуют дуплексному каналу между ИП1-УК1, пара узлов 2 и 4 соответствует ИП2, ребра 2 и 4 соответствуют дуплексному каналу между ИП2-УК2. Узел 7 терминирует на себе потери от входящих каналов в узел 5, узел 8 терминирует в себе потери от входящих каналов в узел 6, а ребра под номерами 7 и 8 являются каналами сброса трафика, соединяющими узлы коммутации с узлами терминирования сброса. Узлы 5 и 6 обозначают узлы коммутации УК1 и УК2, соответственно. Если из сети на рис. 2 убрать каналы 7 и 8, а также узлы 7 и 8, то получившая сеть будет являться сетью без потерь (рис. 3).

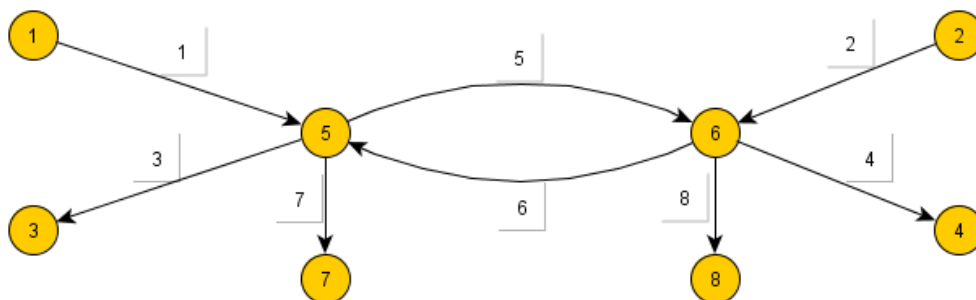


Рис. 2. Представление сети с потерями в виде графа

Fig. 2. Graph representation of a lossy network

Контурная сеть – это такая сеть, которая не содержит разомкнутых цепей. Любую сеть можно представить в виде контурной, обеспечив циркуляцию потока в сети. Для обеспечения циркуляции потока в сети необходимо замкнуть все узлы, которым инцидентно только одно ребро,

объединив их в один узел. Это гарантирует равенство суммы входящих в узел и суммы выходящих из узла потоков. Таким образом, для рассмотренного примера на рис. 2 и 3 необходимо объединить узлы с 1 по 4, а также 7 и 8 (для сети с потерями) в один общий узел. Графически такая сеть изображена на рис. 4 и рис. 5, соответственно.

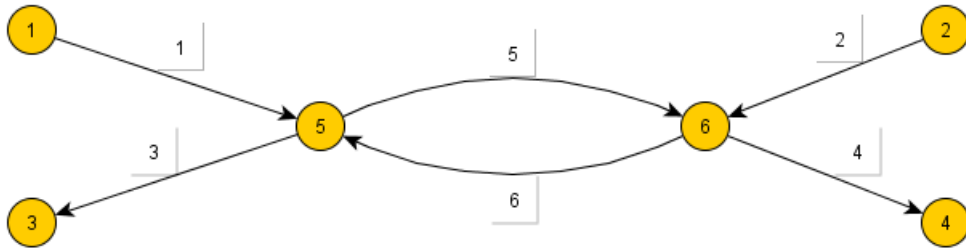


Рис. 3. Представление сети без потерь в виде графа

Fig. 3. Graph representation of a lossless network

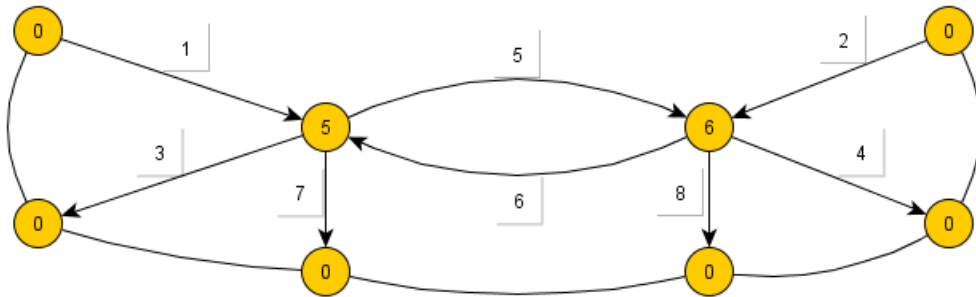


Рис. 4. Результат приведения сети с потерями к контурному типу

Fig. 4. The result of reducing a lossy network to a contour form

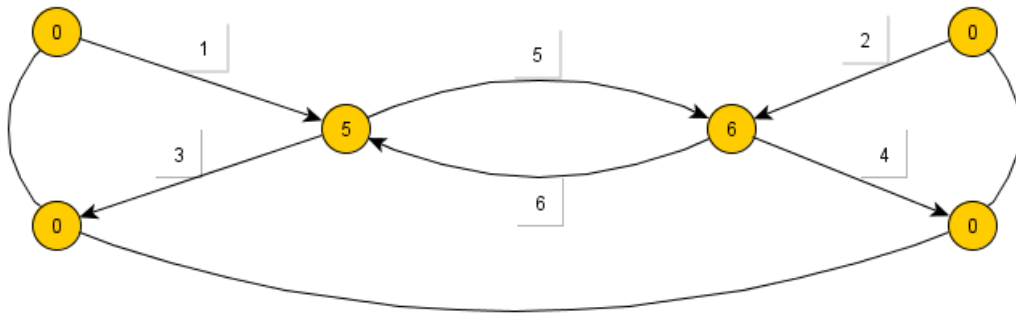


Рис. 5. Результат приведения сети без потерь к контурному типу

Fig. 5. The result of reducing a lossless network to a contour form

Как видно на рис. 4, узлы с 1 по 4 плюс узлы 7 и 8 были объединены в узел 0, а для сети на рис. 5 объединены узлы с 1 по 4. Для полученных сетей необходимо определить матрицу контуров.

Отметим, что под источником понимается не один источник информации, а совокупность независимых источников, например, ПК локальной сети. Таким образом, по каналу, подключённому к источникам на рис. 1, проходят статистически мультиплексированные потоки.

2. Контурный метод анализа данных

Введем переменные, которыми будем оперировать при составлении математических моделей:

V – множество всех вершин графа;

$|V|$ – количество вершин графа;

E – множество всех ребер графа;

$|E|$ – количество ребер графа;

E_h – подмножество ребер графа, являющихся хордами;

$|E_h|$ – количество ребер в множестве E_h ;

E_b – подмножество ребер графа, являющихся ветвями;

$|E_b|$ – количество ребер в множестве E_b ;

E_{src} – подмножество ребер графа, к которым подключены источники информации;

$|E_{src}|$ – количество ребер в множестве E_{src} ;

E_{rcv} – подмножество ребер графа, к которым подключены получатели информации;

$|E_{rcv}|$ – количество ребер в множестве E_{rcv} ;

E_{tr} – подмножество ребер графа, которые соединяют узлы, являющиеся узлами коммутации;

$|E_{tr}|$ – количество ребер в множестве E_{tr} ;

E_{loss} – подмножество ребер графа, являющихся каналами сброса информации;

$|E_{loss}|$ – количество ребер в множестве E_{loss} .

Согласно теории графов, любой граф может быть описан матрицей инцидентности, матрица инцидентности без линейно-зависимой строки является матрицей линейно-независимых разрезов, которая в свою очередь ортогональна матрице контуров [18].

$$\mathbf{I}_{(|V|-1) \times |E|} \cdot \mathbf{C}_{|E_b| \times |E|}^T = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{I}_{(|V|-1) \times |E|}$ – матрица инцидентности контурной сети без линейно независимой строки; $\mathbf{C}_{|E_b| \times |E|}$ – матрица контуров.

Матрица $\mathbf{I}_{(|V|-1) \times |E|}$ образуется из матрицы инцидентности $\mathbf{I}_{|V| \times |E|}$, описывающей граф исходной ортогональной сети, путем удаления из нее всех строк, в которых есть только один ненулевой элемент. Так, преобразования ортогональной сети в контурную сводится к тому, что все узлы со степенью равной 1 и инцидентные ребрам из подмножеств E_{src} , E_{rcv} и E_{loss} объединяются в один узел. Это эквивалентно сложению всех строк в матрице $\mathbf{I}_{|V| \times |E|}$, в которых есть только один ненулевой элемент, в одну строку, и поскольку новая матрица – это матрица инцидентности контурной сети, в которой одну из строк можно также выделить как линейно-зависимую, то именно строку, которая получилась в результате сложения строк с одним ненулевым элементом, можно выбрать таковой. Полученную матрицу инцидентности, осуществляя сложение строк и перестановку столбцов, приводим к следующему виду:

$$\mathbf{I}_{(|V|-1) \times |E|} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{Hg}_{(|V|-1) \times |E_h|} \end{bmatrix}.$$

где $\mathbf{E}$ – единичная матрица размерностью $|V|-1$, $\mathbf{Hg}_{(|V|-1) \times |E_h|}$ – матрица хорд графа.

Отметим, что номера столбцов, образующие единичную матрицу, являются номерами ветвей графа, которыми представлена анализируемая сеть, а номера столбцов матрицы $\mathbf{Hg}$ представляют собой номера хорд этого графа.

Для выполнения условия ортогональности по формуле (1) матрица $\mathbf{C}_{|E_b| \times |E|}$ должна иметь следующий вид:

$$\mathbf{C}_{|E_b| \times |E|} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & (-\mathbf{Hg}_{(|V|-1) \times |E_h|}^T) \end{bmatrix}.$$

Особенностью топологии сетей с потерями является то, что остовное дерево графа можно получить только из ребер, которые образуют каналы сброса: данные ребра будут ветвями графа, а остальные ребра – хордами этого графа.

Таким образом, можно предложить более быстрый способ получения матрицы контуров, который требует меньше вычислительных действий и применим в случае, если необходимо анализировать потери во всех каналах или в большинстве каналов связи.

Введем следующие обозначения:

$\mathbf{I}_{loss}$ – матрица инцидентности сети с потерями, приведенная к контурному виду;

$\mathbf{I}_{lossless}$ – матрица инцидентности без потерь, приведенная к контурному виду;

Xh – вектор-столбец, каждый элемент этого вектора показывает потоки в хордах от каждого источника;

N_{users} – число источников, равное числу элементов в множестве E_{src} ;

n – номер источника.

В матрице $\mathbf{I}_{loss}$ и $\mathbf{I}_{lossless}$ одинаковое число узлов, но различное число столбцов, следовательно, матрица $\mathbf{I}_{loss}$ получается из матрицы $\mathbf{I}_{lossless}$ путем добавления $|E_{loss}|$ столбцов слева, при этом добавляемые столбцы представляют собой диагональную единичную матрицу, что соответствует следующему выражению:

$$\mathbf{I}_{loss} = [\mathbf{E} \ \mathbf{I}_{lossless}].$$

Из этого следует, что матрица $\mathbf{I}_{lossless}$ является матрицей хорд для графа, описывающего сеть с потерями. Таким образом, в матрице $\mathbf{I}_{loss}$ столбцы с номерами от 1 до $|E_{loss}|$ будут ветвями графа, а столбцы с $(|E_{loss}|+1)$ по $(|E_{loss}|+|E_h|)$ будут хордами этого графа. Следовательно, матрица контуров для сети с потерями будет определяться следующим образом:

$$\mathbf{C}_{loss} = [\mathbf{E} \ (-\mathbf{I}_{lossless}^T)].$$

В матрице $\mathbf{C}_{loss}$ столбцы с номерами от 1 до $|E_h|$ будут хордами графа, а столбцы с $(|E_h|+1)$ по $(|E_h|+|E_{loss}|)$ являются ветвями этого графа.

Сформулируем рекомендации по выбору номеров ребер. Исходя из введенных обозначений, порядок нумерации ребер в исходном графе рекомендуется делать следующий: вначале пронумеровать все ребра из множества E_{src} , затем из E_{rcv} , потом из E_{tr} и в конце из E_{loss} . Такая рекомендация связана с тем, что в дальнейшем отпадает необходимость в организации дополнительных алгоритмов поиска и сортировки, необходимых для формирования финальной системы ограничений и целевой функции.

Каждая строка в матрице контуров $\mathbf{C}_{loss}$ показывает, какие ребра входят в контур, при этом в каждый контур входит только одна хорда, и направление этой хорды задает направление всего контура. Следовательно, если будут известны значения потоков в каждой хорде графа и эти значения задать в виде вектора-столбца, то произведение транспонированной матрицы контуров на вектор потоков в хорде даст значения потоков как в каждой хорде, так и ветвях графа, тем самым потоки в ветвях графа линейно зависимы от потоков в хордах этого графа или, что то же самое, потоки в ребрах графа полностью описываются потоками в его хордах. Поэтому в составляемой математической модели в качестве переменных будут выступать потоки в хордах графа.

Поскольку каждый источник создает в каждом ребре графа свой поток, то количество переменных будет определяться как число хорд графа, умноженное на число источников трафика.

Таким образом, вектор переменных Xh будет содержать $N_{users} \cdot |E_h|$ переменных. В векторе Xh переменные с порядковыми номерами от $(n-1)(|E_h|+1)$ до $(n|E_h|)$ будут показывать по-

токи источника n в хордах из множества E_h . Для определения суммарного потока в каждом канале связи создадим следующую матрицу:

$$C_{sum} = \begin{bmatrix} C_{loss1}^T & C_{loss2}^T & \dots & C_{loss N_{users}}^T \end{bmatrix}.$$

А для определения потока в каждом канале, создаваемом каждым источником, составим следующую матрицу:

$$C_{users} = \begin{bmatrix} C_{loss1}^T & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & C_{loss N_{users}}^T \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Для определения суммарного потока в каждом канале связи

$$Xe_{sum} = C_{sum} \cdot Xh. \quad (3)$$

Каждая строка матрицы Xe_{sum} показывает суммарный поток в каждом канале связи. Для определения потока в каждом канале от каждого источника необходимо воспользоваться формулой

$$Xe_{users} = C_{users} \cdot Xh.$$

Каждые m строк матрицы Xe_{users} показывают потоки от каждого отдельного пользователя. Таким образом, чтобы узнать, какой поток создается в ребре E_i , от пользователя n необходимо взять элемент $Xe_{users(n-1)|E|+i}$. Получив связи потоков в каждом канале через потоки в хордах, дальнейшая задача сводится к составлению системы ограничений и целевой функции.

Поскольку размерность такой задачи является достаточно большой, то для её решения необходимо воспользоваться системами математического моделирования. Для формирования системы ограничений необходимо составить ряд матриц A , B , Aeq , Beq , $Ceq(x)$ и $C(x)$, а также задаться точкой начальной итерации $x0$. Из полученных матриц создается система нелинейных неравенств

$$\begin{cases} A \cdot X \leq 0; \\ Aeq \cdot X = 0; \\ C(x) \leq 0; \\ Ceq(x) = 0. \end{cases}$$

Как видно, система состоит из четырёх блоков, где $Ceq(x)$ – это вектор-столбец, в котором каждый элемент представляет собой некую нелинейную зависимость от искомых переменных, при этом данное значение должно быть равно нулю. Вектор $C(x)$ аналогичен блоку $Ceq(x)$, но, в отличие от него, каждый элемент этого вектора-столбца меньше или равен нулю.

Для определения значения потока в каналах потерь оставим в матрице C_{loss} только те столбцы, которые отвечают за ребра из множества E_{loss} (т. е. столбцы с номерами, соответствующими рёбрам, через которые проходят потоки потерь). Обозначим такую матрицу как $C(E_{loss})_{users}$ и сформируем её в формате

$$C(E_{loss})_{users} = \begin{bmatrix} C(E_{loss})_{loss1}^T & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & C(E_{loss})_{loss N_{users}}^T \end{bmatrix}.$$

Для определения потока потерь в каждом канале потерь от каждого источника запишем следующее равенство:

$$Xe(E_{loss})_{users} = C(E_{loss})_{users} \cdot Xh. \quad (4)$$

По формуле (4) получаем значения потоков потерь, выраженных через потоки в хордах графа. С другой стороны, потери в канале потерь от источника можно определить как интенсивность трафика в канале, который входит в узел коммутации, помноженную на вероятность сброса для этого канала.

Далее нужно понять, для каких каналов необходимо определить потери: если для всех каналов, то к таким каналам относится пространство каналов из подмножеств E_{src} , E_{rcv} и E_{tr} , а если интересуют только каналы, соединяющие узлы коммутации, то это пространство каналов из подмножества E_{tr} . Последний вариант представляет наибольший практический интерес, так как ребра из подмножества E_{tr} , как правило, являются ребрами магистральной части сети, когда ребра из подмножества E_{src} и E_{rcv} относятся к каналам доступа и являются мало нагруженными.

Для определения вероятности потерь в каждом канале из подмножества E_{tr} необходимо определить в этом множестве суммарный поток. Для этого в матрице C_{loss} оставим только те столбцы, которые соответствуют номерам ребер из подмножества E_{tr} и обозначим такую матрицу как $C(E_{tr})_{loss}$. Для определения суммарного потока в ребрах подмножества E_{tr} составим матрицу $C(E_{tr})_{sum}$

$$C(E_{tr})_{sum} = \begin{bmatrix} C(E_{tr})_{loss1}^T & C(E_{tr})_{loss2}^T & \dots & C(E_{tr})_{loss N_{users}}^T \end{bmatrix}.$$

По аналогии с (2), поток в каждом канале из подмножества E_{tr} , создаваемом каждым источником, выразим следующим образом:

$$C(E_{tr})_{users} = \begin{bmatrix} C(E_{tr})_{loss1}^T & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & C(E_{tr})_{loss N_{users}}^T \end{bmatrix}.$$

Далее найдем значение векторов потоков для подмножества ребер E_{tr} :

$$Xe(E_{tr})_{sum} = C(E_{tr})_{sum} \cdot Xh, \quad (5)$$

$$Xe(E_{tr})_{users} = C(E_{tr})_{users} \cdot Xh, \quad (6)$$

где $Xe(E_{tr})_{sum}$ – показывает суммарный поток, проходящий по ребрам подмножества E_{tr} , элемент данного вектора показывает значение суммарного потока в i -м ребре; $Xe(E_{tr})_{users}$ показывает потоки от каждого источника, проходящие по ребрам подмножества E_{tr} .

Каждые $|E_{tr}|$ строк матрицы $Xe(E_{tr})_{users}$ показывают потоки от каждого источника в ребрах подмножества E_{tr} . Таким образом, чтобы узнать, какой поток создается в i -м ребре от пользователя n , необходимо взять элемент $Xe(E_{tr})_{users(n-1)|E_{tr}|+i}$. Если известна функция вероятности потерь для канала из подмножества E_{tr} , то интенсивность потерь в канале для источника n будет находиться как

$$Xe(E_{tr})_{users(n-1)|E_{tr}|+i} \cdot p(Xe(E_{tr})_{sum i}).$$

Поток в канале сброса от источника n , который подключен к узлу v_i , равен сумме потоков по тем ребрам, которые в него входят, что соответствует таким ребрам, для которых в матрице инцидентности в строке, индексирующей v_i узел, стоит -1 . Если для каждого узла, к которому подключены каналы сброса, просуммировать потоки от входящих ребер, то такой поток будет соответствовать потоку сброса от конкретного источника в канале сброса, исходящего из данного узла:

$$Xe_{nv} = \sum_{i \in v(in)} Xe(E_{tr})_{users(n-1)|E_{tr}|+i} \cdot p(Xe(E_{tr})_{sum i}), \quad (7)$$

где Xe_{nv} – это поток сброса в узле v_i от источника n .

Если все элементы Xe_{nv} упорядочить в порядке увеличения индекса, то значение элементов получившегося вектора Xe_{nv} будет равно элементам вектора $Xe(E_{loss})_{users}$, таким образом $Xe_{nv} = Xe(E_{tr})_{users}$, откуда следует, что

$$Ceq(x) = Xe(E_{tr})_{users} - Xe_{nv}.$$

Матрицу $C(x)$ можно использовать для добавления сторонних ограничений, например, добавить ограничения по потерям в каналах связи, установить задержки для каналов или сквозные задержки, а также оставить матрицу пустой для случаев, когда дополнительные условия не требуются.

Для ограничений по потерям необходимо создать вектор-столбец P_{losses} , в котором укажем пороговое значение вероятностей потерь для отдельных каналов или всех каналов в сети. Зная функциональную зависимость вероятности потерь для данных каналов, а также используя суммарную интенсивность потерь в этих каналах из формулы (3) получим следующее выражение:

$$p(Xe_{sum}) \leq P_{losses}. \quad (8)$$

По такому же принципу создадим вектор-столбец T_{wt} , в котором укажем пороговые значения задержки для каналов или сквозных задержек для определенных маршрутов. Зная функциональную зависимость среднего числа заявок в очереди L_0 , а также используя суммарную интенсивность потерь в этих каналах из формулы (3) получим выражение для канальных и сквозных задержек:

$$L_0(Xe_{sum}) / Xe_{sum}.$$

По аналогии с выражением (8) составим неравенства для системы ограничений:

$$L_0(Xe_{sum}) / Xe_{sum} \leq T_{wt}. \quad (9)$$

При формировании $C(x)$ стоит учитывать, что каждый элемент этого множества должен быть меньше или равен нулю. Для достижения этого условия в формулах (8) и (9) правая часть неравенства переносится влево. Тогда итоговый вид вектора-столбца $C(x)$ имеет следующий вид:

$$C(x) = \begin{bmatrix} p(Xe_{sum}) - P_{losses} \\ L_0(Xe_{sum}) / Xe_{sum} - T_{wt} \end{bmatrix}.$$

Далее рассмотрим алгоритм получения матрицы **Aeq**: произведение матрицы **Aeq** на вектор переменных X описывает такую линейную комбинацию значений, которые известны заранее, что согласно математической модели является потоками в ветвях подмножества E_{rcv} . Также следует учитывать, что потоки от источника n будут равны нулю во всех ребрах пространства E_{src} кроме ребра, непосредственно подключенного к источнику n .

Поэтому, если из матрицы $\mathbf{C}_{loss}$ оставить только строки, соответствующие номерам ребер из подмножества E_{rcv} , а также строки, соответствующие номерам ребер подмножества E_{src} , в которых потоки от источников равны нулю, а также обозначив такое пространство как E_{S0} , и обозначить получившуюся матрицу $\mathbf{C}(E_{rcv} \cup E_{S0})_{loss}$, то получим следующую матрицу:

$$\mathbf{C}(E_{rcv} \cup E_{S0})_{users} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(E_{rcv} \cup E_{S0})_{loss1}^T & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{C}(E_{rcv} \cup E_{S0})_{loss N_{users}}^T \end{bmatrix}.$$

Если перемножить полученную матрицу с вектором $\mathbf{X}h$, получим вектор $\mathbf{X}e(E_{rcv} \cup E_{S0})_{users}$, описывающий потоки в каналах, которые являются заранее известными величинами, а их значения занесены в вектор **Beq**. Таким образом,

$$\mathbf{A}eq = \mathbf{C}(E_{rcv} \cup E_{S0})_{users},$$

$$\mathbf{X}e(E_{rcv} \cup E_{S0})_{users} = \mathbf{C}(E_{rcv} \cup E_{S0})_{users} \cdot \mathbf{X}h.$$

Рассмотрим алгоритм формирования матрицы **A**. Матрица **A** формируется из соображений, что необходимо задаться ограничениями для потоков, которые проходят по каналам связи. Минимально необходимым ограничением является то, что потоки в каждом канале, создаваемые каждым источником, должны быть не отрицательными, поскольку значение потоков в ребрах подмножества E_{rcv} известно заранее, а значение потоков в ребрах подмножества E_{loss} зависит от значений потоков в ребрах подмножества E_{src} и E_{tr} . В матрице необходимо оставить только те столбцы, номера которых соответствуют номерам ребер из пространства $(E_{src} - E_{S0})$ и E_{tr} . В результате получается матрица $\mathbf{C}(E_{src} - E_{S0} \cup E_{tr})_{loss}$, из которой формируется матрица $\mathbf{C}(E_{src} - E_{S0} \cup E_{tr})_{users}$:

$$\mathbf{C}(E_{src} - E_{S0} \cup E_{tr})_{users} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}(E_{src} - E_{S0} \cup E_{tr})_{loss1}^T & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{C}(E_{src} - E_{S0} \cup E_{tr})_{loss N_{users}}^T \end{bmatrix}.$$

Данная матрица и является матрицей **A**, значение элементов вектора **B** равны 0. Таким образом, получена система ограничений. Поскольку количество равенств в данной системе меньше, чем число переменных, то данная система имеет бесконечное множество решений, и каждое решение дает одно из возможных распределений трафика по хордам графа, после чего путем умножения результирующего вектора на матрицу $\mathbf{C}_{loss}$ получаем окончательные значения потоков во всех ребрах графа.

Для нахождения наилучшего решения следует задать критерий оптимальности, который можно выразить с помощью различных функций. Если использовать в качестве критерия потери в сети, т. е. минимизировать сумму потоков сброса, тогда целевая функция будет являться суммой элементов массива $\mathbf{X}e(E_{loss})_{users}$ или $\mathbf{X}e_{nv}$ и будет выглядеть следующим образом:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{|E_{loss}|} \mathbf{X}e(E_{loss})_i.$$

3. Пример приведения сети к системе ограничений

В качестве примера рассмотрим сеть, изображенную на рис. 6. Обозначим значение переменных для данной топологии, которыми будем оперировать: $V = \{1, 2, 3, 4\}$, $|V| = 4$, $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$, $|E| = 13$, $E_h = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $|E_h| = 10$, $E_b = \{11, 12, 13\}$, $|E_b| = 3$, $E_{src} = \{3, 4\}$, $|E_{src}| = 2$, $E_{rcv} = \{1, 2\}$, $|E_{rcv}| = 2$, $E_{tr} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $|E_{tr}| = 6$, $E_{loss} = \{11, 12, 13\}$, $|E_{loss}| = 3$.

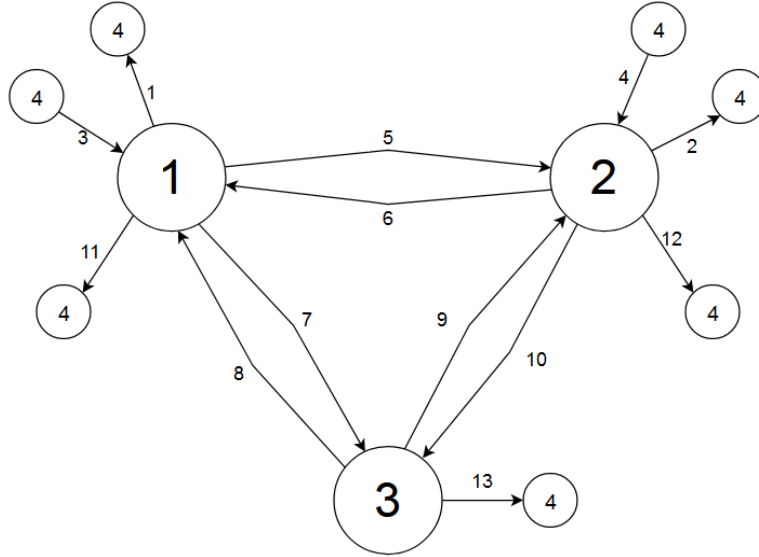


Рис. 6. Исследуемая сеть

Fig. 6. Researched network

На следующем этапе определим матрицу контуров C_{loss} (табл. 1).

Согласно заданной топологии, число источников равно 2, следовательно переменная $N_{users} = 2$, а вектор переменных Xh будет содержать $|E_h| \cdot N_{users} = 10 \cdot 2 = 20$ значений. Элементы вектора Xh содержат неизвестные переменные, например, переменные x_1 и x_{11} показывают значение скорости информационных потоков в ребре № 1, созданных двумя разными источниками. Далее, согласно алгоритму, определяем значения Xe_{sum} по формуле (5) и Xe_{users} по формуле (6). Вектор Xe_{sum} показывает, из каких составляющих складывается поток в соответствующих ребрах. Элементы вектора Xe_{users} показывают значение потока, создаваемого отдельно взятым источником в соответствующем ребре.

Таблица 1

Матрица контуров для исследуемой сети

E_{rcv}		E_{src}		E_{tr}						E_{loss}		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	1

Далее необходимо определить нелинейную часть уравнений математической модели: определим матрицу $C(E_{loss})_{loss}^T$ – эта матрица состоит из строк, определяемых строками подмножества E_{loss} из матрицы C_{loss}^T . Затем определяем значение потоков потерь в каналах потерь от каждого источника по формуле (4). С другой стороны, значение потоков потерь зависит от того, какой поток проходит по ребрам множества E_{tr} . Таким образом, можно определить долю теряемого информационного потока для каждого ребра как произведение потока в ребре от конкретного источника на вероятность потерь для данного ребра. Для этого определим значение векторов потоков для пространства ребер E_{tr} . Для того, чтобы воспользоваться формулой (5), найдем $C(E_{tr})_{sum}$ и $C(E_{tr})_{users}$ для использования в формуле (6). Воспользовавшись матрицей $C(E_{tr})_{sum}$ и формулой (5), найдем значение суммарных потоков в ребрах из множества E_{tr} , а воспользовавшись матрицей $C(E_{tr})_{users}$ и формулой (6), найдем значение потоков в ребрах из множества E_{tr} для каждого отдельного источника.

Затем по формуле (7) определяем значение потоков потерь для каждого узла в транспортной сети, куда входят потоки, идущие по подмножеству E_{tr} . Считаем, что функциональная зависимость вероятности потерь является известной, а итоговая вероятность для суммарного потока равна сумме вероятностей потерь для любой составной части такого потока. В итоге значение вектора $\mathbf{Seq}(x)$ или первая система уравнений математической модели распределения трафика будет выглядеть следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} (-x_1 + x_3 - x_5 + x_6 - x_7 + x_8) - (x_6 \cdot P(x_6 + x_{16}) + x_8 \cdot P(x_8 + x_{18})) = 0 \\ (-x_2 + x_4 + x_5 - x_6 + x_9 - x_{10}) - (x_5 \cdot P(x_5 + x_{15}) + x_9 \cdot P(x_9 + x_{19})) = 0 \\ (+x_7 - x_8 - x_9 + x_{10}) - (x_7 \cdot P(x_7 + x_{17}) + x_{10} \cdot P(x_{10} + x_{20})) = 0 \\ (-x_{11} + x_{13} - x_{15} + x_{16} - x_{17} + x_{18}) - (x_{16} \cdot P(x_6 + x_{16}) + x_{18} \cdot P(x_8 + x_{18})) = 0 \\ (-x_{12} + x_{14} + x_{15} - x_{16} + x_{19} - x_{20}) - (x_{15} \cdot P(x_5 + x_{15}) + x_{19} \cdot P(x_9 + x_{19})) = 0 \\ (+x_{17} - x_{18} - x_{19} + x_{20}) - (x_{17} \cdot P(x_7 + x_{17}) + x_{20} \cdot P(x_{10} + x_{20})) = 0 \end{array} \right.$$

Следующим шагом является нахождение математической модели линейных равенств. Для этого определим матрицу $\mathbf{Aeq}$, для чего определим матрицы $C(E_{rcv} \cup E_{S0})_{loss1}$ и $C(E_{rcv} \cup E_{S0})_{loss2}$ соответственно:

$$C(E_{rcv} \cup E_{S0})_{loss1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{matrix};$$

$$C(E_{rcv} \cup E_{S0})_{loss2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix}.$$

Так как известно, что $\mathbf{Aeq} = C(E_{rcv} \cup E_{S0})_{users}$, тогда по формуле (8) можно составить матрицу $\mathbf{Aeq}$. Для получения самой системы уравнений определим значение произведения $\mathbf{Aeq}$ на вектор $\mathbf{Xh}$, обозначим получившийся вектор за $\mathbf{Xeq}$, а также введем вектор-столбец $\mathbf{Beq}$, который показывает значение каждого элемента вектора $\mathbf{Xeq}$. В итоге получаем следующее равенство:

$$\mathbf{Aeq} \cdot \mathbf{Xeq} = \mathbf{Beq}.$$

Установим, что поток, создаваемый источником, подключённым к ребру № 3, должен доставить получателю, подключённому к ребру № 2, 10 единиц информации. Очевидно, что сам источник ничего себе не отправляет, поэтому значение потока от этого источника в ребре № 1 будет равно 0, а также этот источник не может создавать поток в ребре № 4, поэтому поток в этом ребре также равен 0, а значение самого потока в источнике не известно, так как не известны потоки потерь в № 11, 12 и 13 ребрах. Из таких же соображений строится распределение потока от второго источника: значение потока в ребре № 1 равно 13 единицам, в ребрах № 2 и 3 – 0, а значение в ребре № 4 неизвестно.

Финальным базовым ограничением является то, что интенсивность потоков данных должна быть неотрицательная, а для этого необходимо найти матрицу $\mathbf{A} = \mathbf{C}(E_{src} - E_{S0} \cup E_{tr})_{loss}$ и умножить ее на вектор Xh , в результате чего получится вектор $Xh(E_{src} - E_{S0} \cup E_{tr})_{loss}$. Однако для данного примера можно использовать вместо матрицы $\mathbf{A}$ единичную матрицу $\mathbf{E}$ размерностью $|E_h| \cdot N_{users} = 20$.

Для получения самой системы уравнений определим значение произведения $\mathbf{A}$ на вектор Xh и обозначим получившийся вектор за Xe , а также введем вектор-столбец $\mathbf{B}$, который показывает значение каждого элемента вектора Xe . В итоге получаем следующее равенство: $\mathbf{A} \cdot Xh \geq \mathbf{B}$. Матрица $\mathbf{B}$ в данном примере задана вектором-столбцом, целиком состоящим из нулей. Количество элементов в матрице $\mathbf{B}$ равно количеству хорд, помноженному на количество источников N_{users} , т. е. $10 \cdot 2 = 20$.

Используя данный способ, мы выполняем условие неотрицательности информационных потоков в сети, хотя и добавляем дополнительные линейные неравенства в систему. Важно отметить, что данный способ не следует применять для топологий больших размерностей, где лишние неравенства могут сказаться на производительности решения.

Последним этапом формирования математической модели является получение целевой функции, которая определяется как сумма потоков потерь, т. е. это сумма строк матрицы $Xe(E_{loss})_{users}$. В результате получим, что целевая функция – это разность между потоками вошедших в сеть по каналам пространства E_{src} и потоками вышедших из сети по ребрам пространства E_{rcv} :

$$F = x_3 + x_{13} + x_4 + x_{14} - (x_1 + x_{11} + x_2 + x_{12}).$$

Сведём полученные ограничения и целевую функцию в единую систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} (-x_1 + x_3 - x_5 + x_6 - x_7 + x_8) - (x_6 \cdot P(x_6 + x_{16}) + x_8 \cdot P(x_8 + x_{18})) = 0; \\ (-x_2 + x_4 + x_5 - x_6 + x_9 - x_{10}) - (x_5 \cdot P(x_5 + x_{15}) + x_9 \cdot P(x_9 + x_{19})) = 0; \\ (+x_7 - x_8 - x_9 + x_{10}) - (x_7 \cdot P(x_7 + x_{17}) + x_{10} \cdot P(x_{10} + x_{20})) = 0; \\ (-x_{11} + x_{13} - x_{15} + x_{16} - x_{17} + x_{18}) - (x_{16} \cdot P(x_6 + x_{16}) + x_{18} \cdot P(x_8 + x_{18})) = 0; \\ (-x_{12} + x_{14} + x_{15} - x_{16} + x_{19} - x_{20}) - (x_{15} \cdot P(x_5 + x_{15}) + x_{19} \cdot P(x_9 + x_{19})) = 0; \\ (+x_{17} - x_{18} - x_{19} + x_{20}) - (x_{17} \cdot P(x_7 + x_{17}) + x_{20} \cdot P(x_{10} + x_{20})) = 0; \\ Xh_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, 20); \\ x_1 = 0; \\ x_2 = 10; \\ x_4 = 0; \\ x_{11} = 15; \\ x_{12} = 0; \\ x_{13} = 0; \\ F = x_3 + x_{13} + x_4 + x_{14} - (x_1 + x_{11} + x_2 + x_{12}) \rightarrow \min. \end{array} \right.$$

Для нахождения численного решения необходимо задать значение функции вероятности потерь: в классическом варианте можно считать, что потоки, создаваемые источниками, обладают экспоненциальным распределением интервалов между вызовами, а время обслуживания также распределено по экспоненциальному закону и известно, что на выходе при обслуживании будет также экспоненциальный поток [19], а также можно сделать допущение о независимости обслуживания пакетов каждой системой массового обслуживания. Таким образом, для описания вероятности потерь можно использовать формулу для системы массового обслуживания М/М/1/Н при малом уровне потерь. Формула интенсивности сброса для системы М/М/1/Н имеет следующий вид:

$$p(\lambda_{sum}) = \frac{1 - \frac{\lambda_{sum}}{\mu}}{1 - \left(\frac{\lambda_{sum}}{\mu}\right)^{N+1}} \cdot \left(\frac{\lambda_{sum}}{\mu}\right)^N,$$

где λ_{sum} – суммарная интенсивность поступления трафика через СМО; μ – интенсивность обслуживания трафика; $(N - 1)$ – число мест в буфере.

Значения интенсивностей обслуживания в ребрах пространства E_{tr} для анализируемой сети равны $\mu_5 = 15, \mu_6 = 15, \mu_7 = 20, \mu_8 = 20, \mu_9 = 25, \mu_{10} = 25$, а значения мест ожидания для пространства E_{tr} – $N_5 = 5, N_6 = 4, N_7 = 4, N_8 = 1, N_9 = 3, N_{10} = 8$.

Для численного решения данной оптимизационной задачи необходимо воспользоваться сторонними инструментами, которые позволяют решать системы нелинейных уравнений с использованием одного или нескольких критериев оптимальности. Например, можно воспользоваться средой MatLab с подключённым пакетом дополнений Optimization Toolbox. Также возможно использовать бесплатные аналоги: GNU Octave с подключенным пакетом Optim либо язык программирования Python с библиотеками numpy и scipy. Для данного примера воспользуемся средой MatLab и используем функции linprog и fmincon. Полный код программы записан в [20].

При решении оптимизационной задачи необходимо найти точку начальной итерации путем решения единой системы ограничений без критерия оптимальности с помощью функции linprog.

Решая данную оптимизационную задачу с помощью функции fmincon, получаем следующее распределение, показанное в табл. 2. Суммарное распределение трафика показано на рис. 7.

Таблица 2

Распределение потоков по каналам связи

Номер ребра	Значение потоков от источника № 1 (ед. инф/с)	Значение потоков от источника № 2 (ед. инф/с)	λ_{sum} (ед. инф / с)	$\mu_{обслуж}$ (ед. инф / с)	Число мест ожидания	Пространство ребер
1	0	13	13	—	—	Потоки в каналах-приемниках, E_{rcv}
2	10	0	10	—	—	
3	10,055	0	10,055	—	—	
4	0	14,609	14,609	—	—	Потоки в каналах-источниках, E_{src}
5	5,6507	0	5,6507	15	5	
6	0	10,448	10,448	15	4	
7	4,4038	0	4,4038	20	4	Потоки в транзитных каналах, E_{tr}
8	0	4,1618	4,1618	20	1	
9	4,3958	0	4,3958	25	3	
10	0	4,1618	4,1618	25	8	
11	0	1,6094	1,6094	—	—	Потоки в каналах сброса, E_{loss}
12	$4,6511 \times 10^{-2}$	0	$4,6511 \times 10^{-2}$	—	—	
13	$8,077 \times 10^{-3}$	$2,046 \times 10^{-6}$	$8,0791 \times 10^{-3}$	—	—	

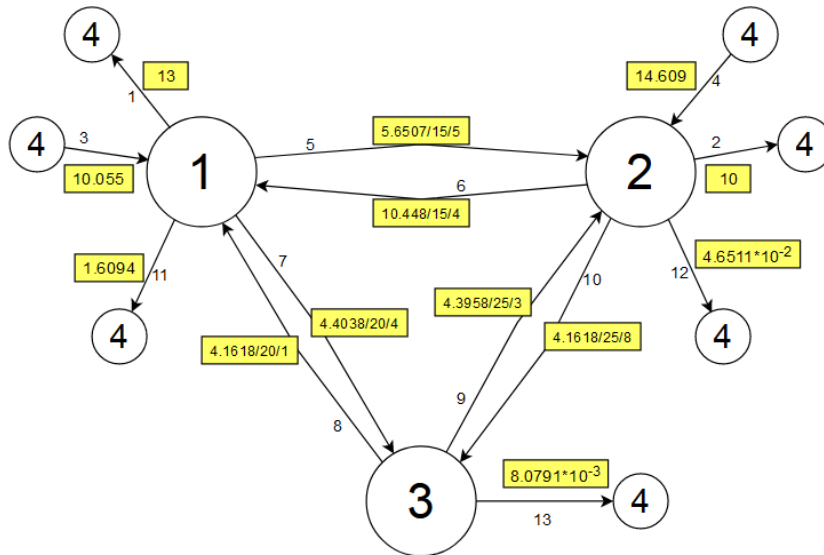


Рис. 7. Суммарное распределение потоков в исследуемой сети

Fig. 7. The total distribution of flows in the studied network

На рис. 7 в прямоугольнике с фоновой заливкой первая цифра показывает количество запросов, поступающих в интерфейс, вторая цифра – пропускную способность интерфейса (интенсивность обслуживания), а третья цифра – размер очереди интерфейса. Так, для канала 7 имеем 4,4038/20/4. Это означает, что интенсивность трафика по каналу составляет 4,4038 пакета/с, интенсивность обслуживания равна 20 пакетов/с, а размер буфера – 4.

Численный пример показывает, что при заданных пропускных способностях и размерах буфера сеть обслуживает заданную интенсивность поступления требований в сеть с небольшими перегрузками, о чём свидетельствуют незначительные потери в каналах сброса.

Отметим, что решение системы ограничений в общем случае нельзя использовать самостоятельно для решения задачи распределения трафика без целевой функции, так как такая система имеет бесконечное количество решений, в которых содержатся петлевые маршруты. Поэтому для решения задачи контурным методом помимо системы ограничений необходимо использовать целевую функцию, так как только в этом случае можно получить беспетельные маршруты – это главное отличие от метода, предложенного в [21]. В [21] решалась задача оптимального распределения трафика в сетях без потерь по критерию минимальной задержки. В рамках решаемой задачи необходимо было определить все беспетельные маршруты между каждой парой источник-получатель, а значения потоков по этим маршрутам и являются искомыми переменными. В работе [19] проведён анализ роста числа беспетельных маршрутов в зависимости от структуры сети, где показано, что применение беспетельных маршрутов оправдано только в небольших топологиях и топологиях с малым количеством альтернативных путей между источниками и получателями.

Заключение

Для контурного метода с потерями количество переменных определяется произведением числа источников на число хорд в графе, т. е. добавление ещё одного ребра для контурного метода либо приведёт к тому, что число линейно независимых переменных в математической модели увеличится на число источников нагрузки, либо не увеличится вообще, в зависимости от того, будет ли данное ребро хордой или ветвью соответственно. Для задач оптимизации, в которых составление математической модели основано на поиске беспетельных маршрутов, добавление ещё одного ребра, относящегося к хорде, будет означать, что количество новых переменных увеличится многократно в зависимости от места добавления такого ребра по сравнению с контур-

ным подходом. Особенностью предлагаемого алгоритма является поиск матрицы контуров, для составления которой предлагается использовать ребра потерь как элементы остоного дерева графа, что позволяет сразу определить матрицу контуров, используя понятие фундаментального цикла графа. Таким образом, данный подход по оптимальному распределению трафика позволяет сократить число используемых переменных по сравнению с известными методами на основе беспетельных маршрутов, а также не требует их предварительного поиска, так как они определяются из размерности матрицы инцидентности графа моделируемой сети.

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030» СибГУ им. М. Ф. Решетнева.

Acknowledgments. The reported study was funded by strategic academic leadership program «Priority-2030» of Reshetnev University.

Библиографические ссылки

1. Moy J. OSPF Version 2, STD 54, RFC 2328, April 1998.
2. Sridharan A., Guerin R., Diot C. Achieving near-optimal traffic engineering solutions for current OSPF/IS-IS networks // IEEE /ACM Trans. Netw. 2005. Vol. 13. P. 234–247.
3. Yen J. Y. Finding the K Shortest Loopless Paths in a Network // Management Science. 1971. Vol. 17, No. 11. P. 712–716.
4. RFC3272, Overview and Principles of Internet Traffic Engineering / D. Awduche, A. Chiu, A. Elwalid et al. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.ietf.org/rfc/rfc3272.txt>.
5. MPLS-TE and MPLS VPN Switch OpenFlow / A. R. Sharafat, S. Das, G. M. Parulkar, N. McKeown // ACM SIGCOMM 2011 Conference on Applications, Technologies, Architectures and Protocols for Computer Communications, Toronto, ON, Canada. August 2011.
6. Shibanov A. P., Koryachko V. P., Izhvanov Y. L. Modeling of Aggregated Telecommunication Link with Technology of OpenFlows // Radioengineering. 2012. No. 3. P. 109–112.
7. Lemesko A. V., Vavenko T. Y. Improvement of Flow Model of Multipath Routing on the Basis Load Balancing // Problems of telecommunications. 2012. Vol. 6, No. 1. P. 12–29.
8. Lemesko A. V., Vavenko T. V. Development and Research of the Flow Model of Adaptive Routing in the Software-Defined Networks with Load Balancing // Proc. of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics. 2013. Vol. 29, No. 3. P. 100–108.
9. Merindol P. Improving Load Balancing with Multipath Routing // Proc. of the 17-th International Conference on Computer Communications and Networks (IEEE ICCCN 2008). 2008. P. 54–61.
10. Mikhailenko V. S., Solodovnik M. S. Analysis of the Adaptive Neural Network Router // Automatic Control and Computer Science. 2016. Vol. 50, No. 1. P. 46–53.
11. Перепелкин Д. А., Цыганов И. Ю. Алгоритм парных переходов в компьютерных сетях на основе метода маршрутизации по подсетям // Вестник РГПУ. 2016. № 57. С. 56–62.
12. Goulamghoss M. I., Bassoo V. Analysis of traffic engineering and fast reroute on multiprotocol label switching // J Ambient Intell Human Comput. 2021. No. 12. P. 2409–2420. <https://doi.org/10.1007/s12652-020-02365-5>.
13. Enhanced Multicast Repair Fast Reroute Mechanism for Smart Sensors IoT and Network Infrastructure/ J. Papan, P. Segec, O. Yermenko et al. // Sensors. 2020. No. 20. P. 3428. <https://doi.org/10.3390/s20123428>.
14. Пат. № 2017615438 Российская Федерация. Модуль динамической балансировки потоков данных в программно-конфигурируемых сетях с обеспечением качества сетевых сервисов / Д. А. Перепелкин, В. С. Бышов. – № 2017612610 ; заявл. 22.03.2017 ; опубл. 16.05.2017.
15. Пат. № 2017612645 Российская Федерация. Модуль многопутевой маршрутизации в программно-конфигурируемых сетях на базе протокола OpenFlow / Д. А. Перепелкин, М. А. Иванчикова. – № 2016660593 ; заявл. 13.10.2016 ; опубл. 02.03.2017.

16. Пат. № 2015662938 Российская Федерация. Программа динамической межузловой балансировки трафика / Д. С. Искоков, Э. Р. Зарипова. – № 2015618100 ; заявл. 04.09.2015 ; опубл. 20.01.2016.
17. Пат. №2015662569 Российская Федерация. Система многопутевой адаптивной маршрутизации и балансировки нагрузки в динамических корпоративных сетях / Д. А. Перепелкин, Б. С. Бышов. – № 2015619243 ; заявл. 05.10.2015 ; опубл. 20.12.2015.
18. Омельченко А. В. Теория графов. М. : МЦНМО, 2018. 416 с.
19. Алиев Т. И. Основы моделирования дискретных систем. СПб. : СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
20. Пат. № 2022684654 Российская Федерация. Оптимальное распределение трафика сети массового обслуживания на основе контурного метода по критерию минимума потерь / К. Э. Гаипов, И. Л. Крикунов, А. А. Демичева. – № 2022683987 ; заявл. 08.12.2022 ; опубл. 15.12.2022.
21. Бертсекас Д., Галлагер Р. Сети передачи данных : пер. с англ. Н. Б. Лиханова и др. / под ред. Б. С. Цыбакова. М. : Мир, 1989. 544 с.

References

1. Moy J. OSPF Version 2, STD 54, RFC 2328, April 1998.
2. Sridharan A., Guerin R., Diot C. Achieving near-optimal traffic engineering solutions for current OSPF/IS-IS networks. *IEEE/ACM Trans. Netw.* 2005, Vol. 13, P. 234–247.
3. Yen J. Y. Finding the K Shortest Loopless Paths in a Network. *Management Science*. 1971, Vol. 17, No. 11, P. 712–716.
4. Awduche D., Chiu A., Elwalid A., Widjaja I., Xiao X. RFC3272, Overview and Principles of Internet Traffic Engineering. Available at: <http://www.ietf.org/rfcs/rfc3272.txt>.
5. Sharafat A. R., Das S., Parulkar G. M., McKeown N. MPLS-TE and MPLS VPN Switch OpenFlow. *ACM SIGCOMM 2011 Conference on Applications, Technologies, Architectures and Protocols for Computer Communications*. Toronto, ON, Canada, August 2011.
6. Shibanov A. P., Koryachko V. P., Izhvanov Y. L. Modeling of Aggregated Telecommunication Link with Technology of Open Flows. *Radioengineering*. 2012, No. 3, P. 109–112.
7. Lemeshko A. V., Vavenko T. Y. [Improvement of Flow Model of Multipath Routing on the Basis Load Balancing]. *Problems of telecommunications*. 2012, Vol. 6, No. 1, P. 12–29 (In Russ.).
8. Lemeshko A. V., Vavenko T. V. [Development and Research of the Flow Model of Adaptive Routing in the Software-Defined Networks with Load Balancing]. *Doklady Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta Sistem Upravleniya i Radioelektroniki* [Proc. of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics]. 2013, Vol. 29, No. 3, P. 100–108.
9. Merindol P. Improving Load Balancing with Multipath Routing. *Proc. of the 17-th International Conference on Computer Communications and Networks (IEEE ICCCN 2008)*. 2008, P. 54–61.
10. Mikhailenko V. S., Solodovnik M. S., Analysis of the Adaptive Neural Network Router. *Automatic Control and Computer Science*. 2016, Vol. 50, No. 1, P. 46–53.
11. Perepelkin D. A., Cyganov I. Ju. [Algorithm for pairwise transitions in computer networks based on the subnet routing method]. *Vestnik RGRU*. 2016, No. 57, P. 56–62 (In Russ.).
12. Goulamghoss M. I., Bassoo V. Analysis of traffic engineering and fast reroute on multiprotocol label switching. *J Ambient Intell Human Comput.* 2021, No. 12, P. 2409–2420. <https://doi.org/10.1007/s12652-020-02365-5>.
13. Papan J., Segec P., Yermenko O., Bridova I., Hodon M. Enhanced Multicast Repair Fast Reroute Mechanism for Smart Sensors IoT and Network Infrastructure. *Sensors*. 2020, No. 20, P. 3428. <https://doi.org/10.3390/s20123428>.
14. Perepelkin D. A., Byshov V. S. *Modul' dinamicheskoy balansirovki potokov dannykh v programmno-konfiguriruemyykh setyakh s obespecheniem kachestva setevykh servisov* [Modul' dinamicheskoy balansirovki potokov dannykh v programmno-konfiguriruemyykh setyakh s obespecheniem kachestva setevykh servisov]. Patent RF, no. 2017615438, 2017.

15. Perepelkin D. A., Ivanchikova M. A. *Modul' mnogoputevoy marshrutizatsii v programmno-konfiguriruemyykh setyakh na baze protokola OpenFlow* [Modul' mnogoputevoy marshrutizatsii v programmno-konfiguriruemyykh setyah na baze protokola OpenFlow]. Patent RF no. 2017612645, 2017.
16. Ishokov D. S., Zaripova Je. R. *Programma dinamicheskoy mezhuzlovoy balansirovki trafika* [Programma dinamicheskoy mezhuzlovoy balansirovki trafika]. Patent RF no. 2015662938, 2016.
17. Perepelkin D. A., Byshov B. S. *Sistema mnogoputevoy adaptivnoy marshrutizatsii i balansirovki nagruzki v dinamicheskikh korporativnykh setyakh* [Sistema mnogoputevoy adaptivnoy marshrutizatsii i balansirovki nagruzki v dinamicheskikh korporativnykh setyah]. Patent RF no. 2015662569, 2015.
18. Omel'chenko A. V. *Teoriya grafov* [Graph theory]. Moscow, MCNMO Publ., 2018, 416 p.
19. Aliev T. I. *Osnovy modelirovaniya diskretnykh sistem* [Fundamentals of modeling discrete systems]. SPb., SPbGU ITMO Publ., 2009, 363 p.
20. Gaipov K. Je., Krikunov I. L., Demicheva A. A. *Optimal'noe raspredelenie trafika seti massovogo obsluzhivaniya na osnove konturnogo metoda po kriteriyu minimuma poter'* [Optimal'noe raspredelenie trafika seti massovogo obsluzhivaniya na osnove konturnogo metoda po kriteriyu minimuma poter']. Patent RF no. 2022684654, 2022.
21. Bertsekas D., Gallager R. *Seti peredachi dannykh* [Data networks]. Moscow, Mir Publ., 1989, 544 p.

© Гаипов К. Э., Кузнецов А. А., Крикунов И. Л., 2023

Гаипов Константин Эдуардович – кандидат технических наук, доцент кафедры электронной техники и телекоммуникаций; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: gaipovke@yandex.ru.

Кузнецов Александр Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор, директор НОЦ «Институт космических исследований и высоких технологий»; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: alex_kuznetsov80@mail.ru.

Крикунов Илья Леонидович – младший научный сотрудник НЛ «Спутниковые телекоммуникационные системы»; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: zaybernev@mail.ru.

Gaipov Konstantin Eduardovich – Cand. Sc., Associate Professor of the Department of Electronic Engineering and Telecommunications; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: gaipovke@yandex.ru.

Kuznetsov Alexander Alekseevich – Dr. Sc., Professor, Head of Institute of Space Research and High Technologies; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: alex_kuznetsov80@mail.ru.

Krikunov Ilya Leonidovich – Junior researcher of the Scientific Library Satellite Telecommunication System; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: zaybernev@mail.ru.

УДК 004.021

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-436-449

Для цитирования: Ефремова С. В. Метод мультиверсионного программирования для обработки телеметрической информации малых космических аппаратов // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 436–449. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-436-449.

For citation: Efremova S. V. [N-version programming for nanosatellite telemetry processing]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 436–449. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-436-449.

Метод мультиверсионного программирования для обработки телеметрической информации малых космических аппаратов

С. В. Ефремова

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31
E-mail: efremova_svet@sibsau.ru

Программное обеспечение является ключевым элементом, обеспечивающим функционирование любой современной сложной технической системы. Одной из таких систем являются группировки космических аппаратов и связанные с ними комплексы наземного управления, обеспечивающие прием, передачу и обработку телеметрической информации (ТМИ). Сбор и обработка информации в системах телеметрии обеспечивают процесс управления как самим космическим аппаратом (КА), так и установленным на нем научным оборудованием. При этом телеметрические данные, принимаемые наземными комплексами управления (НКУ) представляют собой огромные объемы данных, обработка которых является сложной и трудоемкой задачей. Для решения этой проблемы используются различные методы автоматической обработки данных. Их совершенствование является ключевым фактором обеспечения отказоустойчивости бортового программно-аппаратного комплекса и повышения его надежности.

Среди существующих методов обработки информации, нашедших широкое применение в исследуемой области, можно выделить метод мультиверсионного программирования (МВП).

Мультиверсионное программирование прочно закрепилось как эффективный метод повышения надежности программного обеспечения и создания отказоустойчивых систем. С момента своего возникновения в 1970-е гг., данный подход также ассоциируется с надежностью программных систем для аэрокосмической отрасли, в том числе наземных пунктов управления космическими аппаратами. В настоящей работе рассматривается применение данного подхода для обработки телеметрической информации, поступающей с малых космических аппаратов. Автором рассмотрен вопрос критики МВП подхода в научной литературе в части его применимости для задач обработки ТМИ.

Ключевые слова: мультиверсионное (N-версионное) программирование, программная избыточность, малый космический аппарат, телеметрическая информация, надежность программного обеспечения.

N-version programming for nanosatellite telemetry processing

S. V. Efremova

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii Prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation
E-mail: efremova_svet@sibsau.ru

Software is a key element that ensures the functioning of any modern complex technical system. One such system is the constellation of spacecraft and associated ground control complexes that provide reception, transmission, and processing of collected telemetry. The process of data acquisition and its subsequent processing is critical to the flight control of the spacecraft and its onboard scientific equipment. Furthermore, telemetry data processed by ground control systems involves large volumes of raw data, the processing of which is a complicated and time-consuming task. In order to solve this problem, various methods of automatic data processing are used. Improving them is a key factor in ensuring the fault tolerance of onboard software and hardware, improving its reliability.

Of all the existing widely-used methods of data processing, we shall focus on N-version programming (NVP) approach.

N-version programming has firmly established itself as an effective method for increasing software reliability and designing fault-tolerant systems. Since its inception in the 1970s, this approach has been deeply connected with the development of aerospace software systems, including, among others, satellite ground control stations. In light of the aforementioned, this paper discusses the application of NVP for processing telemetry data gathered from nanosatellites (CubeSats). Due to the fact that there exists a skeptical view on the NVP approach in terms of its efficiency, the author covers this issue in existing literature in terms of the approach's applicability for processing satellite telemetry.

Keywords: multiversion (N-version) programming, software redundancy, nanosatellite (CubeSat), telemetry, software reliability.

Введение

Ключевой технической задачей в области создания программного обеспечения (ПО) является повышение его надежности в части отказоустойчивости. Среди существующих методов, построенных на основе принципа избыточности программных компонент, мультиверсионный подход (МВП) занимает особое место, главным образом, в силу периодического возникновения и угасания интереса к нему в научной литературе. Мультиверсионный подход, известный также как *N*-версионный, был впервые предложен для решения задачи повышения надежности ПО в начале 70-х гг. XX в. Отметим, что рядом зарубежных исследователей *N*-версионное программирование рассматривается лишь как один из вариантов МВП [1], в то время как в большинстве работ данные определения синонимичны. В последующие два десятилетия данный метод получил теоретическое развитие, главным образом, в работах группы американских исследователей во главе с А. Авиженисом и его аспирантами в Университете штата Калифорния [2]. Были сформированы основные фундаментальные принципы данного подхода, отображенные в выражении $N \geq 2$, означающем, что если количество версий программы более или равно двум, имеет место мультиверсионность системы. Несмотря на обилие публикаций А. Авижениса и его коллег в период 1970-х – начала 2000-х гг., а также излишне сложный, на наш взгляд, язык данных работ, базовые принципы МВП являются простыми. Предполагается, что независимыми группами разработчиков создаются две или более версий одной и той же программы в рамках заданных спецификаций. Прогон данных программ (мультиверсий) помогает выявить закономерности программных ошибок и сбоев, позволяя тем самым отобрать оптимальную версию программы. В рамках «классического» МВП подхода выделяются три основных элемента:

1. Процесс первоначальной спецификации и *N*-версионное программирование призваны обеспечить независимость и функциональную эквивалентность *N* числа самостоятельных попыток разработки ПО.

2. Конечный продукт (программа), созданный в рамках МВП подхода и имеющий атрибуты параллельного выполнения с определенными перекрестными точками и векторами сравнения для принятия решений.

3. Среда, обеспечивающая реализацию МВП программы, обеспечивает алгоритмы принятия решений в заданных перекрестных точках [2].

Вводится понятие диверсификации или разнообразия проектирования ПО, однако подчеркивается отличие многоканального, избыточного, ПО от много(мульти)версионных методов.

Идея применения системы с n параллельными каналами и алгоритма голосования предполагает, что независимые отказы происходят в рамках отдельных версий или модулей ПО и не оказывают влияния на систему в целом.

Принцип использования n параллельных каналов с алгоритмом голосования является традиционным методом для повышения надежности как аппаратного, так и программного обеспечения технической системы. В этом случае обоснование МВП подхода с внедренными в него n версиями программ (программных модулей) заключается в следующих постулатах [3]:

- каналы остаются независимыми друг от друга во всех случаях;
- программные сбои всегда приводят к разногласию между дублирующими каналами;
- если алгоритм голосования правильно функционирует, вероятность того, что не менее двух каналов ($N \geq 2$) из общего числа n соответствует

$$p(m \geq 2) = 1 - p(m = 1) - p(m = 0),$$

где m – количество согласующих каналов; p – вероятность отказа любого из них при входном сигнале. Вероятность системной ошибки в данном случае будет

$$1 - p(m \geq 2) = p(m = 0) + p(m = 1) = p^n + n(1 - p)p^{n-1}.$$

Таким образом, использование мультиверсионной диверсификации ведет к определенному улучшению в рамках одного программного канала:

$$\frac{p}{p^n + n(1 - p)p^{n-1}} = \frac{1}{p^{n-1} + n(1 - p)p^{n-2}}.$$

В последнее десятилетие МВП подход получил развитие в работах ряда отечественных и зарубежных исследователей [4–18]. Так, в работе [18] рассмотрено применение данного подхода для создания отказоустойчивого ПО для динамических систем (беспилотных летательных аппаратов). Отметим, что применение МВП в проектировании авиационного ПО заявлялось на ранних этапах в качестве основной сферы успешного применения данного метода [1; 18]. Однако данное использование МВП, в некотором смысле, противоречит классической концепции МВП (описанной А. Авиженисом в его «Методологии» [2]), которая строится вокруг процесса проектирования ПО, а не его последующей эксплуатации.

Проблема использования МВП подхода

После своего возникновения, МВП подход долгое время не подвергался критике со стороны научного сообщества, главным образом, по причине в основном его теоретического значения.

Несмотря на обилие научной литературы на тему применения МВП для обработки различных категорий и типов данных, методика реализации этого метода крайне скупо освещена. В этой связи выгодно отличается вышеупомянутое исследование [19–21]. Авторы работы подробно прописывают весь алгоритм организации эксперимента по испытанию МВП метода для анализа данных, полученных от заданных в рамках эксперимента условий. Данное исследование является для нас особенно важным, поскольку по результатам его авторы пришли к выводам о неэффективности МВП (хотя они указывают, что этот вывод справедлив только в рамках проведенного ими эксперимента). Нами было принято решение повторить данный эксперимент с изменением параметров в части типа данных и их объема.

Обратимся к описанию эксперимента.

Применяемые в рамках эксперимента программы, по условиям, были написаны на языке программирования Pascal. В связи с тем, что данный язык можно считать устаревшим, нами было принято решение о написании программ на более современном языке Python (или C++). Авторами эксперимента были предложены 27 версий одной и той же программы, написанной независимыми друг от друга коллективами программистов. Одна версия – 28-я – была определена, как «эталонная» и применялась для калибровки остальных версий. В данной работе число версий программы было доведено до 50 (см. табл.).

Данные о сбоях мультиверсий по результатам эксперимента Найта и Левисона

Версия	Сбой	Надежность	Версия	Сбой	Надежность
1	2	0,999998	15	0	1,000000
2	0	1,000000	16	62	0,999938
3	2297	0,997703	17	269	0,999731
4	0	1,000000	18	115	0,999885
5	0	1,000000	19	264	0,999736
6	1149	0,998851	20	936	0,999064
7	71	0,999929	21	92	0,999908
8	323	0,999677	22	9656	0,990344
9	53	0,999947	23	80	0,999920
10	0	1,000000	24	260	0,999740
11	554	0,999446	25	97	0,999903
12	427	0,999573	26	883	0,999117
13	4	0,999996	27	0	1,000000

Существуют два варианта подхода к формированию версий предложенной программы:

- непосредственное написание программ вручную, как это было сделано в [19];
- моделирование версий ПО на основе математических моделей.

Поскольку при конкретных заданных параметрах, версии ПО, предположительно, будут во многом схожи, если не идентичны, привлечение человеческих ресурсов для их создания не может быть признано целесообразным. В этой связи оптимальным решением следует признать использование математической модели для формирования последующих версий заданного ПО. Таким образом, нами была создана «эталонная» версия программы, которая затем была воспроизведена 49 раз посредством, представленных ниже математических методов.

Для реализации задач настоящей статьи рассмотрим МВП модель на примере МВП структурной подмодели. Данный подход показан впервые в работе [22] и представляет особый интерес, поскольку включает в себя базовые принципы МВП подхода в рамках теории надежности ПО. В рамках данного метода можно объединить функциональные и временные сбои в единое значение. Это позволяет построить аналитическую модель на основе как функциональных, так и производительных сбоев. В подмодели МВП время рассматривается в качестве постоянной величины и измеряется с момента прогона мультиверсий программы. Для данной модели выдвинуты следующие предположения:

- версии ПО условно независимы друг от друга в заданном вводе;
- время сбоя программных версий для заданного ввода представляет собой одинаково распространенные произвольные переменные с плотностью вероятности $f_F(t; \mathbf{v})$ в зависимости от d размерного вектора параметра $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_d)$;
- время выполнения программных версий для данного ввода представляет равномерно распределенные переменные с плотностью вероятности $f_E(t; \boldsymbol{\psi})$ в зависимости от b размерного вектора параметра: $\boldsymbol{\psi} = (\psi_1, \dots, \psi_b)$;
- время выполнения алгоритма голосования незначительно в сравнение с требуемым временем для реализации каждой версии;
- в связи с реальным ограничением по времени, система должна выполнять правильные решения во временном интервале $\tau > 0$.

Далее приведем модифицированную версию реализации МВП в заданной подсистеме на основе [22]. Функция распределения $F_F(t; \mathbf{v})$ дает вероятность отказа первой версии программы до t с учетом отказа функциональности. В таком случае вероятность того, что первая версия имеет функциональный отказ составляет

$$P_f(\tau; \mathbf{v}, \boldsymbol{\psi}) = \int_0^{\tau} F_F(t; \mathbf{v}) f_E(t; \boldsymbol{\psi}) dt. \quad (1)$$

Далее, предположим, что каждая версия выдает правильный результат до того, как τ :

$$P_e(\tau; v, \psi) = \int_0^{\tau} [1 - F_F(t; v)] f_E(t; \psi) dt. \quad (2)$$

В этом случае отказ производительности системы, а также временной отказ, возникают, если ни одна из версий не выполнена до заданного времени τ :

$$P_{ne}(\tau; \psi) = 1 - \int_0^{\tau} f_E(t; \psi) dt = 1 - F_E(\tau; \psi). \quad (3)$$

Далее рассмотрим модель с мультиверсиями программы. Временной отказ МВП системы составляет $(n = 2m - 1)$ для заданного ввода в случае, если большинство версий не выводят обработанные данные (заканчивают свою операцию) во время $\leq \tau$:

$$P_{ff}(\tau; \psi) = \sum_{n_3=m}^n \binom{n}{n_3} P_{ne}^{n_3}(\tau; \psi) [1 - P_{ne}(\tau; \psi)]^{n-n_3}. \quad (4)$$

В случае если большинство версий своевременно завершили работу (до τ), существует высокая вероятность функционального сбоя всей системы (большинство результатов ошибочны):

$$P_{ff}(\tau; v, \psi) = \sum_{n_2=m}^n \binom{n}{n_2} P_f^{n_2}(\tau; v, \psi) [1 - P_f(\tau; v, \psi)]^{n-n_2}. \quad (5)$$

Напротив, большинство результатов верны (мультиверсии прогнаны успешно):

$$P_{ok}(\tau; v, \psi) = \sum_{n_1=m}^n \binom{n}{n_1} P_e^{n_1}(\tau; v, \psi) [1 - P_e(\tau; v, \psi)]^{n-n_1}. \quad (6)$$

Наконец в уравнении (7) показано отсутствие как большинства положительных, так и большинства отрицательных результатов:

$$P_{nm}(\tau; v, \psi) = 1 - P_{ff}(\tau; \psi) - P_{ok}(\tau; v, \psi) - P_{ff}(\tau; v, \psi). \quad (7)$$

Обработка телеметрической информации с МКА

ТМИ, передаваемая на наземный комплекс управления (НКУ), может быть в различных форматах, включая тексты, изображения, аудио и видеофайлы.

Телеметрические системы состоят из следующих элементов:

1. Система сбора данных.
2. Одна из следующих мультиплексных систем:
 - разделяемые по частоте (частотное мультиплексирование);
 - разделяемые по времени (дискретные, временное мультиплексирование);
 - гибридные системы, представляющие собой сочетание систем, разделяемых по частоте и по времени.
3. Модулятор, передатчик, антенна.
4. Волнообразующий и передающий канал связи.
5. Антенна, приемник радиочастот, секция промежуточной частоты, демодулятор сигнала.
6. Демультимплексная система для частотных и временных систем, а также их гибридов.
7. Система обработки данных [23].

Первые шесть представленных элементов отвечают за сбор различных физических данных, их преобразование в электронный сигнал с последующим преобразованием в различные частоты с учетом дискретизации с целью их передачи. Частоты сигнала передачи обычно находятся в пределах двух диапазонов: 1435–1535 МГц и 2200–2290 МГц. Не останавливаясь подробно на системе волнообразования, рассмотрим пятый, шестой и седьмой элементы представленной

системы. Они состоят из аппаратного обеспечения, отвечающего за прием сигналов с КА, а также аппаратного и программного обеспечения, осуществляющих последующую обработку данных и их преобразование в проектные форматы. Демультимплексная подсистема обеспечивает разделение частотных и дискретных сигналов и их направление от отдельных датчиков в правильные каналы, после чего данные могут быть отображены, записаны и подвергнуты дальнейшей обработке.

Обратимся к проблемам, возникающим на этапе обработки телеметрической информации. Ввиду характера своей деятельности, КА должны обеспечивать в максимально кратчайшем временном промежутке компактные, неискаженные и доступные библиотеки данных. В этой связи одной из основных проблем является ограниченная полоса пропускания, доступная для передачи телеметрических данных. Доступная полоса пропускания ограничена пропускной способностью системы связи и расстоянием между космическим аппаратом и наземной станцией. Эта ограниченная полоса пропускания создает проблему для обработки и анализа телеметрических данных в режиме реального времени.

Еще одной проблемой является сложность архитектуры телеметрических данных. Телеметрические данные с космического аппарата обычно состоят из большого количества параметров, каждый из которых имеет свой диапазон значений и единиц измерения. Анализ этих данных требует специальных знаний и опыта, которые не всегда могут быть доступны.

Наконец, существует угроза потери или повреждения данных во время передачи. В некоторых случаях телеметрические данные могут быть потеряны или повреждены во время передачи из-за помех или других факторов. Это может привести к неполным или неточным данным, что может повлиять на процесс анализа и принятия решений.

Обработка данных телеметрии космических аппаратов является одной из наиболее сложных задач в области обработки космических данных. Форматы данных телеметрии космических аппаратов сложны и разнообразны, а определения форматов данных для разных платформ космических аппаратов различаются. Общие форматы данных включают формат кадра РСМ, формат пакета, формат смешанного кадра, формат кадра с подсчетом циклов и так далее. С появлением новой платформы количество форматов постоянно увеличивается. Форматы данных телеметрии космических аппаратов имеют ряд сложных характеристик: форматы имеют иерархическую и вложенную структуры, которые необходимо обрабатывать перекрестными кадрами; форматы имеют сложные зависимости параметров. Модель обработки данных телеметрии КА существующего программного обеспечения обработки данных миссии основана на структуре «Кадр – Поле». Различные форматы кадров описываются различными методами обработки кадров телеметрии, и каждое поле в формате кадра описывает формат конкретного параметра. Данная модель имеет следующие проблемы:

1. Описательная способность метода обработки одного кадра телеметрии ограничена, что не позволяет адаптироваться к характеристике: форматы имеют иерархическую и вложенную структуру, которые необходимо обрабатывать перекрестными кадрами.
2. Сложные зависимости между параметрами не могут быть эффективно описаны.
3. Универсальность и масштабируемость модели плохие. Новое изменение (даже небольшое изменение) формата данных приводит к перестройке метода обработки кадров, что означает частые изменения программного кода.

Таким образом, существующую модель обработки данных телеметрии КА, основанную на структуре «Кадр – Поле», трудно адаптировать к реальной ситуации частых изменений форматов данных телеметрии КА, особенно в период высокочастотных полетов. Необходимо разработать новую модель обработки данных телеметрии КА, обладающую большей выразительностью, большей универсальностью и масштабируемостью и решающую вышеперечисленные проблемы [24].

К ключевым отличиям телеметрических данных, полученных с МКА, в отличие от штатных КА, следует отнести условия их генерации: так, крупные аппараты способны размещать в себе

большее количество компонентов, обеспечивающих избыточность системы, тем самым повышая ее отказоустойчивость в условиях агрессивной космической среды (к частности, ионизирующего излучения) [25].

К ранним образцам (первому поколению) специализированного ПО для МКА относится программная архитектура PolySat для аппаратов серии СР. Платформа аппаратного обеспечения с повышенной отказоустойчивостью была построена, главным образом, с применением избыточных компонентов; их относительная низкая стоимость и малое энергопотребление позволили выстроить систему с высокой степенью избыточности. На рис. 1 представлено устройство аппаратного обеспечения КА.

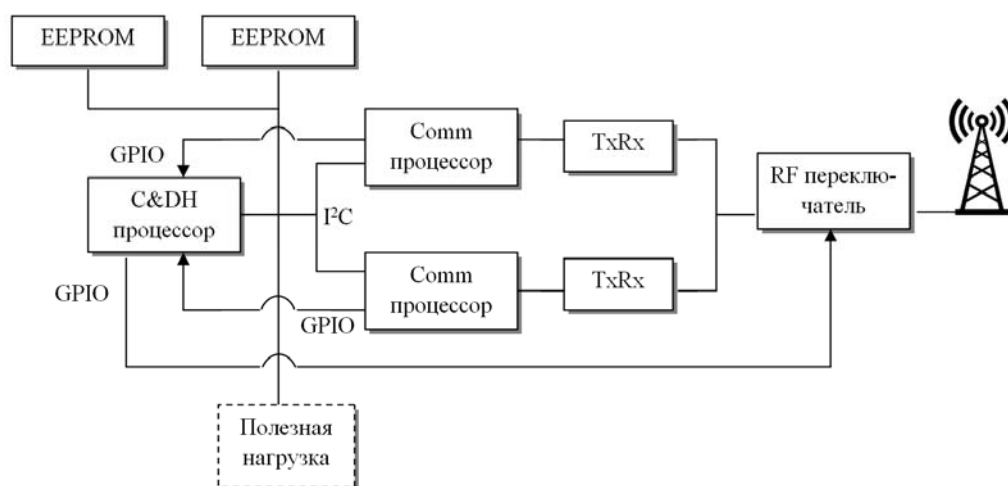


Рис. 1. Пример аппаратной блок-схемы резервирования коммуникационной системы

Fig. 1. Example of hardware block diagram of redundant communication system

Проектируемый КА работал в трех режимах: подготовительном (pre-ops), нормальном (normal-ops) и аварийном (contingency). При этом выбор режима для связи и контроллера команды и обработки данных (C&DH) осуществляется независимо. Последний отвечает как за различные аспекты работы системы, так и за сбор, обработку и передачу телеметрии [25–27]. Данные, собранные с трех аппаратов в спутниковой группировке, собирались и хранились в I²C последовательной асимметричной шине электрически стираемого перепрограммируемого ПЗУ. Объем памяти составлял не более 256 кб, что существенно ограничивало эксплуатационные характеристики МКА. Второе поколение ПО построено на Linux; так, автор [25] предлагает свой вариант программного пакета для приема и обработки телеметрии.

В нашем случае, ТМИ, принятая с ReshU-1, сохраняется в файлах журнала (лог-файлах; расширение CSV) со всеми фреймами (кадрами) данных (рис. 2–3). Причем, фреймы для каждой команды отличаются. Разбор данных осуществляется синтаксическим анализатором (парсером) после чего они сохраняются в базе данных лаборатории. Лог-файлы являются распространенным форматом для такого вида информации, как ТМИ. Современные измерительные информационные системы способны генерировать постоянные потоки данного формата файлов, дающих сведения о работе и состоянии системы.

Интеграция мультиверсионного подхода в процесс обработки телеметрии

Одним из важных шагов является интеграция мультиверсионного подхода в систему обработки телеметрии. Это предполагает создание структуры, которая может обрабатывать несколько версий алгоритма и определять конечный результат на основе консенсуса версий. Система также должна быть разработана для обработки любых ошибок или несоответствий, которые могут возникнуть в процессе обработки телеметрических данных.

```
{
  radio: {
    name: "gr-satnogs",
    version: "v2.3-compat-xxx-v2.3.4.0",
    parameters: {
      soapy-rx-device: "driver=rtlsdr",
      samp-rate-rx: "2.048e6",
      rx-freq: "435380000",
      file-path: "/tmp/.satnogs/data/receiving_satnogs_8101204_2023-08-31T22-36-08.out",
      waterfall-file-path: "/tmp/.satnogs/data/receiving_waterfall_8101204_2023-08-31T22-36-08.",
      decoded-data-file-path: "/tmp/.satnogs/data/data_8101204",
      doppler-correction-per-sec: null,
      lo-offset: null,
      ppm: null,
      rigctl-port: "4532",
      gain-mode: "Overall",
      gain: "22.9",
      antenna: "RX",
      dev-args: null,
      stream-args: null,
      tune-args: null,
      other-settings: null,
      dc-removal: null,
      bb-freq: null,
      bw: null,
      enable-iq-dump: "0",
      iq-file-path: null,
      udp-dump-host: null,
      udp-dump-port: 57356,
      wpm: null,
      baudrate: "19200",
      framing: "ax25"
    }
  },
  latitude: 38.048,
  longitude: 23.739,
  elevation: 104,
  frequency: 435380000
}
```

Рис. 2. Пример записи метаданных с МКА ReshU-1

Fig. 2. ReshU-1 CubeSat metadata sample

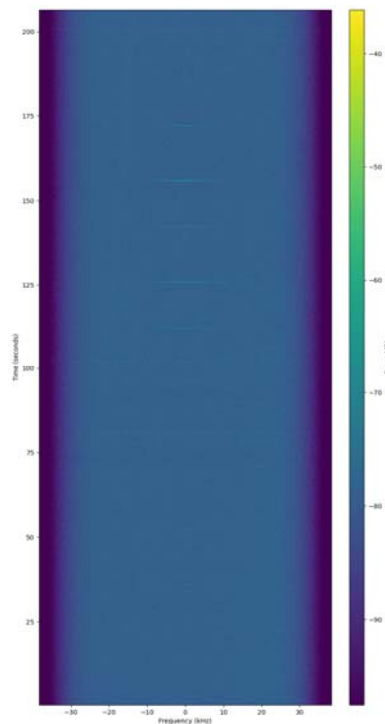


Рис. 3. Участок спектрограммы сигнала телеметрии МКА ReshU-1

Fig. 3. ReshU-1 CubeSat telemetry signal spectrogram

Интеграция мультиверсионного подхода в обработку телеметрии имеет несколько преимуществ. Во-первых, это повышает надежность и точность телеметрических данных за счет снижения вероятности ошибок или несоответствий. Во-вторых, сокращается объем данных, которые необходимо передавать на землю, поскольку передается только окончательный результат, который определяется консенсусом версий. Это может привести к значительной экономии средств и повышению эффективности.

На рис. 4 представлен алгоритм ранжирования телеметрической информации.

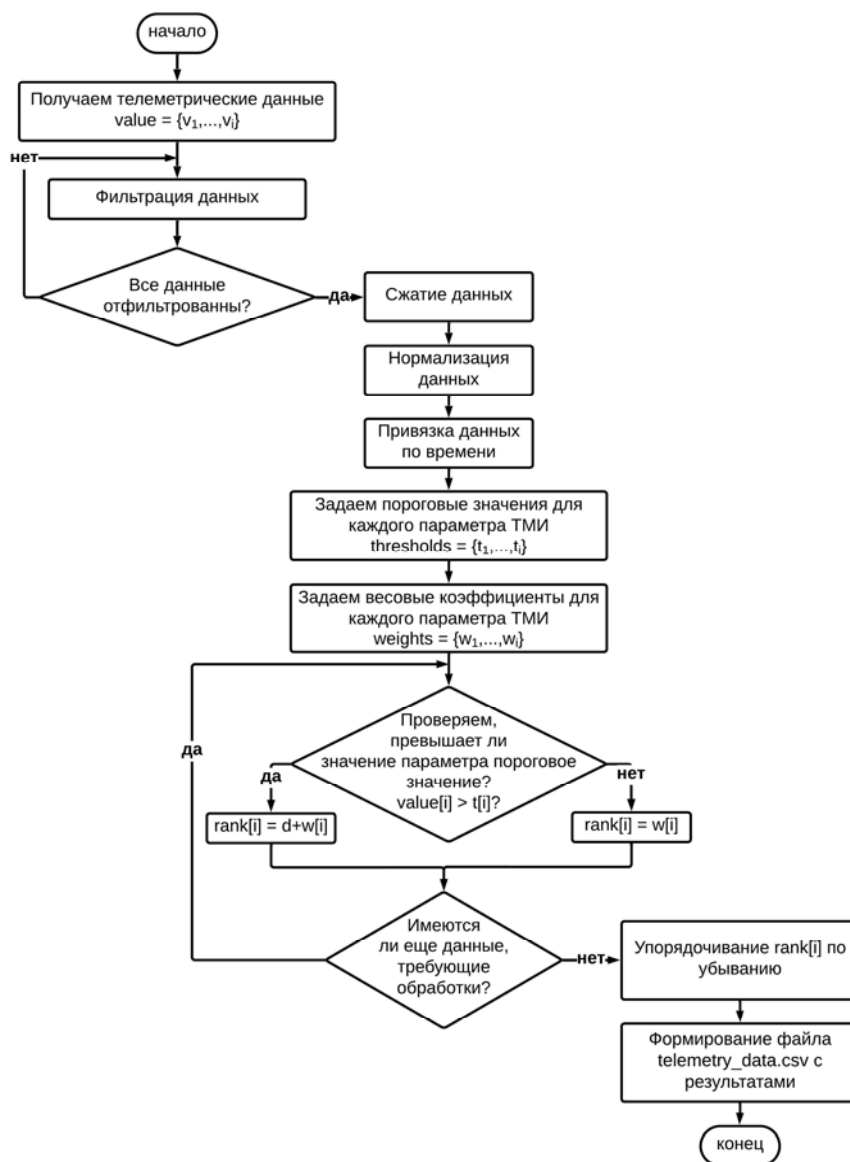


Рис. 4. Алгоритм ранжирования телеметрической информации, поступающей с МКА

Fig. 4. Algorithm for ranking CubeSat telemetry

Процесс ранжирования ТМИ МКА предполагает выполнение следующих шагов:

1. Сбор телеметрических данных с МКА (иных КА).
2. Предварительная обработка данных с целью фильтрации неактуальной или зашумленной информации.
3. Применение алгоритма сжатия для уменьшения размера данных и повышения эффективности передачи.
4. Использование бортовой обработки данных для анализа и извлечения особенностей из данных.

5. Внедрение модели машинного обучения для выявления закономерностей и аномалий в данных.
6. Разработка системы оценок, основанной на приоритетах каждого фрагмента информации.
7. Применение мультиверсионного подхода, разработав несколько версий алгоритма с различными параметрами и конфигурациями (рис. 5).
8. Тестирование каждой версии алгоритма на репрезентативном наборе телеметрических данных.
9. Использование системы оценок для ранжирования производительности каждой версии алгоритма.
10. Выбор алгоритма с наилучшими показателями для каждого набора телеметрических данных.

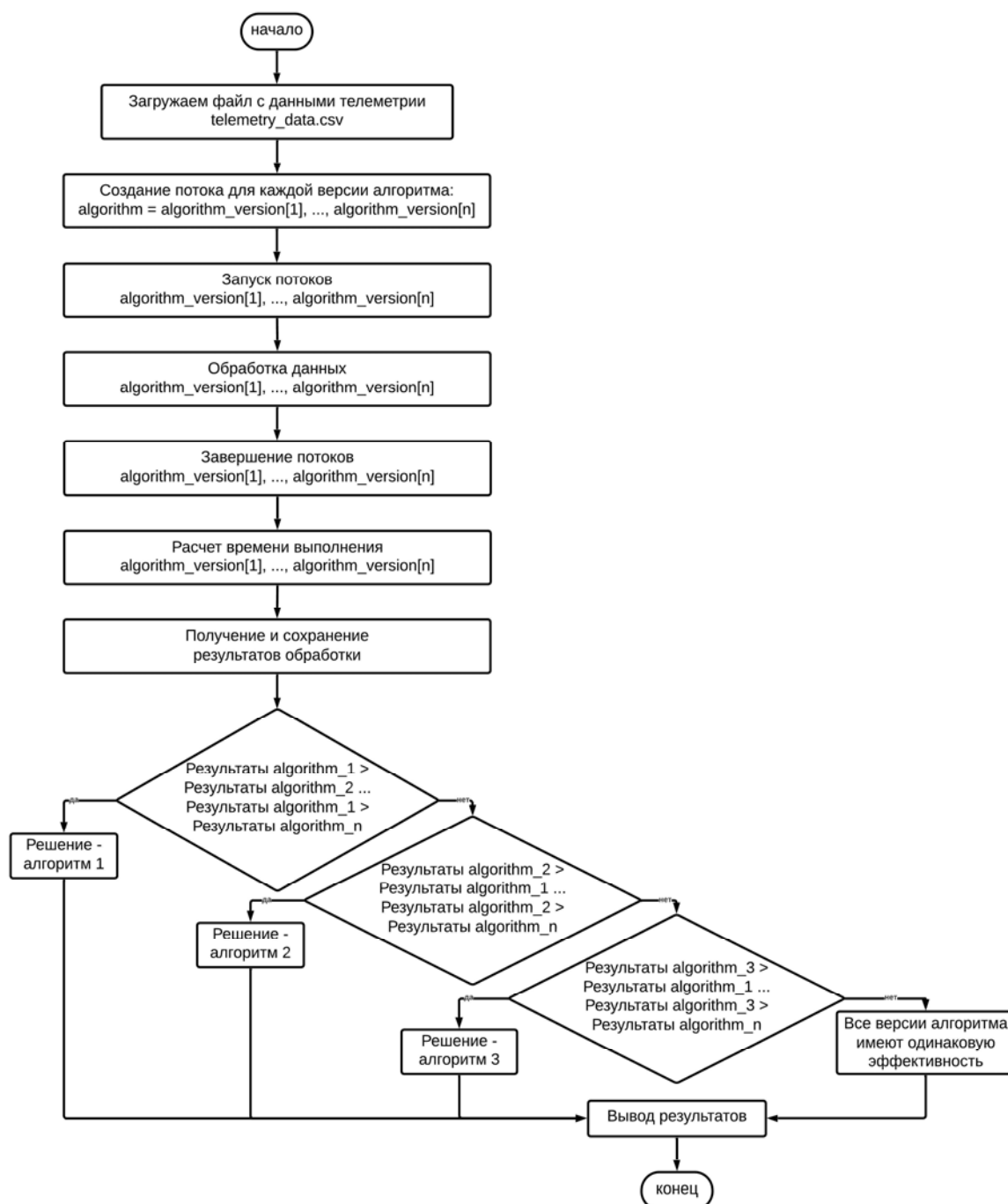


Рис. 5. Введение мультиверсионного подхода в процесс обработки телеметрической информации с МКА

Fig. 5. The N-version approach for processing CubeSat telemetry

Алгоритм ранжирования должен быть гибким и адаптируемым к различным типам телеметрических данных и методам обработки. Он также должен быть способен обрабатывать данные в режиме реального времени и обновлять рейтинг по мере поступления новых данных. Используя МВП подход и систему ранжирования, алгоритм может повысить надежность и точность обработки телеметрической информации с космических аппаратов.

Мультиверсионность ПО для обработки ТМИ является естественным ходом эволюции данных систем. При этом, построение мультиверсий может быть реализовано не только в рамках различных языков программирования, но и различных операционных средах, например Linux. Немаловажным фактором, способствующим продвижению Unix-платформ для достижения поставленных задач в рамках МВП, является их доступность для широкого круга программистов, наличие открытых кодов и бесплатных библиотек.

Анализ ПО, используемого в существующих МКА, показал, что программная архитектура большей части аппаратов построена на принципе многослойности, что позволяет предложить внедрение МВП в компоненты программной архитектуры. В случае с американской МКА платформой KubOS, мультиверсионность уже заложена в концепцию ее архитектуры, которая использует сочетание двух операционных систем Linux и U-boot, выполняющих дублирующие функции, создавая тем самым программную избыточность. Данный подход, который выходит за рамки традиционного МВП подхода, предполагающего лишь создание дублирующих версий, по сути, одной и той же программы, предлагает применение концептуально разного ПО в качестве мультиверсий.

Заключение

Рассмотрены основные проблемы надежностного формирования и характерные особенности программного обеспечения отказоустойчивых систем управления. Приводятся описания причин возникновения программных сбоев и методов обеспечения отказоустойчивости. Показано, что одной из основных задач при разработке программного обеспечения управления МКА является создание таких алгоритмов и методов разработки ПО, которые могут обеспечить устойчивость всей системы к сбоям.

Применяя методологию мультиверсионного формирования программных средств, можно не только обеспечить заданный уровень надежности, но и гарантировать отказоустойчивость систем управления и обработки информации. Данная методология основывается на программной избыточности, введение которой позволяет существенно повысить уровень надежности программной составляющей.

Библиографические ссылки

1. Tröger P. Dependable Systems Software Dependability. 2010.
2. Avizienis A. The methodology of n-version programming // Software Fault Tolerance. 1995. Vol. 3. P. 23–46.
3. Hatton L. N-version design versus one good version // IEEE Software. 1997. Vol. 14, №. 6. P. 71–76.
4. Царев Р. Ю. Среда исполнения мультиверсионного программного обеспечения // Программные продукты и системы. 2007. № 2. С. 29–30.
5. Solving navigation-temporal tasks in different coordinate systems / V. E. Chebotarev, V. V. Brezitskaya, I. V. Kovalev et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. P. 022029.
6. Development of methods for equivalent transformation of gert networks for application in multi-version software / M. V. Saramud, P. V. Zelenkov, I. V. Kovalev et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2016. P. 012015.
7. Applying filtering for determining the angular orientation of spinning objects during interference / I. N. Kartsan, A. E. Goncharov, P. V. Zelenkov et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2016. P. 012020.

8. Карцан И. Н., Ефремова С. В. Мультиверсионная модель программного обеспечения систем управления космическим аппаратом с ранжированием принятия решения // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 1. С. 32–46.
9. Эффективность радионавигационных систем / И. Н. Карцан, К. Г. Охоткин, Р. В. Карцан, Д. Н. Пахоруков // Вестник СибГУ. 2013. № 3 (49). С. 48–50.
10. Карцан И. Н. Наземный комплекс управления для малых космических аппаратов // Вестник СибГУ. 2009. № 3 (24). С. 89–92.
11. Ковалев И. В., Царев Р. Ю. Многоатрибутивная модель формирования гарантоспособного набора проектов мультиверсионных программных систем // Вестник НИИ СУВПТ. 2001. Вып. 7. С. 129–137.
12. Карцан И. Н., Ефремова С. В., Горовой Д. С. Применение процедуры topsis в интересах оптимизации системы управления // Вопросы контроля хозяйственной деятельности и финансового аудита, национальной безопасности, системного анализа и управления : сб. материалов VI Всеросс. науч.-практ. конф. М., 2021. С. 436–445.
13. Efremova S. V., Kartsan I. N., Zhukov A. O. An ordered ranking multi-attributive model for decision-making systems with attributes of control systems software // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. P. 12068.
14. The hardware and software implementation of the adaptive platform for an onboard spacecraft control system / I. N. Kartsan, A. O. Zhukov, A. O. Platonov, S. V. Efremova // Journal of Physics: Conference Series. 2019. P. 33071.
15. Formation of optimal composition of the modules of single-function multiversion software for automated control system of the satellite communication system / V. I. Kudymov, V. V. Brezitskaya, P. V. Zelenkov et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018. No. 450 (5). P. 052009.
16. Choice of optimal multiversion software for a small satellite ground-based control and command complex / I. N. Kartsan, S. V. Efremova, V. V. Khrapunova, M. I. Tolstopiatov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2018. No. 450 (2). P. 022015.
17. Карцан И. Н. Мультиверсионное программное обеспечение бортового комплекса управления с генетическим алгоритмом // Решетневские чтения : материалы XXI Междунар. науч.-практ. конф. (08–11 ноября 2017, г. Красноярск). Красноярск : СибГУ им. М.Ф. Решетнева, 2017. Т. 1. С. 372–373.
18. Subasi N., Guner U., Ustolgu I. N-version programming approach with implicit safety guarantee for complex dynamic system stabilization applications // Measurement and Control. 2021. Vol. 54(3–4). P. 269–278.
19. Knight J., Leveson N. A large scale experiment in N-version programming // Proc. Of Ninth Annual Software Engineering Workshop. 1984.
20. Spatial filtering algorithms in adaptive multi-beam hybrid reflector antennas / V. N. Tyapkin, I. N. Kartsan, D. D. Dmitriev, A. E. Goncharov // 2015 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 – Proceedings. 2015. P. 7147244.
21. Phase methods for measuring the spatial orientation of objects using satellite navigation equipment / Y. L. Fateev, D. D. Dmitriev, V. N. Tyapkin et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2015. P. 012022.
22. Goseva-Popstojanova K., Grnarov A. Performability and reliability modeling of n version fault tolerant software in real time systems // EUROMICRO 97. Proceedings of the 23rd EUROMICRO Conference: New Frontiers of Information Technology (Cat. No. 97TB100167). IEEE, 1997. P. 532–539.
23. Carden F., Jedlicka R., Henry R. Telemetry Systems Engineering. Boston and London: Artech House, 2002.
24. Bin S., Hua W., Yu-jie Y., Hui-fen D., Juan Z. A universal spacecraft telemetry data processing model based on MCP // 2nd IEEE International Conference on Computational Intelligence and Applications (ICCIA). Beijing, China, 2017. P. 12–15.

25. Manyak G. Fault tolerant and flexible cubesat software architecture. California Polytechnic State University, 2011.

26. Карцан И. Н., Скрипачев В. О. Оптимизация отказоустойчивого программного обеспечения // Вопросы контроля хозяйственной деятельности и финансового аудита, национальной безопасности, системного анализа и управления: сб. материалов V Всеросс. науч.-практ. конф. 2020. С. 337–341.

27. Карасева М. В., Карцан И. Н., Зеленков П. В. Метопоисковая мультилингвистическая система // Вестник СибГУ. 2007. № 3 (16), С. 69–70.

References

1. Tröger P. Dependable Systems Software Dependability. 2010.
2. Avizienis A. The methodology of n-version programming. *Software Fault Tolerance*. 1995, Vol. 3, P. 23–46.
3. Hatton L. N-version design versus one good version. *IEEE Software*. 1997, Vol. 14, No. 6, P. 71–76.
4. Tsarev R. Iu. [Multiversion software execution environment]. *Programmnye product i sisyemy*. 2007, No 2, P. 29–30 (In Russ.).
5. Chebotarev V. E., Brezitskaya V. V., Kovalev I. V., Kartsan I. N., Malanina Y. N., Shemyakov A. O. Solving navigation-temporal tasks in different coordinate systems. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018, P. 022029.
6. Saramud M. V., Zelenkov P. V., Kovalev I. V., Kovalev D. I., Kartsan I. N. Development of methods for equivalent transformation of gert networks for application in multi-version software. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2016, P. 012015.
7. Kartsan I. N., Goncharov A. E., Zelenkov P. V., Kovalev I. V., Fateev Y. L., Tyapkin V. N., Dmitriev D. D. Applying filtering for determining the angular orientation of spinning objects during interference. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2016, P. 012020.
8. Kartsan I. N., Efremova S. V. [Multiversion model of software control systems for space vehicles with range of decision-making]. *Siberian Aerospace Journal*. 2021, No 1 (22), P. 32–46 (In Russ.).
9. Kartsan I. N., Okhotkin K. G., Kartsan R. V., Pakhorukov D. N. [Effectiveness of radio-navigation systems]. *Vestnik SibGAU*. 2013, No. 3 (49), P. 48–50 (In Russ.).
10. Kartsan I. N. [Land control complex for small space vehicles]. *Vestnik SibGAU*. 2009, No 3 (24), P. 89–92.
11. Kovalev I. V., Tsarev R. Yu. [A multi-attribute model for building redundant N-version software systems]. *Vestnik NII SUVPT*. 2007, No 7, P. 129–137.
12. Kartsan I. N., Efremova S. V., Gorovoi D. S. [Applying the topsis approach for optimizing control systems] *Sbornik materialov VI Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Voprosy kontrolya khozyaystvennoy deyatel'nosti i finansovogo audita, natsional'noy bezopasnosti, sistemnogo analiza i upravleniya"* [Collection of materials of the VI All-Russian Scientific and Practical Conference "In the collection: Issues of control of economic activity and financial audit, national security, system analysis and management"]. Moscow, 2021, P. 436–445.
13. Efremova S. V., Kartsan I. N., Zhukov A. O. An ordered ranking multi-attributive model for decision-making systems with attributes of control systems software. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021, P. 12068.
14. Kartsan I. N., Zhukov A. O., Platonov A. O., Efremova S. V. The hardware and software implementation of the adaptive platform for an onboard spacecraft control system. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019, P. 33071.
15. Kudymov V. I., Brezitskaya V. V., Zelenkov P. V., Kartsan I. N., Malanina Yu. N. Formation of optimal composition of the modules of single-function multiversion software for automated control

system of the satellite communication system. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018, No. 450 (5), P. 052009.

16. Kartsan I. N., Efremova S. V., Khrapunova V. V., Tolstopiatov M. I. Choice of optimal multiversion software for a small satellite ground-based control and command complex. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018, No. 450 (2), P. 022015.

17. Kartsan I. N. [The multiversion software of the onboard control complex with genetic algorithm] *Materialy XXI Mezhdunar. nauch. konf. "Reshetnevskie chteniya"* [Materials XXI Intern. Scientific. Conf "Reshetnev reading"]. Krasnoyarsk, 2017, P. 372–373 (In Russ.).

18. Subasi N., Guner U., Ustolgu I. N-version programming approach with implicit safety guarantee for complex dynamic system stabilization applications. *Measurement and Control*. 2021, Vol. 54(3–4), P. 269–278.

19. Knight J., Leveson N. A large scale experiment in N-version programming. *Proc. Of Ninth Annual Software Engineering Workshop*. 1984.

20. Tyapkin V. N., Kartsan I. N., Dmitriev D. D., Goncharov A. E. Spatial filtering algorithms in adaptive multi-beam hybrid reflector antennas. *2015 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 – Proceedings*. 2015, P. 7147244.

21. Fateev Y. L., Dmitriev D. D., Tyapkin V. N., Kartsan I. N., Goncharov A. E. Phase methods for measuring the spatial orientation of objects using satellite navigation equipment. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2015, P. 012022.

22. Goseva-Popstojanova K., Grnarov A. Performability and reliability modeling of n version fault tolerant software in real time systems. *EUROMICRO 97. Proceedings of the 23rd EUROMICRO Conference: New Frontiers of Information Technology (Cat. No. 97TB100167)*. IEEE, 1997, P. 532–539.

23. Carden F., Jedlicka R., Henry R. Telemetry Systems Engineering. Boston and London: Artech House, 2002.

24. Bin S., Hua W., Yu-jie Y., Hui-fen D., Juan Z. A universal spacecraft telemetry data processing model based on MCP. *2nd IEEE International Conference on Computational Intelligence and Applications (ICCI)*. Beijing, China, 2017, P. 12–15. DOI: 10.1109/CIAPP.2017.8167051.

25. Manyak G. Fault tolerant and flexible cubesat software architecture. California Polytechnic State University, 2011.

26. Kartsan I. N., Skripachev V. O. Optimizatsiya otkazoustoychivogo programmnogo obespecheniya [Optimizing fault-tolerant software]. *Sbornik materialov V Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Voprosy kontrolya khozyaystvennoy deyatel'nosti i finansovogo audita, natsional'noy bezopasnosti, sistemnogo analiza i upravleniya"* [Collection of materials of the VI All-Russian Scientific and Practical Conference "Issues of control of economic activity and financial audit, national security, system analysis and management"]. Moscow, 2020, P. 337–341.

27. Karaseva M. V., Kartsan I. N., Zelenkov P. V. [Meta-search multi-linguistic system]. *Vestnik SibGAU*. 2007, No. 3 (16), P. 69–70 (In Russ.).

© Ефремова С. В., 2023

Ефремова Светлана Владимировна – ведущий специалист, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: efremova_svet@sibsau.ru.

Efremova Svetlana Vladimirovna – Leading Specialist, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: efremova_svet@sibsau.ru.

УДК 519.622

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-450-467

Для цитирования: Метод сумм Хаара численного решения системы кинематических уравнений Пуассона, определяющих эволюцию положения космического аппарата / К. А. Кириллов, Е. В. Овчинникова, К. В. Сафонов и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 450–467. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-450-467.

For citation: Kirillov K. A. et al. [The method of Haar sums for numerical solution of kinematic Poisson equations system that determine an evolution of a spacecraft position]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 450–467. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-450-467.

Метод сумм Хаара численного решения системы кинематических уравнений Пуассона, определяющих эволюцию положения космического аппарата

К. А. Кириллов^{1*}, Е. В. Овчинникова¹, К. В. Сафонов¹,
Г. П. Титов², А. И. Хохлов², А. А. Гашин¹

¹Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31

²АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва (АО «РЕШЕТНЁВ»)
Российская Федерация, 662972, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52

*E-mail: kkirillow@yandex.ru

В представленной работе предложен метод численного решения системы кинематических уравнений Пуассона, определяющих эволюцию положения космического аппарата (КА), по которой определяют матрицу перехода от связанной с КА системы координат в выбранный момент времени t_1 к связанной с КА системе координат в текущий момент времени t_2 . Указанная матрица перехода используется в ходе решения задачи определения трехосной ориентации КА по показаниям магнитометра с использованием информации о его угловых скоростях. Предложенный метод основан на замене производных искомых функций в кинематических уравнениях Пуассона на частичные суммы рядов по масштабированной системе Хаара. Эти суммы представляют собой обобщенные многочлены по масштабированной системе Хаара и, следовательно, являются ступенчатыми (кусочно-постоянными) функциями. Выведены оценки погрешности предложенного метода, показывающие, что в случае коэффициентов уравнений, представляющих собой функции, удовлетворяющие условию Липшица, абсолютная погрешность вычисления каждого из элементов матрицы перехода от одной системы координат к другой есть величина $O(N^{-1})$ при $N \rightarrow \infty$, где N – число разбиений отрезка $[t_1, t_2]$ при построении сетки узлов, задействованных в данном методе. Доказано, что трудоемкость построенного алгоритма приближенного решения системы кинематических уравнений Пуассона незначительно превышает трудоемкость решения указанной системы методом Эйлера, который имеет первый порядок точности. Приведены результаты численных экспериментов, показывающие, что в определенных случаях метод сумм Хаара дает погрешность, значительно меньшую, чем метод Эйлера, и практически идентичную погрешностям методов Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка, трудоемкость которых примерно в два раза превосходит трудоемкость метода сумм Хаара.

Ключевые слова: трехосная ориентация космического аппарата, система координат, связанная с космическим аппаратом, система кинематических уравнений Пуассона, система функций Хаара.

The method of Haar sums for numerical solution of kinematic Poisson equations system that determine an evolution of a spacecraft position

K. A. Kirillov^{1*}, E. V. Ovchinnikova¹, K. V. Safonov¹,
G. P. Titov², A. I. Khokhlov², A. A. Gashin¹

¹Reshetnev Siberian State University of Science and Technology

31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

²JSC "Academician M. F. Reshetnev "Information Satellite Systems" (RESHETNEV JSC)

52, Lenin St., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation

*E-mail: kkirillow@yandex.ru

In the present paper the method for the numerical solution of Poisson kinematic equations system that determine the evolution of the spacecraft position is proposed. The system of Poisson kinematic equations is used to determine the transition matrix from the coordinate system associated with the spacecraft at the selected time t_1 to the coordinate system associated with the spacecraft at the current time t_2 . This matrix is used in the process of solving problems of determining a three-axis orientation of the spacecraft from the readings of the magnetometer using information about its angular velocities. The proposed method is based on replacing the derivatives of the desired functions in the Poisson kinematic equations by partial sums of series in the scaled Haar system. The partial sums of these series are generalized polynomials in the scaled Haar system. Hence these sums are step (piecewise constant) functions. The estimates of the proposed method error are derived, which reveal that in the case of the coefficients of the equations which are functions matching the Lipschitz condition, the absolute error in calculating each of the elements of the transition matrix from one coordinate system to another is the value $O(N^{-1})$ at $N \rightarrow \infty$, where N is the number of partitions of the segment $[t_1, t_2]$ when constructing a grid of nodes involved in this method. It is proved that the complexity of constructing an algorithm for approximating the system of Poisson kinematic properties insignificantly exceeds the complexity of solving this system by Euler method, which has the first order of accuracy. The results of numerical experiments are presented, showing that in certain cases the Haar sums method gives an error that is much smaller than the Euler method, and is almost identical to the errors of the Euler – Cauchy and Runge – Kutta methods of the 2nd order, the complexity of which is approximately two times greater than the complexity of the Haar sums method.

Keywords: spacecraft three-axis orientation, the coordinate system associated with the spacecraft, system of Poisson kinematic equations, system of Haar functions.

Введение

В [1] предложен способ определения трехосной ориентации космического аппарата (КА) по показаниям магнитометра с использованием информации о его угловых скоростях. В ходе решения данной задачи рассматривают два измерения вектора напряженности магнитного поля Земли (МПЗ) и угловой скорости КА, сделанные в выбранный момент времени t_1 , а также в момент времени t_2 , соответствующий максимальному значению острого угла между этими измерениями вектора напряженности МПЗ. Затем, учитывая измеренные значения угловой скорости КА в указанные моменты времени t_1 и t_2 , интегрируют систему кинематических уравнений Пуассона [1–6]

$$\begin{cases} d_{11}'(t) = \omega_3(t)d_{21}(t) - \omega_2(t)d_{31}(t), \\ d_{21}'(t) = \omega_1(t)d_{31}(t) - \omega_3(t)d_{11}(t), \\ d_{31}'(t) = \omega_2(t)d_{11}(t) - \omega_1(t)d_{21}(t), \\ d_{12}'(t) = \omega_3(t)d_{22}(t) - \omega_2(t)d_{32}(t), \\ d_{22}'(t) = \omega_1(t)d_{32}(t) - \omega_3(t)d_{12}(t), \\ d_{32}'(t) = \omega_2(t)d_{12}(t) - \omega_1(t)d_{22}(t), \\ d_{13}'(t) = \omega_3(t)d_{23}(t) - \omega_2(t)d_{33}(t), \\ d_{23}'(t) = \omega_1(t)d_{33}(t) - \omega_3(t)d_{13}(t), \\ d_{33}'(t) = \omega_2(t)d_{13}(t) - \omega_1(t)d_{23}(t), \end{cases} \quad (1)$$

по которой определяют матрицу D_{12} поворота связанной с КА системы координат относительно инерциальной системы координат от момента времени t_1 к моменту времени t_2 . В системе (1) через $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ обозначены проекции абсолютной угловой скорости КА на координатные оси абсцисс, ординат и аппликата соответственно (по информации от измерителя угловой скорости), $d_{ij}(t)$ – элементы матрицы D_{12} , $d_{ij}'(t)$ – их производные, $i, j = 1, 2, 3$. Начальное значение матрицы D_{12} (в момент времени t_1) принимается равным единичной матрице E .

Методы решения системы кинематических уравнений Пуассона (1) были рассмотрены, например, в [7–11]. В представленной работе предложен метод численного решения системы (1), основанный на замене производных искоемых функций в этих уравнениях на обобщенные многочлены по масштабированной системе Хаара. Выведены оценки погрешности предложенного метода

$$\left| d_{ij}(t_2) - d_{ij}^{(n)}(t_2) \right| \leq \Sigma_j(n) \quad (i, j = 1, 2, 3),$$

где

$$\Sigma_j(n) \sim T \left[2^{n-1} \Omega(T+1)^{-1} \left(e^{2\Omega(T+1)} - 1 \right) + \Omega_S - \omega(\omega_j, 2^{-n}) \right]$$

при $n \rightarrow \infty$, $j = 1, 2, 3$. Здесь $d_{ij}^{(n)}(t_2)$ – приближенные значения при $t = t_2$ элементов матрицы D_{12} , полученные в результате решения системы уравнений (1) данным методом ($i, j = 1, 2, 3$), $N = 2^n$ – число разбиений отрезка $[t_1, t_2]$ при построении сетки узлов, задействованных в предложенном методе, $\omega_j(t)$ – непрерывные на отрезке $[t_1, t_2]$ функции ($j = 1, 2, 3$), $T = t_2 - t_1$, $\Omega = \max\{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3\}$, где

$$\Omega_j = \max_{t \in [t_1, t_2]} |\omega_j(t)| \quad (j = 1, 2, 3),$$

где $\omega(f, \delta)$ – модуль непрерывности функции f , т. е.

$$\omega(f, \delta) = \sup_{|t' - t''| \leq \delta} |f(t') - f(t'')|,$$

а величина Ω_S определяется равенством

$$\Omega_S = \sum_{j=1}^3 \omega(\omega_j, 2^{-n}).$$

Если при этом функции $\omega_j(t)$ удовлетворяют условию Липшица с константами $L_j \geq 0$, то

$$\Sigma_j(n) \sim NT \left[2\Omega(T+1)^{-1} (e^{2\Omega(T+1)} - 1) + L - L_j \right]$$

при $N \rightarrow \infty$, $j = 1, 2, 3$, $L = L_1 + L_2 + L_3$, откуда следует, что в данном случае абсолютная погрешность вычисления каждого из элементов матрицы D_{12} перехода от одной системы координат к другой есть величина $O(N^{-1})$ при $N \rightarrow \infty$.

Система уравнений (1) с начальными условиями, вытекающими из равенства $D_{12} = E$, разбивается на три задачи Коши. Доказано, что для численного решения каждой из этих трех задач Коши требуется $\Lambda_X(N) \sim 17N$ (при $N \rightarrow \infty$) арифметических операций, что незначительно превосходит трудоемкость решения каждой из этих задач Коши методом Эйлера.

Приведены результаты численных экспериментов, показывающие, что в определенных случаях метод сумм Хаара дает погрешность, значительно меньшую, чем метод Эйлера, и практически идентичную погрешностям методов Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка, трудоемкость которых примерно в два раза превосходит трудоемкость метода сумм Хаара.

1. Постановка задачи. Основные определения

При определении ориентации космического аппарата необходимо учитывать его угловое движение в инерциальной системе координат. Для этого в интервале времени от t_1 до t_2 (t_1 и t_2 соответствуют двум положениям космического аппарата на орбите) приближенно решается система уравнений Пуассона (1), определяющих эволюцию положения космического аппарата из момента времени t_1 в момент времени t_2 . Легко видеть, что система уравнений (1) с учетом начального значения матрицы D_{12} ($D_{12} = E$) сводится к следующим трем задачам Коши для систем уравнений:

$$\begin{cases} d_{1j}'(t) = \omega_3(t)d_{2j}(t) - \omega_2(t)d_{3j}(t), \\ d_{2j}'(t) = \omega_1(t)d_{3j}(t) - \omega_3(t)d_{1j}(t), \\ d_{3j}'(t) = \omega_2(t)d_{1j}(t) - \omega_1(t)d_{2j}(t); \end{cases} \quad (2)$$

$$d_{ij}(t_1) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = j, \\ 0 & \text{при } i \neq j, \end{cases} \quad i = 1, 2, 3; \quad (3)$$

$j = 1, 2, 3$. Считаем, что $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ – непрерывные на отрезке $[t_1, t_2]$ функции.

Построим алгоритм решения задачи Коши (2)–(3) и выведем оценки погрешности, используя методы, аналогичные приведенным в [12] в случае решения задачи Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка.

Приведем определение системы функций Хаара и сопутствующее ему понятие двоичных промежутков, введенные в [13].

Двоичным промежутком $l_{m,j}$ назовем промежуток с концами в точках $(j-1)/2^{m-1}$, $j/2^{m-1}$ ($m = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, 2^{m-1}$). Будем считать двоичные промежутки замкнутыми слева и открытыми справа. Если правый конец двоичного промежутка совпадает с 1, то будем считать этот промежуток замкнутым также и справа. Введем обозначения:

$$l_{m,j}^- = l_{m+1,2j-1}, \quad l_{m,j}^+ = l_{m+1,2j}.$$

Очевидно, что

$$l_{m,j}^- \cup l_{m,j}^+ = l_{m,j}.$$

Система функций Хаара строится группами: группа номер m содержит 2^{m-1} функций $\chi_{m,j}(x)$, где $m = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, 2^{m-1}$. Функции Хаара $\chi_{m,j}(x)$ определяются следующим образом:

$$\chi_{m,j}(x) = \begin{cases} 2^{(m-1)/2} & \text{при } x \in l_{m,j}^-, \\ -2^{(m-1)/2} & \text{при } x \in l_{m,j}^+, \\ 0 & \text{при } x \notin l_{m,j}, \end{cases}$$

$m = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, 2^{m-1}$. Наряду с двойной нумерацией используется также простая нумерация:

$$\chi_{m,j}(x) = \chi_k(x),$$

где $k = 2^{m-1} + j$, $k = 2, 3, \dots$. В систему функций Хаара включают также функцию $\chi_1(x) \equiv 1$, которая остается вне групп.

2. Построение алгоритма численного решения задач Коши (2)–(3)

Введем обозначение $T = t_2 - t_1$. Будем искать приближенное решение

$$(d_{1j}^{(n)}(t), d_{2j}^{(n)}(t), d_{3j}^{(n)}(t))$$

каждой из трех задач Коши (2)–(3), представляя производные

$$d_{1j}^{(n)'}(t), d_{2j}^{(n)'}(t), d_{3j}^{(n)'}(t)$$

в виде обобщенных многочленов по масштабированной системе Хаара $\{\chi_k((t-t_1)/T)\}$ порядков не выше 2^n :

$$d_{ij}^{(n)'}(t) = \sum_{k=0}^{2^n-1} C_{ij}^{(n,k)} \chi_k((t-t_1)/T), \quad C_{ij}^{(n,k)} \in \mathbf{R},$$

$k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3$. Такие обобщенные многочлены являются ступенчатыми функциями:

$$d_{ij}^{(n)'}(t) = d_{ij}^{(n,k)} \quad \text{при } t_1 + 2^{-n}Tk \leq t \leq t_1 + 2^{-n}T(k+1), \quad (4)$$

$k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3$.

Восстановим функции $d_{ij}^{(n)}(t)$ по их производным:

$$d_{ij}^{(n)}(t) = \delta_{ij} + 2^{-n}T \sum_{l=0}^{k-1} d_{ij}^{(n,l)} + (t - t_1 - 2^{-n}Tk) d_{ij}^{(n,k)} \quad \text{при } t_1 + 2^{-n}Tk \leq t \leq t_1 + 2^{-n}T(k+1), \quad (5)$$

$k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$, $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3$. Считаем, что в (5) при $k = 0$

$$\sum_{l=0}^{k-1} d_{ij}^{(n,l)} = 0.$$

Функции (5) являются кусочно-линейными с узлами в точках множества

$$\{t_{n,k} : t_{n,k} = t_1 + 2^{-n}Tk, k = 0, 1, \dots, 2^n - 1\}. \quad (6)$$

Будем считать, что измеритель угловой скорости определяет значения проекций абсолютных угловых скоростей $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$ именно в точках множества (6). Потребуем, чтобы функции (5) удовлетворяли системам уравнений (2) на этом множестве. Тогда получаем:

$$\begin{cases} d_{1j}^{(n)'}(t_{n,k}) = \omega_3(t_{n,k})d_{2j}^{(n)}(t_{n,k}) - \omega_2(t_{n,k})d_{3j}^{(n)}(t_{n,k}), \\ d_{2j}^{(n)'}(t_{n,k}) = \omega_1(t_{n,k})d_{3j}^{(n)}(t_{n,k}) - \omega_3(t_{n,k})d_{1j}^{(n)}(t_{n,k}), \\ d_{3j}^{(n)'}(t_{n,k}) = \omega_2(t_{n,k})d_{1j}^{(n)}(t_{n,k}) - \omega_1(t_{n,k})d_{2j}^{(n)}(t_{n,k}), \end{cases}$$

$k = 0, 1, \dots, 2^n - 1, j = 1, 2, 3$. С учетом представления функций (5) и (4), обозначив для краткости

$$\omega_j(t_{n,k}) = \omega_j^{(n,k)} \quad (j = 1, 2, 3),$$

будем иметь:

$$\begin{cases} d_{1j}^{(n,k)} = \omega_3^{(n,k)} \left(\delta_{2j} + 2^{-n} T \sum_{l=0}^{k-1} d_{2j}^{(n,l)} \right) - \omega_2^{(n,k)} \left(\delta_{3j} + 2^{-n} T \sum_{l=0}^{k-1} d_{3j}^{(n,l)} \right), \\ d_{2j}^{(n,k)} = \omega_1^{(n,k)} \left(\delta_{3j} + 2^{-n} T \sum_{l=0}^{k-1} d_{3j}^{(n,l)} \right) - \omega_3^{(n,k)} \left(\delta_{1j} + 2^{-n} T \sum_{l=0}^{k-1} d_{1j}^{(n,l)} \right), \\ d_{3j}^{(n,k)} = \omega_2^{(n,k)} \left(\delta_{1j} + 2^{-n} T \sum_{l=0}^{k-1} d_{1j}^{(n,l)} \right) - \omega_1^{(n,k)} \left(\delta_{2j} + 2^{-n} T \sum_{l=0}^{k-1} d_{2j}^{(n,l)} \right), \end{cases} \quad (7)$$

$k = 0, 1, \dots, 2^n - 1, j = 1, 2, 3$.

Таким образом, приходим к следующему алгоритму численного решения задач Коши (2)–(3).

1. Для каждого $j = 1, 2, 3$ выполняем следующие вычисления.

1.1. Находим значения

$$s_{1j}^{(n,0)}, s_{2j}^{(n,0)}, s_{3j}^{(n,0)}$$

по формулам, которые получаются из (7) при $k = 0$:

$$\begin{cases} s_{1j}^{(n,0)} = \delta_{2j}\omega_3^{(n,0)} - \delta_{3j}\omega_2^{(n,0)}, \\ s_{2j}^{(n,0)} = \delta_{3j}\omega_1^{(n,0)} - \delta_{1j}\omega_3^{(n,0)}, \\ s_{3j}^{(n,0)} = \delta_{1j}\omega_2^{(n,0)} - \delta_{2j}\omega_1^{(n,0)} \end{cases}$$

(при $k = 0$ суммы, фигурирующие в (7), считаются равными нулю).

1.2. Последовательно находим значения величин

$$\begin{aligned} & s_{1j}^{(n,1)}, s_{2j}^{(n,1)}, s_{3j}^{(n,1)}; \\ & s_{1j}^{(n,2)}, s_{2j}^{(n,2)}, s_{3j}^{(n,2)}; \\ & \dots\dots\dots \\ & s_{1j}^{(n,2^n-1)}, s_{2j}^{(n,2^n-1)}, s_{3j}^{(n,2^n-1)}, \end{aligned}$$

по формулам

$$s_{1j}^{(n,k)} = s_{1j}^{(n,k-1)} + d_{1j}^{(n,k)}, \quad s_{2j}^{(n,k)} = s_{2j}^{(n,k-1)} + d_{2j}^{(n,k)}, \quad s_{3j}^{(n,k)} = s_{3j}^{(n,k-1)} + d_{3j}^{(n,k)}, \quad (8)$$

предварительно вычисляя для каждого $k = 1, 2, \dots, 2^n - 1$ величины

$$\begin{cases} d_{1j}^{(n,k)} = \omega_3^{(n,k)} \cdot (\delta_{2j} + \tau \cdot s_{2j}^{(n,k-1)}) - \omega_2^{(n,k)} \cdot (\delta_{3j} + \tau \cdot s_{3j}^{(n,k-1)}), \\ d_{2j}^{(n,k)} = \omega_1^{(n,k)} \cdot (\delta_{3j} + \tau \cdot s_{3j}^{(n,k-1)}) - \omega_3^{(n,k)} \cdot (\delta_{1j} + \tau \cdot s_{1j}^{(n,k-1)}), \\ d_{3j}^{(n,k)} = \omega_2^{(n,k)} \cdot (\delta_{1j} + \tau \cdot s_{1j}^{(n,k-1)}) - \omega_1^{(n,k)} \cdot (\delta_{2j} + \tau \cdot s_{2j}^{(n,k-1)}), \end{cases} \quad (9)$$

где $\tau = 2^{-n}T$. Формулы (8), (9) следуют из рекуррентных соотношений (7).

2. По формулам, вытекающим из (5), для $j = 1, 2, 3$ вычисляем значения

$$d_{1j}^{(n)}(t_2) = \delta_{1j} + \tau \cdot s_{1j}^{(n, 2^n-1)}, \quad d_{2j}^{(n)}(t_2) = \delta_{2j} + \tau \cdot s_{2j}^{(n, 2^n-1)}, \quad d_{3j}^{(n)}(t_2) = \delta_{3j} + \tau \cdot s_{3j}^{(n, 2^n-1)}.$$

3. Составляем матрицу перехода из связанной с космическим аппаратом системы координат в момент времени t_1 в связанную с космическим аппаратом систему координат в момент времени t_2 :

$$D_{12} = \begin{pmatrix} d_{11}^{(n)}(t_2) & d_{12}^{(n)}(t_2) & d_{13}^{(n)}(t_2) \\ d_{21}^{(n)}(t_2) & d_{22}^{(n)}(t_2) & d_{23}^{(n)}(t_2) \\ d_{31}^{(n)}(t_2) & d_{32}^{(n)}(t_2) & d_{33}^{(n)}(t_2) \end{pmatrix}.$$

Оценим число арифметических операций, требуемых для реализации данного алгоритма. На k -м шаге ($k = 1, 2, \dots, 2^n$) процесса вычисления величин

$$d_{1j}^{(n,k)}, \quad d_{2j}^{(n,k)}, \quad d_{3j}^{(n,k)} \quad (j \in \{1, 2, 3\} \text{ фиксировано})$$

производится 17 арифметических операций: 3 арифметических операции требуется для нахождения промежуточных величин (8), 13 арифметических операций – для нахождения $d_{1j}^{(n,k)}$, $d_{2j}^{(n,k)}$, $d_{3j}^{(n,k)}$ по формулам (9) (из трех величин δ_{1j} , δ_{2j} , δ_{3j} только одна равна 1, остальные две равны 0) и 1 операция – для перехода к следующему узлу сетки ($t_{n,k+1} = t_{n,k} + \tau$). После выполнения (2^n-1) -го шага вычислений по формулам (8), (9) находим

$$d_{1j}^{(n)}(t_2) = \delta_{1j} + \tau \cdot s_{1j}^{(n, 2^n)}, \quad d_{2j}^{(n)}(t_2) = \delta_{2j} + \tau \cdot s_{2j}^{(n, 2^n)}, \quad d_{3j}^{(n)}(t_2) = \delta_{3j} + \tau \cdot s_{3j}^{(n, 2^n)}, \quad j \in \{1, 2, 3\}.$$

Таким образом, если N – число разбиений отрезка $[t_1, t_2]$ ($N = 2^n$), то для численного решения каждой из трех задач Коши (2)–(3) (для каждого $j = 1, 2, 3$) требуется $\Lambda_X(N)$ арифметических операций, где величина $\Lambda_X(N)$ удовлетворяет соотношению

$$\Lambda_X(N) \sim 17N \text{ при } N \rightarrow \infty.$$

Сравним трудоемкость построенного алгоритма с трудоемкостью численного решения задач Коши (2)–(3) методом Эйлера [14; 15], погрешность которого так же, как и изложенного в настоящей работе метода (в случае удовлетворяющих условию Липшица функций $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$, $\omega_3(t)$), есть величина, ограниченная по сравнению с N^{-1} при $N \rightarrow \infty$.

Нетрудно проверить, что для численного решения каждой из трех задач Коши (2)–(3) (для каждого $j = 1, 2, 3$) методом Эйлера требуется $\Lambda_3(N)$ арифметических операций, где величина $\Lambda_3(N)$ удовлетворяет соотношению

$$\Lambda_3(N) \sim 16N \text{ при } N \rightarrow \infty.$$

Отсюда следует, что трудоемкость решения задач (2) – (3) с помощью построенного в настоящей работе алгоритма незначительно превосходит трудоемкость решения этих задач методом Эйлера.

3. Вывод оценок погрешности метода

При $t_1 + 2^{-n}Tk < t < t_1 + 2^{-n}T(k+1)$ ($k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$) для разности производных от функций-компонент точного и приближенного решений будем иметь:

$$\begin{aligned}
 d_{1j}'(t) - d_{1j}^{(n)'}(t) &= \omega_3(t) \int_{t_1}^t \left[d_{2j}'(\tau) - d_{2j}^{(n)'}(\tau) \right] d\tau + \left(\omega_3(t) - \omega_3^{(n,k)} \right) \int_{t_1}^t d_{2j}^{(n)'}(\tau) d\tau + \\
 &+ \omega_3^{(n,k)} \int_{t_{n,k}}^t d_{2j}^{(n)'}(\tau) d\tau - \omega_2(t) \times \int_{t_1}^t \left[d_{3j}'(\tau) - d_{3j}^{(n)'}(\tau) \right] d\tau - \left(\omega_2(t) - \omega_2^{(n,k)} \right) \int_{t_1}^t d_{3j}^{(n)'}(\tau) d\tau - \\
 &- \omega_2^{(n,k)} \int_{t_{n,k}}^t d_{3j}^{(n)'}(\tau) d\tau + \delta_{2j} \left(\omega_3(t) - \omega_3^{(n,k)} \right) - \delta_{3j} \left(\omega_2(t) - \omega_2^{(n,k)} \right).
 \end{aligned}$$

Тогда для $t_1 + 2^{-n}Tk < t < t_1 + 2^{-n}T(k+1)$ ($k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$) получаем:

$$\begin{aligned}
 \left| d_{1j}'(t) - d_{1j}^{(n)'}(t) \right| &\leq \Omega \left[\int_{t_1}^t \left| d_{2j}'(\tau) - d_{2j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} \left| d_{2j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_1}^t \left| d_{3j}'(\tau) - d_{3j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} \left| d_{3j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau \right] + \\
 &+ \omega \left(\omega_3, 2^{-n} \right) \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} \left| d_{2j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \omega \left(\omega_y, 2^{-n} \right) \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} \left| d_{3j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \delta_{2j} \omega \left(\omega_3, 2^{-n} \right) + \delta_{3j} \omega \left(\omega_2, 2^{-n} \right),
 \end{aligned}$$

где

$$\Omega = \max \{ \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 \}, \quad \Omega_j = \max_{t \in [t_1, t_2]} \left| \omega_j(t) \right| \quad (j = 1, 2, 3),$$

а $\omega(f, \delta)$ – модуль непрерывности функции f , т. е.

$$\omega(f, \delta) = \sup_{|t' - t''| \leq \delta} \left| f(t') - f(t'') \right|.$$

Аналогично, для $t_1 + 2^{-n}Tk < t < t_1 + 2^{-n}T(k+1)$ ($k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$) имеем:

$$\begin{aligned}
 \left| d_{2j}'(t) - d_{2j}^{(n)'}(t) \right| &\leq \Omega \left[\int_{t_1}^t \left| d_{3j}'(\tau) - d_{3j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} \left| d_{3j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_1}^t \left| d_{1j}'(\tau) - d_{1j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} \left| d_{1j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau \right] + \\
 &+ \omega \left(\omega_1, 2^{-n} \right) \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} \left| d_{3j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \omega \left(\omega_3, 2^{-n} \right) \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} \left| d_{1j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \delta_{3j} \omega \left(\omega_1, 2^{-n} \right) + \delta_{1j} \omega \left(\omega_3, 2^{-n} \right), \\
 \left| d_{3j}'(t) - d_{3j}^{(n)'}(t) \right| &\leq \Omega \left[\int_{t_1}^t \left| d_{1j}'(\tau) - d_{1j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} \left| d_{1j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_1}^t \left| d_{2j}'(\tau) - d_{2j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} \left| d_{2j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau \right] + \\
 &+ \omega \left(\omega_2, 2^{-n} \right) \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} \left| d_{1j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \omega \left(\omega_1, 2^{-n} \right) \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} \left| d_{2j}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \delta_{1j} \omega \left(\omega_2, 2^{-n} \right) + \delta_{2j} \omega \left(\omega_1, 2^{-n} \right),
 \end{aligned}$$

$k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$.

Для $t_1 + 2^{-n}Tk < t < t_1 + 2^{-n}T(k+1)$ ($k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$) справедливы неравенства

$$\left| d_{il}^{(n)'}(t) \right| \leq \alpha_i^{(n,k)} \quad (i = 1, 2, 3), \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
 \alpha_1^{(n,k)} &= 2^{-n} \Omega \sum_{l=0}^{k-1} \left(\left| d_{21}^{(n,l)} \right| + \left| d_{31}^{(n,l)} \right| \right), \quad \alpha_2^{(n,k)} = \Omega + 2^{-n} \Omega \sum_{l=0}^{k-1} \left(\left| d_{11}^{(n,l)} \right| + \left| d_{31}^{(n,l)} \right| \right), \quad \alpha_3^{(n,k)} = \\
 &= \Omega + 2^{-n} \Omega \sum_{l=0}^{k-1} \left(\left| d_{11}^{(n,l)} \right| + \left| d_{21}^{(n,l)} \right| \right),
 \end{aligned} \tag{11}$$

$k = 1, 2, \dots, 2^n - 1$. Здесь мы по-прежнему считаем, что при $k = 0$ суммы в (11) принимают значение, равное нулю.

Истинность неравенств (10) при $k = 0$ вытекает из равенств

$$d_{11}^{(n,0)} = 0, \quad d_{21}^{(n,0)} = -\omega_3^{(n,0)}, \quad d_{31}^{(n,0)} = \omega_2^{(n,0)}, \quad (12)$$

которые следуют из (7). Применяя неравенства (10) к оценке величин

$$|d_{i1}^{(n,k-1)}| \quad (i = 1, 2, 3),$$

получим

$$\alpha_i^{(n,k)} = \alpha_i^{(n,k-1)} + 2^{-n} \Omega \left(\Delta^{(k-1)} - |d_{i1}^{(n,k-1)}| \right) \leq \alpha_i^{(n,k-1)} + 2^{-n} \Omega \left(\Gamma^{(k-1)} - \alpha_i^{(n,k-1)} \right), \quad (13)$$

$i = 1, 2, 3$, где

$$\Delta^{(k-1)} = \sum_{i=1}^3 |d_{i1}^{(n,k-1)}|, \quad \Gamma^{(k-1)} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i^{(n,k-1)},$$

$k = 1, 2, \dots, 2^n - 1$. Из (13) по индукции выводим неравенства

$$\alpha_i^{(n,k)} \leq \frac{1}{3} \left[\left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k \Gamma^{(0)} + \left(3\alpha_i^{(n,0)} - \Gamma^{(0)} \right) \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right],$$

$i = 1, 2, 3, k = 1, 2, \dots, 2^n - 1$. Из равенств (12) следует, что

$$\alpha_1^{(n,0)} = 0, \quad \alpha_2^{(n,0)} = \Omega, \quad \alpha_3^{(n,0)} = \Omega,$$

откуда с учетом (11) получаем неравенства для $t_1 + 2^{-n}Tk < t < t_1 + 2^{-n}T(k+1)$ ($k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$):

$$\begin{aligned} |d_{11}^{(n)'}(t)| &\leq \frac{2\Omega}{3} \left[\left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k - \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right], \\ |d_{i1}^{(n)'}(t)| &\leq \frac{\Omega}{3} \left[2 \left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k + \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right] \quad (i = 2, 3). \end{aligned} \quad (14)$$

Из (14) следуют неравенства

$$\begin{aligned} \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} |d_{11}^{(n)'}(\tau)| d\tau &\leq \frac{2^{-n+1}\Omega}{3} \left[\left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k - \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right], \\ \int_{t_{n,k}}^{t_{n,k+1}} |d_{i1}^{(n)'}(\tau)| d\tau &\leq \frac{2^{-n}\Omega}{3} \left[2 \left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k + \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right] \end{aligned}$$

($i = 2, 3$), из которых получаем:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} |d_{11}^{(n)'}(\tau)| d\tau &\leq \frac{\Omega T(k+1)}{3 \cdot 2^{n-1}} \left[\left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k - \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right], \\ \int_{t_1}^{t_{n,k+1}} |d_{i1}^{(n)'}(\tau)| d\tau &\leq \frac{\Omega T(k+1)}{3 \cdot 2^n} \left[2 \left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k + \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right] \end{aligned}$$

($i = 2, 3$), поэтому для $t_1 + 2^{-n}Tk < t < t_1 + 2^{-n}T(k+1)$ ($k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$) будет выполняться

$$|d_{11}'(t) - d_{11}^{(n)'}(t)| \leq \Omega \left[\int_{t_1}^t |d_{21}'(\tau) - d_{21}^{(n)'}(\tau)| d\tau + \int_{t_1}^t |d_{31}'(\tau) - d_{31}^{(n)'}(\tau)| d\tau \right] + \frac{2^{-n+1}\Omega^2}{3} \times$$

$$\times \left[2 \left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k + \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right] + \frac{2^{-n} \Omega T (k+1)}{3} \left[2 \left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k + \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right] \times \\ \times \left(\omega \left(\omega_3, 2^{-n} \right) + \omega \left(\omega_2, 2^{-n} \right) \right). \quad (15)$$

Аналогично выводятся неравенства

$$\left| d_{21}'(t) - d_{21}^{(n)'}(t) \right| \leq \Omega \left[\int_{t_1}^t \left| d_{31}'(\tau) - d_{31}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_1}^t \left| d_{11}'(\tau) - d_{11}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau \right] + \\ + \frac{\Omega^2}{3 \cdot 2^n} \left[4 \left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k - \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right] + \frac{\Omega T (k+1)}{3 \cdot 2^n} \left[2 \left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k + \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right] \omega \left(\omega_1, 2^{-n} \right) + \\ + \left[\frac{\Omega T (k+1)}{3 \cdot 2^{n-1}} \left(\left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k - \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right) + 1 \right] \omega \left(\omega_3, 2^{-n} \right), \quad (16)$$

$$\left| d_{31}'(t) - d_{31}^{(n)'}(t) \right| \leq \Omega \left[\int_{t_1}^t \left| d_{11}'(\tau) - d_{11}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau + \int_{t_1}^t \left| d_{21}'(\tau) - d_{21}^{(n)'}(\tau) \right| d\tau \right] + \\ + \frac{\Omega^2}{3 \cdot 2^n} \left[4 \left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k - \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right] + \frac{\Omega T (k+1)}{3 \cdot 2^n} \left[2 \left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k + \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right] \omega \left(\omega_1, 2^{-n} \right) + \\ + \left[\frac{\Omega T (k+1)}{3 \cdot 2^{n-1}} \left(\left(1 + \frac{\Omega}{2^{n-1}} \right)^k - \left(1 - \frac{\Omega}{2^n} \right)^k \right) + 1 \right] \omega \left(\omega_2, 2^{-n} \right), \quad (17)$$

$t_1 + 2^{-n} T k < t < t_1 + 2^{-n} T (k+1)$, $k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$. Почленно суммируя неравенства (15)–(17), получаем:

$$\left| d_{11}'(t) - d_{11}^{(n)'}(t) \right| + \left| d_{21}'(t) - d_{21}^{(n)'}(t) \right| + \left| d_{31}'(t) - d_{31}^{(n)'}(t) \right| \leq \\ \leq 2\Omega \int_{t_1}^t \left(\left| d_{11}'(\tau) - d_{11}^{(n)'}(\tau) \right| + \left| d_{21}'(\tau) - d_{21}^{(n)'}(\tau) \right| + \left| d_{31}'(\tau) - d_{31}^{(n)'}(\tau) \right| \right) d\tau + A(n, k),$$

где

$$A(n, k) = 2^{-n+2} \Omega^2 \left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k + \frac{2^{-n+1} \Omega T (k+1)}{3} \left[2 \left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k + \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right] \omega \left(\omega_1, 2^{-n} \right) + \\ + \left[\frac{2^{-n} \Omega T (k+1)}{3} \left(4 \left(1 + 2^{-n+1} \Omega \right)^k - \left(1 - 2^{-n} \Omega \right)^k \right) + 1 \right] \left[\omega \left(\omega_2, 2^{-n} \right) + \omega \left(\omega_3, 2^{-n} \right) \right].$$

В [12] доказано следующее утверждение.

Лемма 1. Если неотрицательная функция $f(x)$, $x_0 \leq x \leq X$, имеет лишь конечное число точек разрыва первого рода $\{x_1, x_2, \dots, x_N\} \subset (x_0, X)$, в которых $f(x_k) \leq \max \{f(x_k - 0), f(x_k + 0)\}$, $k = 1, 2, \dots, N$, и удовлетворяет с некоторыми постоянными $\alpha, \beta > 0$ условию

$$f(x) \leq \alpha + \beta \int_{x_0}^x f(t) dt$$

хотя бы во всех точках непрерывности (а тогда и вообще во всех точках отрезка $[x_0, X]$), то при $x_0 \leq x \leq X$ выполняется неравенство

$$f(x) \leq \alpha e^{\beta(x-x_0)}.$$

Применяя эту лемму, приходим к следующему неравенству:

$$\left| d_{11}'(t) - d_{11}^{(n)'}(t) \right| + \left| d_{21}'(t) - d_{21}^{(n)'}(t) \right| + \left| d_{31}'(t) - d_{31}^{(n)'}(t) \right| \leq A(n, k) e^{2\Omega(t-t_1)}.$$

Следовательно, для $t_1 + 2^{-n}Tk < t < t_1 + 2^{-n}T(k+1)$ ($k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$)

$$\left| d_{i1}'(t) - d_{i1}^{(n)'}(t) \right| \leq A(n, k) e^{2\Omega(t-t_1)}, \quad (18)$$

$i = 1, 2, 3$. Справедливо равенство

$$d_{i1}(t_{n,k}) - d_{i1}^{(n)}(t_{n,k}) = \delta_{i1} + \int_{t_1}^{t_{n,k}} d_{i1}'(\tau) d\tau - \delta_{i1} - 2^{-n} \sum_{l=0}^{k-1} d_{i1}^{(n,l)} = \int_{t_1}^{t_{n,k}} d_{i1}'(\tau) d\tau - 2^{-n} \sum_{l=0}^{k-1} d_{i1}^{(n,l)},$$

где $t_{n,k}$ – точки множества (6), $k = 0, 1, \dots, 2^n - 1$, $i = 1, 2, 3$. Отсюда получаем:

$$\begin{aligned} d_{i1}(t_2) - d_{i1}^{(n)}(t_2) &= \int_{t_1}^{t_2} d_{i1}'(\tau) d\tau - 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} d_{i1}^{(n,l)} = \sum_{l=0}^{2^n-1} \int_{t_{n,l}}^{t_{n,l+1}} d_{i1}'(\tau) d\tau - 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} d_{i1}^{(n,l)} = \\ &= 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} \left(d_{i1}'(\tau_l) - d_{i1}^{(n)'}(t_{n,l}) \right) = 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} \left[\left(d_{i1}'(\tau_l) - d_{i1}^{(n)'}(\tau_l) \right) + \left(d_{i1}^{(n)'}(\tau_l) - d_{i1}^{(n)'}(t_{n,l}) \right) \right] = \\ &= 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} \left(d_{i1}'(\tau_l) - d_{i1}^{(n)'}(\tau_l) \right), \end{aligned} \quad (19)$$

где τ_l – точки интервала $(t_{n,l}, t_{n,l+1})$, $l = 0, 1, \dots, 2^n - 1$, $i = 1, 2, 3$. Здесь мы воспользовались теоремой о среднем для определенного интеграла, из которой вытекает существование точек τ_l интервала $(t_{n,l}, t_{n,l+1})$ таких, что для непрерывных функций $d_{i1}'(\tau)$ выполняются равенства

$$\int_{t_{n,l}}^{t_{n,l+1}} d_{i1}'(\tau) d\tau = d_{i1}'(\tau_l) (t_{n,l+1} - t_{n,l}) = 2^{-n} d_{i1}'(\tau_l),$$

где $l = 0, 1, \dots, 2^n - 1$, $i = 1, 2, 3$, а также тем, что на каждом из интервалов

$$(t_{n,l}, t_{n,l+1}) = (t_1 + 2^{-n}Tl, t_1 + 2^{-n}T(l+1))$$

многочлены Хаара $d_{i1}^{(n)'}(t)$ принимают постоянное значение, вследствие чего

$$d_{i1}^{(n)'}(\tau_l) = d_{i1}^{(n)'}(t_{n,l}),$$

$l = 0, 1, \dots, 2^n - 1$, $i = 1, 2, 3$. Применяя неравенство треугольника и неравенства (16), из (17) получаем:

$$\begin{aligned} \left| d_{i1}(t_2) - d_{i1}^{(n)}(t_2) \right| &\leq 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} \left| d_{i1}'(\tau_l) - d_{i1}^{(n)'}(\tau_l) \right| \leq \\ &\leq 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} A(n, l) e^{2\Omega(\tau_l - t_1)} < 2^{-n} T \sum_{l=0}^{2^n-1} A(n, l) e^{2^{-n+1}\Omega T(l+1)}, \end{aligned} \quad (20)$$

$i = 1, 2, 3$. Имеют место равенства

$$\sum_{l=0}^{N-1} q^l = (q^N - 1)(q - 1)^{-1}, \quad \sum_{l=0}^{N-1} (l+1)q^l = (Nq^{N+1} - (N+1)q^N + 1)(q - 1)^{-2},$$

истинность которых легко проверяется по индукции. Используя эти равенства, вычислим следующие суммы:

$$\begin{aligned} \sigma_1(n) &= \sum_{l=0}^{2^n-1} e^{2^{-n+1}\Omega T(l+1)} (1 + 2^{-n+1}\Omega)^l = e^{2^{-n+1}\Omega T} \frac{e^{2\Omega T} (1 + 2^{-n+1}\Omega)^{2^n} - 1}{e^{2^{-n+1}\Omega T} (1 + 2^{-n+1}\Omega) - 1}, \\ \sigma_2(n) &= \sum_{l=0}^{2^n-1} e^{2^{-n+1}\Omega T(l+1)} (l+1) (1 + 2^{-n+1}\Omega)^l = \\ &= e^{2^{-n+1}\Omega T} \frac{e^{2\Omega T} 2^n e^{2^{-n+1}\Omega T} (1 + 2^{-n+1}\Omega)^{2^n+1} - e^{2\Omega T} (2^n + 1) (1 + 2^{-n+1}\Omega)^{2^n} + 1}{\left(e^{2^{-n+1}\Omega T} (1 + 2^{-n+1}\Omega) - 1 \right)^2}, \\ \sigma_3(n) &= \sum_{l=0}^{2^n-1} e^{2^{-n+1}\Omega T(l+1)} (l+1) (1 - 2^{-n}\Omega)^l = \\ &= e^{2^{-n+1}\Omega T} \frac{e^{2\Omega T} 2^n e^{2^{-n+1}\Omega T} (1 - 2^{-n}\Omega)^{2^n+1} - e^{2\Omega T} (2^n + 1) (1 - 2^{-n}\Omega)^{2^n} + 1}{\left(e^{2^{-n+1}\Omega T} (1 - 2^{-n}\Omega) - 1 \right)^2}. \end{aligned}$$

Из неравенства (20) получаем:

$$\begin{aligned} \left| d_{i1}(t_2) - d_{i1}^{(n)}(t_2) \right| &\leq 2^{-n} T \left\{ 2^{-n+2} \Omega^2 \sigma_1(n) + \frac{2^{-n+1} \Omega T}{3} [2\sigma_2(n) + \sigma_3(n)] \omega(\omega_1, 2^{-n}) + \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{2^{-n} \Omega T}{3} (4\sigma_2(n) - \sigma_3(n)) + 1 \right] [\omega(\omega_2, 2^{-n}) + \omega(\omega_3, 2^{-n})] \right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

$i = 1, 2, 3$. Заметим, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n+2} \sigma_1(n) = 2\Omega^{-1} (T+1)^{-1} (e^{2\Omega(T+1)} - 1), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n+1} \sigma_2(n) = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} 2^{-n+1} \sigma_3(n) = 0. \quad (22)$$

Тогда из неравенства (20) вытекает оценка

$$\left| d_{i1}(t_2) - d_{i1}^{(n)}(t_2) \right| \leq \Sigma_1(n), \quad (23)$$

$i = 1, 2, 3$, где

$$\Sigma_1(n) \sim T \left[2^{-n+1} \Omega (T+1)^{-1} (e^{2\Omega(T+1)} - 1) + \omega(\omega_2, 2^{-n}) + \omega(\omega_3, 2^{-n}) \right]$$

при $n \rightarrow \infty$. Если при этом функции $\omega_2(t)$ и $\omega_3(t)$ удовлетворяют условию Липшица, т. е. существуют константы $L_2 \geq 0$ и $L_3 \geq 0$ такие, что для любого числа $\delta > 0$ выполняются неравенства

$$\omega(\omega_2, \delta) \leq L_2 \delta, \quad \omega(\omega_3, \delta) \leq L_3 \delta,$$

то для величины $\Sigma_1(n)$, фигурирующей в неравенстве (23), имеет место соотношение

$$\Sigma_1(n) \sim 2^{-n} T \left[2\Omega(T+1)^{-1} \left(e^{2\Omega(T+1)} - 1 \right) + L_2 + L_3 \right]$$

при $n \rightarrow \infty$.

Аналогично тому, как было получено неравенство (21), выводим соотношения

$$\begin{aligned} \left| d_{ij}(t_2) - d_{ij}^{(n)}(t_2) \right| \leq 2^{-n} T \left\{ 2^{-n+2} \Omega^2 \sigma_1(n) + \frac{2^{-n+1} \Omega T}{3} [2\sigma_2(n) + \sigma_3(n)] \omega(\omega_j, 2^{-n}) + \right. \\ \left. + \left[\frac{2^{-n} \Omega T}{3} (4\sigma_2(n) - \sigma_3(n)) + 1 \right] \left[\Omega_S - \omega(\omega_j, 2^{-n}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

$i = 1, 2, 3, j = 2, 3$, где Ω_S определяется равенством

$$\Omega_S = \sum_{j=1}^3 \omega(\omega_j, 2^{-n}).$$

Учитывая (22) и (24), приходим к оценкам

$$\left| d_{ij}(t_2) - d_{ij}^{(n)}(t_2) \right| \leq \Sigma_j(n),$$

$i = 1, 2, 3, j = 2, 3$, где

$$\Sigma_j(n) \sim T \left[2^{-n+1} \Omega(T+1)^{-1} \left(e^{2\Omega(T+1)} - 1 \right) + \Omega_S - \omega(\omega_j, 2^{-n}) \right]$$

при $n \rightarrow \infty, j = 2, 3$. Если при этом функции $\omega_j(t)$ удовлетворяют условию Липшица с константами $L_j \geq 0$ ($j = 1, 2, 3$), то

$$\Sigma_j(n) \sim 2^{-n} T \left[2\Omega(T+1)^{-1} \left(e^{2\Omega(T+1)} - 1 \right) + L - L_j \right]$$

при $n \rightarrow \infty, j = 2, 3$, где $L = L_1 + L_2 + L_3$.

4. Результаты численных экспериментов

Пример 1. Рассмотрим задачу Коши (2)–(3) для $j = 1$ со значениями параметров $t_1 = 0, t_2 = 1$ и коэффициентами

$$\omega_1(t) = \cos 1,5t; \quad \omega_2(t) = \frac{1}{2} \sin 1,5t + \frac{3\sqrt{3}}{4}; \quad \omega_3(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 1,5t - 0,75.$$

Нетрудно проверить, что точное решение такой задачи Коши есть

$$d_{11}(t) = \cos 1,5t; \quad d_{21}(t) = \frac{1}{2} \sin 1,5t; \quad d_{31}(t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 1,5t;$$

причем $d_{11}(t_2) \approx -0,07074, d_{21}(t_2) \approx 0,49875, d_{31}(t_2) \approx 0,86386$.

В табл. 1 приведены значения величины квадратного корня из среднеквадратичной ошибки компонент решения рассматриваемой задачи Коши в точке t_2 с использованными в примере 1 значениями параметров и коэффициентов, полученные методами сумм Хаара, Эйлера, Эйлера – Коши [16] и Рунге – Кутты 2-го порядка [14; 15] для N разбиений отрезка $[t_1, t_2]$, где $N = 2^{15}, 2^{16}, \dots, 2^{24}$.

В данном случае погрешности решения задачи Коши (2)–(3) методами сумм Хаара и Эйлера практически идентичны, но погрешности для методов Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка значительно меньше погрешностей, полученных в результате применения первых двух методов.

Таблица 1

Величина квадратного корня из среднеквадратичной ошибки компонент решения в точке t_2 для значений параметров и коэффициентов, использованных в примере 1

N (число разбиений отрезка $[t_1, t_2]$)	Величина $\sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (d_{i1}(t_2) - d_{i1}^{(n)}(t_2))^2}$			
	Метод сумм Хаара	Метод Эйлера	Метод Эйлера – Коши	Метод Рунге – Кутты 2-го порядка
2^{15}	$1,98221 \cdot 10^{-5}$	$2,14845 \cdot 10^{-5}$	$2,90010 \cdot 10^{-10}$	$2,90010 \cdot 10^{-10}$
2^{16}	$9,91096 \cdot 10^{-6}$	$1,07423 \cdot 10^{-5}$	$7,25045 \cdot 10^{-11}$	$7,25045 \cdot 10^{-11}$
2^{17}	$4,95546 \cdot 10^{-6}$	$5,37117 \cdot 10^{-6}$	$1,81151 \cdot 10^{-11}$	$1,81152 \cdot 10^{-11}$
2^{18}	$2,47772 \cdot 10^{-6}$	$2,68559 \cdot 10^{-6}$	$4,53666 \cdot 10^{-12}$	$4,53667 \cdot 10^{-12}$
2^{19}	$1,23886 \cdot 10^{-6}$	$1,34279 \cdot 10^{-6}$	$1,13229 \cdot 10^{-12}$	$1,13229 \cdot 10^{-12}$
2^{20}	$6,19430 \cdot 10^{-7}$	$6,71397 \cdot 10^{-7}$	$2,89097 \cdot 10^{-13}$	$2,89107 \cdot 10^{-13}$
2^{21}	$3,09715 \cdot 10^{-7}$	$3,35699 \cdot 10^{-7}$	$6,36173 \cdot 10^{-14}$	$6,36283 \cdot 10^{-14}$
2^{22}	$1,54857 \cdot 10^{-7}$	$1,67849 \cdot 10^{-7}$	$1,62080 \cdot 10^{-14}$	$1,62080 \cdot 10^{-14}$
2^{23}	$7,74287 \cdot 10^{-8}$	$8,39247 \cdot 10^{-8}$	$5,05499 \cdot 10^{-14}$	$5,05598 \cdot 10^{-14}$
2^{24}	$3,87144 \cdot 10^{-8}$	$4,19624 \cdot 10^{-8}$	$2,36189 \cdot 10^{-14}$	$2,36183 \cdot 10^{-14}$

Пример 2. Рассмотрим задачу Коши (2)–(3) для $j = 1$ со значениями параметров $t_1 = 0$, $t_2 = 2$ и коэффициентами

$$\omega_1(t) = \sqrt[5]{\operatorname{ch}^9 t}, \quad \omega_2(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt[5]{\operatorname{ch}^9 t} \operatorname{tg} t + 1 \right), \quad \omega_3(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\sqrt[5]{\operatorname{ch}^9 t} \operatorname{tg} t - 1 \right).$$

Нетрудно проверить, что точное решение такой задачи Коши есть

$$d_{11}(t) = \cos t, \quad d_{21}(t) = d_{31}(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin t,$$

причем $d_{11}(t_2) \approx -0,41615$, $d_{21}(t_2) = d_{31}(t_2) \approx 0,64297$.

В табл. 2 приведены значения величины квадратного корня из среднеквадратичной ошибки компонент решения рассматриваемой задачи Коши в точке t_2 с использованными в примере 2 значениями параметров и коэффициентов, полученные методами сумм Хаара, Эйлера, Эйлера – Коши [16] и Рунге – Кутты 2-го порядка [14; 15] для N разбиений отрезка $[t_1, t_2]$, где $N = 2^{15}, 2^{16}, \dots, 2^{24}$.

Таблица 2

Величина квадратного корня из среднеквадратичной ошибки компонент решения в точке t_2 для значений параметров и коэффициентов, использованных в примере 2

N (число разбиений отрезка $[t_1, t_2]$)	Величина $\sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (d_{i1}(t_2) - d_{i1}^{(n)}(t_2))^2}$			
	Метод сумм Хаара	Метод Эйлера	Метод Эйлера – Коши	Метод Рунге – Кутты 2-го порядка
2^{15}	$1,77319 \cdot 10^{-2}$	$5,86421 \cdot 10^{-2}$	$1,94818 \cdot 10^{-2}$	$4,54692 \cdot 10^{-3}$
2^{16}	$2,27484 \cdot 10^{-3}$	$1,68334 \cdot 10^{-2}$	$1,28402 \cdot 10^{-3}$	$6,33870 \cdot 10^{-4}$
2^{17}	$3,17159 \cdot 10^{-4}$	$6,71757 \cdot 10^{-4}$	$9,98299 \cdot 10^{-5}$	$1,30330 \cdot 10^{-4}$
2^{18}	$6,52261 \cdot 10^{-5}$	$3,35977 \cdot 10^{-4}$	$1,68894 \cdot 10^{-5}$	$6,26192 \cdot 10^{-5}$
2^{19}	$3,12779 \cdot 10^{-5}$	$2,52341 \cdot 10^{-4}$	$1,56949 \cdot 10^{-5}$	$9,12427 \cdot 10^{-6}$
2^{20}	$4,57051 \cdot 10^{-6}$	$1,76562 \cdot 10^{-4}$	$1,35320 \cdot 10^{-6}$	$2,37992 \cdot 10^{-6}$
2^{21}	$1,45672 \cdot 10^{-6}$	$1,43105 \cdot 10^{-4}$	$3,89106 \cdot 10^{-7}$	$6,50765 \cdot 10^{-7}$
2^{22}	$5,97437 \cdot 10^{-7}$	$6,01678 \cdot 10^{-5}$	$2,00878 \cdot 10^{-7}$	$3,41657 \cdot 10^{-7}$
2^{23}	$3,05874 \cdot 10^{-7}$	$3,76402 \cdot 10^{-5}$	$1,86299 \cdot 10^{-7}$	$3,07409 \cdot 10^{-7}$
2^{24}	$1,51830 \cdot 10^{-7}$	$1,30176 \cdot 10^{-5}$	$1,13470 \cdot 10^{-7}$	$2,58138 \cdot 10^{-7}$

В данном случае метод сумм Хаара дает погрешность, значительно меньшую, чем метод Эйлера, и практически идентичную погрешностям решения задачи Коши (2)–(3) методами Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка.

Пример 3. Рассмотрим задачу Коши (2)–(3) для $j = 1$ со значениями параметров $t_1 = 0$, $t_2 = 2$ и коэффициентами

$$\omega_1(t) = \sqrt[8]{|\sec t|}, \quad \omega_2(t) = \frac{3}{5} \sqrt[8]{|\sec t|} \operatorname{tg} t + \frac{4}{5}, \quad \omega_3(t) = \frac{4}{5} \sqrt[8]{|\sec t|} \operatorname{tg} t - \frac{3}{5}.$$

Точное решение такой задачи Коши имеет вид

$$d_{11}(t) = \cos t, \quad d_{21}(t) = \frac{3}{5} \sin t, \quad d_{31}(t) = \frac{4}{5} \sin t,$$

причем $d_{11}(t_2) \approx -0,41615$, $d_{21}(t_2) \approx 0,54558$, $d_{31}(t_2) \approx 0,72744$.

В табл. 3 приведены значения величины квадратного корня из среднеквадратичной ошибки компонент решения рассматриваемой задачи Коши в точке t_2 с использованными в примере 3 значениями параметров и коэффициентов, полученные методами сумм Хаара, Эйлера, Эйлера – Коши [16] и Рунге – Кутты 2-го порядка [14; 15] для N разбиений отрезка $[t_1, t_2]$, где $N = 2^{15}, 2^{16}, \dots, 2^{24}$.

Таблица 3

Величина квадратного корня из среднеквадратичной ошибки компонент решения в точке t_2 для значений параметров и коэффициентов, использованных в примере 3

N (число разбиений отрезка $[t_1, t_2]$)	Величина $\sqrt{\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (d_{i1}(t_2) - d_{i1}^{(n)}(t_2))^2}$			
	Метод сумм Хаара	Метод Эйлера	Метод Эйлера – Коши	Метод Рунге – Кутты 2-го порядка
2^{15}	$4,09952 \cdot 10^{-5}$	$3,64380 \cdot 10^{-2}$	$8,14584 \cdot 10^{-5}$	$1,60285 \cdot 10^{-5}$
2^{16}	$1,83821 \cdot 10^{-5}$	$1,47670 \cdot 10^{-3}$	$1,05944 \cdot 10^{-5}$	$4,83737 \cdot 10^{-6}$
2^{17}	$8,94108 \cdot 10^{-6}$	$1,00902 \cdot 10^{-3}$	$5,50037 \cdot 10^{-6}$	$3,37017 \cdot 10^{-6}$
2^{18}	$4,46564 \cdot 10^{-6}$	$6,25570 \cdot 10^{-4}$	$2,39992 \cdot 10^{-6}$	$2,41542 \cdot 10^{-6}$
2^{19}	$2,41361 \cdot 10^{-6}$	$5,37907 \cdot 10^{-4}$	$1,77466 \cdot 10^{-6}$	$1,31424 \cdot 10^{-6}$
2^{20}	$1,16140 \cdot 10^{-6}$	$2,79979 \cdot 10^{-4}$	$1,47872 \cdot 10^{-6}$	$1,05524 \cdot 10^{-6}$
2^{21}	$6,26278 \cdot 10^{-7}$	$1,65719 \cdot 10^{-4}$	$7,68163 \cdot 10^{-7}$	$1,01374 \cdot 10^{-6}$
2^{22}	$3,14122 \cdot 10^{-7}$	$1,80869 \cdot 10^{-4}$	$5,62648 \cdot 10^{-7}$	$8,27771 \cdot 10^{-7}$
2^{23}	$6,62019 \cdot 10^{-7}$	$1,51395 \cdot 10^{-4}$	$5,56389 \cdot 10^{-7}$	$2,44021 \cdot 10^{-7}$
2^{24}	$6,36338 \cdot 10^{-7}$	$4,78043 \cdot 10^{-5}$	$4,17734 \cdot 10^{-7}$	$1,36309 \cdot 10^{-7}$

Пример 3, как и пример 2, показывает, что в определенных случаях метод сумм Хаара дает погрешность, значительно меньшую, чем метод Эйлера, и практически идентичную погрешностям методов Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка.

При этом следует отметить, что трудоемкость методов Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка примерно вдвое превосходит трудоемкость метода сумм Хаара – число арифметических операций $\Lambda_{ЭК}(N)$ и $\Lambda_{РК}(N)$, требуемых для решения каждой из трех задач Коши (2)–(3) методами Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка соответственно, удовлетворяет соотношениям

$$\Lambda_{ЭК}(N) \sim 34N \text{ при } N \rightarrow \infty, \quad \Lambda_{РК}(N) \sim 32N \text{ при } N \rightarrow \infty.$$

Заключение

В настоящей работе представлен новый метод решения системы кинематических уравнений Пуассона, определяющих эволюцию положения КА из момента времени t_1 в момент времени t_2 . Из полученных оценок погрешности метода следует, что если функции, представляющие собой проекции абсолютной угловой скорости КА на координатные оси, удовлетворяют условию Липшица, то абсолютная погрешность вычисления каждого из элементов матрицы перехода от связанной с КА системы координат в момент времени t_1 к связанной с КА системе координат в момент времени t_2 , так же, как и в случае решения указанной системы уравнений методом Эйлера, есть величина $O(N^{-1})$ при $N \rightarrow \infty$, где N – число разбиений отрезка $[t_1, t_2]$ при построении сетки используемых узлов.

Сравнение алгоритмов решения рассматриваемой системы уравнений предложенным методом и методом Эйлера по их вычислительной эффективности показало, что для реализации каждого из них требуется $O(N)$ арифметических операций при $N \rightarrow \infty$, при этом трудоемкость построенного в данной работе алгоритма незначительно превышает трудоемкость алгоритма решения системы методом Эйлера.

Из приведенных в работе результатов численных экспериментов следует, что в определенных случаях метод сумм Хаара дает погрешность, значительно меньшую, чем метод Эйлера, и практически идентичную погрешностям методов Эйлера – Коши и Рунге – Кутты 2-го порядка, трудоемкость которых примерно в два раза превосходит трудоемкость метода сумм Хаара.

Библиографические ссылки

1. Пат. 2691536 Российская Федерация, ^{МПК} В64G 1/32. Способ определения трехосной ориентации космического аппарата / Нуждин А. Н., Титов Г. П., Омельниченко В. Б. и др. № 2018105409 ; заявл. 13.02.2018 ; опубл. 14.06.2019, Бюл. № 17. 9 с.
2. Аппель П. Теоретическая механика. Т. 2: Динамика системы. Аналитическая механика. М. : Физматгиз, 1960. 487 с.
3. Барышев В. А., Крылов Г. Н. Контроль ориентации метеорологических спутников. Л. : Гидрометеиздат, 1968. 210 с.
4. Голован А. А., Парусников Н. А. Математические основы навигационных систем. Ч. 1: Математические модели инерциальной навигации. М. : МАКС Пресс, 2011. 136 с.
5. Кэрт Б. Э., Андреева Ж. Н., Агошков О. Г. Кинематика (с дополнительными главами). СПб. : Балт. гос. техн. ун-т, 2014. 222 с.
6. Фомичев А. В. Кинематика точки и твердого тела. М. : МФТИ, 2021. 128 с.
7. Богданов О. Н. Методика согласованного моделирования измерений инерциальных датчиков, траекторных параметров объекта с приложением к задачам инерциальной и спутниковой навигации : дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М. : МГУ, 2015. 142 с.
8. Богданов О. Н., Коростелева С. С., Кухтевич С. Е., Фомичев А. В. О выборе алгоритма и тактовой частоты расчета матрицы ориентации для бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Труды МИЭА. 2010. Вып. 2. С. 60–67.
9. Джепе А. Задача навигации и ориентации искусственного спутника Земли на основе датчиков угловой скорости и многоантенного спутникового приемника : дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М. : МГУ, 2016. 94 с.
10. Маштаков Я. В. Использование прямого метода Ляпунова в задачах управления ориентацией космических аппаратов: дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М. : ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2019. 94 с.
11. Savage P. G. Strapdown inertial navigation integration algorithm design. Part 1: attitude algorithms // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1998. Vol. 21, no. 1. P. 19–28.

12. Лукомский Д. С., Лукомский С. Ф., Терехин П. А. Применение системы Хаара к численному решению задачи Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2016. Т. 16, вып. 2. С. 151–159.
13. Соболев И. М. Многомерные квадратурные формулы и функции Хаара. М. : Наука, 1969. 288 с.
14. Петров И. Б., Лобанов А. И. Лекции по вычислительной математике. М. : Интернет-ун-т инф. технологий, 2006. 523 с.
15. Пантелеев А. В., Якимова А. С., Рыбаков К. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум. М. : Инфра-М, 2016. 432 с.
16. Арушанян О. Б., Залеткин С. Ф. Решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений методами Рунге – Кутты. М. : НИВЦ МГУ, 2014. 58 с.

References

1. Nuzhdin A. N., Titov G. P., Omel'nichenko V. B. and others. *Sposob opredeleniya trekhosnoy orientatsii kosmicheskogo apparata* [Method of determining three-axis orientation of spacecraft]. Patent RF, no 2691536, 2019.
2. Appel' P. *Teoreticheskaya mekhanika. Tom 2: Dinamika sistemy. Analiticheskaya mekhanika* [Theoretical mechanics. Vol. 2: System dynamics. Analytical mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960, 487 p.
3. Baryshev V. A., Krylov G. N. *Kontrol' orientatsii meteorologicheskikh sputnikov* [Orientation control of meteorological satellites]. Leningrad, Gidrometeoizdat Publ., 1968, 210 p.
4. Golovan A. A., Parusnikov N. A. *Matematicheskie osnovy navigatsionnykh sistem. Chast' 1: Matematicheskie modeli inertsial'noy navigatsii* [Mathematical foundations of navigation systems. Part 1: Mathematical models of inertial navigation]. Moscow, MAKSS Press Publ., 2011, 136 p.
5. Kert B. E., Andreeva Zh. N., Agoshkov O. G. *Kinematika (s dopolnitel'nymi glavami)* [Kinematics (with additional chapters)]. St.Petersburg, Baltic St. Tech. Univ. Publ., 2014, 222 p.
6. Fomichev A. V. *Kinematika tochki i tverdogo tela* [Kinematics of a point and a rigid body]. Moscow, Moscow Inst. of Physics and Technology Publ., 2021, 128 p.
7. Bogdanov O. N. *Metodika soglasovannogo modelirovaniya izmereniy inertsial'nykh datchikov, traektornykh parametrov ob"ekta s prilozheniem k zadacham inertsial'noy i sputnikovoy navigatsii. Dis. kand. fiz.-mat. nauk.* [Method of coordinated modeling of measurements of inertial sensors, trajectory parameters of an object with application to problems of inertial and satellite navigation. Cand. sci. (phys. and math.) diss.]. Moscow, Moscow St. Univ. Publ., 2015, 142 p.
8. Bogdanov O. N., Korosteleva S. S., Kukhtevich S. E., Fomichev A. V. [On the choice of algorithm and clock frequency for calculating the orientation matrix for a strapdown inertial navigation system]. *Trudy MIEA*. 2010, Iss. 2, P. 60–67 (In Russ.).
9. Dzhepe A. *Zadacha navigatsii i orientatsii iskusstvennogo sputnika Zemli na osnove datchikov uglovoy skorosti i mnogoantennogo sputnikovogo priemnika. Dis. kand. fiz.-mat. nauk.* [The problem of navigation and orientation of an artificial Earth satellite based on angular velocity sensors and a multi-antenna satellite receiver. Cand. sci. (phys. and math.) diss.]. Moscow, Moscow St. Univ. Publ., 2016, 94 p.
10. Mashtakov Ya. V. *Ispol'zovanie pryamogo metoda Lyapunova v zadachakh upravleniya orientatsiei kosmicheskikh apparatov. Dis. kand. fiz.-mat. nauk* [Use of the direct Lyapunov method in problems of spacecraft attitude control. Cand. sci. (phys. and math.) diss.]. Moscow, Keldysh Inst. of Applied Mathematics Publ., 2019, 94 p.
11. Savage P. G. Strapdown inertial navigation integration algorithm design. Part 1: attitude algorithms. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1998, Vol. 21, No. 1, P. 19–28.
12. Lukomskiy D. S., Lukomskiy S. F., Terekhin P. A. [Solution of Cauchy Problem for Equation First Order Via Haar Functions]. *Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser.: Matematika. Mekhanika. Informatika*. 2016, Vol. 16, Iss. 2, P. 151–159 (In Russ.).

13. Sobol' I. M. *Mnogomernye kvadrurnye formuly i funktsii Khaara* [Multidimensional quadrature formulas and Haar functions]. Moscow, Nauka Publ., 1969, 288 p.
14. Petrov I. B., Lobanov A. I. *Lekcii po vychislitel'noy matematike* [Lectures on computational mathematics]. Moscow, Internet-Universitet Informacionnyh Tehnologiy Publ., 2006, 523 p.
15. Panteleev A. V., Yakimova A. S., Rybakov K. A. *Obyknovennye differencial'nye uravneniya. Praktikum* [Ordinary differential equations. Practical work]. Moscow, Infra-M Publ., 2016, 432 p.
16. Arushanyan O. B., Zaletkin S. F. Reshenie sistem obyknovennykh differencial'nykh uravneniy metodami Runge – Kutta [Solving of ordinary differential equations systems by Runge–Kutta methods]. Moscow, Research Computing Center of Moscow St. Univ. Publ., 2014, 58 p.

© Кириллов К. А., Овчинникова Е. В., Сафонов К. В.,
Титов Г. П., Хохлов А. И., Гашин А. А., 2023

Кириллов Кирилл Анатольевич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: kkirillow@yandex.ru.

Овчинникова Елена Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: ovchinnikova_ev@sibsau.ru.

Сафонов Константин Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: safonovkv@rambler.ru.

Титов Геннадий Павлович – ведущий специалист 935 Отдела; АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва». E-mail: titov@iss-reshetnev.ru.

Хохлов Антон Игоревич – инженер 935 Отдела; АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва». E-mail: hohlovai@iss-reshetnev.ru.

Гашин Артем Александрович – аспирант кафедры прикладной математики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: artem.gashin@gmail.com.

Kirillov Kirill Anatolievich – Dr. Sc. (Phys. and Math.), Associate Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: kkirillow@yandex.ru.

Ovchinnikova Elena Vladimirovna – Cand. Sc. (Phys. and Math.), Associate Professor of the Department of Applied Mathematics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: ovchinnikova_ev@sibsau.ru.

Safonov Konstantin Vladimirovich – Dr. Sc. (Phys. and Math.), Professor, Head of the Department of Applied Mathematics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: safonovkv@rambler.ru.

Titov Gennady Pavlovich – Leading Specialist in the 935 Department; JSC “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems”. E-mail: titov@iss-reshetnev.ru.

Khokhlov Anton Igorevich – Engineer in the 935 Department; JSC “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems”. E-mail: hohlovai@iss-reshetnev.ru.

Gashin Artem Alexandrovich – Graduate student of the Department of Applied Mathematics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: artem.gashin@gmail.com.

УДК 536.2:623.5

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-468-481

Для цитирования: Подкопаев И. А., Подкопаев А. В., Должиков В. И. Моделирование конвективных процессов теплообмена между неоднородными газовыми смесями и поверхностями малокалиберного артиллерийского ствола // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 468–481. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-468-481.

For citation: Podkopaev I. A., Podkopaev A. V., Dolzhikov V. I. [Modeling of convective heat transfer processes between inhomogeneous gas mixtures and surfaces of a small-caliber artillery barrel]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 468–481. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-468-481.

Моделирование конвективных процессов теплообмена между неоднородными газовыми смесями и поверхностями малокалиберного артиллерийского ствола

И. А. Подкопаев, А. В. Подкопаев*, В. И. Должиков

Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (г. Воронеж)
Российская Федерация, 394064, г. Воронеж, ул. Старых большевиков, 54а
*E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru

Современные образцы авиационного артиллерийского оружия (ААО) представляют собой импульсные тепловые машины, преобразующие энергию порохового заряда в энергию сильно сжатых и нагретых пороховых газов (далее – газы), совершающих при своем расширении работу по сообщению снаряду кинетической энергии. В контекстах артиллерийской науки, ААО и боеприпасы структурируются в виде системы, которая вступает во взаимодействие с источниками нагрева и окружающей средой, последовательно совершая термодинамические циклы. Основным элементом, наиболее интенсивно подвергающимся теплофизическим нагрузкам и оказывающим значительное влияние на боевые качества и стоимость ААО, является малокалиберный артиллерийский ствол (далее – ствол). Вследствие этого проблема определения температурного поля ствола является одной из центральных проблем проектирования ААО и оптимизации режимов стрельбы. Успешное решение этой проблемы во многом зависит от точности моделирования процессов теплоотдачи к каналу и от внешней стенки ствола при выстреле. Вместе с тем адекватный синтез и расчет соотношений, описывающих явление конвекции, сопровождающее выстрел, затруднены, что связано с наличием фазовых превращений в состоянии газов, одновременным присутствием в областях решений сверхзвуковых и дозвуковых зон, существованием ламинарных, турбулентных течений и других нелинейных образований. Целью работы поставлена разработка относительно простой и приемлемой для инженерной практики математической модели теплообмена внутри и окрестностях ствола при околостенных течениях теплоносителей (далее – модель). Достижение цели работы осуществляется сосредоточенным выбором критериальных уравнений аппарата термодинамического подобия, соответствующих геометрическим и физическим условиям однозначности процессов нагружения ствола. Введение функций, учитывающих зависимость теплофизических свойств газов от температуры, позволило повысить точность определения параметров теплоотдачи при выстреле на 19 % в сравнении с известными результатами. Разработанная модель может быть использована при проведении прикладных расчетов, связанных с определением теплового состояния ствола. Специализация объекта исследования не исключает возможности доработки модели в целях математического представления тепловых эффектов в термонапряженных конструкциях сложной формы.

Ключевые слова: коэффициент теплоотдачи, критериальное уравнение теории термодинамического подобия, теплофизический параметр газов, адекватность.

Modeling of convective heat transfer processes between inhomogeneous gas mixtures and surfaces of a small-caliber artillery barrel

I. A. Podkopaev, A. V. Podkopaev*, V. I. Dolzhikov

Air Force Military educational and scientific center "Air Force academy
named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin"
54a, Starykh bol'shevikov St., Voronezh, 394064, Russian Federation
*E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru

Modern models of aviation artillery weapons are pulsed heat engines that convert the energy of a powder charge into the energy of highly compressed and heated powder gases (hereinafter referred to as gases), which, when expanding, perform work on communicating kinetic energy to the projectile. In the context of artillery science, aviation artillery weapons and ammunition are structured as a system that interacts with heat sources and the environment, sequentially completing thermodynamic cycles. The main element that is most intensively subjected to thermophysical loads and has a significant impact on the combat qualities and cost of aviation artillery weapons is a small-caliber artillery barrel (hereinafter referred to as the barrel). As a result, the problem of determining the temperature field of the barrel is one of the central problems of designing aviation artillery weapons and optimizing firing modes. The successful solution of this problem largely depends on the accuracy of modeling the processes of heat transfer to the channel and from the outer wall of the barrel during firing. At the same time, an adequate synthesis and calculation of the relations describing the phenomenon of convection accompanying the shot is difficult, which is due to the presence of phase transformations in the state of gases; the simultaneous presence of supersonic and subsonic zones in the solution regions; the existence of laminar, turbulent flows and other non-linear formations. The aim of the work is to develop a relatively simple and acceptable for engineering practice mathematical model of heat transfer inside and around the wellbore with near-wall coolant flows (hereinafter referred to as the model). Achieving the goal of the work is carried out by a concentrated choice of criterial equations of the apparatus of thermodynamic similarity, corresponding to the geometric and physical conditions for the uniqueness of the processes of loading the shaft. The introduction of functions that take into account the dependence of the thermophysical properties of gases on temperature made it possible to increase the accuracy of determining the parameters of heat transfer during a shot by 19% in comparison with the known results. The developed model can be used in applied calculations related to determining the thermal state of the wellbore. The specialization of the object of study does not exclude the possibility of refining the model for the purpose of mathematical representation of thermal effects in thermally stressed structures of complex shape.

Keywords: heat transfer coefficient, criterion equation of the theory of thermodynamic similarity, thermophysical parameter of gases, adequacy.

Введение

Явление выстрела, продолжительность которого измеряется тысячными секунды, неизбежно связано с воздействием на канал ствола газов высокой температуры и отводом тепла с внешней стенки ствола. При изучении функционирования ААО в тепловой постановке, как правило, используется известная в термодинамике теория пограничного слоя [1; 2], согласно которой температурные нагрузки на исследуемый объект зависят только от мгновенных значений температуры теплоносителя, определяемой из энергетических характеристик источника теплоты. Такая гипотеза краткой предыстории не учитывает изменение при выстреле теплофизических характеристик отдельных компонентов газов (коэффициентов теплопроводности λ_1 , динамической вязкости η_1 , удельной теплоемкости c_1) и не позволяет учесть эффекты нестационарности, связанные с зависимостью физических параметров газовой смеси от текущей температуры газов T_1 . Одним из путей учета изменения физических коэффициентов смеси газов по мере сгорания и продвижения заряда является использование положений о нестационарности параметров потока газов [3; 4].

При выстреле имеет место также теплоотдача от нагретых участков ствола окружающей среде (воздуху). В целом теплообмен между газами и каналом ствола, внешней поверхностью ствола и воздухом может происходить посредством вынужденной конвекции и излучения. В сравнении с длинными тонкостенными стволами для танковых и противотанковых пушек, солнечная радиация оказывает существенно меньшее влияние на температурное поле стволов ААО, чем конвекция [5]. Влияние излучения на формирование температуры ствола T в данной работе не рассматриваются.

Таким образом, вся сложность исследования физической сущности преобразования энергии пороха в энергию направленного переноса во времени и пространстве снаряда, сопровождающегося факторами воздействия на ствол, связана с дефиницией величины полного коэффициента теплоотдачи α_i , $i = 1, 2$, учитывающего процессы теплообмена от газов к каналу ствола ($i = 1$) и от внешней поверхности ствола к воздуху ($i = 2$).

Расчет параметров состояния потоков газов и воздуха представляет весьма сложную газодинамическую задачу. В ранее опубликованной статье [6] математическое воспроизведение теплообмена на стенках ствола позиционировалось в качестве самостоятельной задачи. Исследования показывают [2; 7], что интенсивность теплообмена между поверхностью тела и теплоносителями так или иначе функционально зависит от многих параметров: геометрической формы и размеров тела; физических свойств, направления и скорости потока теплоносителей; температурных условий взаимодействия тела и вещества и т. д. Вследствие этого вопросы обоснования приемлемого для инженерных расчетов способа формализации процессов теплоотдачи от турбулентного газового потока к стенке канала и от внешней стенки ствола в атмосферу выделяются в качестве приоритетных.

При аналитических исследованиях процесс теплоотдачи описывается системой дифференциальных уравнений, учитывающей как тепловые, так и гидродинамические явления и включающей уравнения переноса теплоты, теплоотдачи, движения, неразрывности [8–10]. Точное решение поставленной задачи в аналитической или численной форме, даже при наличии высокопроизводительных вычислителей, получить затруднительно, так как обтекание трубы кругового сечения продольным потоком характеризуется как сильной неравномерностью параметров состояния газов и турбулентностью, так и весьма сложной геометрией расчетной области. Поэтому при расчете таких течений сравнительно большое распространение получили подходы, связанные с осреднением уравнений движения и дальнейшим рассмотрением течения в виде сплошного потока. Примером такого подхода служит, например, работа [11], в которой расчет течения ведется на основе математической модели пористого изотропного тела. По мере развития данного приближенного подхода предлагались различные варианты вывода используемых осредненных уравнений переноса, рассматривались различные пути учета турбулентности потока и других особенностей течения. Также известен и несколько иной приближенный способ решения поставленной задачи [12], когда реальный поток по трубе заменяется сплошным «гомогенным» потоком без привлечения математической модели пористого тела. В принципе, как первый, так и второй подходы позволяют получить информацию об осредненных по объему тела динамических и тепловых характеристиках явления. При этом приходится использовать эмпирические исходные данные и предположения относительно хорошо согласующиеся с реальной структурой течения. Это объясняется, прежде всего, тем, что данные, необходимые для решения задачи, могут быть найдены лишь приближенно и в отдельных случаях с большой погрешностью. Такая приближенная оценка исходных данных и вызвана отсутствием единых динамических зависимостей.

Следует заметить, что представленные выше подходы не утратили своей актуальности и в настоящее время. Так, в публикации [13] аргументирован уникальный вариант тепловой модели, разработанной на основе аппарата теории вероятностей; в статьях [14; 15] предложены схемы экспериментальных исследований и методы обработки выходных данных, обеспечивающие повышение точности определения температуры тела; в работе [16] численными реше-

ниями многомерной задачи теплопроводности определены температурные поля обремененных стенок различной конфигурации; трудом [17] предложены инструменты моделирования температурного поля в узлах газовых турбин, максимально учитывающие совокупность параметров в многофакторных граничных условиях пограничного слоя. В качестве примеров работ подобной тематики в области авиационной артиллерийской науки можно привести публикации [18–22].

Разрабатываемые в этих направлениях методы вполне объективны и могут служить основой для расчета характеристик теплообмена на поверхности трубы сложной геометрической формы.

Обоснование и конкретизация критериальных уравнений теплоотдачи явления выстрела из ААО

Особенностью теплоотдачи от горячих газов к каналу ствола и от внешней поверхности ствола к воздуху является то, что среда, посредством которой происходит распространение тепла, движется. В результате движения вместе с массой газа переносится и тепло. Очевидно, что природа переноса тепла определяется формой области и свойствами потоков взаимодействия – распределением скорости, режимом течения и т. д.

Исходя из вышеизложенного, вполне оправданным следует считать подход вычисления полного коэффициента теплоотдачи α_I , $I = 1, 2$, с помощью статистических формул, в которых в качестве аргументов выступают критериальные зависимости теории подобия – числа Рейнольдса Re , Нуссельта Nu , Прандтля Pr [3; 4; 8; 9].

Так как искомая величина α_I , $I = 1, 2$, является полной или эффективной, то количество переданного тепла будет представлять собой сумму двух независимых слагаемых тепла, передаваемого вынужденной конвекцией от газов к каналу ствола и от внешней стенки ствола к воздуху. Оба этих слагаемых могут быть вычислены отдельно и затем сложены.

Тогда

$$\alpha_I = \frac{Nu_I \lambda_I}{l}, I = 1, 2. \quad (1)$$

Для вычисления в формуле (1) числа Nu_I , $I = 1, 2$ – безразмерной величины, характеризующей интенсивность теплообмена по длине ствола l на его внутренней ($I = 1$) и внешней ($I = 2$) границах, использованы зависимости, в которых критерии подобия построены по определяющим размерам пространства, где происходит теплоотдача, а в качестве определяющей выбрана температура потока по длине ствола l : температура газов T_1 внутри, температура воздуха T_2 снаружи ствола. Температура газов T_1 рассчитывается решением основной задачи внутренней баллистики [23]. Массив значений температуры воздуха T_2 в функции высоты применения ААО задается на основе стандартной атмосферы СА-81 [24]. Обозначения коэффициентов теплопроводности λ_I , $I = 1, 2$, сходные с обозначением классификатора границ теплоотдачи в стволе, имеют смысл теплопроводностей газов λ_1 ($I = 1$) и воздуха λ_2 ($I = 2$).

При моделировании движения теплоносителя в канале ствола и воздуха при продольном обтекании внешней поверхности ствола при числе Маха $M > 1$ наблюдается турбулентный пограничный слой, т. е. реализуется турбулентный режим течения ($Re_1 \geq 10^4$), а при отношении определяющих размеров (длины l и диаметра d) канала ствола $l/d \approx 50$ теплоотдачу можно вычислять по формулам для собственных явлению режимов течения теплоносителей.

Очевидно, что конвективный теплообмен в стволе носит нестабилизированный характер турбулентного режима течения, так как течение газов происходит в небольшом объеме. Лишь при перемещении подвижной границы взаимодействия (дна снаряда) к дульному срезу наблюдается некоторая стабилизация потока. Общий вид критериального уравнения для газов при течении теплоносителя в каналах кольцевого сечения при указанных условиях ($Re_1 > 10^4$) имеет вид:

$$Nu_I = A Re_1^k Pr_1^u k_z, \quad (2)$$

где A , κ , ν – коэффициенты, определяемые из опытов; k_z – поправочный коэффициент, учитывающий изменение коэффициента теплоотдачи от газов к каналу ствола α_1 на участке стабилизации потока.

Обобщением существующих данных [3; 25–28] установлена следующая зависимость для определения числа Nu_1 в выражении (2) при вынужденной конвекции газов в оребренном канале кольцевого сечения:

$$Nu_1 = 0,023 Re_1^{0,8} Pr_1^{0,43}. \quad (3)$$

В формуле (3) коэффициент $k_z = 1$ при $l \geq 15d$.

С внешней поверхности ствола тепло будет отводиться потоком воздуха, имеющим высокие скорости обдува. Так как течение воздуха происходит в значительно большем объеме, конвективный теплообмен у внешней стенки ствола подчинен переходному режиму течения и характеризуется большей стабилизацией потока. При переходном ($2100 < Re_2 \leq 10^4$) стабилизированном течении воздуха для определения числа Nu_2 рекомендуется следующая зависимость:

$$Nu_2 = A Re_2^\kappa. \quad (4)$$

Рядом авторов путем обработки наиболее точных данных получено выражение для определения числа Nu_2 при течении воздуха вдоль поверхности цилиндра переменного сечения [9; 25; 29; 30]. Обработка опытных данных показала, что значения числа Nu_2 в выражении (4) пропорциональны числу $Re_2^{0,8}$:

$$Nu_2 = 0,034 Re_2^{0,8}. \quad (5)$$

Формула (5) справедлива при отношении внутреннего и наружных радиусов цилиндра, не превышающего 0,2. Как сообщают авторы, опытные данные хорошо согласуются между собой в пределах 10–12 %.

Числа Re , $I = 1, 2$, в формулах вида (2), (4), характеризующее отношение сил инерции к силам молекулярного трения, определим согласно следующим выражениям:

– число Re_1 в формуле (2) для газов при течении в канале ствола поставим в зависимость от скорости газов при выстреле v_1 , рассчитываемой также решением основной задачи внутренней баллистики [23] и справочного значения коэффициента динамической вязкости газов η_1 [3; 4]:

$$Re_1 = \frac{v_1 l}{\eta_1}; \quad (6)$$

– число Re_2 в формуле (4) для воздуха при течении вдоль поверхности ствола вычислим по значению скорости набегающего потока воздуха при стрельбе v_2 , которая при комфортном (внутрифузеляжном) размещении ААО отождествляется со скоростью летательного аппарата и также паспортного значения коэффициента кинематической вязкости воздуха μ_2 [25]:

$$Re_2 = \frac{v_2 l}{\mu_2}.$$

Число Pr_1 в формуле (2), характеризующее подобие скоростных и температурных полей в потоке газов, определим по формуле

$$Pr_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{\eta_1 c_1}{\lambda_1}, \quad (7)$$

где a_1 – коэффициент температуропроводности газов.

В газоимпульсных системах, к которым относятся образцы ААО, часто передаются большие удельные тепловые потоки. Интенсивный теплообмен газов с поверхностями ствола достигается при значительных градиентах температуры теплообменника по радиусу канала, т. е. при больших температурных напорах $[T_1 - T]$, $[T - T_2]$. Теплофизические свойства теплоносителей

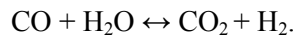
зависят, прежде всего, от мгновенных значений температуры газов T_1 , и для расчета физических характеристик газов нужно знать физические характеристики их компонентов при высоких температурах. Поэтому для расчета значений определяющих критериев подобия и коэффициента теплоотдачи необходимы вычисления значений физических параметров газов, являющихся газовой смесью.

Способ учета зависимости физических параметров газовой смеси от текущей температуры газов

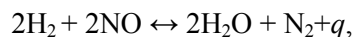
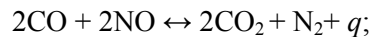
При намеченных конкретизациях в моделировании конвективных процессов пристенных течений будем исходить из того, что пороха, применяемые для снаряжения унитарных патронов к ААО, по химическому элементарному составу представляют собой соединения углерода, водорода, кислорода, азота с содержанием внутримолекулярного кислорода, достаточным для полного превращения горючих элементов в газ. Вследствие этого при их горении получают, главным образом, газообразные продукты, и лишь в некоторых случаях образуется небольшое количество твердых веществ.

Исследования показывают [4; 31], что основными продуктами горения порохов являются углекислый газ CO_2 , угарный газ CO , азот N_2 , водород H_2 и пары воды H_2O . В отдельных случаях продукты превращения могут содержать метан CH_4 , но в обычных условиях горения этих продуктов содержится очень мало.

Состав продуктов превращения зависит от природы пороха и условий, в которых горит порох данной природы. Чем больше кислородный баланс пороха, тем больше в продуктах горения содержится углекислого газа CO_2 и воды H_2O , т. е. продуктов полного окисления. Чем меньше кислородный баланс пороха, тем больше продуктов неполного сгорания – угарного газа CO и водорода H_2 . Соотношение между основными продуктами определяется равновесием реакции водяного газа:



Качественный и количественный состав продуктов горения может несколько меняться в зависимости от давления газов при выстреле и условий охлаждения продуктов, так как при горении пороха в замкнутом объеме давление газов при выстреле определяется условиями заряжания ААО. С наращиванием условий заряжания и при возрастании давления газов при выстреле, содержание углекислого газа CO_2 и метана CH_4 несколько увеличивается, а содержание угарного газа CO и водорода H_2 уменьшается. Объясняется это, с одной стороны, течением вторичных реакций, а с другой, иным направлением реакций взрывчатого превращения. Появление окислов азота NO в продуктах горения порохов связано с тем, что горение протекает в несколько стадий, описываемых температурным профилем Серебрякова – Зельдовича – Беляева [1; 4; 31]. Окислы азота NO являются промежуточными продуктами и в последней стадии горения пороха взаимодействуют с продуктами неполного сгорания по реакциям:



где q – теплота реакции горения газов.

Проведенный теоретический анализ химического состава, процентного содержания и энергетических характеристик порохов, использующихся для снаряжения унитарных патронов к ААО, показал, что для определения коэффициентов теплопроводности, динамической вязкости и теплоемкости i -го компонента смеси газов ($\lambda_{i_1}, \eta_{i_1}, c_{i_1}, i = \overline{1,5}$) могут быть использованы аппроксимирующие аналитические зависимости [1; 25], конкретизирующие формулы (6), (7).

Для газа CO_2 ($i = 1$):

$$\lambda_{i_1} = (5,89832 + 0,0963058 T_1 - 0,000757319 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (8)$$

$$\eta_{11} = (5,60846 + 0,043375 T_1 - 0,0007347768 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (9)$$

$$c_{11} = 21,6966 + 0,090772 T_1 - 0,00243224 T_1^{3/2} + 0,0000187612 T_1^2. \quad (10)$$

Для газа CO ($i = 2$):

$$\lambda_{12} = (4,01627 + 0,0861 T_1 - 0,000614918 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (11)$$

$$\eta_{12} = (8,19784 + 0,043251 T_1 - 0,000325791 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (12)$$

$$c_{12} = 24,4476 + 0,0181285 T_1 - 0,000357338 T_1^{3/2} - 1,89466 \cdot 10^{-6} T_1^2; \quad (13)$$

Для газа H₂O ($i = 3$):

$$\lambda_{13} = (-20,3507 + 0,17663 T_1 - 0,00057079 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (14)$$

$$\eta_{13} = (-0,0346853 + 0,55828 T_1 - 0,000452251 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-6}; \quad (15)$$

$$c_{13} = 28,90216 + 0,0105406 T_1 + 0,000198288 T_1^{3/2} - 4,36359 \cdot 10^{-6} T_1^2. \quad (16)$$

Для газа H₂ ($i = 4$):

$$\lambda_{14} = (80,3534 + 0,375747 T_1 - 0,000917275 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (17)$$

$$\eta_{14} = (4,28174 + 0,019866 T_1 - 0,000146665 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-6}; \quad (18)$$

$$c_{14} = 30,9404 - 0,0147268 T_1 + 0,000637427 T_1^{3/2} - 6,05625 \cdot 10^{-6} T_1^2. \quad (19)$$

Для газа N₂ ($i = 5$):

$$\lambda_{15} = (5,1584 + 0,0784756 T_1 - 0,000534648 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (20)$$

$$\eta_{15} = (8,47204 + 0,0401594 T_1 - 0,000297397 T_1^{3/2}) \cdot 10^{-3}; \quad (21)$$

$$c_{15} = 25,2938 + 0,0128032 T_1 - 0,000180876 T_1^{3/2} + 3,33147 \cdot 10^{-7} T_1^2. \quad (22)$$

Формулы (8)–(22) применимы при температурах газов $400 \text{ K} \leq T_1 \leq 3000 \text{ K}$.

Для расчета физических характеристик смеси по значениям для отдельных компонентов газов удовлетворительными являются методы, разработанные для исследования объектов в смежных предметных областях и систематизированные в источнике [25].

Для расчета коэффициента теплопроводности смеси газов применима зависимость

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{i=1}^5 \varepsilon_i \cdot m_i \cdot \lambda_{1i}}{m_{\text{см}}}, \quad (23)$$

где ε_i – мольная доля i -го компонента смеси газов; m_i – молярная масса i -го компонента смеси газов; $m_{\text{см}}$ – молярная масса смеси газов.

Величины мольных долей ε_i и молярных масс m_i i -х компонентов смеси газов ($i = \overline{1,5}$) доступны в справочниках, задачниках или приложениях учебной литературы, например, [3; 4; 25]. Для расчета молярной массы смеси газов в выражении (23) использована известная в теплофизике формула:

$$m_{\text{см}} = \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i \cdot m_i.$$

Для расчета коэффициента динамической вязкости смеси газов принята формулировка

$$\eta_1 = \left(\sum_{i=1}^5 \frac{\varepsilon_i}{\eta_{1i}} \right)^{-1}.$$

Расчет коэффициента теплоемкости смеси газов выполнен согласно выражению

$$c_1 = \sum_i^5 \varepsilon_i \cdot c_{1i}.$$

Необходимо отметить, что приведенные критериальные уравнения, служащие для определения полного коэффициента теплоотдачи от газов к каналу ствола и от внешней поверхности ствола к воздуху α_i , $i = 1, 2$, не являются универсальными зависимостями и приведены для вполне конкретных условий, характеризующихся формой поперечного сечения ствола, теплофизическими свойствами газов и материала стали ствола, а также нестационарностью течения газов.

Определение состояния теплоносителей при применении ААО сводится к многократному расчету критериального уравнения (3) по формулам (6), (7) и с построением функций: $\lambda_{1i}(T_1)$, $i = \overline{1, 5}$ вида (8), (11), (14), (17), (20); $\eta_{1i}(T_1)$, $i = \overline{1, 5}$ вида (9), (12), (15), (18), (21); $c_{1i}(T_1)$, $i = \overline{1, 5}$ вида (10), (13), (16), (19), (22). Программные запросы величин температуры газов T_1 осуществляются для каждого шага интегрирования системы уравнений внутренней баллистики, сгруппированной в [23].

Расчет критериального уравнения (5) константен при постоянстве величин заданной скорости летательного аппарата v_2 и справочного значения коэффициента кинематической вязкости воздуха μ_2 .

Завершенной формой моделирования процессов околостенных течений газов и воздуха при малокалиберном артиллерийском выстреле явилась машинная программа, позволяющая рассчитывать параметры теплоотдачи по значениям физических параметров смеси газов. Машинная программа образована и отлажена с использованием программного продукта Microsoft Developer Studio, среды Fortran Power Station 4.0 и алгоритмического языка Фортран-90.

Вследствие обусловленного уровня абстракции и по причине неизбежной потери части информации, представленная модель не дает полную картину, характеризующую исследуемые физические процессы. Обоснование частных формулировок и дальнейшие обсуждения следствий представляются возможными после проверки адекватности модели реальным процессам теплообмена между стволом и окружающими теплоносителями.

Проверка адекватности модели

Установление совокупности свойств модели, обнаруживающих ее пригодность к решению поставленной задачи, возможно по направлениям сравнения результатов математического моделирования с данными натурных экспериментов и ранее полученными результатами теоретических работ. Такой подход позволяет значительно повысить объективность выводов.

Сравнительные графики результатов математического моделирования процесса теплоотдачи при выстреле с ранее полученными алогичными теоретическими решениями и заимствованными экспериментальными данными [32] представлены на рис. 1. Проверка адекватности модели выполнена с обязательным соблюдением условий теплового и геометрического подобия, заявленных выше.

Анализ результатов расчета интенсивности воздействия теплоносителей на ствол показал повышение точности в схождении к опыту теоретических результатов определения параметров теплоотдачи при выстреле на 19 %. Следовательно, с помощью предлагаемого инструмента возможно с большей точностью устанавливать значения количества тепла, поступающего в канал и отводимого с внешней стенки ствола при различных условиях стрельбы из ААО.

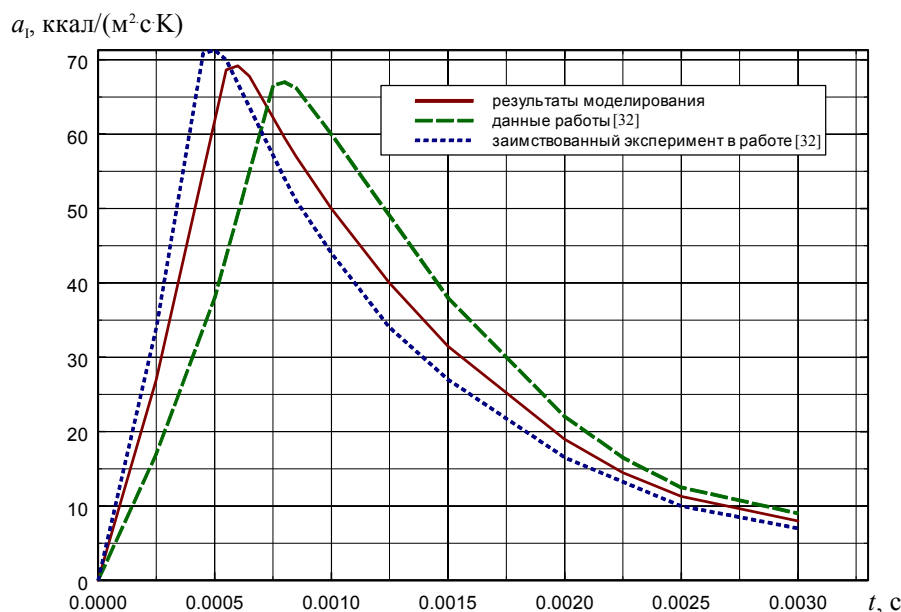


Рис. 1. Зависимость полного коэффициента теплоотдачи от времени при малокалиберном артиллерийском выстреле

Fig. 1. The dependence of the total heat transfer coefficient on time for a small-caliber artillery shot

Перспективы дальнейшего распространения решений при исследовании ААО

Практическое применение разработанного инструментария оценки интенсивности теплового нагружения ствола способствует совершенствованию количественных подходов в решении задач, косвенно или напрямую связанных с теплофизическими аспектами мероприятий модернизации конструктивных схем и алгоритмов применения ААО. Включением предлагаемой модели в состав формализаций более высокого уровня иерархии исключается необходимость оперирования достаточно объемными конструкциями выражения связей, образуемых в случае абсолютно совершенной постановки рассматриваемой задачи.

Первостепенное значение выделенных количественных параметров, оказывающих основное влияние на нагрев и остывание ствола, аргументируется наличием дополнительных возможностей при выработке требований на новые разработки (модернизации) ААО различных схем автоматизации.

Тем не менее, как и прежде, остаются открытыми вопросы:

- снятия ряда допущений при расчете температуры газов T_1 , значения которой в виде переменных входят в аппроксимирующие аналитические зависимости (8)–(22), формирующие через выражения (6) и (7) критериальное уравнение (3);
- невозможности полного учета зависимости теплофизических параметров воздуха от высоты применения ААО в критериальном уравнении (5) вследствие теоретической сложности и значительной ресурсоемкости динамических математических моделей атмосферы.

Заключение

Способами и приемами теории термодинамического подобия синтезирован один из возможных вариантов модели, позволяющей достаточно объективно производить идентификацию быстропротекающих процессов передачи тепла при движении газов в канале и воздуха у внешней стенки ствола. Следует ожидать, что дальнейшее аккумулирование знаний теории теплопередачи будет идти по пути более глубокого изучения явлений и более точного математического описания ААО в термодинамической постановке. Исходя из этих позиций обоснованы направления совершенствования рекомендуемого подхода.

Внедрение предлагаемой модели в практику проектирования и испытаний ААО позволит получать объективные оценки качества функционирования ААО при минимизации планов натурных экспериментов, сократить сроки и материальные ресурсы проведения опытно-конструкторских работ.

Библиографические ссылки

1. Бартльме Ф. Газодинамика горения. М. : Энергоиздат, 1981. 280 с.
2. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М. : Энергоиздат, 1985. 320 с.
3. Проектирование ракетных и ствольных систем / под ред. Б. В. Орлова. М. : Машиностроение, 1974. 828 с.
4. Серебряков М. Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. М. : Оборонгиз, 1962. 703 с.
5. Зайцев А. С. Проектирование артиллерийских стволов. Ч. II. Специальные вопросы. М. : Изд-во ГК СССР по народному образованию, 1988. 114 с.
6. Идентификационно-имитационная математическая модель теплофизического нагружения малокалиберного артиллерийского ствола / А. В. Подкопаев, А. Б. Бабаджанов, И. А. Подкопаев и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2022. Т. 23, № 2. С 209–226.
7. Зарубин В. С., Станкевич И. В. Расчет теплонапряженных конструкций. М. : Машиностроение, 2005. 352 с.
8. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М. : Энергоиздат, 1981. 416 с.
9. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / под ред. В. К. Кошкина. М. : Машиностроение, 1975. 624 с.
10. Сапожников С. В., Китанин Л. В. Техническая термодинамика и теплопередача. СПб. : СПбГТУ, 1999. 319 с.
11. Крэйт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи. М. : Мир, 1983. 512 с.
12. Леонтьев А. И., Фафурин А. В. Нестационарный турбулентный слой в начальном участке трубы // Инженерно-физический журнал. 1973. Т. 25, № 3. С. 14–19.
13. Гусев С. А., Николаев В. Н. Параметрическая идентификация теплового состояния радиоэлектронного оборудования в приборном отсеке самолета // Сибирский журнал науки и технологий. 2019. Т. 20, № 1. С. 62–67.
14. Cruz C., Marshall A. Surface and gas measurements along a film cooled wall // Thermophysics and Heat Transfer. 2007. No. 21. P. 181–189.
15. Анализ экспериментальных данных по плавлению и движению расплава металла по цилиндрической поверхности / П. Д. Лобанов, Э. В. Усов, А. И. Светоносов и др. // Теплофизика и аэромеханика. 2020. № 3. С. 483–490.
16. Васильев Е. Н. Расчет характеристик теплообмена оребренной стенки // Сибирский аэрокосмический журнал. 2020. Т. 21, № 2. С. 226–232.
17. Зуев А. А., Арнгольд А. А., Ходенкова Э. В. Теплоотдача в поле центробежных сил для элементов газовых турбин // Сибирский аэрокосмический журнал. 2020. Т. 21, № 3. С. 364–376.
18. Ашурков А. А., Лазовик И. Н., Никитенко Ю. В. Исследование процесса износа стволов импульсных тепловых машин комплексов авиационного вооружения // Проблемы повышения боевой готовности, боевого применения, технической эксплуатации и обеспечения безопасности полетов летательных аппаратов с учетом климатических условий Сибири, Забайкалья и Дальнего Востока : материалы XIII Всерос. науч.-техн. конф. (25–27 июня 2003, г. Иркутск) : в 2 ч. / ИВАИИ. Иркутск, 2003. Ч. 1. С. 97–100.
19. Даниленко Р. А., Подкопаев А. В. Синтез математической модели функционирования системы «оружие – патрон» на основе решения квазилинейного нестационарного уравнения теплопроводности // Академические Жуковские чтения. : материалы V Всерос. науч.-практ. конф. (22–23 ноября 2017, г. Воронеж) / ВУНЦ ВВС «ВВА». Воронеж, 2018. С. 67–73.

20. Захарченко А. С., Ашурков А. А., Лазовик И. Н. Способ оценки живучести стволов авиационного артиллерийского оружия // Проблемы повышения боевой эффективности ракетно-артиллерийского вооружения : материалы XIV Всерос. науч.-практ. конф. (14–17 марта 2006, г. Москва) / ВВИА им. Н. Е. Жуковского. Москва, 2006. С. 28–35.
21. Подкопаев А. В., Гусев А. В. Исследование возможности уточнения конечно-разностной схемы решения многомерных задач теплопроводности // Инновации в авиационных комплексах и системах военного назначения : материалы Всерос. науч.-практ. конф. (26 ноября 2009, г. Воронеж) : в 12 ч. / ВАИУ. Воронеж, 2009. Ч. 11. С. 157–161.
22. Экспериментальные исследования предельных тепловых нагрузок на ствол скорострельной пушки / А. В. Подкопаев, Н. Ф. Крайнов, И. Н. Лазовик и др. // Проблемы повышения боевой готовности, боевого применения, технической эксплуатации и обеспечения безопасности полетов летательных аппаратов с учетом климатических условий Сибири, Забайкалья и Дальнего Востока : материалы XIII Всерос. науч.-техн. конф. (25–27 июня 2003, г. Иркутск) : в 2 ч. / ИВАИИ. Иркутск, 2003. Ч. 1. С. 127–129.
23. Комбинированная математическая модель внутренней и промежуточной баллистики авиационного артиллерийского оружия / А. Б. Бабаджанов, И. А. Подкопаев, А. В. Подкопаев и др. // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2022. Вып. 4. С. 177–185.
24. ГОСТ 4401–81. Атмосфера стандартная. Параметры. М. : Изд-во стандартов. 2004. 180 с.
25. Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена / В. Н. Афанасьев, С. И. Исаев, И. А. Кожин и др.; под ред. В. И. Крутова и Г. Б. Петражицкого. СПб. : БВХ-Петербург, 2011. 384 с.
26. Петухов Б. С., Ройзен Л. И. Обобщенные зависимости для теплоотдачи в трубах кольцевого сечения // Теплофизика высоких температур. 1974. Т. 12, № 13. С. 31–34.
27. Петухов Б. С., Ройзен Л. И. Теплоотдача при турбулентном течении газа в трубах кольцевого сечения // Извещение академии наук СССР. Энергетика и транспорт. 1967. № 1. С. 8–14.
28. Петухов Б. С., Ройзен Л. И. Экспериментальное исследование теплообмена при турбулентном течении газа в трубах кольцевого сечения // Теплофизика высоких температур. 1963. Т. 1, № 3. С. 19–24.
29. Галин Н. М. Теплообмен при турбулентном течении газов у шерховатых стенок // Теплоэнергетика. 1967. № 5. С. 11–14.
30. Норкин Н. Н., Чащин С. В. Исследование теплоотдачи и гидродинамических сопротивлений при продольном обтекании потоком сравнительно коротких ребристых труб // Теплоэнергетика. 1963. № 6. С. 42–51.
31. Миропольский Ф. П., Морозов А. А., Пырьев Е. В. Баллистика авиационных средств поражения. Ч. 1. Внутренняя баллистика ствольных систем и ракетные двигатели твердого топлива. М. : ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 2008. 255 с.
32. Подкопаев А. В. Способ определения коэффициента теплоотдачи для расчета температурного поля ствола скорострельного артиллерийского орудия // Современное состояние и перспективы развития летательных аппаратов, их силовых установок и комплексов авиационного вооружения : материалы Всерос. науч.-практ. конф. (16–17 мая 2012, г. Воронеж) : в 12 ч. / ВУНЦ ВВС «ВВА». Воронеж, 2012. Ч. 3. С. 202–204.

References

1. Bartl'me F. *Gazodinamika goreniya* [Gas dynamics of combustion]. Moscow, Energoizdat Publ., 1981, 280 p.
2. Kutateladze S. S., Leontiev A. I. *Teplomassoobmen i treniye v turbulentnom pogranichnom sloye* [Heat and mass transfer and friction in a turbulent boundary layer]. Moscow, Energoizdat Publ., 1985, 320 p.

3. *Proyektirovaniye raketnykh i stvol'nykh sistem* [Design of rocket and barrel systems]. Ed. by B. V. Orlov. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1974, 828 p.
4. Serebryakov M. E. *Vnutrennyaya ballistika stvol'nykh sistem i porokhovyykh raket* [Internal ballistics of barrel systems and powder rockets]. Moscow, Oborongiz Publ., 1962, 703 p.
5. Zaitsev A. S. *Proyektirovaniye artilleriyskikh stvolov. Ch. II. Spetsial'nyye voprosy* [Designing artillery barrels. P. II. Special questions]. Moscow, MC of the USSR on public education Publ., 1988, 114 p.
6. Podkopaev A. V., Babadzhanyan A. B., Podkopaev I. A., Dolzhikov V. I. [Identification and simulation mathematical model of thermo and physical loading of a small-caliber artillery barrel]. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal*. 2022, Vol. 23, No. 2, P. 209–226 (In Russ.).
7. Zarubin V. S., Stankevich I. V. *Raschet teplotnapryazhennykh konstruktov* [Calculation of heat-stressed structures]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 2005, 352 p.
8. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Energoizdat Publ., 1981, 416 p.
9. *Osnovy teploperedachi v aviatsionnoy i raketno-kosmicheskoy tekhnike* [Fundamentals of heat transfer in aviation and rocket-space technics]. Ed. by V. K. Koshkin. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1975, 624 p.
10. Sapozhnikov S. V., Kitanin L. V. *Tekhnicheskaya termodinamika i teploperedacha* [Technical thermodynamics and heat transfer]. St. Petersburg, SPbSTU Publ., 1999, 319 p.
11. Krayt F., Black W. *Osnovy teploperedachi* [Fundamentals of heat transfer]. Moscow, Mir Publ., 1983, 512 p.
12. Leontiev A. I., Fafurin A. V. [Non-stationary turbulent layer in the initial section of the pipe]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*. 1973, Vol. 25, No. 3, P. 14–19 (In Russ.).
13. Gusev S. A., Nikolaev V. N. [Parametric identification of the thermal state of electronic equipment in the aircraft instrument compartment]. *Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologii*. 2019, Vol. 20, No. 1, P. 62–67 (In Russ.).
14. Cruz C., Marshall A. Surface and gas measurements along a film cooled wall. *Thermophysics and Heat Transfer*, 2007, No. 21. P. 181–189.
15. Lobanov P. D., Usov E. V., Svetonosov A. I., Lezhnin S. I. [Analysis of experimental data on melting and movement of a metal melt over a cylindrical surface]. *Teplofizika i aeromekhanika*. 2020, No. 3, P. 483–490 (In Russ.).
16. Vasiliev E. N. [Calculation of heat transfer characteristics of a ribbed wall]. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal*. 2020, Vol. 21, No. 2, P. 226–232 (In Russ.).
17. Zuev A. A., Arngold A. A., Khodenkova E. V. [Heat transfer in the field of centrifugal forces for elements of gas turbines]. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal*. 2020, Vol. 21, No. 3, P. 364–376 (In Russ.).
18. Ashurkov A. A., Lazovik I. N., Nikitenko Yu. V. [Study of the process of wear of barrels of pulsed heat engines of aviation weapons systems]. *Materialy XIII Vseros. nauch.-tekhn. konf. "Problemy povysheniya boyevoy gotovnosti, boyevogo primeneniya, tekhnicheskoy ekspluatatsii i obespecheniya bezopasnosti poletov letatel'nykh apparatov s uchetom klimaticheskikh usloviy Sibiri, Zabaykal'ya i Dal'nego Vostoka"* [Materials XIII All-Russ. Scient. and Technic. Conf. "Problems of increasing combat readiness, combat use, technical operation and ensuring flight safety of aircraft, taking into account the climatic conditions of Siberia, Transbaikalia and the Far East"]. Irkutsk, 2003, P. 97–100 (In Russ.).
19. Danilenko R. A., Podkopaev A. V. [Synthesis of a mathematical model for the functioning of the "weapon-cartridge" system based on the solution of a quasi-linear non-stationary heat conduction equation]. *Materialy V Vseros. nauch.-prakt. konf. "Akademicheskoye Zhukovskoye chteniye"* [Materials V All-Russ. Scient. and Practic. Conf. "Academic Zhukovsky reading"]. Voronezh, 2018, P. 67–73 (In Russ.).
20. Zakharchenko A. S., Ashurkov A. A., Lazovik I. N. [A method for assessing the survivability of aircraft artillery weapon barrels]. *Materialy XIV Vseros. nauch.-prakt. konf. "Problemy*

povysheniya boyevoy effektivnosti raketno-artilleriyskogo vooruzheniya” [Materials XIV All-Russ. Scient. and Practic. Conf. “Problems of increasing the combat effectiveness of rocket and artillery weapons”]. Moscow, 2006, P. 28–35 (In Russ.).

21. Podkopaev A. V., Gusev A. V. [Study of the possibility of refining the finite-difference scheme for solving multidimensional problems of heat conduction]. *Materialy Vseros. nauch.-prakt. konf. “Innovatsii v aviatsionnykh kompleksakh i sistemakh voyennogo naznacheniya*” [Materials All-Russ. Scient. and Practic. Conf. “Innovations in aviation complexes and military systems”]. Voronezh, 2009, P. 157–161 (In Russ.).

22. Podkopaev A. V., Krainov N. F., Lazovik I. N., Morozov S. A. [Experimental studies of limiting thermal loads on the barrel of a rapid-firing gun]. *Materialy XIII Vseros. nauch.-tekhn. konf. “Problemy povysheniya boyevoy gotovnosti, boyevogo primeneniya, tekhnicheskoy ekspluatatsii i obespecheniya bezopasnosti poletov letatel'nykh apparatov s uchetom klimaticheskikh usloviy Sibiri, Zabaykal'ya i Dal'nego Vostoka*” [Materials XIII All-Russ. Scient. and Technic. Conf. “Problems of increasing combat readiness, combat use, technical operation and ensuring flight safety of aircraft, taking into account the climatic conditions of Siberia, Transbaikalia and the Far East”]. Irkutsk, 2003, P. 127–129 (In Russ.).

23. Babadzhanyan A. B., Podkopaev I. A., Podkopaev A. V., Dolzhikov V. I. [Combined mathematical model of internal and intermediate ballistics of aviation artillery weapons]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskoye nauch. izdaniye*. 2022, Ser. 4, P. 177–185 (In Russ.).

24. GOST 4401–81. *Atmosfera standartnaya. Parametry* [GOST 4401–81. The atmosphere is standard. Options]. Moscow, Standartinform Publ., 2004, 180 p.

25. *Zadachnik po tekhnicheskoy termodinamike i teorii teplomassoobmena* [Task book on technical thermodynamics and the theory of heat and mass transfer]. Ed. by V. I. Krutov and G. B. Petrazhitsky. St. Petersburg, BVH-Petersburg Publ., 2011, 384 p.

26. Petukhov B. S., Roizen L. I. [Generalized dependences for heat transfer in pipes of an annular section]. *Teplofizika vysokikh temperatur*. 1974, Vol. 12, No. 13, P. 31–34 (In Russ.).

27. Petukhov B. S., Roizen L. I. [Heat transfer during turbulent gas flow in pipes with an annular cross section]. *Izvestiya akademii nauk SSSR. Energetika i transport*. 1967, No. 1, P. 8–14 (In Russ.).

28. Petukhov B. S., Roizen L. I. [Experimental study of heat transfer during turbulent gas flow in pipes of an annular section]. *Teplofizika vysokikh temperatur*. 1963, Vol. 1, No. 3, P. 19–24 (In Russ.).

29. Galin N. M. [Heat transfer in turbulent flow of gases near rough walls]. *Teploenergetika*. 1967, No. 5, P. 11–14 (In Russ.).

30. Norkin N. N., Chashchin S. V. [Investigation of heat transfer and hydrodynamic resistance in longitudinal flow around relatively short finned tubes]. *Teploenergetika*. 1963, No. 6, P. 42–51 (In Russ.).

31. Miropolsky F. P., Morozov A. A., Pyriev E. V. *Ballistika aviatsionnykh sredstv porazheniya. Ch. 1. Vnutrennyaya ballistika stvol'nykh sistem i raketnyye dvigateli tverdogo topliva* [Ballistics of means of destruction. P. 1. Internal ballistics of barrel systems and solid propellant rocket engines]. Moscow, AFIA named after N. E. Zhukovsky Publ., 2008, 255 p.

32. Podkopaev A. V. [Modus for determining the heat transfer coefficient for calculating the temperature field of the barrel of a rapid-firing artillery gun]. *Materialy Vseros. nauch.-prakt. konf. “Sovremennoye sostoyaniye i perspektivy razvitiya letatel'nykh apparatov, ikh silovykh ustanovok i kompleksov aviatsionnogo vooruzheniya*” [Materials All-Russ. Scient. and Practic. Conf. “The current state and prospects for the development of aircraft, their power plants and aviation weapons systems”]. Voronezh, 2012, P. 202–204 (In Russ.).

Подкопаев Илья Александрович – адъюнкт; Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина». E-mail: ilya.podkopaev.96@bk.ru.

Подкопаев Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры эксплуатации комплексов авиационного вооружения (и прицельных систем); Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина». E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru.

Должиков Василий Иванович – кандидат технических наук, доцент, начальник кафедры эксплуатации комплексов авиационного вооружения (и прицельных систем); Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина». E-mail: Link707@mail.ru.

Podkopaev Ilya Aleksandrovich – adjunct; Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin”. E-mail: ilya.podkopaev.96@bk.ru.

Podkopaev Aleksandr Vladimirovich – Cand. Sc., associate professor, professor of the department operation of aircraft weapon systems (and sighting systems); Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin”. E-mail: aleksanpodkopaev@mail.ru.

Dolzhikov Vasily Ivanovich – Cand. Sc., associate professor, head of the department operation of aircraft weapon systems (and sighting systems); Air Force Military educational and scientific center “Air Force academy named after professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin”. E-mail: Link707@mail.ru.

УДК 539.3

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-482-500

Для цитирования: Сабилов Р. А., Фисенко Е. Н. Моделирование невесомости подвешенной на тросах системы балок изменением сил натяжения // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 482–500. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-482-500.

For citation: R. A. Sabirov, Fisenko E. N. [Modeling of suspended weightlessness on the cables of the beam system, by changing the tension forces]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 482–500. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-482-500.

Моделирование невесомости подвешенной на тросах системы балок изменением сил натяжения

Р. А. Сабилов, Е. Н. Фисенко

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31
E-mail: rashidsab@mail.ru

Рассматривается проблема имитации невесомости систем балок, подвешенных на нерастяжимых тросах. Имитация невесомости означает обнуление или уменьшение какого-либо выбранного силового фактора (например, реакции опоры или момента в опоре или сочленении) и кинематического фактора (прогиба или угла поворота). Требуется подобрать усилия в тросах такими, чтобы сумма квадратов прогибов в точках упругой линии балки была минимальной.

Задача формулируется как задача нелинейного программирования, осуществляется поиск минимума целевой функции с ограничениями в виде уравнений равновесия. В общем виде все выписанные для геометрически изменяемой системы уравнения линейно-зависимы. Из системы уравнений выбираются параметры, при которых векторы вводятся в базис, а оставшиеся параметры считаются свободными и являются координатами целевой функции. Задача свелась к задаче квадратичного программирования без ограничений. Частные производные по координатам дают систему линейных алгебраических уравнений, позволяющую определить координаты, принятые как свободные параметры, а затем вычислить и координаты, введенные в базис. Опорный план нелинейных задач оптимизации может иметь локальные минимумы. Показано, что при любом начальном базисе, оптимальный план единственный.

Для вычисления прогибов балки применяется метод начальных параметров. В качестве начальных параметров рассматриваются прогиб, угол поворота, дополнительные углы поворота в шарнирных сочленениях, а также реакция и изгибающий момент. Континуальная задача переводится в дискретную ограничением количества точек, в которых вычисляются прогибы. Целевая функция имеет конечное число переменных. Определяется, какое количество выбранных точек на упругой линии балок является достаточным для обеспечения сходимости функций прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил с целью приложения к практическим расчетам.

Выполнена оптимизация прогибов балки, шарнирно закрепленной, подвешенной на двух тросах с проверкой решений, сменой базисных переменных и исследованием сходимости в зависимости от выбора количества точек, в которых вычисляются прогибы.

Проанализировано деформирование систем двутавровых балок, соединенных шарнирами между собой, имеющими в условиях гравитации погонный вес. Для имитации невесомости системы подкрепляются тросами. Рассмотрены граничные условия: жесткое заземление; шарнирно-неподвижное опирание, скользящая заделка, свободный край. Модели систем трех балок при имитации невесомости в определенной степени эквивалентны. Вид граничного условия в большей мере влияет на первую балку. Силы натяжения тросов выравнивают деформированное и напряженное состояние в последующих балках. Любую из рассмотренных систем с представленными граничными условиями можно перевести в эквивалентную ей, изменив граничные силовые факторы, задав моменты или установив пружину с заданной жесткостью и корректировкой натяжения тросов.

Ключевые слова: прогибы балок, метод начальных параметров, нелинейное программирование, регулирование прогибов и внутренних сил, имитация невесомости, обезвешивание балок.

Modeling of suspended weightlessness on the cables of the beam system, by changing the tension forces

R. A. Sabirov, E. N. Fisenko

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation
E-mail: rashidsab@mail.ru

The problem of weightlessness simulation of beam systems suspended on inextensible cables is considered. Imitation of weightlessness means zeroing or reducing any selected force factor (for example, the reaction of the support or the moment in the support or joint), and the kinematic factor (deflection or angle of rotation). It is required to select the forces in the cables such that the sum of the squares of the deflections at the points of the elastic line of the beam is minimal.

The problem is formulated as a nonlinear programming problem; the search for the minimum of the objective function with constraints, in the form of equilibrium equations, is carried out. In general, all equations written out for a geometrically variable system are linearly dependent. Parameters are selected from the system of equations, the vectors at which are entered into the basis, and the remaining parameters are considered free and are the coordinates of the objective function. The problem was reduced to the problem of quadratic programming without restrictions. Partial derivatives of coordinates give a system of linear algebraic equations that allows you to determine the coordinates taken as free parameters, and then calculate the coordinates entered into the basis. The reference plan of nonlinear optimization problems can have local minima; it is shown that for any initial basis, the optimal plan is the only one.

To calculate the deflections of the beam, the method of initial parameters is used. Deflection, angle of rotation, additional angles of rotation in articulated joints are considered as initial parameters; as well as the reaction and bending moment. The continuum problem is transformed into a discrete one by limiting the number of points at which deflections are calculated. The objective function has a finite number of variables. It is determined which number of selected points on the elastic line of the beams is sufficient to ensure the convergence of the functions of deflections, angles of rotation, bending moments and transverse forces for the purpose of application to practical calculations.

Optimization of deflections of a beam pivotally fixed, suspended on two cables with verification of solutions, change of basic variables and convergence study depending on the choice of the number of points at which deflections are calculated is performed.

The deformation of systems of I-beams connected by hinges to each other, having linear weight in gravity conditions, is analyzed. To simulate weightlessness, the system is supported by six cables. The boundary conditions are considered: – rigid pinching; – hinge-fixed support, – sliding sealing; – free edge. Models of three-beam systems in the simulation of weightlessness, to a certain extent equivalents. The type of boundary condition affects the first beam to a greater extent; the tension forces of the cables equalize the deformed and stressed state in subsequent beams. Any of the considered systems with the presented boundary conditions can be converted into an equivalent one by changing the boundary force factors, setting torques or installing a spring with a given stiffness and adjusting the tension of the cables.

Keywords: deflections of beams, method of initial parameters, nonlinear programming, regulation of deflections and internal forces, simulation of weightlessness, de-hanging of beams.

Введение

Проблема оптимального и рационального проектирования конструкций актуальна в авиационной и аэрокосмической технике [1; 2]. Обзор, классификация и конструкторский анализ солнечных батарей космических аппаратов рассмотрен в [3], где анализируются солнечные

батареи из жестких панелей, солнечные панели с гибкой подложкой, надувные солнечные батареи, самораскрывающиеся солнечные батареи и другие конструкции.

Разработка современных гибких каркасов солнечных батарей приведена в [4]. В [5] рассматриваются динамические аспекты систем обезвешивания крупногабаритных трансформируемых элементов космических аппаратов при раскрытии. По разработке стендов моделирования невесомости известны многочисленные авторские свидетельства, например [6]. Распространены схемы тросового обезвешивания конструкций, затрагивающие объемные двумерные и одномерные объекты, к примеру, для рефлекторов антенн каждую однозвенную спицу рассматривают как балку, шарнирно закрепленную одним своим концом на неподвижном основании и подтягиваемую тросом [7].

В [8] рассматривается методика расчета обезвешивания крупногабаритных трансформируемых элементов космических аппаратов при наземных испытаниях на примере балки, жестко защемленной на торце и подвешенной на тросах. Деформирование не учитывается.

Таким образом, обезвешиваемые элементы, в большинстве случаев, рассматриваются бесконечно жесткими на изгиб и подтягиваются тросам в центре тяжести, чтобы не возникали дополнительные реакции в точках сочленения.

Следуя работам [3–5], можно сделать заключение о необходимости освоения вопросов моделирования невесомости конструкции с учетом её деформирования. Отсюда возникает задача регулирования напряжений, деформаций и прогибов дополнительным натяжением (предварительным напряжением) определенных частей конструкций, в частности, растяжение тросами. Регуляторами будут являться усилия натяжения тросов; величины которых следует определить из условия, что сумма квадратов прогибов упругой линии балки (балок) была минимальной. В итоге задача приводится к задаче нелинейного программирования.

Фактор обезвешивания, как имитация невесомости, рассматривается как обнуление какого-либо силового параметра (реакции или момента). Например, балка жестко закреплена и значения усилий в тросах найдены. Требуется обезвесить так, чтобы не было реакции в опоре. Для этого рассматривается расчет балки, имеющей возможность перемещения по направлению реакции с нулевым углом поворота. Вычисленные усилия в тросах обеспечат обезвешивание реакции. Например, надо устранить момент, тогда решаем задачу с шарнирно-неподвижным опиранием. Сопоставление найденного здесь угла поворота с изгибающим моментом при жестком закреплении позволит подобрать жесткость пружины для обеспечения эквивалентности.

В работе рассматриваются линейно-деформируемые системы. Тросы имеют бесконечно большую жесткость на растяжение. Упругая линия балки содержит бесконечное множество точек, поэтому подвергается анализу дискретная задача с конечным числом точек на упругой линии. Задача нелинейного программирования может иметь локальные минимумы. Выполняется проверка на наличие единственного оптимального плана в зависимости от выбора переменных, вводимых в базис.

1. Формулировка задачи минимизации прогибов

Рассмотрим многопролетную балку, состоящую из трех балок общей длины L , как геометрически изменяемую систему (рис. 1, а). Для превращения этой системы балок в статически определимую требуется наложить три дополнительные связи, так как данная система имеет три степени свободы. Пусть на балку (рис. 1, б) действуют активные сосредоточенные силы $P_1, P_2, \dots, P_n$, распределенные нагрузки $q_1, q_2, \dots, q_k$, момент M_A . Для уравнивания этих нагрузок приложим силы обезвешивания $N_1, N_2, \dots, N_S$, обеспечивающие равновесие системы. Если количество дополнительных сил $N_1, N_2, \dots, N_S$ меньше числа степеней свободы балки, тогда балка остается геометрически изменяемой системой. Если количество дополнительных сил $N_1, N_2, \dots, N_S$ равно числу степеней свободы балки, тогда силы вычисляются из уравнений равновесия (полагаем, что силы расставлены правильно). В этом случае оптимизировать нечего,

равновесие балки и равновесие ее частей выполняется. Если количество дополнительных сил $N_1, N_2, \dots, N_S$ больше числа степеней свободы балки, тогда можно варьировать силами, добиваясь требуемых параметров обезвешивания, например, устранения реакций в сочленениях, уменьшения прогибов в заданных точках, регулирования внутренних сил и напряжений. Балка, первоначально не имеющая достаточного числа опорных связей, под действием дополнительных сил должна находиться в равновесии (естественно, не должно быть признаков мгновенной изменяемости).

Задача моделирования деформирования подвешенных на тросах балок с условием минимизации суммы квадратов ее прогибов варьированием сил натяжения приводит к задаче нелинейного программирования [9; 10]. Целевую функцию F выразим через прогибы в n точках:

$$F(R_A, \theta_A, M_A, N_1, N_2, \dots, N_S) = \sum_{k=1}^n [v(z_k)]^2 \rightarrow \min, \quad z_k = k(L/n), \quad k = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (1)$$

Здесь

$$v(z_k) = f(R_A, \theta_A, M_A, N_1, N_2, \dots, N_S), \quad (2)$$

функция прогиба в точке с координатой z_k с неизвестными параметрами $R_A, \theta_A, M_A, N_1, N_2, \dots, N_S$; k – номер точки (расстояние между точками одинаковое); θ_A – угол поворота; R_A реакция в точке A балки; M_A – изгибающий момент в точке A ; $N_1, N_2, \dots, N_S$ – искомые силы.

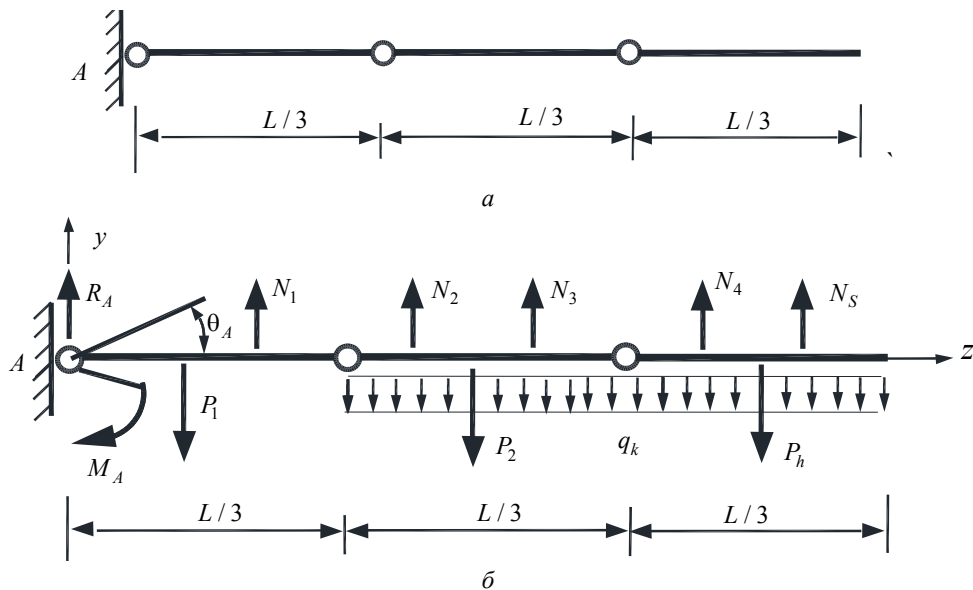


Рис. 1. Модель (расчетная схема) балки с тремя шарнирами:
 а – балка как геометрически изменяемая система; б – балка с действующими на нее нагрузками

Fig. 1. Model (design scheme) of a beam with three hinges:
 а – a beam as a geometrically variable system; б – a beam with loads acting on it

В качестве ограничений к (1) добавляются уравнения равновесия: $\sum y = 0$ – сумма проекций сил на ось y ; $\sum m_i = 0$ – сумма моментов всех сил относительно точки i . Система ограничений имеет вид равенств. Из составленной системы ограничений выделим базисные переменные, например, R_A, N_1, N_2 , которые подставим в (1). Теперь целевая функция (1) будет содержать только свободные переменные, т. е. параметры $\theta_A, M_A, \dots, N_S$:

$$F(\theta_A, M_A, \dots, N_S) = \sum_{k=1}^n [v(z_k)]^2, \quad (3)$$

что позволяет решать задачу оптимизации без ограничений [11]. Частные производные (3) по свободным параметрам (часто параметры называют координатами):

$$\frac{\partial F}{\partial \theta_A} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial M_A} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial F}{\partial N_S} = 0 \quad (4)$$

дают систему линейных алгебраических уравнений относительно искомых параметров, определяющих оптимальный план для вычисления прогибов (2) в дискретных точках.

Производные функции прогиба (2)

$$\theta(z) = dv(z) / dz; \quad M(z) = -EJ d^2v(z) / dz^2; \quad Q(z) = dM(z) / dz; \quad q(z) = dQ(z) / dz \quad (5)$$

дают функции угла поворота, изгибающего момента, поперечной силы и нагрузки $q = q(z)$.

Опорный план нелинейных задач оптимизации может иметь локальные минимумы, поэтому в работе будет показана сходимость к оптимальному плану при различных комбинациях базисных и свободных переменных. Для вычисления прогибов (2) применен метод начальных параметров как прямой метод интегрирования дифференциального уравнения четвертого порядка с разрывными функциями [12]. Производные функций вычисляются численно [13].

Балки могут быть не только геометрически изменяемыми, как показано на рис. 1, но и без опор, т. е. подвижными, что противоречит понятиям кинематического анализа строительной механики [14]. Однако равновесие балок достигается натяжением тросов (рис. 2). На рис. 2, а покажем расчетную схему балки без опорных связей с активным моментом M . Здесь равновесие обеспечивается парой равных сил N_1, N_2 . Приведем расчетную схему составной балки, состоящую из четырех балок (рис. 2, б). Представив себе поэтажную схему балок, видим, что главная балка – статически неопределимая, на нее опирается второстепенная – статически определимая балка. Обе правые балки – третья и четвертая – поддерживаются силами $N_4 - N_7$.

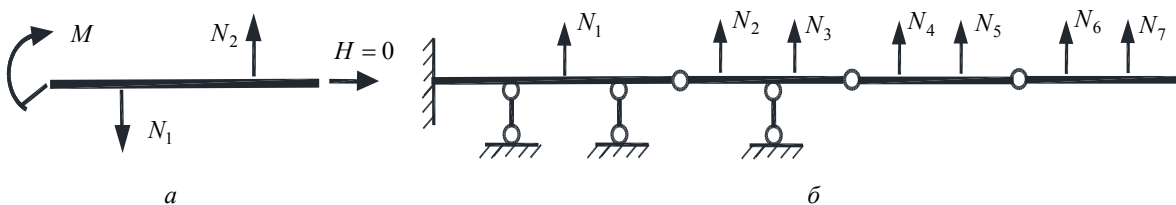


Рис. 2. Расчетные схемы балок:

а – опорных связей нет – равновесие поддерживается силами N_1, N_2 ;

б – составная балка – равновесие поддерживается реакциями опор и силами $N_1 - N_7$

Fig. 2. Design schemes of beams:

a – there are no support links – the equilibrium is maintained by forces;

b – composite beam – the balance is maintained by the reactions of the supports and forces $N_1 - N_7$

Отметим, что для вычисления прогибов (2) можно использовать вариационно-разностный метод в форме метода конечных разностей и МКЭ. Однако первый метод требует во всех шарнирных узлах сочленения вводить дополнительные законтурные узлы, что усложняет программирование, а второй – во всех дискретных точках (назовем их узлами) определять прогибы и углы поворота, что увеличивает размерность задачи. Метод начальных параметров с учетом промежуточных шарниров требует вычисления только прогибов в дискретных точках, а в узлах сочленения балок вычисляется прогиб и приращение угла поворота.

Рассмотрим примеры расчета балок, показывающие единство оптимального плана задачи нелинейного программирования в зависимости от выбора переменных, вводимых в базис, и сходимость решений от назначенного числа точек, в которых вычисляется прогиб.

2. Оптимизация прогибов балки, шарнирно-неподвижно закрепленной и подвешенной на двух тросах

Рассматривается шарнирно-закрепленная с одного торца двутавровая балка, которая поддерживается двумя тросами (рис. 3). Тросы имеют бесконечно большую жесткость на растяжение. На рис. 2 их действие на балку показано силами N_1 и N_2 .

Изначально балка геометрически изменяемая. Добавим уравнивающие силы N_1 , N_2 и составим целевую функцию

$$F(R_A, \theta_A, N_1, N_2, q) = \sum_{k=1}^n [v(z_k)]^2 \rightarrow \min, \quad n = 24. \quad (6)$$

Запишем функцию прогиба на основе метода начальных параметров:

$$v(z) = \theta_A z + \frac{1}{EJ} \left[\frac{R_A z^3}{3!} + \frac{N_1 (z - L/3)^3}{3!} H(z - L/3) + \frac{N_2 (z - 2L/3)^3}{3!} H(z - 2L/3) - \frac{q z^4}{4!} \right]. \quad (7)$$

Здесь $v(z)$ – прогиб в точке z ; θ_A – угол поворота в начале балки (начальный параметр в точке A); R_A – реакция в точке A ; N_1 – усилие в первом тросе; N_2 – усилие во втором тросе (искомые параметры); q – равномерно-распределенная погонная нагрузка; E – модуль Юнга; J – осевой момент инерции поперечного сечения балки; $H()$ – функция Хевисайда.

Длина балки $L = 6$ м; профиль двутавр прокатный, закрепление шарнирно-неподвижное в точке A ; модуль Юнга материала $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па; осевой момент инерции в плоскости изгиба $J = 200 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$; погонный вес балки $q = 100$ н/м.

2.1. Проверка решений сменой базисных переменных

Рассмотрим решения, связанные с особенностями изгиба балки как дискретной задачи с конечным числом точек, в которых вычисляются прогибы. Выполним поиск глобального минимума целевой функции.

Проверяем, что при различных базисных переменных, вводимых в функцию цели, должен существовать единственный оптимальный план.

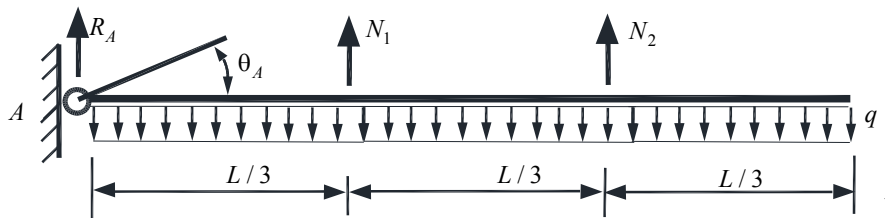


Рис. 3. Балка, прикрепленная шарниром и поддерживаемая двумя тросами

Fig. 3. A beam attached by a hinge and supported by two cables

В качестве ограничений, к целевой функции (6) добавим уравнения равновесия:

$$N_1(L/3) + N_2(2L/3) - qL^2/3 = 0; \quad (8)$$

$$R_A + N_1 + N_2 - qL = 0. \quad (9)$$

Рассмотрим три варианта приложения базисных переменных.

Вариант 1. Введем в базис переменные N_1 и N_2 . Для этого из (8) и (9) получим силы

$$N_1 = qL / 2 - 2R_A, \quad (10)$$

$$N_2 = qL / 2 + R_A, \quad (11)$$

которые, подставленные в (6), дают следующую задачу нелинейного программирования:

$$F = F(R_A, \theta_A, q) \rightarrow \min \quad (12)$$

без системы ограничений.

Производные по свободным переменным

$$\partial F / \partial R_A = 0, \quad \partial F / \partial \theta_A = 0$$

позволяют вычислить угол поворота θ_A и реакцию R_A . Все параметры для вычисления функции (7) определены.

Вариант 2. В качестве базисных переменных примем N_1 и R_A . Тогда из (8) и (9) выведем

$$N_1 = 3qL / 2 - 2N_2, \quad (13)$$

$$R_A = N_2 - qL / 2, \quad (14)$$

которые, будучи подставленными в (6), дают задачу поиска

$$F = F(N_2, \theta_A, q) \rightarrow \min. \quad (15)$$

Производные по свободным переменным

$$\partial F / \partial N_2 = 0, \quad \partial F / \partial \theta_A = 0$$

дают возможность вычислить угол поворота θ_A и силу натяжения N_2 . Вычисляем функцию (7).

Вариант 3. В качестве базисных переменных примем N_2 и R_A . Тогда из (8) и (9) имеем

$$N_2 = 3qL / 4 - N_1 / 2, \quad (16)$$

$$R_A = qL / 4 - N_1 / 2, \quad (17)$$

которые, подставленные в (6), дают целевую функцию

$$F = F(N_1, \theta_A, q) \rightarrow \min. \quad (18)$$

Производные по переменным N_1 и θ_A

$$\partial F / \partial N_1 = 0, \quad \partial F / \partial \theta_A = 0$$

позволяют вычислить угол поворота θ_A и силу натяжения N_1 . Функция (7) определена.

Во всех трех вариантах базисных переменных получили абсолютно одинаковые искомые параметры R_A, θ_A, N_1, N_2 . Найденные параметры дают решения (эпюры), которые приведем на рис. 4: эпюра прогибов (рис. 4, а); эпюра углов поворота (рис. 4, б); эпюра изгибающих моментов (рис. 4, в); эпюра поперечных сил (рис. 4, г). Четвертая производная функции прогиба $v(z)$ по координате z дает эпюру $q(z) = -100 \text{ кН/м} = \text{const}$, что является проверкой (рис. 4, д).

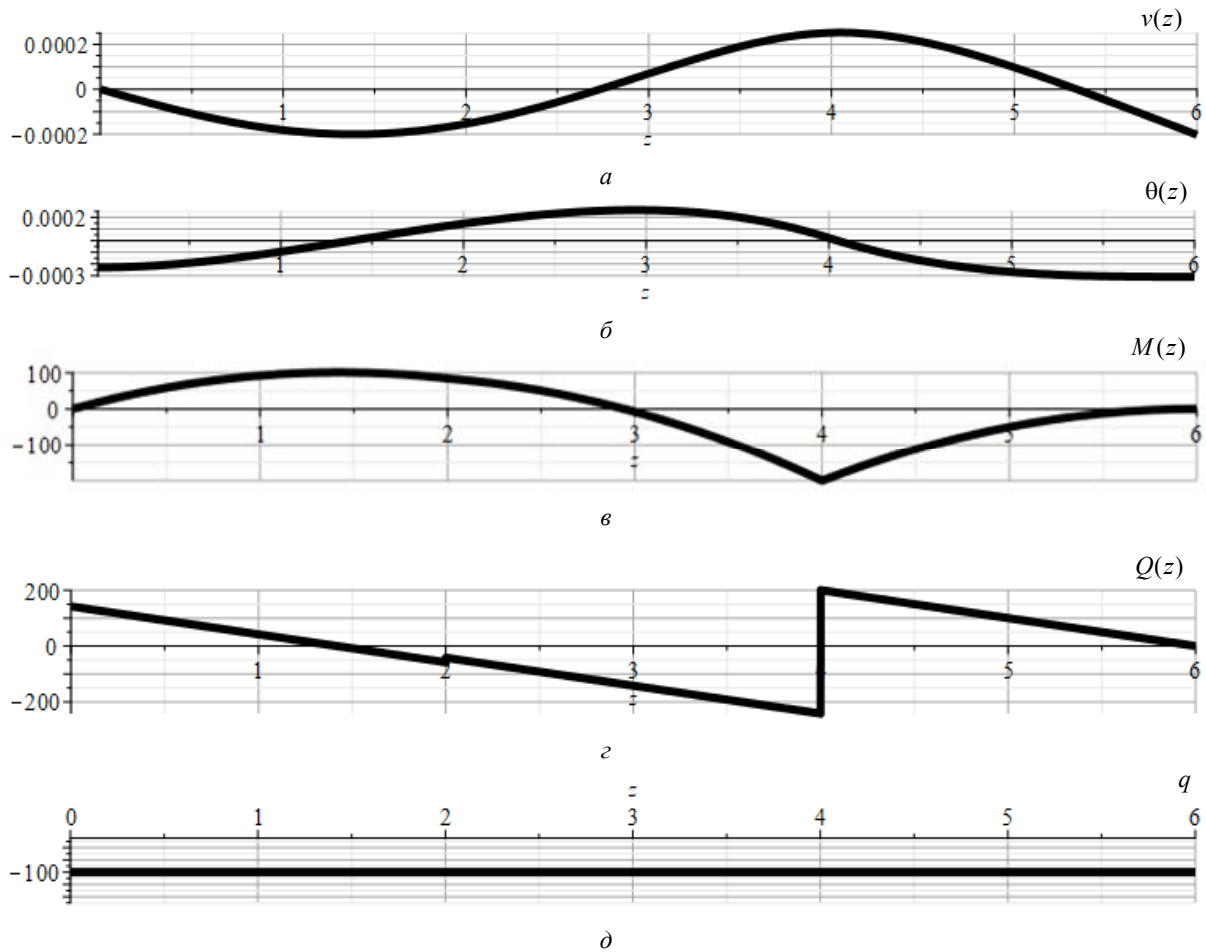


Рис. 4. Функции деформационных и внутренних силовых факторов:
 a – прогиб; b – эпюра углов поворота; c – эпюра изгибающего момента; d – эпюра поперечных сил;
 e – эпюра нагрузки $q = -100$ н/м

Fig. 4. Functions of deformation and internal force factors:
 a – deflection; b – plot of rotation angles; c – the bending moment plot; d – the transverse forces plot;
 e – the load plot $q = -100$ N/м

Таким образом, смена базиса не повлияла на решение задачи. Во всех трех вариантах вычисления параметров программирования пришли к единственному оптимальному плану.

2.2. Исследование сходимости решений в зависимости от выбора количества точек, в которых вычисляются прогибы

Рассматривается дискретная задача с конечным числом точек на упругой линии балки. Исходные данные, как в пункте 2.1. Целевая функция вычисляется по формуле (6), а прогибы – по формуле (7).

Проверим, если целевая функция квадратичная, количество узлов на упругой линии балки конечное и метод вычисления прогибов точный, тогда ожидается сходимость прогибов, углов поворота, изгибающих моментов от увеличения числа узлов дискретизации.

Выполним численный эксперимент для $n = 6$, $n = 12$, $n = 24$. Результаты расчетов (эпюры) представлены на рис. 5 и в табл. 1.

На рис. 5, a показаны эпюры прогибов. Обнаруживаем следующую сходимость прогибов. Например, на торце балки ($z = L$) прогиб увеличился от величины 0,2025 мм на сетке $n = 6$ до 0,2597 мм на сетке $n = 12$, что есть 28 %. Далее на сетке $n = 24$ прогиб изменился до величины 0,2935 мм. В сравнении с сеткой $n = 12$ это составляет 13 %. Следующее сгущение сетки должно составить разность с предыдущим порядка 6 %. Экстраполяция дает ожидаемый прогиб торца балки равным 0,311 мм.

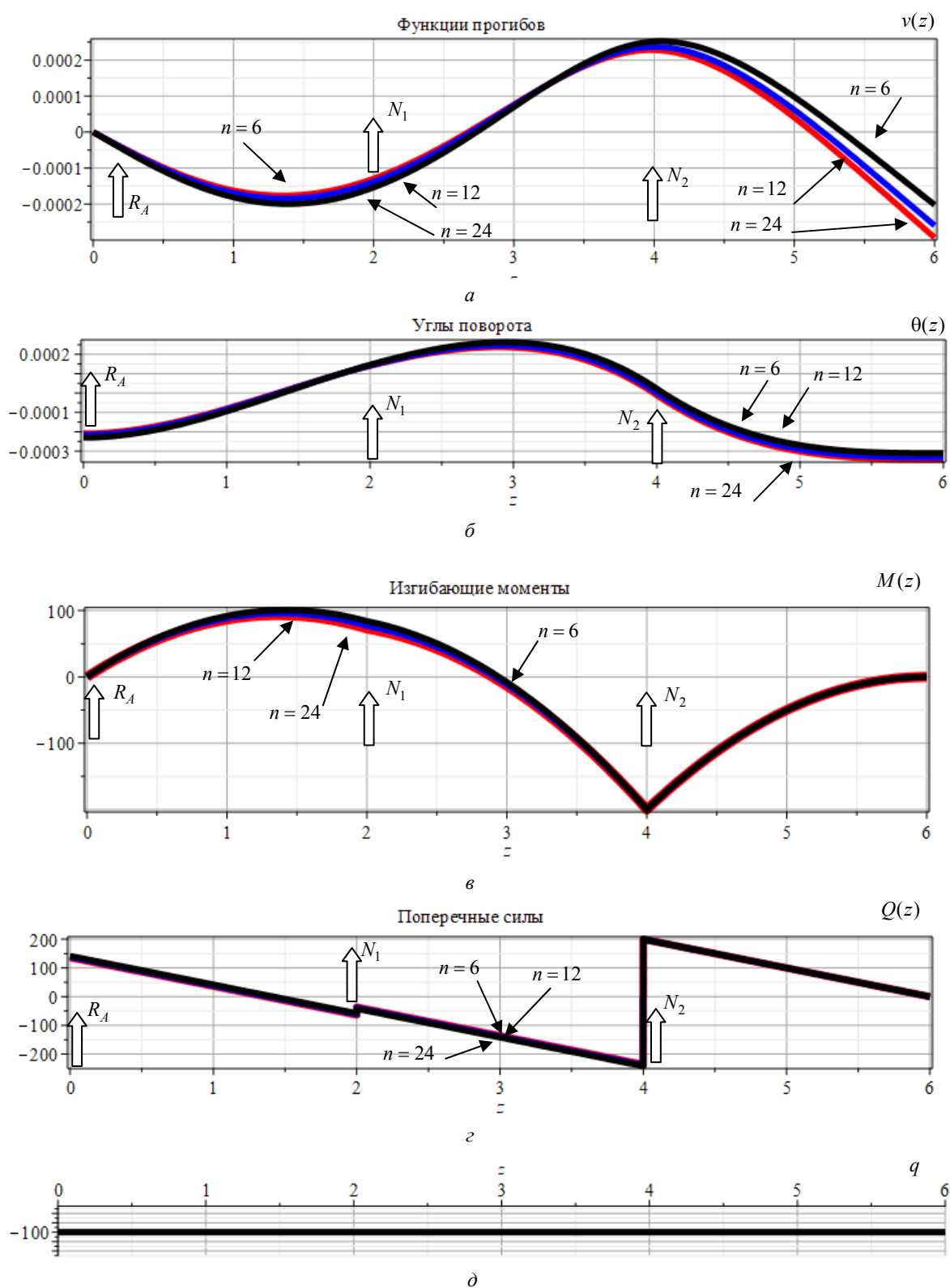


Рис. 5. Оптимальные параметры балки для сеток $n=6$, $n=12$ и $n=24$:
a – функции прогибов; *б* – функции углов поворота; *в* – функции изгибающих моментов; *г* – функции поперечных сил; *д* – заданная распределенная нагрузка (вычислена, как четвертая производная функции прогиба)

Fig. 5. Optimal beam parameters for grids $n=6$, $n=12$ and $n=24$:
a – deflection functions; *б* – rotation angle functions; *в* – bending moment functions; *г* – transverse force functions; *д* – a given distributed load (calculated as the fourth derivative of the deflection function)

Средние величины суммы квадратов прогибов [15] вычислим по формуле

$$\delta_n = \sqrt{\sum_{k=1}^n [v(z_k)]^2 / n}, n = 6, n = 12, n = 24. \quad (19)$$

Величины такие: $\delta_6 = 0,171$ мм, $\delta_{12} = 0,159$ мм, $\delta_{24} = 0,152$ мм. Разница, соответственно, 7,4 % и 4,3 %.

На рис. 5, б приведены эпюры углов поворота сечений балки, которые практически совпали.

Вторые производные функций прогибов – суть изгибающие моменты (рис. 5, в), вычисленные на разных сетках, – практически не различимы.

Эпюры поперечных сил (рис. 5, г) полностью совпадают и представляются одной ломаной линией, имеющей разрывы в точках приложения сил.

На рис. 5, д изображена распределенная нагрузка, вычисленная как четвертая производная функции прогиба. Это проверка решения. На всех трех эпюрах получили заданное значение $q = -100$ н/м.

В заключение этого пункта можно сказать, что, судя по изменению прогибов в зависимости от сгущения сетки, достаточны сетки от $n = 12$ до $n = 24$. Если прерогативой является надобность вычисления напряжений, достаточно назначать сетку $n = 6$.

Вычисленные переменные представим в таблице 1. В строках 1–3 таблицы приведены параметры для сеток $n = 6$, $n = 12$, $n = 24$. В строках 4–5 показана относительная разность искомых параметров. В столбцах последовательно записаны: $v(n)$ – прогибы консоли балки в точке $z = L$; $\theta_A(n)$ – начальный параметр, угол поворота сечения; $R_A(n)$ – начальный параметр, реакция в начале балки; $N_1(n)$ – вычисленный параметр, первое усилие; $N_2(n)$ – вычисленный параметр, второе усилие; $\delta(n)$ – среднеквадратичный прогиб торца балки.

Таблица 1

Параметры оптимального проектирования

Номера строк	Число точек	$v(n)$	$\theta_A(n)$	$R_A(n)$	$N_1(n)$	$N_2(n)$	$\delta(n)$
		м	рад	н	н	н	м
1	$n = 6$	–0,0002025	–0,00023013	141,956	16,087	441,956	0,00017097
2	$n = 12$	–0,0002597	–0,00021639	138,464	23,071	438,464	0,00015915
3	$n = 24$	–0,0002935	–0,00020861	136,454	27,091	436,454	0,00015247
Разница в процентах:							
4	$n = 12 / n = 6$	28 %	6,3 %	2,5 %	43 %	0,8 %	7,4 %
5	$n = 24 / n = 12$	13 %	3,7 %	1,5 %	17,4 %	0,5 %	4,3 %

Отметим, что данные в строчках 2 и 3 мало различаются по сравнению с параметрами в строчках 1 и 2. Строки 4 и 5 можно понимать как скорость сходимости искомых параметров.

3. Подвес тросами системы трех балок, соединенных шарнирами

Рассмотрим систему шарнирно-закрепленных между собой двутавровых балок (рис. 6). В условиях гравитации система имеет собственный погонный вес q (рис. 6, а). Для имитации невесомости рассмотрим четыре случая закрепления системы в точке А и поддержание ее шестью тросами. Система имеет жесткое защемление в точке А (рис. 6, б); шарнирно-неподвижное опирание (рис. 6, в), скользящую заделку (рис. 6, г); свободный край (рис. 6, з).

Требуется определить силы натяжения тросов, чтобы сумма квадратов прогибов F в заданных точках была минимальной, т. е.

$$F = \sum_{k=1}^n [v(z_k)]^2 \rightarrow \min, z_k = k(L/6), k = 1, 2, 3, \dots, 18. \quad (20)$$

В (20) F – целевая функция; $v(z_k)$ – искомый прогиб; z_k – координата точки; k – номер точки; $n=18$ – количество точек; длины всех балок одинаковы и равны L .

3.1. Жесткая заделка

Для вычисления прогибов методом начальных параметров с жестким защемлением балки в точке A (рис. 6, б) функция прогиба имеет вид:

$$\begin{aligned} v(z) = & \theta_1(z-L)H(z-L) + \theta_2(z-2L)H(z-2L) + \\ & + \frac{1}{6EJ} \left[3M_A z^2 + R_A z^3 + N_1 \left(z - \frac{L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{L}{3} \right) + N_2 \left(z - \frac{2L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{2L}{3} \right) + N_3 \left(z - \frac{4L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{4L}{3} \right) + \right. \\ & + N_4 \left(z - \frac{5L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{5L}{3} \right) + N_5 \left(z - \frac{7L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{7L}{3} \right) + \\ & \left. + N_6 \left(z - \frac{8L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{8L}{3} \right) - \frac{qz^4}{4} \right], z \in [0, 3L]. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь θ_1 – угол поворота (начальный параметр в точке B); θ_2 – угол поворота (начальный параметр в точке C); M_A – момент в заделке (точка A); R_A – реакция, действующая на балку в точке A ; $N_i, (i=1-6)$ – усилия в тросах (искомые параметры); $q=\text{const}$ – равномерно-распределенная погонная нагрузка; E – модуль Юнга; J – осевой момент инерции поперечного сечения балки; $H()$ – функция Хевисайда.

В формуле (21) приведены параметры θ_1 и θ_2 , которые есть углы поворота балок, примыкающих к промежуточным шарнирам [16], т. е. $\theta_i = \theta_i^{\text{справа}} - \theta_i^{\text{слева}}$, $i=1, 2$. $\theta_i^{\text{справа}}$ – угол поворота в точке i справа у шарнира, а $\theta_i^{\text{слева}}$ – угол поворота в точке i слева у шарнира. Углы поворота θ_i являются дополнительными неизвестными, как и начальные параметры v_A и θ_A .

К уравнениям (21) присоединим уравнения равновесия

$$\Sigma m_C^{\text{справа}} = 0, \Sigma m_B^{\text{справа}} = 0, \Sigma m_A^{\text{справа}} = 0, \quad (22)$$

представляющие систему ограничений. Выделим из (22) базисные переменные N_4, N_5, N_6

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} N_4 + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} N_5 + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} N_6 = \begin{Bmatrix} qL/2 \\ 2qL - N_3/3 \\ 9qL/2 - N_1/3 - 2N_2/3 - 4N_3/3 \end{Bmatrix}, \quad (23)$$

которые добавим в целевую функцию (20). Теперь $F = F(M_A, \theta_1, \theta_2, N_1, N_2, N_3)$. Уравнение равновесия $\Sigma y = 0$ – избыточное и служит для проверки решений. Частные производные F по координатам $M_A, \theta_1, \theta_2, N_1, N_2, N_3$ дают систему шести уравнений относительно момента, двух углов поворота и трех усилий в тросах (отметим симметричность матрицы системы уравнений). Задача свелась к задаче квадратичного программирования без ограничений. Минимум целевой функции (20) определил оптимальный план.

Найденные параметры $M_A, \theta_1, \theta_2, N_1, N_2, N_3$, подставленные в уравнения (21), дают по формулам (5) функции прогибов, углов поворота, изгибающего момента и поперечной силы, соответственно. На рис. 7–10 приведены функции при жесткой заделке; рассмотрены решения для шарнирно-неподвижного края; изображены эпюры для скользящей заделки; рассмотрены функции для свободного края в точке A системы балок.

3.2. Шарнирно-неподвижное опирание

Для системы балок с шарнирным опиранием в точке A (рис. 6, в) формула метода начальных параметров, следующая:

$$v(z) = \theta_A z + \theta_1(z-L)H(z-L) + \theta_2(z-2L)H(z-2L) + \\ + \frac{1}{6EJ} \left[R_A z^3 + N_1 \left(z - \frac{L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{L}{3} \right) + N_2 \left(z - \frac{2L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{2L}{3} \right) + N_3 \left(z - \frac{4L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{4L}{3} \right) + \right. \\ \left. + N_4 \left(z - \frac{5L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{5L}{3} \right) + N_5 \left(z - \frac{7L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{7L}{3} \right) + N_6 \left(z - \frac{8L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{8L}{3} \right) - \frac{qz^4}{4} \right], z \in [0, 3L]. \quad (24)$$

Здесь θ_A – угол поворота в точке A .

Дополнительные уравнения (22) позволяют ввести в базис переменные N_4, N_5, N_6 , как в (23). Из уравнения равновесия $\Sigma y = 0$ определяется реакция R_A для формулы (24). Функции прогибов, углов поворота, изгибающего момента, поперечной силы показаны на рис. 7–10.

3.3. Скользящая заделка

Рассмотрим скользящую заделку в точке A , фрагмент которой представлен на рис. 6, г. Здесь составлены следующие уравнения равновесия:

$$\Sigma m_C^{\text{справа}} = 0, \quad \Sigma m_B^{\text{справа}} = 0, \quad \Sigma y = 0. \quad (25)$$

В базис введем векторы при переменных N_4, N_5, N_6 , и после вычисления производных по свободным переменным из уравнения равновесия $\Sigma m_A = 0$ выразим функции прогиба M_A .

Теперь, функция прогиба:

$$v(z) = v_A + \theta_1(z-L)H(z-L) + \theta_2(z-2L)H(z-2L) + \\ + \frac{1}{6EJ} \left[3M_A z^2 + N_1 \left(z - \frac{L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{L}{3} \right) + N_2 \left(z - \frac{2L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{2L}{3} \right) + N_3 \left(z - \frac{4L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{4L}{3} \right) + \right. \\ \left. + N_4 \left(z - \frac{5L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{5L}{3} \right) + N_5 \left(z - \frac{7L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{7L}{3} \right) + N_6 \left(z - \frac{8L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{8L}{3} \right) - \frac{qz^4}{4} \right], z \in [0, 3L]. \quad (26)$$

Все решения представлены на рис. 7–10.

3.4. Свободный край

В случае свободного края, в точке A балки нет связей (рис. 6, д), неизвестных параметров 10. Тогда $v(z) = f(v_A, \theta_A, \theta_1, \theta_2, N_1, N_2, \dots, N_6)$. Каждый диск балки в плоскости обладает тремя степенями свободы. Всего их 9. Каждый простой шарнир забирает две степени свободы – всего устраняется 4. Для системы из трех балок остается 5 степеней свободы. Чтобы превратить рассматриваемую систему балок в геометрически неизменяемую, следует добавить 5 связей. Вычитается одна степень свободы, так как нет смещения по направлению продольной силы. Можно записать 4 уравнения равновесия, однако они линейно зависимые.

Составим три уравнения равновесия. Функция прогиба будет выглядеть так:

$$v(z) = v_A + \theta_A z + \theta_1(z-L)H(z-L) + \theta_2(z-2L)H(z-2L) + \\ + \frac{1}{6EJ} \left[N_1 \left(z - \frac{L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{L}{3} \right) + N_2 \left(z - \frac{2L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{2L}{3} \right) + N_3 \left(z - \frac{4L}{3} \right)^3 H \left(z - \frac{4L}{3} \right) + \right.$$

$$+N_4\left(z-\frac{5L}{3}\right)^3 H\left(z-\frac{5L}{3}\right)+N_5\left(z-\frac{7L}{3}\right)^3 H\left(z-\frac{7L}{3}\right)+N_6\left(z-\frac{8L}{3}\right)^3 H\left(z-\frac{8L}{3}\right)-\frac{qz^4}{4}], z \in [0, 3L]. \quad (27)$$

Решения отобразим на рис. 7–10.

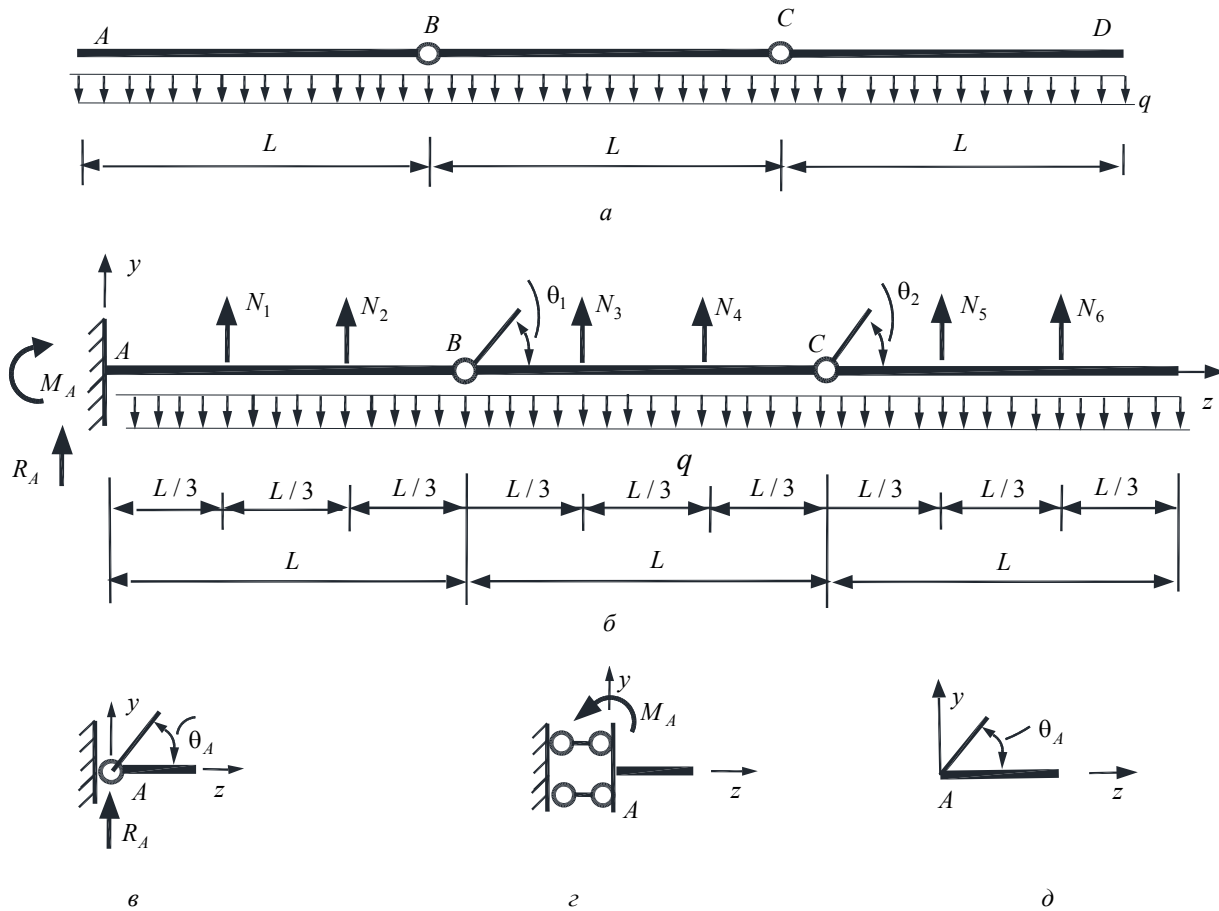


Рис. 6. Система трех балок, соединенных шарнирами:

a – система в условиях гравитации; *б* – моделирование невесомости системы жестким защемлением в точке *A*; *в* – фрагмент шарнирно-неподвижного опирания системы балок в точке *A*; *г* – фрагмент скользящей заделки системы балок в точке *A*; *д* – фрагмент свободного края системы балок в точке *A*

Fig. 6. A system of three beams connected by hinges:

a – the system under gravity conditions; *b* – modeling of the weightlessness of the system by rigid pinching at point *A*; *c* – a fragment of the hinge-fixed support of the beam system at point *A*; *d* – a fragment of the sliding sealing of the beam system at point *A*; *e* – a fragment of the free edge of the beam system at point *A*

В табл. 2 приведем силы натяжения тросов для системы балок с четырьмя типами граничных условий. Сравним силы натяжения для балки жестко защемленной и шарнирно опертой. На первой балке усилия натяжения тросов равны: $N_1^{\text{заделка}} = -278,4 \text{ н}$, $N_1^{\text{шарнир}} = -124,02 \text{ н}$, – разница 220 %; $N_2^{\text{заделка}} = 407,5 \text{ н}$, $N_2^{\text{шарнир}} = 336,07 \text{ н}$, – разница 21 %. На второй балке наибольшие силы натяжения таковы: $N_4^{\text{заделка}} = 262,6 \text{ н}$, $N_4^{\text{шарнир}} = 251,9 \text{ н}$, – разница 4,2 %. На третьей балке усилия натяжения тросов почти равны: $N_5^{\text{заделка}} = 96,3 \text{ н}$, $N_5^{\text{шарнир}} = 100,7 \text{ н}$ – отличие 4,5 %. В крайнем тросе: $N_6^{\text{шарнир}} = 174,6 \text{ н}$ и $N_6^{\text{заделка}} = 176,8 \text{ н}$ – разница 0,13 %.

Вид закрепления (шарнирное закрепление или заделка) влияет на первую от закрепления балку. Силы натяжения тросов, в определенной степени, выравнивают деформированное и напряженное состояние. В последующих балках усилия натяжения тросов практически не отличаются, т. е. не зависят от вида закрепления первой балки. Такой же вывод можно сделать и для балок со скользящей заделкой.

Модели систем трех балок при имитации невесомости, в определенной степени, эквивалентны. Так, например, если к модели системы балок с шарнирным опиранием в точке A задать момент (например, двигателем) равным $89,9 \text{ н} \cdot \text{м}$ или установить пружину жесткостью $G_A = M_A / \theta_A = 89,9 \text{ нм} / 5,78 \cdot 10^{-5} \text{ рад} = 1,5 \text{ кн/рад}$, получаем модель деформирования с жестким защемлением. Соответственно, требуется изменить силы натяжения тросов.

В табл. 3, к усилиям натяжения тросов из табл. 2, добавлены углы поворота в начале системы балок (точка A) и дополнительные углы поворота в шарнирах, среднеквадратичные прогибы и максимальные прогибы. При переходе от жесткого закрепления к шарнирному, далее от скользящей заделки к свободному краю жесткость системы уменьшается. Среднеквадратичные прогибы увеличиваются: $\delta_{\text{заделка}} = 2,301 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $\delta_{\text{шарнир}} = 2,396 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $\delta_{\text{скользящая}} = 2,741 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $\delta_{\text{свободный край}} = 3,282 \cdot 10^{-5} \text{ м}$, т. е. на 4,1, 14,4 и 19,7 %. Максимальные прогибы в трех первых случаях возникают в точке, где установлен шарнир, соединяющий вторую и третью балку, соответственно, $(4,31 \div 4,5 \div 5,14) \cdot 10^{-5} \text{ м}$, и в середине системы балок со свободным краем – $6,07 \cdot 10^{-5} \text{ м}$.

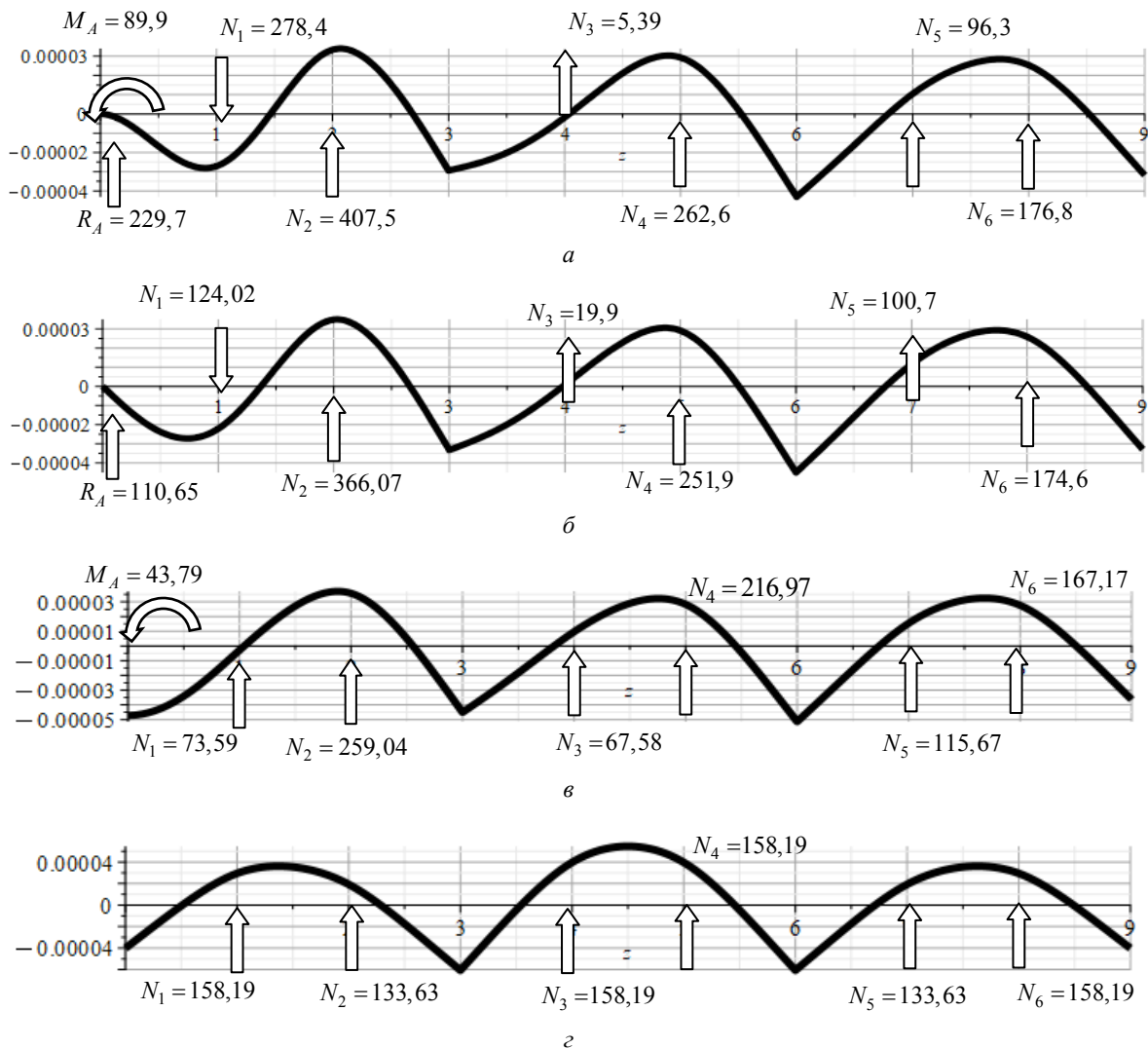


Рис. 7. Функции прогибов и силы натяжения тросов для граничных условий слева:
 a – жесткой заделки; $б$ – шарнирного опирания; $в$ – скользящей заделки; $г$ – свободного края

Fig. 7. Functions of deflections and tension forces of cables for boundary conditions on the left:
 a – rigid sealing; b – hinged support; c – sliding sealing; d – free edge

$M_A = 89,9$ $N_2 = 407,5$ $N_4 = 262,6$ $N_6 = 176,8$

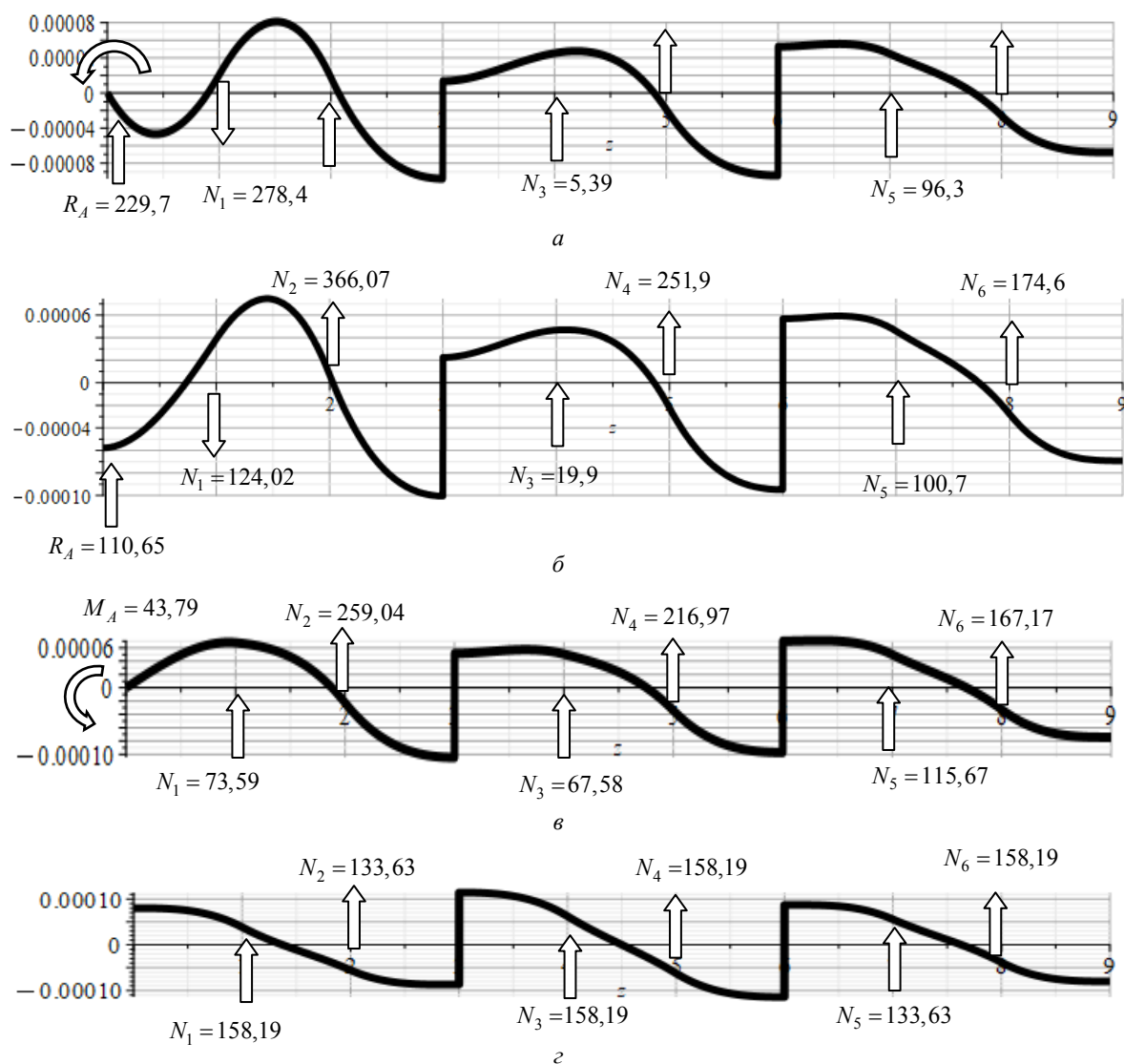


Рис. 8. Функции углов поворота и силы натяжения тросов для граничных условий слева:
а – жесткой заделки; б – шарнирного опирания; в – скользящей заделки; г – свободного края

Fig. 8. Functions of rotation angles and cable tension force for boundary conditions on the left:
а – rigid sealing; б – hinged support; в – sliding sealing; г – free edge

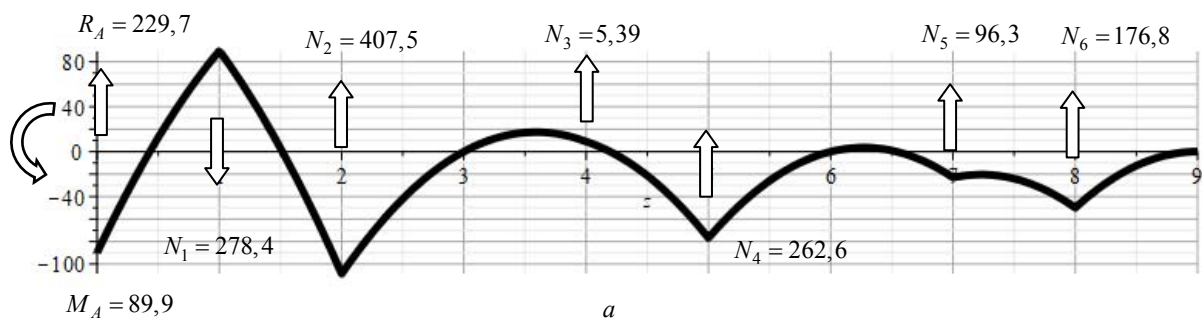


Рис. 9. Функции изгибающих моментов и силы натяжения тросов для граничных условий слева:
а – жесткой заделки; б – шарнирного опирания; в – скользящей заделки; г – свободного края (Начало)

Fig. 9. Functions of bending moments and tension forces of cables for boundary conditions on the left:
а – rigid sealing; б – hinged support; в – sliding sealing; г – free edge (The beginning)

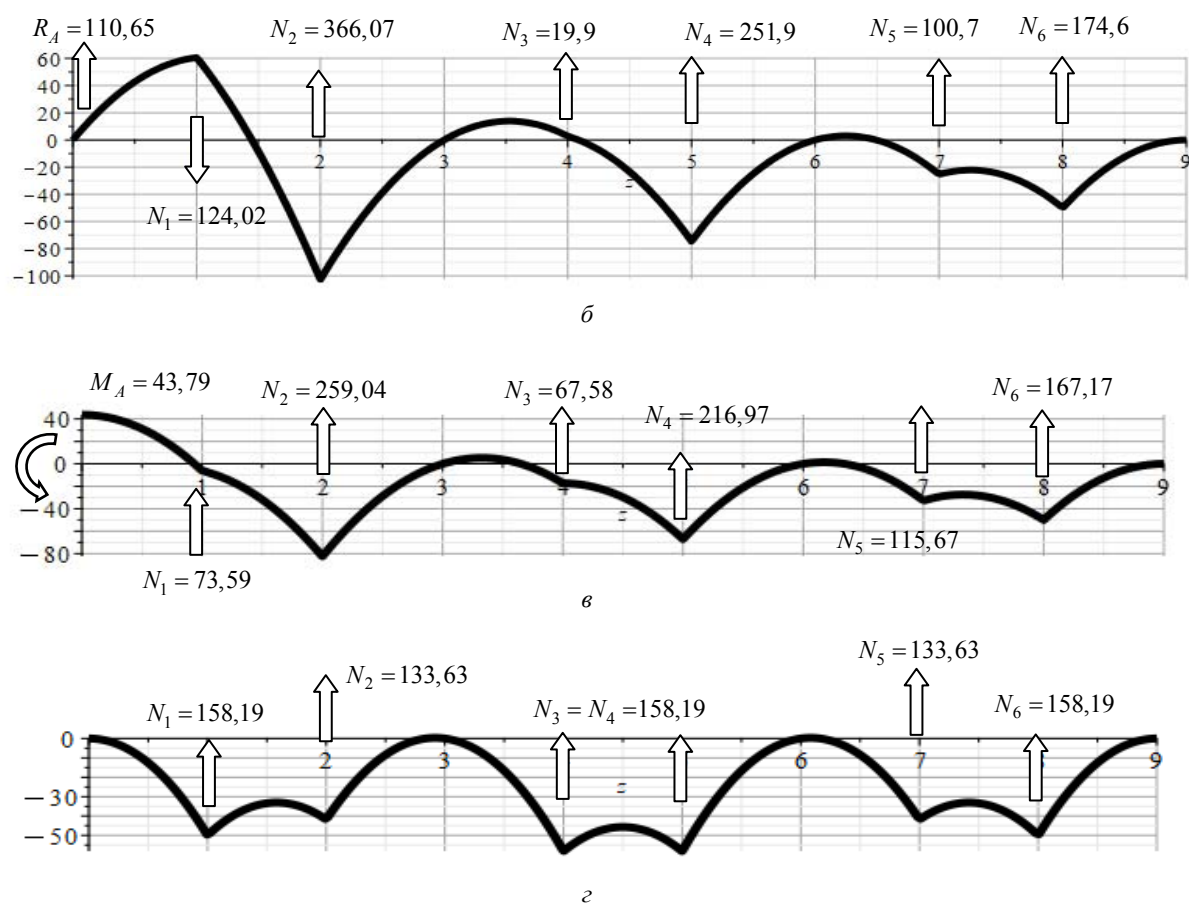


Рис. 9. Окончание

Fig. 9. The ending

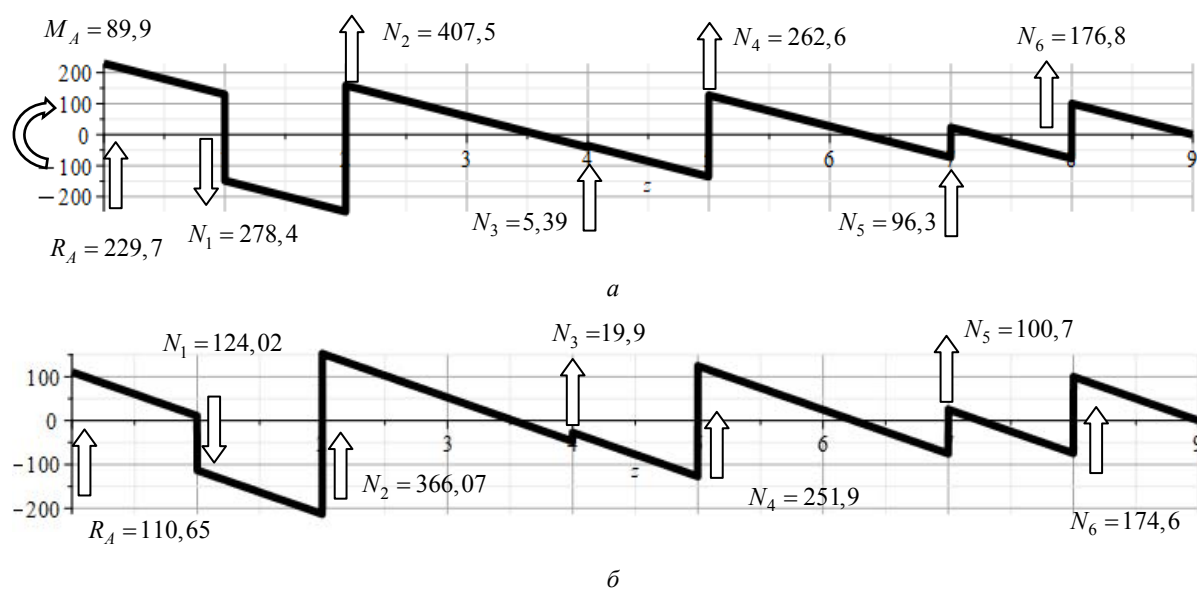


Рис. 10. Функции перерезывающих сил и силы натяжения тросов для граничных условий слева:
а – жесткой заделки; б – шарнирного опирания; в – скользящей заделки; г – свободного края (Начало)

Fig. 10. Functions of shearing forces and cable tension forces for boundary conditions on the left:
а – rigid sealing; б – hinged support; в – sliding sealing; г – free edge (The beginning)

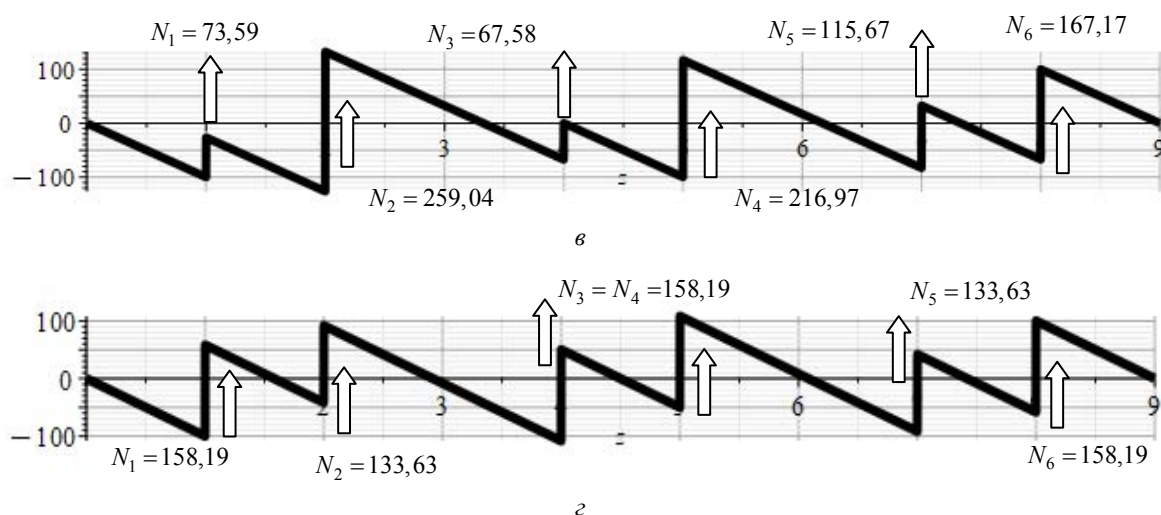


Рис. 10. Окончание

Fig. 10. The ending

Таблица 2

Силы натяжения тросов

Номера строк	Вид закрепле- ния в точке А	$N1$	$N2$	$N3$	$N4$	$N5$	$N6$
		н	н	н	н	н	н
1	Заделка	-278,4	407,5	5,39	262,6	96,3	176,8
2	Шарнирно- неподвижное	-124,02	336,07	19,9	251,9	100,7	174,6
3	Скользящая заделка	73,59	259,04	67,58	216,97	115,67	167,17
4	Свободный край	158,19	133,63	158,19	158,19	133,63	158,19

Таблица 3

Реактивные силы и геометрические характеристики системы

Номера строк	Вид закрепле- ния в точке А	M_A	R_A	θ_A	θ_1	θ_2	δ	$v(z)$
		н·м	н	10^{-5} рад	10^{-5} рад	10^{-5} рад	10^{-5} м	10^{-5} м
1	Заделка	-89,9	229,7	0	11,1	14,7	2,301	$v(6 \text{ м}) = 4,31$
2	Шарнирно- неподвижное	0	110,65	5,78	12,3	15,2	2,396	$v(6 \text{ м}) = 4,50$
3	Скользящая заделка	-43,79	0	0	15,6	16,7	2,741	$v(6 \text{ м}) = 5,14$
4	Свободный край	0	0	8,01	-20,1	20,1	3,282	$v(4,5 \text{ м}) = 6,07$

Размерности физических величин прописаны согласно [17].

Заключение

В задаче квадратичного программирования при различных базисных переменных, вводимых в функцию цели, существует единственный оптимальный план. Смена базиса не влияет на решение задачи.

Анализ решения дискретных задач (с конечным числом точек на упругой линии балок) показал, что достаточны сетки от $n = 12$ до $n = 24$ точек. Различие по средневзвешенным прогибам 4,3 %.

Модели систем трех балок при имитации невесомости в определенной степени эквивалентны. Любую из рассмотренных систем с представленными граничными условиями можно перевести в эквивалентную ей, изменив граничные силовые факторы. Например, если в модели с шарнир-

ным опиранием задать момент или установить пружину с заданной жесткостью, получаем модель деформирования с жестким защемлением. Соответственно, требуется корректировать силы натяжения тросов.

Вид граничного условия в большей мере влияет на первую балку; силы натяжения тросов выравнивают деформированное и напряженное состояние. В последующих балках усилия натяжения тросов практически не отличаются.

При переходе от жесткого закрепления к шарнирному, далее от скользящей заделки к свободному краю жесткости систем уменьшаются. Среднеквадратичные прогибы увеличиваются.

Имитирование невесомости системы с условием минимизации суммы квадратов прогибов может быть полезно при подготовке физических экспериментов.

Возможно обобщение постановки задачи о регулировании напряженно-деформированного состояния для систем подвешенных пластин-панелей; в шарнирных соединениях возможна установка пружин; усилия в тросах могут дополнительно распределяться с весовыми множителями.

Библиографические ссылки

1. Феодосьев В. И. Основы техники ракетного полета. М. : Наука, 1979. 496 с.
2. Строительная механика летательных аппаратов / И. Ф. Образцов, Л. А. Булычев, В. В. Васильев и др. М. : Машиностроение, 1986. 536 с.
3. Анализ конструкций солнечных батарей космических аппаратов / З. А. Казанцев, А. М. Ерошенко, Л. А. Бабкина, А. В. Лопатин // Космические аппараты и технологии. 2021. Т. 5, № 3 (37). С. 121–136.
4. Волков М. В., Двирный В. В. Каркас солнечной батареи из труб треугольного сечения // Космические аппараты и технологии. 2021. Т. 5, № 3 (37). С. 137–145.
5. Автоматическая система обезвешивания крупногабаритных трансформируемых конструкций при раскрытии / А. Г. Верхогляд, С. Н. Макаров, В. М. Михалкин и др. // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 2. С. 134–142.
6. А.с. 1467418 СССР, МКИ G01M13/02, F16H 21/16. Стенд для моделирования невесомости двухзвенных механизмов / А. В. Медарь, В. Б. Бурыкин, Я. Ф. Гайдено, Д. С. Михайлов, В. М. Бажанов, В. П. Кравченко, С. В. Балошин, Е. В. Морозов, С. М. Осохин (СССР). № 4238824/25-28 ; заявл. 04.05.87 ; опубл. 32.03.89. Бюл. № 11. 2 с.
7. Звонцова К. К. Исследование зависимости угла раскрытия спицы от перемещения мачты при моделировании процессов стендовых испытаний механических устройств рефлекторов антенн больших диаметров // Технологии Microsoft в теории и практике программирования : сб. тр. XIII Всеросс. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых уч. Томск, 2016. С. 48–50.
8. Методика расчета системы обезвешивания крупногабаритных трансформируемых элементов космических аппаратов при наземных испытаниях / А. С. Беляев, А. А. Филипас, А. В. Цавнин, А. В. Тырышкин // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 1. С. 106–120.
9. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М. : Мир. 1982. 584 с.
10. Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б. Математическое программирование. М. : Высш. школа, 1980. 300 с.
11. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М. : Мир. 1975. 536 с.
12. Биргер И. А., Мавлютов Р. Р. Сопротивление материалов. М. : Наука, 1986. 560 с.
13. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб. : БВХ-Петербург, 2001. 528 с.
14. Строительная механика. Стержневые системы / А. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Б. Я. Лашеников, Н. Н. Шапошников. М. : Стройиздат, 1981. 512 с.
15. Микеладзе Ш. Е. Численные методы математического анализа. М. : Гос. изд-во техн.-теорет. лит-ры, 1953. 528 с.
16. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев : Наука. 1975. 400 с.
17. Чертов А. Г. Международная система единиц измерений. М. : Высшая школа, 1967. 288 с.

References

1. Feodosiev V. I. *Osnovy tekhniki raketnogo poleta* [Fundamentals of rocket flight technology]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 496 p.
2. Obratsov I. F., Bulychev L. A., Vasiliev V. V. et al. *Stroitel'naya mekhanika letatel'nykh apparatov* [Structural mechanics of aircraft]. Moscow, Mashinostroenie, 1986, 536 p.
3. Kazantsev Z. A., Eroshenko A. M., Babkina L. A., Lopatin A. V. [Analysis of spacecraft solar array designs]. *Kosmicheskie apparaty i tekhnologii*. 2021, Vol. 5, No. 3 (37), P. 121–136 (In Russ.).
4. Volkov M. V., Dvirny V. V. [Solar battery frame from tubes of triangular section]. *Kosmicheskie apparaty i tekhnologii*. 2021, Vol. 5, No. 3 (37), P. 137–145 (In Russ.).
5. Verkhoglyad A. G., Makarov S. N., Mikhalkin V. M., Stupak M. F., Shevlyakov A. V. [Automatic weight loss system for large transformable structures during opening]. *Instrumentation*. 2016, Vol. 59, No. 2, P. 134–142 (In Russ.).
6. Medar A.V. et al. *A. S. 1467418 USSR, MKIG01M13/02, F16H 21/16. Stend dlya modelirovaniya nevesomosti dvuhzvennykh mekhanizmov* (USSR) [A.s. 1467418 USSR, MKIG01M13/02, F16H 21/16. Stand for determining the weightlessness of two-link supports]. No. 4238824/25-28. 2 p.
7. Zvontsova K. K. [Investigation of the dependence of the opening angle of the spoke on the movement of the mast when modeling the processes of bench testing of mechanical devices of reflectors of antennas of large diameters]. *Tekhnologii Microsoft v teorii i praktike programmirovaniya: sbornik trudov XIII Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferencii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh*. Tomsk, 2016. P. 48–50 (In Russ.).
8. Belyaev A. S. et al. [Methodology for calculating the dewatering system of large-sized transformable elements of spacecraft during ground tests]. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal*. 2021, Vol. 22, No. 1, P. 106–120 (In Russ.).
9. Bazara M., Shetty K. *Nelinejnoe programmirovaniye. Teoriya i algoritmy* [Nonlinear programming. Theory and algorithms]. Moscow, Mir Publ., 1982, 584 p.
10. Kuznetsov Yu. N., Kuzubov V. I., Voloshchenko A. B. *Matematicheskoe programmirovaniye* [Mathematical programming]. Moscow, Higher. School Publ., 1980, 300 p.
11. Himmelblau D. *Prikladnoe nelinejnoe programmirovaniye* [Applied non-linear programming]. Moscow, Mir Publ., 1975, 536 p.
12. Birger I. A., Mavlyutov R. R. *Soprotivleniye materialov* [Resistance of materials]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 560 p.
13. Matrosov A.V. *Maple 6. Reshenie zadach vysshej matematiki i mekhaniki* [Maple 6. Solving problems of higher mathematics and mechanics]. St. Petersburg, BVH-Petersburg Publ., 2001, 528 p.
14. Smirnov A. F. et al. *Stroitel'naya mekhanika. Sterzhnevyye sistemy* [Building mechanics. Rod systems] Moscow, Stroyizdat Publ., 1981, 512 p.
15. Mikeladze Sh. E. *CHislennyye metody matematicheskogo analiza* [Numerical methods of mathematical analysis]. Moscow, State. publishing house of technical and theoretical literature Publ., 1953, 528 p.
16. Pisarenko G. S., Yakovlev A. P., Matveev V. V. *Spravochnik po soprotivleniyu materialov* [Resistance Handbook materials]. Kyiv, Nauka Publ., 1975, 400 p.
17. Chertov A. G. *Mezhdunarodnaya sistema edinits izmerenij* [International system of units of measurements]. Moscow, Higher School Publ., 1967, 288 p.

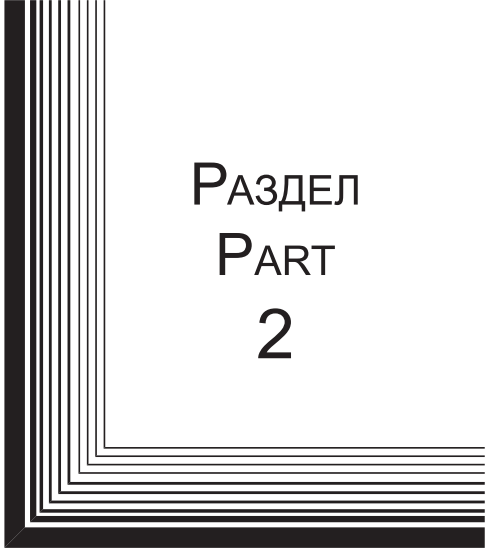
© Сабиров Р. А., Фисенко Е. Н., 2023

Сабиров Рашид Альтавович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технической механики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: rashidsab@mail.ru.

Фисенко Елена Николаевна – старший преподаватель кафедры технической механики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева.

Rashid Altavovich Sabirov – Ph. D., associate Professor, associate Professor of the Department of technical mechanics; Reshetnev Siberian state University of science and technology. E-mail: rashidsab@mail.ru.

Fisenko Elena Nikolaevna – senior lecturer; Reshetnev Siberian state University of science and technology.



РАЗДЕЛ
PART
2



АВИАЦИОННАЯ
И РАКЕТНО-
КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

AVIATION
AND SPACECRAFT
ENGINEERING



УДК 681.62.066.1-026.615:520.224

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-502-509

Для цитирования: Грачева Е. А., Синьковский Ф. К. Метод контроля усилия натяжения металлотрико-тажного сетеполотна на крупногабаритных рефлекторах антенн // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 502–509. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-502-509.

For citation: Gracheva E. A., Sin'kovskiy F. K. [Research of a method based on the local deformation of the metall mesh by the force of air drawn through its surface, for measuring and controlling the tension force of the metall mesh cavity on radio-reflecting reflectors]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 502–509. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-502-509.

Метод контроля усилия натяжения металлотрикотажного сетеполотна на крупногабаритных рефлекторах антенн

Е. А. Грачева, Ф. К. Синьковский

АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва» (АО «РЕШЕТНЁВ»)
Российская Федерация, 662970, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52
*E-mail: grachevaea@iss-reshetnev.ru

Приведены некоторые основные параметры сетеполотна, влияющие на радиоотражающие свойства рефлектора, и технология достижения этих параметров с помощью контроля усилия натяжения сетеполотна на различных этапах изготовления радиоотражающей поверхности рефлектора. Сделан краткий обзор существующих и применяемых на предприятии АО «РЕШЕТНЁВ» методов измерения и контроля усилия натяжения сетеполотна рефлекторов космических аппаратов и представлен анализ недостатков в результате их отработки. Предложен новый метод контроля усилия натяжения, основанный на локальном деформировании сетеполотна силой давления втягиваемого воздуха через его поверхность. Представлены результаты разработки и испытаний метода и прототипа устройства для контроля усилия натяжения сетеполотна. Целью исследования являлось определение работоспособности устройства и возможности его дальнейшего применения для контроля натяжения сетеполотна на рабочих рефлекторах.

Разработанный метод и прототип устройства, его реализующего, позволяют оперативно проводить контроль усилия натяжения сетеполотна при любом его пространственном положении.

Предложены и проанализированы перспективы возможного использования метода в ракетно-космической промышленности при изготовлении радиоотражающих поверхностей антенн космических аппаратов. По результатам проведенного исследования установлена зависимость усилия натяжения сетеполотна от силы давления втягиваемого воздуха через сетеполотно. Выявлена необходимость в дальнейшей доработке разработанного устройства для повышения точности получения данных измерений.

При успешном испытании доработанного устройства контроля усилия натяжения сетеполотна в лабораторных условиях, будут проведены дальнейшие испытания на стадии раскрытия сетеполотна и на сетеполотне в составе рефлектора.

Ключевые слова: рефлектор, радиоотражающая поверхность, металлическое сетеполотно, усилие натяжения сетеполотна, коэффициент отражения.

Research of a method based on the local deformation of the metall mesh by the force of air drawn through its surface, for measuring and controlling the tension force of the metall mesh cavity on radio-reflecting reflectors

E. A. Gracheva, F. K. Sin'kovskiy

JSC Academician M. F. Reshetnev "Information Satellite Systems" (RESHETNEV JSC)
52, Lenin St., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation
E-mail: grachevaea@iss-reshetnev.ru

This article presents some of the main parameters of the netfold that affect the radio-reflective properties of the reflector and the technology for achieving these parameters by controlling the tension force of the netfold at various stages of manufacturing the radio-reflective surface of the reflector. The article also includes a brief overview of the existing and applied methods of measuring and controlling the tension force of the reticular reflectors of spacecraft at the RESHETNEV JSC enterprise and an analysis of their shortcomings as a result of their development is presented. A new method for monitoring and measuring the tension force is proposed, based on the local deformation of the mesh by the force of the pressure of the drawn air through its surface. The results of the development and testing of the method and prototype of a device for monitoring the tension force of the net are presented. The purpose of the study was to determine the operability of the device and the possibility of its further use to control the tension of the grid on working reflectors.

The developed method and the prototype of the device that implements it, allow you to quickly monitor the tension force of the net pole at any of its spatial position.

The prospects of possible use of the method in the rocket and space industry in the manufacture of radio-reflecting surfaces of spacecraft antennas are proposed and analyzed. According to the results of the conducted research, the dependence of the tension force of the mesh on the force of the pressure of the drawn air through the mesh is established. The need for further refinement of the developed device to improve the accuracy of obtaining measurement data has been identified.

Upon successful testing of the modified device for measuring and controlling the tension force of the net in the laboratory, further tests will be carried out at the stage of cutting the net and on the net in the reflector.

Keywords: reflector, radio-reflective surface, metal-mesh, metal-mesh tension force, reflection coefficient.

Введение

Создание принципиально новых трансформируемых антенн для космических аппаратов потребовало разработки сетеполотна с тактико-техническими показателями, обеспечивающими наибольший коэффициент отражения СВЧ-излучения при минимальном усилии растяжения, минимальной удельной массе и максимальной изотропности механических и радиотехнических свойств [1–3].

К отражательной поверхности антенн космических систем связи предъявляются специфические эксплуатационные требования, одним из которых является максимальная радиоотражающая способность при минимальных усилиях силового каркаса [4].

Проблема создания отражательной поверхности решена за счет разработки новых металло-трикотажных сетеполотен из гальванически золоченой проволоки, которые наиболее полно отвечают заявленным требованиям по коэффициенту отражения $\geq 98\%$.

Необходимый коэффициент отражения антенны зависит, в том числе, от величины и равномерности натяжения сетеполотна по всему диаметру апертуры рефлектора в рабочем положении.

В данной статье рассматриваются применяемые на предприятии АО «РЕШЕТНЁВ» методы для измерения и контроля величины натяжения сетеполотна крупногабаритных трансформируемых рефлекторов антенн, а также предложен новый метод контроля.

Формирование и контроль профиля поверхности радиоотражающих рефлекторов

Для формирования радиоотражающей поверхности крупногабаритных рефлекторов используется вольфрамовое и молибденовое сетеполотно с золотым покрытием.

Для обеспечения заданного коэффициента радиоотражения при раскрытии антенны необходимо обеспечение определенного профиля радиоотражающей поверхности [5; 6].

При создании профиля для исключения провисания сетеполотна между силовыми спицами, сетеполотно должно иметь натяжение, которое выбрано после проведения в АО «РЕШЕТНЁВ» комплекса испытаний в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

**Требуемая величина рабочего усилия натяжения сетеполотна
для различных марок сетеполотен**

Марка сетеполотна	Рабочее усилие натяжения, г/см
СМЕТ-3лВ15х2(А+А)	5 ± 1
СМЕТ-3лВ15х2(Т+С)	11 ± 1
СМЕТ-3лМо20х1(А+А)	2 ± 1

Конструкторской документацией на трансформируемые рефлекторы и сетеполотно предусмотрен контроль усилия натяжения сетеполотна [7; 8]:

- на стадии раскроя сетеполотна;
- на объемном шаблоне при разметке сетеполотна;
- в составе рефлектора на различных этапах изготовления.

Количество точек контроля зависит от диаметра антенны и составляет от нескольких десятков до нескольких сотен.

Анализ методов измерения и контроля усилия натяжения для обеспечения радиоотражающих параметров рефлектора

На сегодняшний день в АО «РЕШЕТНЁВ» отработаны и применяются в производстве следующие методы измерения и контроля натяжения:

- метод контроля усилия натяжения по плотности петель в сетеполотне, основанный на подсчете петель по цифровым фотографиям на всех стадиях работы с сетеполотном [9–12];
- метод контроля усилия натяжения путем измерения глубины прогиба сетеполотна при воздействии физической силой на поверхность сетеполотна [13–15].

Так же был предложен и исследован метод резонанса. Метод основан на влиянии воздействия звуковых волн разной частоты на сетеполотно до момента, пока частота волны от внешнего источника не совпадет с собственной частотой свободных колебаний сетеполотна, что приведет к возникновению резонанса. Так, в зависимости от силы натяжения сетеполотна меняется и собственная частота свободных колебаний, что также изменяет и резонансные пики, возникающие при совпадении с частотой звуковых волн от внешнего источника. Моменты возникновения резонансных пиков фиксировались датчиками, расположенными на сетеполотне, а значения с датчиков выводились на мультиметр в милливольтках и были пропорциональны усилию натяжения, приложенному к сетеполотну [16].

Анализ результатов исследования указанных методов показал, что устройство для измерения глубины прогиба сетеполотна позволяет проводить контроль только на столе для раскроя сетеполотна и не приспособлено для контроля сетеполотна в составе рефлектора.

Метод контроля усилия натяжения по плотности петель в сетеполотне не обеспечивает требуемую точность контроля. Основная причина – необходимость постоянного обеспечения перпендикулярного положения объектива фотокамеры относительно поверхности сетеполотна, что не является возможным из-за сферического расположения сетеполотна на рефлекторе. Кроме того, этот метод не обеспечивает оперативности измерения.

Метод, основанный на влиянии воздействия звуковых волн, применим только на стадиях раскроя и изготовления отдельных сегментов сетеполотна. Применение метода непосредственно на рефлекторе не выполнимо по причине нетехнологичности.

Метод, основанный на локальном деформировании сетеполотна силой давления втягиваемого воздуха через его поверхность

В связи с недостатками приведенных методов, предложен новый метод контроля усилия натяжения сетеполотна, основанный на локальном деформировании сетеполотна силой давления втягиваемого воздуха через его поверхность.

Принцип действия метода заключается в измерении силы давления втягиваемого воздуха, действующего на сетеполотно в момент достижения необходимого прогиба сетеполотном.

Для подтверждения работоспособности метода проведены испытания на исследование влияния усилия натяжения сетеполотна на силу давления втягиваемого воздуха через его поверхность до достижения прогиба на сетеполотне.

Для проведения исследования была собрана конструкция, имитирующая натяжение сетеполотна на каркасе рефлектора.

Схема конструкции приведена на рис. 1. В исследовании было использовано сетеполотно (1) размером 17×17 см, жестко закреплённое на прямоугольной раме с двух перпендикулярных сторон (2). На две другие стороны равномерно подвешивались грузы (3), создавая равномерную растягивающую нагрузку на сетеполотно. Для чистоты эксперимента на сетеполотне была выбрана одна исследуемая область в центре сетеполотна (4), так как в ней максимально равномерно распределено усилие натяжения.

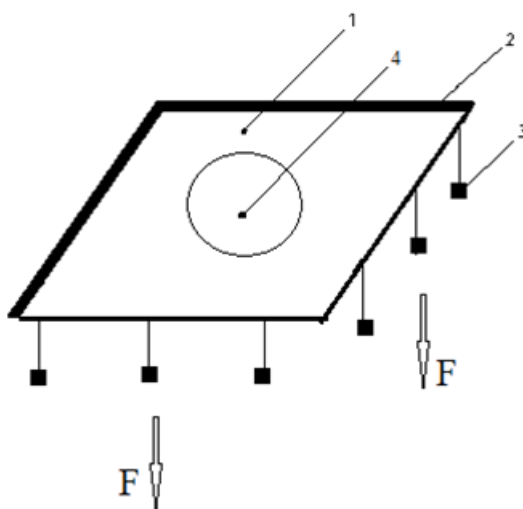


Рис. 1. Сетеполотно с равномерной распределенной нагрузкой:
1 – сетеполотно; 2 – жесткое крепление; 3 – грузы; 4 – исследуемая область

Fig. 1. Mesh with evenly distributed load:
1 – mesh; 2 – rigid fastening; 3 – loads; 4 – research area

Для проведения испытаний данного метода, был создан прототип устройства контроля усилия натяжения.

Принципиальная схема устройства показана на рис. 2.

Принцип работы устройства заключается в следующем: крыльчатка вентилятора (1), расположенная внутри впускного патрубка (3) и установленная на электропривод (2), который подключен к источнику питания (9) через блок управления вентилятором (7), создает обратный поток воздуха. Торцевой стороной впускного патрубка (3) касаются сетеполотна и с помощью ручки регулирующего потенциометра (8), расположенного на блоке управления вентилятором

(7), регулируют силу втягиваемого потока воздуха до момента возникновения на сетеполотне прогиба (11)

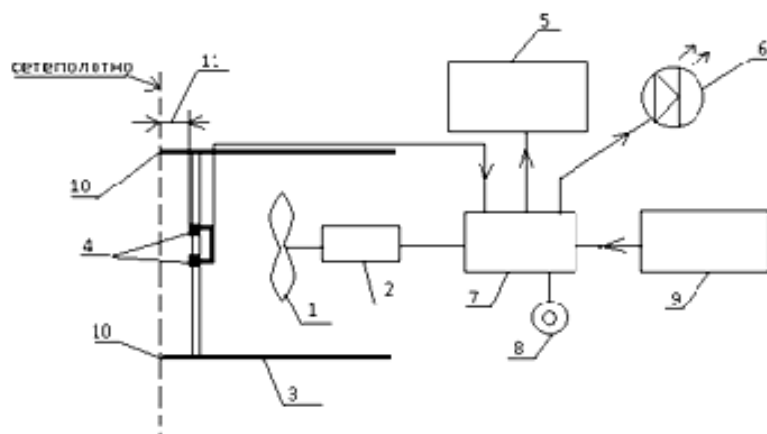


Рис. 2. Схема устройства для контроля усилия натяжения:

1 – крыльчатка вентилятора; 2 – электропривод вентилятора; 3 – впускной патрубок диаметром 10 мм; 4 – контактная группа; 5 – цифровой дисплей; 6 – контрольный светодиод; 7 – блок управления вентилятором; 8 – регулирующий потенциометр; 9 – источник питания; 10 – кольцевой контакт патрубка с полотном; 11 – величина прогиба полотна

Fig. 2. The scheme of the device for measuring and controlling the tension force:

1 – fan impeller; 2 – electric fan drive; 3 – inlet pipe with a diameter of 10 mm; 4 – contact group; 5 – digital display; 6 – control LED; 7 – fan control unit; 8 – regulating potentiometer; 9 – power supply; 10 – annular contact of the pipe with the web; 11 – the deflection value of the metal mesh

При достижении достаточной силы давления потока воздуха, происходит запитывание между контактной группой (4) и сетеполотном. В момент запитывания загорается контрольный светодиод (6), что служит сигналом для снятия показаний с цифрового дисплея (5), который показывает напряжение на регулирующем потенциометре (8).

Показания цифрового дисплея пропорциональны силе втягиваемого потока воздуха, действующего на сетеполотно.

Таким образом, было проведено 5 испытаний для нагрузок 0, 50, 100, 150 и 200 г на сторону сетеполотна. В каждом испытании для подтверждения результатов и уменьшения погрешности проводилось по 3 измерения.

Результаты зависимости силы втягиваемого потока воздуха от усилия натяжения сетеполотна приведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты зависимости силы втягиваемого потока воздуха от усилия натяжения сетеполотна

№ исп.	Суммарная масса грузов на сторону (m), г	Усилие натяжения на сторону (σ), г/см	Показания цифрового индикатора, мВ			Средние значения по всем измерениям, мВ
			1 изм.	2 изм.	3 изм.	
1	0	0	459	460	465	461,3
2	50	2,9	465	465	470	466,6
3	100	5,8	470	471	473	471,3
4	150	8,8	472	476	479	475,6
5	200	11,7	475	479	481	478,3

По результатам проведенного исследования установлена зависимость усилия натяжения сетеполотна от силы втягиваемого потока воздуха через поверхность сетеполотна (рис. 3).



Рис. 3. Зависимость силы втягиваемого воздуха через поверхность сетеполотна от усилия натяжения, приложенного к сетеполотну

Fig. 3. The dependence of the force of the drawn air through the metal mesh surface on the tension force applied to the metal mesh

Как видно из графика зависимости, чем больше усилие натяжения приложено к сетеполотну, тем большую силу втягиваемого воздуха необходимо приложить, чтобы запитать контакт между контактной группой и сетеполотном.

Заключение

По результатам проведенного исследования установлена зависимость усилия натяжения, приложенного к сетеполотну, от силы втягиваемого воздуха, воздействующего на его поверхность.

Необходимо отметить, что для использования данного метода необходимо провести настройку устройства перед его эксплуатацией. Для этого проводится калибровка и тарировка устройства контроля усилия натяжения на эталонном образце сетеполотна для каждой марки сетеполотна. При этом составляется градуировочная таблица с зависимостью усилия натяжения от показаний цифрового индикатора для каждого значения усилия натяжения.

Данный метод нуждается в проведении дополнительных исследований и доработке в части увеличения точности получения показаний с устройства и облегчения конструкции устройства, однако он имеет хорошие перспективы для дальнейшего внедрения в производство, так как в отличие от других методов позволяет измерять усилие натяжения сетеполотна на сферической поверхности, выдавая при этом конкретные цифровые значения.

Библиографические ссылки

1. Клишев О. П., Халиманович В. И. Анализ упругих деформаций космического аппарата на искажение формы отражающих поверхностей крупногабаритных элементов конструкции // Вестник СибГАУ. 2008. № 1 (18). С. 115–118.
2. Использование нелинейной теории упругости и метода подобия для оценки деформационных свойств металлотрикотажных сетеполотен / В. И. Халиманович, Л. А. Кудрявин, О. Ф. Беляев, В. А. Заваруев // Вестник Томского гос. ун-та. Математика и механика. 2017. № 49. С. 105–113.
3. PIM characteristics of The Large Deployable Reflector Antenna Mesh / V. Lubrano, R. Mizzoni, F. Silvestrucci, D. Raboso // 4th International Workshop on Multipactor, Corona and Passive Intermodulation in Space RF Hardware, 2003 [Электронный ресурс]. URL: <http://www.estec.esa.nl/conferences/03C26/>.

4. Жуков А. П. Реакция отражающей поверхности крупногабаритного рефлектора на действие возмущающего импульса // Вестник Томского гос. ун-та. Математика и механика. 2011. № 4 (12). С. 101–109.
5. Программа определения формы раскроя сетеполотна осесимметричного рефлектора № 2019619521 / М. С. Бухтяк, С. А. Пономарев; заявл. 31.07.2019, опубл. 07.08.2019. Нац. ис-след. Томский гос. ун-т.
6. Лаврушев В. Н., Гилязов И. И. Повышение точности при измерении коэффициента отражения сетеполотна // Материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов. 2018. С. 75–77.
7. Романов А. Г., Седельников Ю. Е. Измерение коэффициента отражения сетчатых мате-риалов // Вестник Казанского гос. техн. ун-та им. А. Н. Туполева. 2013. № 1. С. 81–85.
8. Пат. № 2350518 С1 Российская Федерация МПК В64G 1/22, H01Q 15/16. Способ изготов-ления развертываемого крупногабаритного рефлектора космического аппарата / Н. А. Тестое-дов, В. И. Халиманович, Г. В. Шипилов и др. ; заявитель и патентообладатель АО «ИСС» им. ак. М. Ф. Решетнева» – № 2007122181/11 ; заявл. 13.06.2007 ; опубл. 27.03.2009.
9. Сойфера В. А. Методы компьютерной обработки изображений. М. : Физматлит, 2001. 784 с.
10. Гришенцев А. Ю., Коробейников А. Г. Методы и модели цифровой обработки изображе-ний. СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2014. 190 с.
11. Сухарев Е. Н., Коловский Ю. В. Метод определения натяжения сетеполотна антенн на основе распознавания образов // Вестник СибГАУ. 2006. № 1–8. С. 96–100.
12. Сухарев Е. Н., Коловский Ю. В. Программа обработки изображений антенного сетеполотна для определения его натяжения. Свидетельство об офиц. регистрации программы для ЭВМ № 2005612186. М., 2005.
13. Пат. № 216.012.7AC2 Способ определения равномерного натяжения мембраны из изо-тропного материала. Жуков А. П., Павлов М. С., Подшивалов С. Ф., Пономарев С. В., Халима-нович В. И. ; заявитель и патентообладатель Нац. иссл. Томск. гос. ун-т ; заявл. 18.01.2012 ; опубл. 27.10.2013.
14. Пат. RU 2427948 С1 Зонтичная антенна космического аппарата / Н. А. Тестоедов, В. И. Халиманович, А. И. Величко и др. ; заявитель и патентообладатель АО «ИСС» им. ак. М. Ф. Решетнева» – № 2008135179/09 ; заявл. 28.08.2008 ; опубл. 20.10.2009.
15. Вдавливание индентора в поверхность натянутого сетеполотна / А. П. Жуков, М. С. Пав-лов, С. Ф. Подшивалов и др. // Вестник Томского гос. ун-та. 2010. № 4(12). С. 96–101.
16. Исследование метода, основанного на влиянии воздействия звуковых волн на сетеполот-но, для измерения усилия натяжения сетеполотна на крупногабаритных рефлекторах / Е. А. Грачева, Ф. К. Синьковский, Д. В. Снытко, Д. А. Замятин // Сибирский аэрокосмический журнал. 2022. Т. 23, № 1. С. 558–567.

References

1. Klishev O. P., Halimanovich V. I. [Analysis of elastic deformations of the spacecraft on the distortion of the shape of the reflecting surfaces of large-sized structural elements]. *Vestnik SibGAU*. 2008, Iss. 1 (18), P. 115–118 (In Russ.).
2. Halimanovich V. I., Kudryavin L. A., Belyaev O. F., Zavaruyev V. A. [The use of the nonlinear theory of elasticity and the similarity method for assessing the deformation properties of metal-mesh netting], *Vestnik Tomskogo gos. un-ta. Matematika i mekhanika*. 2017, No. 49, P. 105–113 (In Russ.).
3. Lubrano V., Mizzoni R., Silvestrucci F., Raboso D. PIM characteristics of The Large Deployable Reflector Antenna Mesh. *4th International Workshop on Multipactor, Corona and Passive Intermodulation in Space RF Hardware, 2003*. Available at: <http://www.estec.esa.nl/conferences/03C26>.
4. Zhukov A. P. [Reaction of the reflecting surface of a large-sized reflector to the action of a perturbing pulse]. *Vestnik Tomskogo gos. un-ta. Matematika i mekhanika*. 2011, No.4 (12), P. 101–109 (In Russ.).

5. Bukhtyak M. S., Ponomarev S. A. *Programma opredeleniya formy raskroya setepolotna osesimmetrichnogo reflektora № 2019619521* [The program for determining the shape of the cutting of the axisymmetric reflector. No. 2019619521]. 2019.
6. Lavrushev V. N., Gilyazov I. I. [Improving the accuracy when measuring the reflection coefficient of the net]. *Materialy Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. molodykh uchenykh, aspirantov i studentov* [Materials of the International Scientific and Technical Conference of Young scientists, postgraduates and students]. 2018 (In Russ.).
7. Romanov A. G., Sedelnikov Yu. E. [Measurement of the reflection coefficient of mesh materials]. *Vestnik Kazanskogo gos. tekhn. un-ta im. A. N. Tupoleva*. 2013, No. 1, P. 81–85 (In Russ.).
8. Testodov N. A., Halimanovich V. I., Shipilov G. V. et al. [Method of manufacturing a deployable large-sized reflector of a spacecraft]. Patent RF, no. 2350518, 2009.
9. Soifera V. A. *Metody komp'yuternoy obrabotki izobrazheniy* [Methods of computer image processing]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 784 p.
10. Grishentsev A. Yu., Korobeynikov A. G. *Metody i modeli tsifrovoy obrabotki izobrazheniy* [Methods and models of digital image processing]. St. Petersburg, St. Petersburg Polytechnic University Publ., 2014, 190 p.
11. Sukharev E. N., Kolovsky Yu. V. [Method for determining the tension of a mesh antenna based on found images]. *Vestnik SibGAU*. 2006, No. 1–8, P. 96–100 (In Russ.).
12. Sukharev E. N., Kolovsky Yu. V. *Programma obrabotki izobrazheniy antenno setepolotna dlya opredeleniya ego natyazheniya* [The program of image processing of the antenna metal-mesh for determining its tension]. 2005.
13. Zhukov A. P., Pavlov M. S., Podshivalov S. F., Ponomarev S. V., Halimanovich V. I. *Sposob opredeleniya ravnomernogo natyazheniya membrany iz izotropnogo materiala* [Method for determining the uniform tension of a membrane made of an isotropic material]. Patent RF, no. 216.012.7AS2, 2013.
14. Testodov N. A., Halimanovich V. I., Velichko A. I., Shipilov G. V., Kolesnikov A. P., Akchurin V. P. *Zontichnaya antenna kosmicheskogo apparata* [The umbellate antenna of the spacecraft]. Patent RF, no. RU 2427948 C1, 2009.
15. Zhukov A. P., Pavlov M. S., Podshivalov S. F. [Ponomarev S. V., Halimanovich V. I. Indentation of the indenter into the surface of a stretched metal-mesh]. *Vestnik Tomskogo gos. un-ta*. 2010, No. 4 (12), P. 96–101 (In Russ.).
16. Gracheva E. A., Sin'kovskiy F. K., Snytko D. V., Zamyatin D. A. [Research of the method based on the influence of sound waves on the metal-mesh for measuring the tension force of the metal-mesh on large-sized reflectors]. *Siberian Aerospace Journal*. 2022, Vol. 23, No. 1, P. 558–567.

© Грачева Е. А., Синьковский Ф. К., 2023

Грачева Евгения Александровна – инженер, Акционерное общество «Информационные спутниковые системы имени академика М. Ф. Решетнева»; аспирант, Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: grachevaea@iss-reshetnev.ru.

Синьковский Федор Константинович – заместитель директора – главный конструктор отраслевого центра крупногабаритных трансформируемых механических систем; Акционерное общество «Информационные спутниковые системы имени академика М. Ф. Решетнева». E-mail: sfk@iss-reshetnev.ru.

Gracheva Evgeniya Aleksandrovna – Engineer, Joint-Stock Company “Information Satellite systems named after Academician M. F. Reshetnev”; postgraduate student, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: grachevaea@iss-reshetnev.ru.

Sin'kovskiy Fedor Konstantinovich – Deputy Director-Chief Designer of the industry center for large-size transformable mechanical systems; Joint-Stock Company “Information Satellite systems named after Academician M. F. Reshetnev”. E-mail: sfk@iss-reshetnev.ru.

УДК 629.7.023

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-510-520

Для цитирования: Догадкин В. А., Кольга В. В., Трухин В. Р. Параметрический анализ прочности сопла ракетного двигателя на твердом топливе // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 510–520. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-510-520.

For citation: Dogadkin V. A., Kolga V. V., Trukhin V. R. [Parametrical analysis of the strength of the nozzle of a solid fuel rocketer]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 510–520. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-510-520.

Параметрический анализ прочности сопла ракетного двигателя на твердом топливе

В. А. Догадкин, В. В. Кольга, В. Р. Трухин

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31
E-mail: kolgavv@yandex.ru

В работе представлен подход к решению задачи проектирования сопла ракетного двигателя на твердом топливе (РДТТ) с использованием конструктивной особенности в виде вставной пластины из углепластика. Задачей проектирования является выбор оптимальных параметров формы и толщины пластины, обеспечивающей требуемую несущую способность при минимальной массе. В процессе проектирования проведен параметрический анализ сопла РДТТ со вставной пластиной из углепластика. Варьируя толщиной пластины, подобрана оптимальная конструктивная схема, отвечающая заданным коэффициентам запаса прочности и устойчивости. Параметрический анализ вставной пластины из композиционного материала включает в себя моделирование её основных весовых и прочностных параметров: анализ напряженно-деформированного состояния конструкции, значений собственных частот, определение запаса потери устойчивости, определение массы сопла РДТТ.

Анализ несущей способности сопла РДТТ со вставной пластиной из композиционного материала проводился с помощью метода конечных элементов с использованием программного пакета Solid-Works Simulation.

При проведении параметрического анализа были рассмотрены два варианта сопла двигателя РДТТ: со вставной пластиной и без неё.

По результатам параметрического анализа сопла РДТТ были определены его геометрические размеры и минимизирована масса конструкции.

Ключевые слова: параметрический анализ, прочность сопла РДТТ, композиционный материал, напряженно-деформированное состояние, потеря устойчивости, конструирование сопла РДТТ.

Parametrical analysis of the strength of the nozzle of a solid fuel rocketer

V. A. Dogadkin, V. V. Kolga, V. R. Trukhin

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation
E-mail: kolgavv@yandex.ru

The paper presents an approach to solving the problem of designing a solid propellant rocket engine nozzle using a design feature in the form of a carbon fiber insert. The design task is to select the optimal parameters of the plate thickness (plate shape) that provide the necessary strength and

stability of the structure with a minimum weight. During the design process, a parametric analysis of a carbon fiber insert in the solid propellant rocket nozzle was carried out. By varying the thickness of the plate, an optimal design scheme is found that meets the given safety and stability factors. Parametric analysis of an insert plate made of CM includes modeling of the main weight and strength parameters: determination of the stress-strain state of the structure, values of natural frequencies, determination of the buckling margin, determination of the mass of the solid propellant rocket motor nozzle.

Analysis of the bearing capacity of the solid propellant rocket motor nozzle with an insert plate made of CM was carried out using the finite element method using the SolidWorks Simulation software package.

During the parametric analysis, two variants of the solid propellant rocket engine nozzle with and without an insert plate were considered.

According to the results of the parametric analysis of the solid propellant rocket nozzle, its geometric dimensions were determined and the mass of the structure was minimized.

Keywords: parametric analysis, solid propellant rocket engine strength, composite material, oscillation frequency, stress-strain state, buckling, solid propellant rocket nozzle design.

Введение

Известно, что за счёт применения композиционных материалов в конструкции ракетного двигателя на твердом топливе (РДТТ) масса металла за период с 1970 по 1998 гг. снижена более чем в 3 раза. Это было достигнуто как за счёт совершенствования конструкции материалоёмкого узла соединения сопла РДТТ с корпусом двигателя, так и за счёт применения композиционных материалов (композитов) с органическими наполнителями и матрицей. Технологические варианты намотки корпусов типа кокона с использованием в качестве наполнителя органических высокопрочных волокон и в качестве матриц различных смол способствовали получению конструкции РДТТ с массовым совершенством на уровне 0,1. Однако дальнейшее повышение массового совершенства РДТТ за счёт совершенствования композитов на органической основе оказалось весьма проблематичным.

Главным недостатком конструкций (прежде всего корпусов) РДТТ из органопластиков, а также композитов с металлическими компонентами является ограничение по допустимой (рабочей) температуре их эксплуатации. Например, рабочая температура органопластиков составляет всего 400–430 К. Для обеспечения прочности такой конструкции требуется наличие мощной теплозащиты. Поэтому усилия в области материаловедения по дальнейшему повышению прочности органоволокна на практике незначительно способствуют повышению массового совершенства двигателя по сравнению с возможностью расширения диапазона рабочей температуры. В этой связи поистине уникальные возможности заложены в углеродных и углеродокерамических материалах. Рабочая температура для них с одновременным повышением прочности составляет 3100–3300 К, что указывает на перспективы создания легких неохлаждаемых корпусов РДТТ. Однако абсолютные значения прочности таких материалов пока намного меньше прочности органопластиков вследствие относительно низких уровней прочности карбонизованных, керамических или графитированных матриц. Кроме того, такие композиты обладают в сравнении с органопластиками более низкими характеристиками газопроницаемости. Правда, допускается устранение последнего с помощью различных конструкторско-технологических способов. На современном этапе развития новых композитов их применение в РДТТ связано, главным образом, с созданием конструкций сопловых блоков, теплозащиты корпуса, устройств управления вектором тяги.

Сопловые блоки РДТТ за сравнительно короткий период времени претерпели существенное изменение формы, компоновочной схемы, размеров и состава материалов. Дальнейшее развитие конструкций сопловых блоков определяется тенденциями изменений условий эксплуатации РДТТ, совершенствования конструктивных форм и, главным образом, обеспечения новыми материалами. Изменения условий эксплуатации сопловых блоков РДТТ связано с использованием новых высокоэнергетических твёрдых топлив с повышенными удельным импульсом тяги и

температурой в камере сгорания. Создаются лёгкие конструкции сопел из новых материалов с высоким уровнем массового совершенства и высокими показателями надёжности.

Современные РДТТ работают на смесевых металлизированных топливах с высоким содержанием металлов при давлении в камере сгорания порядка 10,0 МПа и температуре до 3800 К. Условия применения баллистических ракет с РДТТ потребовали от конструкций сопловых блоков обеспечения условий функционирования при воздействии излучения ядерного взрыва, стойкости к климатическим факторам и транспортным нагрузкам, обусловленным мобильностью современных ракетных комплексов.

Повышенные требования к конструкции сопловых блоков вызваны также тенденцией увеличения сроков эксплуатации современных ракет, в течение которых требуется гарантировать сохранность свойств материалов и деталей. Противоречивость требований повышения энергетических показателей РДТТ и массового совершенства при требуемом уровне надёжности может быть разрешима, в первую очередь, за счёт создания новых материалов.

Изменение конструктивных форм сопловых блоков связано с тенденциями разработки и совершенствования сопел, частично утопленных в камеру сгорания, сопел на гибком подвесе, систем вдува продуктов сгорания в закритическую часть сопла для управления вектором тяги, секционированных, раздвижных и складных насадок. При этом масса соплового блока остается на уровне 30–45 % от массы корпуса и пути технического совершенства конструкции определяются практически только применением более эффективных материалов [1–3].

Таким образом, повышение эксплуатационных характеристик сопловых блоков РДТТ и улучшение их конструктивных форм невозможны без применения новых материалов, так как технические пути совершенствования основных функциональных частей сопловых блоков современных РДТТ во многом исчерпаны. Разработка новых топлив и конструкторские решения опережают современные возможности конструкционных и теплозащитных материалов.

Актуальность исследования обоснована необходимостью анализа возможности эксплуатации ракетных сопел РДТТ, изготовленных из композиционных материалов и применения конструкций сопла в комбинации «металл-композит».

Постановка задачи

Основной частью сопла, определяющей энергетические характеристики РДТТ, является зона критического сечения. Она же характеризует и массовое совершенство как собственно зоны критического сечения, так и зоны входной части сопла.

Выходная часть сопла является не менее важной для обеспечения энергетических характеристик двигателей и его массового совершенства, особенно это справедливо для высотных РДТТ (применяемых на второй и третьей ступенях ракет) с большой степенью расширения сопла.

Входная часть сопла формирует профиль течения потока и подвержена конвективному и радиационному тепловому воздействию продуктов сгорания топлива; здесь наилучшим образом зарекомендовали себя стекло- и углепластики.

Зона критического сечения испытывает интенсивный конвективный нагрев и механические нагрузки. Лучше всего в этой зоне зарекомендовали себя тугоплавкие металлы (вольфрам, молибден) и сплавы на их основе, а также некоторые марки графитов.

Выходная часть сопла подвержена конвективному тепловому воздействию и значительным механическим нагрузкам. В этой зоне сопла наилучшим образом зарекомендовали себя стекло- и углепластики, подкрепленные металлической обечайкой, и конструкции из молибдена, ниобия, титана и сплавов на их основе.

Перспективным целям развития РДТТ отвечают углеродные материалы, которые представляют новый класс материалов разного назначения, отличающихся от известных до сих пор материалов специфическими особенностями и уникальностью. Обоснованное применение углеродных материалов в конструкциях РДТТ и других двигателей требует ясного представления о свойствах, технологии получения и методах исследования и прогнозирования работоспособности этих материалов.

Углеродные материалы имеют следующие общие положительные свойства:

- высокую тепловую эрозионную стойкость, стойкость к термическим ударам, уникальную прочность, увеличивающуюся при нагреве в 2–2,5 раза по сравнению с комнатной температурой, малую плотность и высокие удельные физико-механические характеристики;
- возможность направленно изменять свойства путём изменения исходных компонентов и параметров процесса получения, использования оптимальных схем армирования;
- возможность использования практически в любом месте проточного тракта сопла и в деталях силовой схемы конструкции двигателя;
- возможность сочетать уникальные теплозащитные свойства при контакте с самыми разнообразными материалами, применяемость почти всех видов механической обработки;
- высокую сохранность свойств при длительном хранении в различных климатических условиях и контакте с различными средами, стойкость в условиях радиации, высокую биологическую стойкость.

Анизотропия углеродных материалов является ещё одним средством рационального проектирования элементов конструкции двигателей. Изменяя ориентацию наполнителей, можно получить материал с оптимальной анизотропией, специально подобранной для любого напряженно-деформированного состояния конструктивного элемента.

Задачей исследования является конструирование сопла РДТТ из титанового сплава со вставной пластиной из композиционного материала (КМ) и анализ его несущей способности [4–15]. В процессе исследования были поставлены следующие задачи:

- 1) подобрать толщину стенки сопла, соответствующую оптимальному коэффициенту запаса прочности;
- 2) сконструировать составное сопло РДТТ с вкладышем из КМ;
- 3) подобрать толщину стенки составного сопла и вставной пластины из КМ, обеспечивающих несущую способность сопла.

Разработанная конструкция сопла может быть использована при проектировании ракет с РДТТ [8].

Расчетная модель сопла РДТТ

Для проведения сравнительного анализа было взято два сопла РДТТ. Первое сопло – классическое сопло твёрдотопливной многоступенчатой ракеты с толщиной стенки 30 мм без использования композиционного материала (рис. 1), второе – с использованием вкладной пластины из углепластика с толщиной стенки сопла 20 мм и толщиной пластины 10 мм (рис. 2).

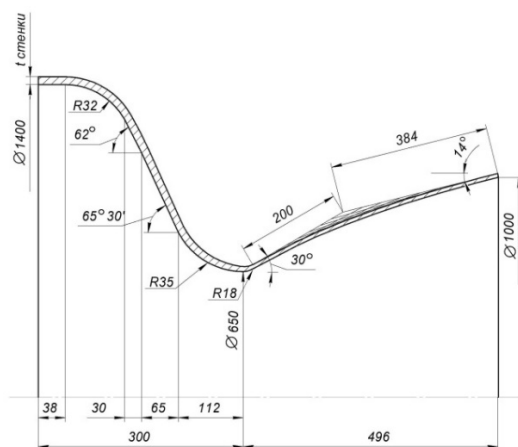


Рис. 1. Сопло РДТТ

Fig. 1. Solid propellant nozzle

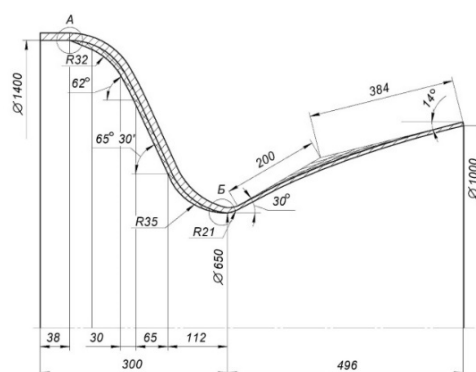


Рис. 2. Сопло РДТТ со вставной пластиной из углепластика

Fig. 2. Solid propellant rocket motor nozzle with CFRP insert

Для представленных конструкций сопел был проведен статический анализ в пакете Solidworks Simulation. Характеристики используемых материалов взяты из библиотеки материалов Solidworks materials применительно к инновационному композиционному материалу аристид [16], сохраняющему свои прочностные свойства при нагреве до 1300° (табл. 1).

Таблица 1

Характеристики материалов для статического расчета сопла

	Сопло РДТТ	Вставная пластина
Название материала	Титановый сплав Ti-8Mn отожженный лист	Углепластик m55j (аристид)
Модуль упругости, ГПа	115	240
Коэффициент Пуассона	0,33	0,127
Массовая плотность, кг/м ³	4730	1910
Предел прочности при растяжении, МПа	1070	3027
Предел текучести, МПа	930	2050

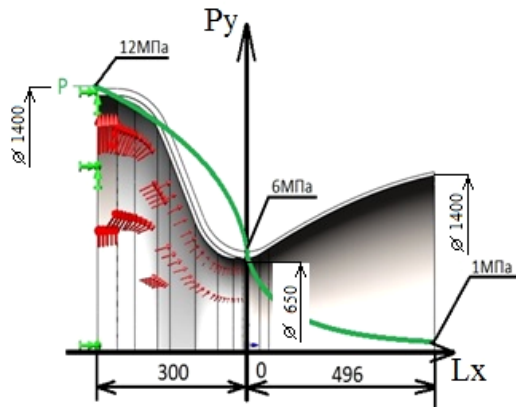


Рис. 3. Распределение давления в сопле РДТТ:
P – давление; L – длина исследуемой зоны

Fig. 3. Pressure distribution in the solid propellant rocket engine nozzle:

P – pressure; L – length of the investigated zone

В качестве критерия максимального напряжения был взят критерий vonMises. Закрепление задано с помощью фиксированной геометрии по контуру грани сопла со стороны, соединяющейся с обечайкой корпуса двигателя.

Для исследуемой конструкции РДТТ (см. рис. 1) [14] была составлена формула распределения давления внутри сопла (1), согласно графику распределения давления (рис. 3).

$$P = \alpha_1 x^2 + \alpha_2 x + \alpha_3, \quad (1)$$

где α_1 , α_2 , α_3 – коэффициенты, полученные экспериментальным путем.

Для случая давления на входе в сопло $P_{вх} = 12$ МПа, давления в критической части сопла $P_{кр} = 6$ МПа и давления на срезе сопла $P_a = 1$ МПа (рис. 3) формула (1) примет вид (2)

$$P = 5,205 \cdot 10^{-5} x^2 - 0,04x + 6. \quad (2)$$

Используя уравнение (2), приложим нагрузки к соплу. Распределение нагрузок и граничные условия для расчетной модели показаны на рис. 4, где зелеными (внешними) стрелками обозначены закрепления, красными (внутренними) – приложенные нагрузки.

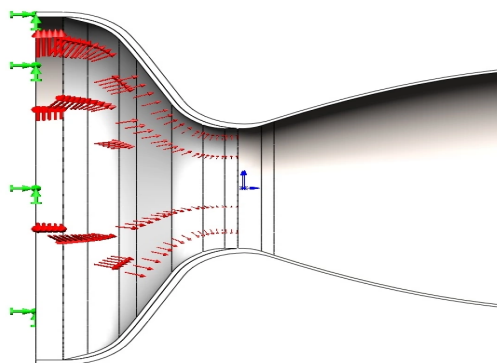


Рис. 4. Распределение нагрузок в сопле

Fig. 4. Distribution of loads in the nozzle

Расчет на прочность при статическом нагружении

Проведём исследования для различных толщин стенки сопла из титанового сплава без использования вставной пластины из КМ. Толщина стенки сопла варьировалась от 15 до 30 мм. Для примера на рис. 5–8 приведены эпюры напряжений и запаса прочности для толщин 15 и 30 мм

Исследование: Исследование (Статический анализ: 3D-модель)
Тип анализа: Статический анализ (Упругое поведение)
Целевые деформации: 0,0000

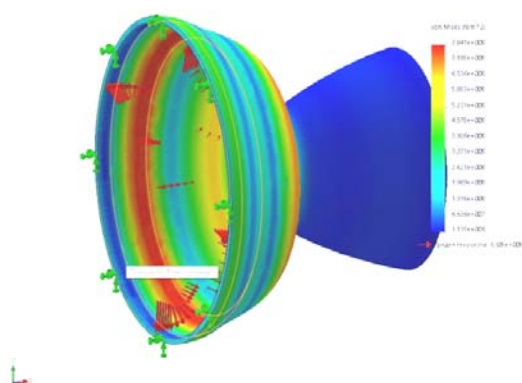


Рис. 5. Эпюра распределения напряжений в сопле $t = 15$ мм

Fig. 5. Diagram of stress distribution in the nozzle $t = 15$ mm

Исследование: Исследование (Статический анализ: 3D-модель)
Тип анализа: Статический анализ (Упругое поведение)
Целевые деформации: 0,0000

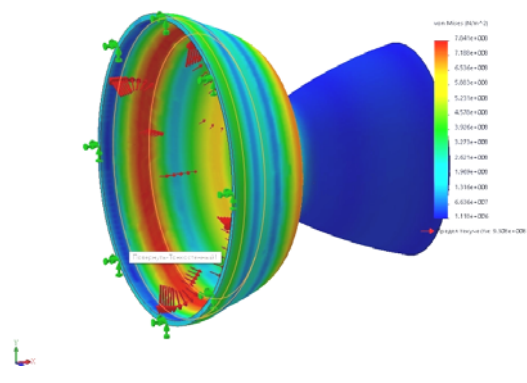


Рис. 6. Эпюра распределения напряжений в сопле $t = 30$ мм

Fig. 6. Diagram of stress distribution in the nozzle $t = 30$ mm

На рис. 5 и 6 представлены эпюры распределения напряжений в сопле для различной толщины стенок. Предел текучести материала Ti-8Mn из библиотеки материалов Solidworks materials равен $\sigma_t = 9,308 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$.

Максимальные напряжения в сопле толщиной 15 мм составляют $2,32 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ (рис. 5), что превышает предел текучести выбранного титанового сплава и не обеспечивает несущую способность сопла. Для сопла с толщиной стенки 30 мм напряжения составили $7,841 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ (рис. 6), что обеспечивает необходимый запас прочности.

В месте действия максимальных напряжений, коэффициент запаса прочности для сопла $t = 15$ мм равняется 0,4 (рис. 7), а для сопла $t = 30$ равняется 1,187 (рис. 8).

Исследование: Исследование (Статический анализ: 3D-модель)
Тип анализа: Статический анализ (Упругое поведение)
Целевые деформации: 0,0000

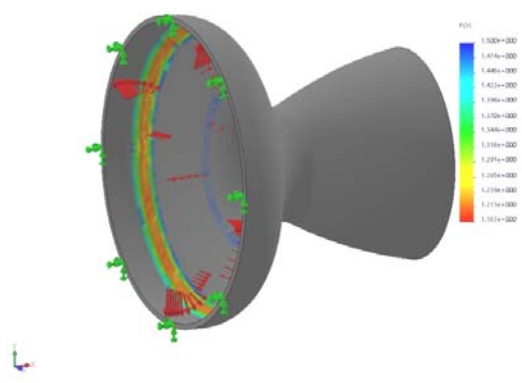


Рис. 7. Коэффициент запаса прочности в сопле $t = 15$ мм

Fig. 7. Safety factor in the nozzle $t = 15$ mm

Исследование: Исследование (Статический анализ: 3D-модель)
Тип анализа: Статический анализ (Упругое поведение)
Целевые деформации: 0,0000

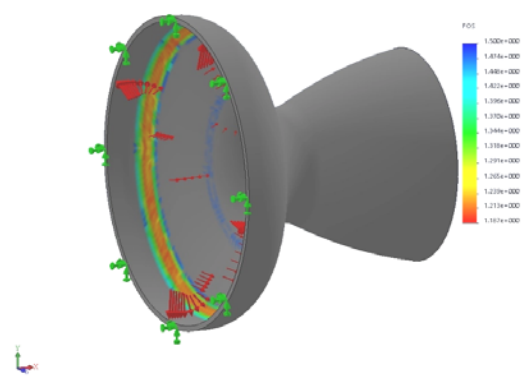


Рис. 8. Коэффициент запаса прочности в сопле $t = 30$ мм

Fig. 8. Safety factor in the nozzle $t = 30$ mm

Расчет на прочность сопла РДТТ с вкладышем из композиционного материала

Для уменьшения массы сопла РДТТ и увеличения его прочностных характеристик будем использовать вставную пластину из углепластика в критическом сечении сопла (рис. 9).

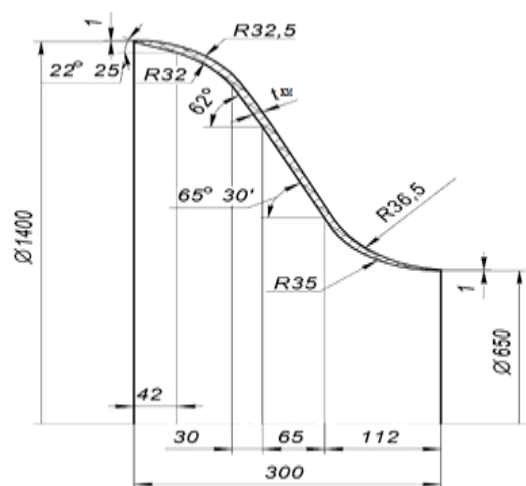


Рис. 9. Вставная пластина из композиционного материала

Fig. 9. Insertion plate made of composite material

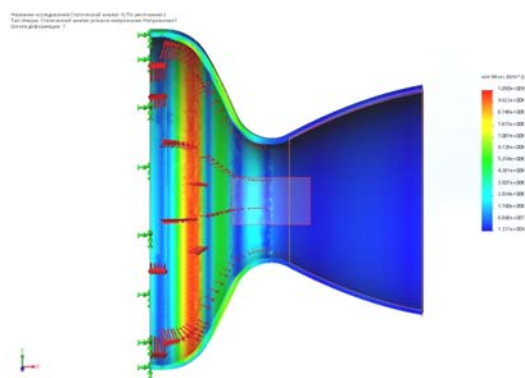
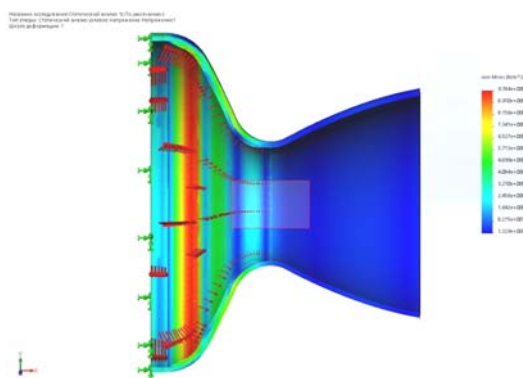
Рис. 10. Эпюра распределения напряжения в сопле $t_{\text{т}} = 20$ мм; $t_{\text{км}} = 7,5$ ммFig. 10. Diagram of stress distribution in the nozzle $t_{\text{т}} = 20$ мм; $t_{\text{км}} = 7.5$ ммРис. 11. Эпюра распределения напряжения в сопле $t_{\text{т}} = 20$ мм; $t_{\text{км}} = 17,5$ ммFig. 11. Diagram of stress distribution in the nozzle $t_{\text{т}} = 20$ мм; $t_{\text{км}} = 17.5$ мм

Таблица 2

**Результаты расчетов сопла из титана со вставной пластиной
из композиционного материала**

Материал		Коэффициент запаса прочности		Масса (кг)
Титановый сплав Ti-8Mn t стенки	Углепластик m55j (аристид) t стенки	Титановый сплав Ti-8Mn	Углепластик m55j (аристид)	
20	7,5	0,9964	1,9	310,272
20	10	1,078	1,90	318,414
20	12,5	1,143	2	326,384
20	15	1,141	2	334,353

Из проведенных расчетов следует, что обеспечивающая требуемую несущую способность конструкция сопла РДТТ, выполненная из титанового сплава в сочетании с углепластиком, имеет толщину стенки титанового сплава равную 20 мм, толщину стенки углепластика – 10,75 мм. Использование предложенной комбинированной конструкции сопла с композитной вставкой позволило снизить общую массу сопла на 30–32 % (табл. 3).

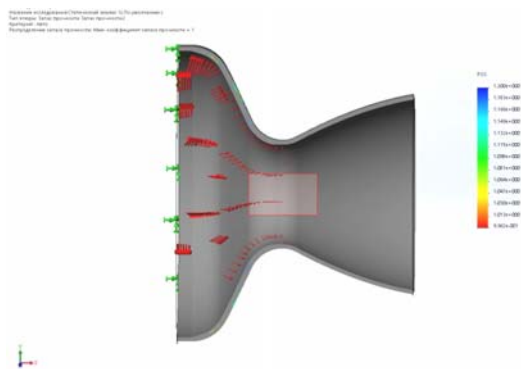


Рис. 12. Коэффициент запаса прочности в сопле $t_{\text{ц}} = 20$ мм; $t_{\text{км}} = 7,5$ мм

Fig. 12. Safety factor in the nozzle $t_{\text{ц}} = 20$ mm; $t_{\text{км}} = 7.5$ mm

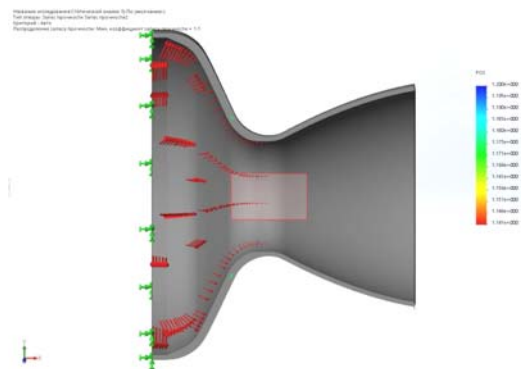


Рис. 13. Коэффициент запаса прочности в сопле $t_{\text{ц}} = 20$ мм; $t_{\text{км}} = 17,5$ мм

Fig. 13. Safety factor in the nozzle $t_{\text{ц}} = 20$ mm; $t_{\text{км}} = 17.5$ mm

Таблица 3

Анализ массы сопла

Комбинация материалов	Масса конструкции, кг
Титановый сплав	468,214
Титановый сплав + Углепластик высокопрочный	329,645

Частотный анализ сопла РДТТ

Анализ собственных форм и частот колебаний позволяет оценить поведение предлагаемой конструкции сопла РДТТ при динамическом нагружении в процессе его работы. Для этого был проведен анализ первых трех форм собственных частот колебаний. Для проведения модального анализа была рассмотрена модель сопла РДТТ со вставной пластиной из углепластика, предложенная ранее. Нагрузки и граничные условия для расчета взяты те же, что и при статическом анализе.

Значение собственной частоты для первой формы колебаний составило 123,2 Гц. Эпюра приведена на рис. 14.

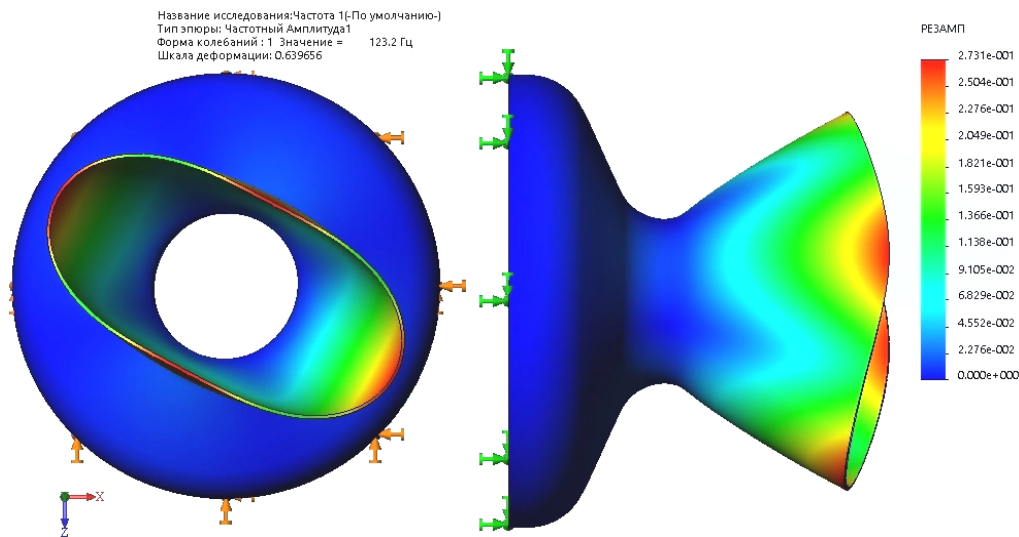


Рис. 14. Амплитуда первой формы колебаний

Fig. 14. Amplitude of the first waveform

Заключение

По результатам исследования было предложено сопло РДТТ, состоящее из комбинации материалов титановый сплав Ti-8Mn + углепластик m55j (аристид), определены его геометрические размеры. Предложенное сопло, по результатам расчетов, обеспечивает необходимый коэффициент запаса прочности и снижение массы на 30–32 % по сравнению с цельным соплом из титанового сплава. Для предложенного сопла проведен модальный анализ.

Библиографические ссылки

1. Параметрический анализ анизогридного корпуса космического аппарата для очистки орбиты от космического мусора / И. Д. Белоновская, В. В. Кольга, И. С. Ярков, Е. А. Яркова // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 1. С. 94–105. DOI: 10.31772/2712-8970-2021-22-1-94-105.
2. Догадкин В. А., Трухин В. Р. Исследование несущей способности узлов «композит-металл» в ракетной технике // Научно-техническое развитие России и мира : сб. статей II Междунар. науч.-практ. конф. М., 2023. С. 82–88 [Электронный ресурс]. URL: <https://drive.google.com/file/d/1UYyG4rZReHrcVDG547jhdTcUEm3LUVGn/view> (дата обращения: 19.05.2023).
3. Казанцев В. Г., Жаринов Ю. Б., Карпутин М. П. Динамика и прочность ракетных двигателей на твердом топливе. Бийск : АлтГТУ им. И. И. Ползунова, 2014. 380 с.
4. Vasiliev V. V., Barynin V. A., Razin A. F. Anisogrid composite lattice structures – development and aerospace applications // Composite Structures. 2012. Vol. 94, No. 11. P. 17–27.
5. Бордачев В. А., Кольга В. В., Рожкова Е. А. Исследование статической устойчивости модельной ракеты // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 1. С. 64–75. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-1-64-75.
6. Оптимизация расположения мест крепления приборной панели космического аппарата на основе модального анализа / В. В. Кольга, М. Е. Марчук, А. И. Лыкум, Г. Ю. Филипсон // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 2. С. 328–338. DOI: 10.31772/2712-8970-2021-22-2-328-338.
7. Kolga V. V., Yarkov I. S., Yarkova E. A. Development of the heat panel of the small space apparatus for navigation support // Siberian journal of science and technology. 2020, Vol. 21, No. 3. P. 382–388. DOI: 10.31772/2587-6066-2020-21-3-382-388.
8. Данеев А. В., Русанов М. В., Сизых В. Н. Концептуальные схемы динамики и компьютерного моделирования пространственного движения больших конструкций // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование, 2016. № 4. С. 17–25.
9. Проектирование узла крепления оттяжек на силовой спице рефлектора / В. В. Кольга, А. И. Лыкум, М. Е. Марчук, Г. Ю. Филипсон // Сибирский аэрокосмический журнал. 2022. Т. 23, № 3. С. 451–460. DOI: 10.31772/2712-8970-2022-23-3-451-460.
10. Замятин Д. А., Кольга В. В. Построение анизогридной силовой конструкции адаптера космического аппарата // Решетневские чтения : материалы XXII Междунар. науч.-практ. конф. : в 2 ч. / СибГУ им. М.Ф. Решетнева. Красноярск, 2019. Ч. 1. С. 26–28.
11. Патент № 2674386 Российская Федерация МПК В64G 1/22. Способ изготовления крупногабаритного трансформируемого рефлектора / А. И. Величко, Д. О. Шендалев и др. ; заявл. 06.09.2016 ; опубл. 07.12.2018 ; бюл. № 34.
12. Замятин Д. А., Кольга В. В. Моделирование конструкции мачты рефлектора // Решетневские чтения : материалы XXIV Междунар. науч.-практ. конф. (10–13 ноября 2020, г. Красноярск) : в 2 ч. / СибГУ им. М.Ф. Решетнева. Красноярск, 2020. Ч. 1. С. 21–22.
13. Lopatin A. V., Morozov E. V., Shatov A. V. Buckling of uniaxially compressed composite anisogrid lattice cylindrical panel with clamped edges // Composite Structures. 2017. Vol. 160. P. 765–772.

14. Lopatin A. V., Morozov E. V., Shatov A. V. Axial deformability of the composite lattice cylindrical shell under compressive loading: Application to a load-carrying spacecraft tubular body // *Composite Structures*. 2016. Vol. 146. P. 201–206.
15. Современные ракеты-носители зарубежных стран. Ракетно-космическая техника / М. Д. Евтифьев, Л. А. Ковригин, В. В. Кольга и др. ; СибГАУ. Красноярск, 2010. 276 с.
16. Изобретен аристид – материал, который в 10 раз легче алюминия [Электронный ресурс]. URL: <https://fabricators.ru/article/v-10-raz-legche-alyuminiya-novyuy-chudo-material-iz-pereslavya-zalesskogo-mozhet-izmenit>, свободный (дата обращения: 01.07.2023).

References

1. Belonovskaya I. D. Kolga V. V., Yarkov I. S., Yarkova E. A. [Parametric analysis of the anisogrid body of a spacecraft for cleaning the orbit from space debris]. *Siberian Aerospace Journal*. 2021, Vol. 22, No. 1, P. 94–105. DOI: 10.31772/2712-8970-2021-22-1-94-105 (In Russ.).
2. Dogadkin V. A., Trukhin V. R. [Investigation of the bearing capacity of “composite-metal” units in rocketry]. *Sbornik statey II Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii “Nauchno-tekhnicheskoye razvitiye Rossii i mira”* [Collection of articles of the II International scientific and practical conference “Scientific and technical development of Russia and the world”]. Moscow, 2023, P. 82–88 (In Russ.).
3. Kazantsev V. G., Zharinov Yu. B., Kapustin M. P. *Dinamika i prochnost' raketnykh dvigateley na tverdom toplive* [Dynamics and strength of solid-fuel rocket engines]. Biysk, 2014, 380 p.
4. Vasiliev V. V., Barynin V. A., Razin A. F. Anisogrid composite lattice structures – development and aerospace applications. *Composite Structures*. 2012, Vol. 94, No. 11, P. 17–27.
5. Bordachev V. A., Kolga V. V., Rozhkova E. A. [Study of the static stability of a model rocket] *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No 1, P. 64–75. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-1-64-75 (In Russ.).
6. Kolga V. V., Marchuk M. E., Lykum A. I., Filipson G. Y. [Optimization of the location of the attachment points of the instrument panel of the spacecraft based on modal analysis]. *Siberian Aerospace Journal*. 2021, Vol. 22, No. 2, P. 328–338. DOI: 10.31772/2712-8970-2021-22-2-328-338 (In Russ.).
7. Kolga V. V., Yarkov I. S., Yarkova E. A. Development of the heat panel of the small space apparatus for navigation support. *Siberian journal of science and technology*. 2020, Vol. 21, No. 3, P. 382–388. DOI: 10.31772/2587-6066-2020-21-3-382-388.
8. Daneev A. V., Rusanov M. V., Sizykh V. N. [Conceptual schemes of dynamics and computer modeling of spatial motion of large structures]. *Sovremennyye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovaniye*. 2016, No. 4, P. 17–25 (In Russ.).
9. Kolga V. V., Marchuk M. E., Lykum A. I., Filipson G. Y. [Designing the bracing attachment point on the power spoke of the reflector]. *Siberian Aerospace Journal*. 2022, Vol. 23, No. 3, P. 451–460. DOI: 10.31772/2712-8970-2022-23-3-451-460 (In Russ.).
10. Zamyatin D. A., Kolga V. V. [Construction of anisogrid power structure of the spacecraft adapter] *Materialy XXII Mezhdunar. nauch. konf. “Reshetnevskie chteniya”* [Materials XXII Intern. Scientific. Conf “Reshetnev reading”]. Krasnoyarsk, 2019, P. 26–28 (In Russ.).
11. Velichko A. I., Shendalev D. O. et al. *Sposob izgotovleniya krupnogabaritnogo transformiruyemogo reflektora* [A method of manufacturing a large-sized transformable reflector]. Patent RF, no. 2674386, 2018.
12. Zamyatin D. A., Kolga V. V. [Modeling the design of the reflector mast] *Materialy XXII Mezhdunar. nauch. konf. “Reshetnevskie chteniya”* [Materials XXIV Intern. Scientific. Conf “Reshetnev reading”]. Krasnoyarsk, 2020, P. 21–22 (In Russ.).
13. Lopatin A. V., Morozov E. V., Shatov A. V. Buckling of uniaxially compressed composite anisogrid lattice cylindrical panel with clamped edges. *Composite Structures*. 2017, Vol. 160, P. 765–772.

14. Lopatin A. V., Morozov E. V., Shatov A. V. Axial deformability of the composite lattice cylindrical shell under compressive loading: Application to a load-carrying spacecraft tubular body. *Composite Structures*. 2016, Vol. 146, P. 201–206.

15. Yevtifyev M. D., Kovrigin L. A., Kolga V. V., Lebedeva L. N., Filatov V. V. *Sovremennyye rakety-nositeli zarubezhnykh stran. Raketno-kosmicheskaya tekhnika* [Modern launch vehicles of foreign countries. Rocket and space technology]. Krasnoyarsk, 2010, 276 p. (In Russ.).

16. *Izobreten aristid – material, kotoryy v 10 raz legche alyuminiya* [Invented aristide – a material that is 10 times lighter than aluminum] (In Russ.). Available at: <https://fabricators.ru/article/v-10-raz-legche-alyuminiya-novyy-chudo-material-iz-pereslavya-zalesskogo-mozhet-izmenit> (accessed 01.07.2023).

© Догадкин В. А., Кольга В. В., Трухин В. Р., 2023

Догадкин Владимир Александрович – аспирант; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: vova.doga.98@mail.ru.

Кольга Вадим Валентинович – доктор педагогических наук, кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры летательных аппаратов; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: kolgavv@yandex.ru.

Трухин Виталий Романович – аспирант; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: vitalyaemae@gmail.com.

Dogadkin Vladimir Aleksandrovich – Post-graduate student; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: vova.doga.98@mail.ru.

Kolga Vadim Valentinovich – Dr. Sc., Professor, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: kolgavv@yandex.ru.

Trukhin Vitaly Romanovich – Post-graduate student; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: vitalyaemae@gmail.com.

УДК 620.178.4/6

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-521-526

Для цитирования: Иголкин А. А., Филипов А. Г. Об альтернативном методе отработки динамической прочности конструкции малого космического аппарата // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 521–526. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-521-526.

For citation: Igolkin A. A., Filipov A. G. [On an alternative method for testing the dynamic strength of a small spacecraft structure]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 521–526. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-521-526.

Об альтернативном методе отработки динамической прочности конструкции малого космического аппарата

А. А. Иголкин, А. Г. Филипов^{*}

Самарский университет
Российская Федерация, 443086, г. Самара, ул. Московское шоссе, 34
*E-mail: iskander-filipov@yandex.ru

В данной статье представлен анализ возможности применения альтернативного метода отработки на механические воздействия конструкции малого космического аппарата дистанционно-го зондирования Земли, имеющего изделие-аналог, прошедший полный цикл наземной экспериментальной отработки. Однако, несмотря на схожую силовую схему и максимальное заимствование бортовой аппаратуры с минимальными доработками, планируемый к отработке космический аппарат имеет ряд существенных отличий. Рассмотрено применение основных альтернативных методов в зарубежной и отечественной практике при наземной экспериментальной отработке космической техники, описаны их преимущества и недостатки. Приведены некоторые рекомендации принятия решений об отказе от применения традиционных методов наземной экспериментальной отработки космической техники на механические воздействия.

Анализ принятой в отечественной отрасли нормативно-технической документации в части уточнения перечня отработочных испытаний космических аппаратов, допущений применения расчетно-экспериментального метода к отработке динамической (вибрационной) прочности и анализ конструкции планируемого к отработке космического аппарата в сравнении с изделием-аналогом показал, что наиболее предпочтительным для отработки динамической (вибрационной) прочности является метод «протоквалификации». В соответствии с выбранным методом были определены задачи, которые позволят уточнить перечень отработочных испытаний объекта исследования.

Ключевые слова: вибрационная прочность, динамические испытания, наземная экспериментальная отработка, протоквалификация.

On an alternative method for testing the dynamic strength of a small spacecraft structure

A. A. Igolkin, A. G. Filipov^{*}

Samara University
34, Moskovskoe shosse St., Samara, 443086, Russian Federation
*E-mail: iskander-filipov@yandex.ru

This article presents an analysis of the possibility of applying an alternative approach to testing the mechanical effects of the design of a small spacecraft for remote sensing of the Earth, which has an analog product that has passed a full cycle of ground experimental testing. However, despite the similar power

scheme and the maximum borrowing of onboard equipment with minimal modifications, the spacecraft planned for testing has a number of significant differences. The application of the main alternative strategies in foreign and domestic practice in the ground-based experimental development of space technology is considered, their advantages and disadvantages are described. Some criteria for decision-making on the rejection of the use of traditional methods of ground-based experimental testing of space technology for mechanical effects are given.

The analysis of the normative and technical documentation adopted in the domestic industry in terms of clarifying the list of development tests of spacecraft, the assumptions of applying the computational and experimental method to the development of dynamic (vibration) strength and the analysis of the design of the spacecraft planned for testing in comparison with an analog product showed that the most preferred method of testing dynamic (vibration) strength is the strategy "protocol qualifications". In accordance with the chosen strategy, a list of tasks was defined that will clarify the nomenclature of the development tests of the research object.

Keywords: vibration strength, dynamic testing, in the ground experimental development, protoqualification.

Введение

Одним из основных этапов жизненного цикла космического аппарата (КА) является его наземная экспериментальная отработка, и, как правило, это весьма затратный по стоимости и продолжительный по времени этап.

При традиционном подходе к отработке динамической (вибрационной) прочности образцы конструкции, прошедшие зачетные испытания, не допускаются к летной эксплуатации. Однако в зарубежной практике используются альтернативные подходы, которые позволяют уменьшить перечень используемых образцов при отработочных испытаниях, – методы испытаний, которые в отдельности или совокупности с другими методами могут использоваться при отработке. При этом признается, что применение альтернативных методов ведет к большему риску по сравнению со стандартной процедурой, регламентированной действующей в отрасли нормативной документацией, когда летный образец проходит приемочные испытания, а квалификационные запасы продемонстрированы на отдельном, соответствующем типу испытаний образце при зачетных испытаниях. Повышение риска при таких методах отработки может быть компенсировано более тщательным проведением конструкторско-доводочных испытаний (КДИ), увеличением проектных коэффициентов безопасности [1].

Методы отработки

В зарубежной практике, согласно [1–12], применяются следующие основные альтернативные методы экспериментальной отработки (необходимо отметить, что данные методы могут использоваться на различных уровнях комплектации, включая различные их комбинации на уровнях комплектации: КА в целом, его подсистемы или оборудование):

1) метод резервирования – опытный образец (макет, соответствующий виду отработки), прошедший зачетные испытания, может быть допущен к летной эксплуатации при условии минимизации риска за счет проведения (при необходимости) ремонтно-восстановительных работ, замены габаритно-массовых макетов оборудования на штатные и при условии успешного прохождения опытным образцом приемочных испытаний;

2) метод без зачетных испытаний – летные образцы подвергаются приемочным испытаниям на повышенные уровни воздействия (но ниже квалификационных уровней воздействия), при этом имеется риск того, что оставшийся ресурс конструкции может быть недостаточен (так как отсутствует демонстрация квалификационных запасов);

3) метод «протоквалификации» – первое летное изделие подвергается зачетным испытаниям с некоторыми изменениями (используются смягченные уровни нагружения с расчетным сопровождением анализа нагружения и прочности конструкции изделия). Приемка прошедших

испытания типа «протофлайт» компонентов проводится по результатам анализа фактически израсходованного ресурса, что позволяет определить необходимость восстановительных работ.

Несмотря на то, что критерии принятия решения об отказе от испытаний в зарубежной практике, как правило, не являются определенными и фиксированными и решения принимаются на основе детального анализа, в котором могут использоваться повышенные коэффициенты безопасности, все же существуют определенные рекомендации [1]:

- простота конструкторских решений (например, статическая определимость, геометрическая неизменяемость), распределение и передача нагрузок на подконструкции простые и предсказуемые. Все возможные комбинации нагрузок полностью промоделированы и проанализированы для всех случаев предполагаемой эксплуатации исследуемого объекта;

- конструкция аналогична в части общей конфигурации, конструктивных особенностей и комбинаций нагрузок ранее успешно испытанной конструкции изделия-аналога при условии подтверждения результатов расчетов измерениями;

- были проведены успешные КДИ или испытания отдельных элементов, которые считаются затруднительными для анализа, при этом результаты испытаний и расчетов хорошо коррелируют между собой.

Альтернативные методы отработки прочности также применяются в отечественной практике. Так, например, В. Д. Куреев, С. В. Павлов, Ю. А. Соколов (НИИ им. А. А. Максимова, филиал ФГУП им. М. В. Хруничева) в своей статье описывали перспективную схему применения протолетного подхода при наземной экспериментальной отработке наноспутников [13]. В работе В. И. Копытова и С. А. Орлова (ОАО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева) рассматривался порядок формирования режимов протолетных испытаний [14]. И. И. Зимин и др. в статье о принципах построения унифицированной космической платформы предлагают проводить полный цикл наземной отработки для субмодулей унифицированной платформы, а для последующих платформ объем отработки сократить до минимально необходимого [15].

Анализ и выбор метода отработки

Согласно требованиям, действующим в отрасли НТД, наземным испытаниям подвергаются все вновь создаваемые, модернизируемые КА, а также КА, для которых принципиально изменены условия функционирования, при этом перечень конкретных видов отработочных испытаний включает в себя проведение динамических (вибропрочностных) испытаний. Однако существует возможность уточнения (определения) перечня конкретных видов отработочных испытаний, включаемых в комплексную программу экспериментальной отработки.

Отработка вибрационной прочности включает в себя расчетную и экспериментальную отработку. Анализ требований стандартов вибрационной отработки показал, что, не смотря на совершенствование методов аналитической отработки прочности с применением подтвердивших свою надежность программных комплексов (Nastran, Ansys и др.), принятым за основу критерием, подтверждающим расчет, является его экспериментальная проверка, а в некоторых случаях нагружения (ударная нагрузка, вибрационное нагружение) допускается осуществлять исключительно с экспериментальной проверкой. Однако в ряде случаев те же стандарты регламентируют допущения, позволяющие уточнить перечень отработочных испытаний КА при выполнении определенных условий:

- наличие изделий-аналогов, на которых проведены необходимые отработочные испытания КА;
- коррекция расчетного анализа нагружения и прочности по результатам эксперимента;
- полный объем проведенной автономной отработки составных частей КА;
- выполнение требований норм прочности по результатам уточненного расчета конструкции КА;
- двойной запас прочности по измененным по сравнению с изделием-аналогом элементам конструкции, но с неизменной силовой схемой, материалами, технологиями изготовления, динамическими характеристиками и т. п.

Конструкция и компоновка МКА ДЗЗ в отличие от МКА «Аист-2Д» [16], несмотря на схожую силовую схему и максимальное заимствование бортовой аппаратуры с минимальными доработками, имеет ряд принципиальных отличий:

- на МКА ДЗЗ добавлен еще один комплект целевой аппаратуры обеспечения режима стереосъемки;
- проведена существенная переработка схемы установки целевой аппаратуры с применением шарнирного закрепления к силовой платформе аппарата;
- добавлена в состав МКА ДЗЗ двигательная установка для поддержания параметров орбиты в течение всего срока существования на рабочей орбите.

Изменение состава целевой и обеспечивающей аппаратуры, а, следовательно, и изменение мест установки приборов под измененный состав целевой и обеспечивающей аппаратуры приводит к изменению массово-центровочных и жесткостных характеристик МКА ДЗЗ по сравнению с МКА «Аист-2Д».

При приведенных выше различиях от изделия-аналога в соответствии с нормативно-технической документацией, принятой в отрасли, допущение применения расчетно-экспериментального метода к отработке динамической (вибрационной) прочности МКА требует разработки согласованного с заказчиком и головным институтом решения, в котором необходимо определить метод подтверждения динамической (вибрационной) прочности изделия, указать порядок работ и уточнения номенклатуры отработочных испытаний МКА в сборе.

Анализ различных методов экспериментальной отработки в странах ЕС и США показывает, что наиболее целесообразным является применение метода «Протоквалификации», который потенциально позволит уменьшить риск недостаточного ресурса после испытаний (по сравнению с методом без зачетных испытаний), а также потенциально минимизировать объем ремонтно-восстановительных работ (по сравнению с методом резервирования).

Подтверждение целей и решения задач отработки динамической (вибрационной) прочности МКА ДЗЗ может быть выполнено с помощью разработанного расчетно-экспериментального метода. При реализации расчетно-экспериментального метода будут выполнены следующие работы, которые позволят уточнить перечень отработочных испытаний МКА ДЗЗ:

- автономные испытания компонентов КА (КДИ);
- анализ нагрузок и прочности по конечно-элементной модели (КЭМ) МКА ДЗЗ (в соответствии с условиями эксплуатации), разработанной на основании проектно-конструкторской документации и результатов наземной экспериментальной отработки по прочности изделия-аналога МКА «Аист-2Д»;
- разработка рекомендаций по установке датчиков-преобразующей аппаратуры для контроля нагружения летного образца при его протоквалификационных динамических (вибропрочностных) испытаниях;
- определение режимов протоквалификационного нагружения летного образца МКА ДЗЗ;
- проведение протоквалификационных динамических (вибропрочностных) испытаний летного образца МКА ДЗЗ;
- коррекция расчетной КЭМ МКА ДЗЗ, создание высокоточной КЭМ МКА ДЗЗ, расчет нагрузок и прочности по откорректированной высокоточной КЭМ;
- определение объема и проведение ремонтно-восстановительных работ (при необходимости);
- разработка заключения о прочности МКА ДЗЗ и допуска его к летным испытаниям в части прочности.

Заключение

В результате анализа НТД, принятой в отрасли, а также анализа отличий планируемой к отработке на механические воздействия конструкции КА от изделия-аналога, успешно прошедшего полный цикл наземной экспериментальной отработки, был разработан метод расчетно-

экспериментальной отработки динамической (вибрационной) прочности МКА ДЗЗ, основанный на применяемом в зарубежной практике методе «протоквалификации».

С целью возможности применения альтернативного метода при отработке МКА ДЗЗ требуется разработка рекомендаций к расчетным работам, которые могут быть представлены как демонстрация проведения расчетных работ с их коррекцией по результатам испытаний на протоквалификационные уровни нагружения, подтверждения достаточности ресурса конструкции после проведения протоквалификационных испытаний летного образца МКА ДЗЗ с определением критериев, по которым в дальнейшем могут быть осуществлены ремонтно-восстановительные работы (при необходимости).

Благодарности. Описанные в настоящей статье научно-исследовательские результаты получены в рамках выполнения гранта РНФ 23-19-20025.

Acknowledgments. The research results described in this article were obtained within the framework of the Russian Science Foundation grant 23-19-20025.

Библиографические ссылки

1. Введенский Н. Ю., Пустобаев М. В. Анализ отработки космической техники на механические воздействия в США, ЕС и РФ // Вопросы электромеханики. 2012. Т. 130. С. 19–26.
2. Product verification requirements for launch, up-per-stage and space vehicles. MIL-STD-1540D. 15 January, 1999. 308 p.
3. MIL-STD-1540C. Test Requirements for Launch, Upper Stage, and Space Vehicles.
4. ISTS 94-b-01. M.C. Low, C.E. Lifer. Recent Developments in Structural Verification of Spacecraft.
5. SSP 30559, Rev. B. ISS. Structural Design and Verification Requirements.
6. SSP 41172B. ISS. Qualification and Acceptance Environment Test Requirements.
7. NASA-STD-5001. Structural Design and Test Factors of Safety for Spaceflight Hardware.
8. http://www.ruag.com/de/Space/Products/Launcher_Structures_Separation_Systems/Adapters_Separation_Systems/payload_adapter_systems.
9. NASA-STD-5002. Loads Analysis of Spacecraft and Payloads.
10. Force limited vibration testing. NASA-HDBK-7004. 2000. May 16. 21 p.
11. Space engineering. Testing. ECSS-E10-03A, 15 02 2002. 170 p.
12. Space engineering. Verification guidelines. ECSS-E-HB-10-02A, 1712 2010. 96 p.
13. Перспективы реализации «протолетного» подхода при наземной отработке наноспутников / В. Д. Куреев, С. В. Павлов, Ю. А. Соколов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 6. С. 477–481. DOI 10.17586/0021-3454-2016-59-6-477-481.
14. Копытов В. И., Орлов С. А. О процедуре протолетных и приемных испытаний космических аппаратов на механические воздействия // Решетневские чтения. 2013. Т. 1. С. 18–19.
15. Принципы субмодульного построения унифицированной космической платформы / И. И. Зимин, М. В. Валов, В. Е. Чеботарев // Исследования наукограда. 2017. Т. 1, № 4(22). С. 161–165. DOI 10.26732/2225-9449-2017-4-161-165.
16. Опытнo-технологический малый космический аппарат «АИСТ-2Д» / А. Н. Кирилин, Р. Н. Ахметов, Е. В. Шахматов и др. Самара: Самарский научный центр РАН, 2017. 324 с.

References

1. Vvedensky N.Yu., Pustobaev M.V. [Analysis of testing space technology for mechanical impacts in the US, EU and RF]. *Voprosy elektromekhaniki*. 2012, Vol. 130, P. 19–26 (In Russ.).
2. Product verification requirements for launch, up-per-stage and space vehicles. MIL-STD-1540D. 15 January, 1999. 308 p.

3. MIL-STD-1540C. Test Requirements for Launch, Upper Stage, and Space Vehicles.
4. ISTS 94-b-01. M.C. Low, C.E. Lifer. Recent Developments in Structural Verification of Spacecraft.
5. SSP 30559, Rev. B. ISS. Structural Design and Verification Requirements.
6. SSP 41172B. ISS. Qualification and Acceptance Environment Test Requirements.
7. NASA-STD-5001. Structural Design and Test Factors of Safety for Spaceflight Hardware.
8. http://www.ruag.com/de/Space/Products/Launcher_Structures_Separation_Systems/Adapters_Separation_Systems/payload_adapter_systems.
9. NASA-STD-5002. Loads Analysis of Spacecraft and Payloads.
10. Force limited vibration testing. NASA-HDBK-7004. 2000. May 16. 21 p.
11. Space engineering. Testing. ECSS-E10-03A, 15 02 2002. 170 p.
12. Space engineering. Verification guidelines. ECSS-E-HB-10-02A, 17 12 2010. 96 p.
13. Gureev V. D., Pavlov S. V., Sokolov Yu. A. [Prospects for the implementation of the proto-flight approach in the ground-based development of nanosatellites]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Priborostroenie*. 2016, Vol. 59, No. 6, P. 477–481. DOI 10.17586/0021-3454-2016-59-6-477-481 (In Russ.).
14. Kopytov V. I., Orlov S. A. [On the procedure of proto-flight and acceptance tests of spacecraft for mechanical effects]. *Reshetnevskie chteniya*. 2013, Vol. 1, P. 18–19 (In Russ.).
15. Zimin I. I., Valov M. V., Chebotarev V. E. [The principles of submodular design of the unifiedspace platform]. *Issledovaniya naukoigrada*. 2017, Vol. 1, No. 4(22), P. 161–165. DOI 10.26732/2225-9449-2017-4-161-165 (In Russ.).
16. Kirilin A. N., Akhmetov R. N., Shakhmatov E. V. et al. *Opytno-tekhnologicheskii malyy kosmicheskii apparat «AIST-2D»* [The pilot technology small satellite “Aist-2D”]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2017, 324 p.

© Иголкин А. А., Филипов А. Г., 2023

Иголкин Александр Алексеевич – доктор технических наук, профессор, кафедра Автоматических систем энергетических установок; Самарский университет. E-mail: igolkin97@gmail.com.

Филипов Александр Геннадиевич – инженер, НИИ-201; Самарский университет. E-mail: iskander-filipov@yandex.ru.

Igolkin AlexandrAleksseevich – Dr. Sc., Associate Professor, Professor, Department of Power Plant Automatic Systems; Samara National Research University. E-mail: igolkin97@gmail.com.

Filipov AlexandrGennadievich – engineer; Samara National Research University. E-mail: iskander-filipov@yandex.ru.

УДК 629.784

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-527-536

Для цитирования: Формирование подхода к моделированию операций орбитальной сборки реконфигурируемого космического аппарата на геостационарной орбите / Ю. Л. Королева, А. И. Хохлов, Д. А. Николаев и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 527–536. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-527-536.

For citation: Koroleva Y. L., Khokhlov A. I., Nikolaev D. A. et al. [Formation of an approach to modeling orbital operations assembly of a reconfigurable spacecraft on geostationary orbit]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 527–536. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-527-536.

Формирование подхода к моделированию операций орбитальной сборки реконфигурируемого космического аппарата на геостационарной орбите

Ю. Л. Королева^{*}, А. И. Хохлов, Д. А. Николаев, Н. В. Борисова, М. Г. Матыленко

АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва» (АО «РЕШЕТНЁВ»)
Российская Федерация, 662972, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52

^{*}E-mail: korolevayl@iss-reshetnev.ru

Целью исследования является формирование подхода к моделированию операций орбитальной сборки реконфигурируемого космического аппарата (РКА) на геостационарной орбите. Реконфигурируемые космические аппараты представляют собой совокупность модульных космических аппаратов (МКА), где, в частном случае, на один МКА могут быть возложены функции модуля служебных систем (МСС), а на второй – функции модуля полезной нагрузки (МПН). Для обеспечения сборки РКА либо замены какого-то МКА, например, в случае его отказа, на новый, необходимо обеспечить решение задачи сближения МКА с РКА.

В статье проведен анализ и исследование работы системы управления движением МКА во время выполнения сближения МКА с РКА. Сформирован перечень необходимых математических моделей для осуществления операций при решении задачи сближения МКА с РКА, а также представлена структурная схема взаимодействия математических моделей. В работе представлено краткое описание математического аппарата, позволяющего осуществить моделирование операций сближения МКА с РКА. Данный математический аппарат включает в себя модель орбитального движения МКА и РКА, модели углового движения МКА и РКА, чувствительных элементов и исполнительных органов.

В данной работе математическое моделирование операций сближения МКА с РКА рассматривается как предмет исследования. Объектом исследования является система управления движением МКА, обеспечивающая реализацию сближения РКА на геостационарной орбите.

Ключевые слова: орбитальная сборка, реконфигурируемые космические аппараты, модульные космические аппараты, система управления движением.

Formation of an approach to modeling orbital operations assembly of a reconfigurable spacecraft on geostationary orbit

Y. L. Koroleva^{*}, A. I. Khokhlov, D. A. Nikolaev, N. V. Borisova, M. G. Matylenko

JSC “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems” (RESHETNEV JSC)
52, Lenin St., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation

^{*}E-mail: korolevayl@iss-reshetnev.ru

The aim of the study is to form an approach to modeling the operations of the orbital assembly of a reconfigurable spacecraft (RS) in geostationary orbit. Reconfigurable spacecraft are a set of modular spacecraft (MS), where, in a particular case, one MS can be assigned the functions of the service systems module (MSS), and the second - the functions of the payload module (MPN). To ensure the assembly of the RC, or the replacement of some MC, for example, in case of its failure with a new one, it is necessary to provide a solution to the problem of bringing the MS with the RS.

The article analyzes and studies the operation of the motion control system of the MS during the convergence of the MS with the RS. A list of necessary mathematical models for performing operations in solving the problem of convergence of the MS with the RS is formed, and a block diagram of the interaction of mathematical models is presented. The paper presents a brief description of the mathematical apparatus that allows modeling the operations of convergence of the MS with the RS. This mathematical apparatus includes: a model of the orbital motion of the MS and the RS, models of the angular motion of the MS and the RS, sensitive elements and executive bodies.

In this paper, the mathematical modeling of the MS with the RS convergence operations is considered as the subject of research. The object of the study is the motion control system of the MS, which ensures the implementation of the approach of the RS in geostationary orbit.

Keywords: orbital assembly, reconfigurable spacecraft, modular spacecraft, motion control system.

Введение

Выполняемый с помощью космических аппаратов объем задач постепенно возрастает, увеличивается и востребованность космических технологий как в гражданской, так и в военной сфере. Как следствие, с увеличением числа заказчиков, готовых платить, ряд космических областей уже сейчас становятся рентабельными [1].

Еще большие возможности, в том числе и в коммерческом смысле, обещают проекты, требующие нахождения на геостационарной орбите сложных, крупногабаритных и массивных конструкций, таких как солнечные и атомные энергостанции, антенны космической связи и радиотелескопы, тяжелые межпланетные корабли и т. д. Однако массогабаритные характеристики выводимых полезных нагрузок ограничены возможностями ракет-носителей.

Выходом из сложившейся ситуации является создание на орбите реконфигурируемых космических аппаратов (РКА), состоящих из нескольких модульных космических аппаратов (МКА). Каждый МКА имеет свою конструкцию и отвечает за выполнение одной или нескольких целевых функций, например, рефлектор, топливные баки, модули служебных систем, модули полезной нагрузки и т. д.

Одной из ключевых служебных систем МКА, обеспечивающих создание орбитальной сборки РКА, является система управления угловым и орбитальным движением (СУУОД) или, по другой терминологии, система управления движением (СУД). Облик СУД и ее возможности определяют облик каждого отдельного МКА, однако для того, чтобы определить проектный облик СУД и сформировать технические требования к системе, необходимо понимать основные принципы функционирования и управления МКА на геостационарной орбите при выполнении целевой задачи. Одним из путей получения информации о физических процессах, протекающих в ходе орбитальной сборки, является проведение математического моделирования, а также важно формирование подхода к проведению данного моделирования [2].

Анализ и исследование работы СУД МКА во время выполнения орбитальной сборки РКА из нескольких МКА

Орбитальное функционирование МКА условно можно разделить на несколько этапов (рис. 1).

Этапам функционирования МКА соответствуют этапы функционирования СУД МКА. СУД МКА функционирует с момента контакта отделения МКА от разгонного блока до окончания срока активного существования (САС) МКА или РКА.

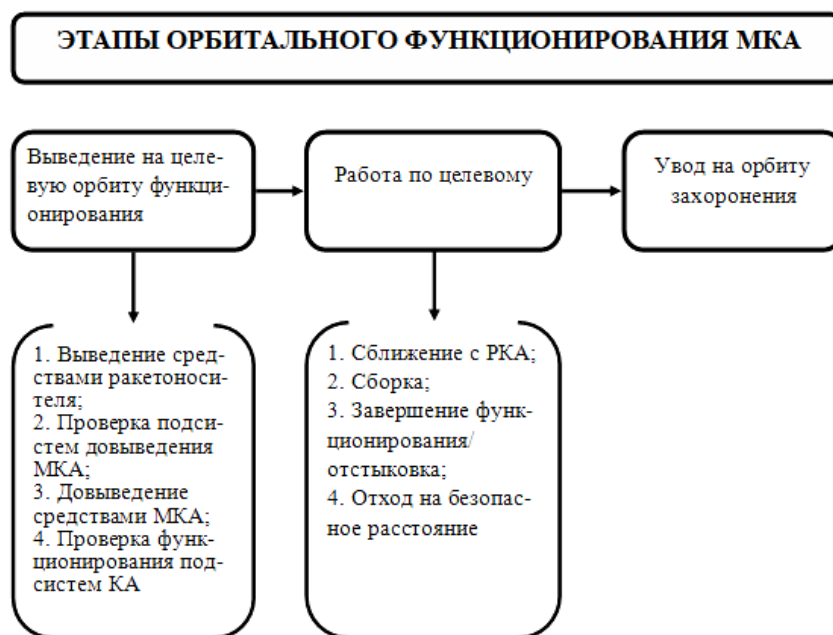


Рис. 1. Этапы орбитального функционирования МКА

Fig. 1. Stages of orbital construction of a modular spacecraft

Работа СУД МКА на этапе сближения с РКА, в зависимости от типа используемого оборудования, разделяется на два крупных подэтапа:

- сближение в дальней зоне;
- сближение в ближней зоне или зоне локальной навигации (рис. 2).



Рис. 2. Подэтапы работы СУД МКА при сближении с РКА

Fig. 2. Sub-stages of the motion control system of a model spacecraft when approaching a reconfigurable spacecraft

Задача сближения в дальней зоне состоит в том, чтобы привести МКА на орбиту, близкую к орбите РКА, с расчетом, чтобы расстояние между МКА и РКА не превышало дальности действия системы локальной навигации МКА. На этом этапе сближение осуществляется с использованием баллистических данных, получаемых как с наземных измерительных средств, так и с навигационных космических аппаратов [3]. Управление в дальней зоне предполагает серию коррекций параметров орбиты путем создания ускорения центра масс МКА с помощью реактивных двигателей малой тяги. При этом аппарат обеспечивает необходимую ориентацию как при проведении коррекции орбиты, так и в период времени, когда коррекция не осуществляется.

В ближней зоне (зоне локальной навигации) управление положением МКА осуществляется с использованием информации, полученной от оборудования локальной навигации МКА. Управление положением центра масс МКА осуществляется с использованием реактивных двигателей. Движение вокруг центра масс может осуществляться как с использованием реактивных двигателей, так и с использованием электромеханических исполнительных устройств.

В ближней зоне выполняются следующие операции:

1. Инспекция РКА. Данная операция подразумевает идентификацию (распознавание) РКА с целью выбора необходимого объекта сближения.
2. Сближение до безопасного расстояния с целью уточнения орбитальных параметров РКА и МКА и формирования дальнейшего полетного задания.
3. Облет РКА с целью первичной диагностики РКА и определения необходимой стыковочной плоскости и ответных устройств.
4. Стыковка.
5. Отстыковка с целью замены модуля либо увода на орбиту захоронения.

Формирование перечня необходимых математических моделей для осуществления моделирования операций орбитальной сборки МКА с РКА

Для обозначения взаимодействия необходимых математических моделей была разработана структурная схема, представленная на рис. 3.

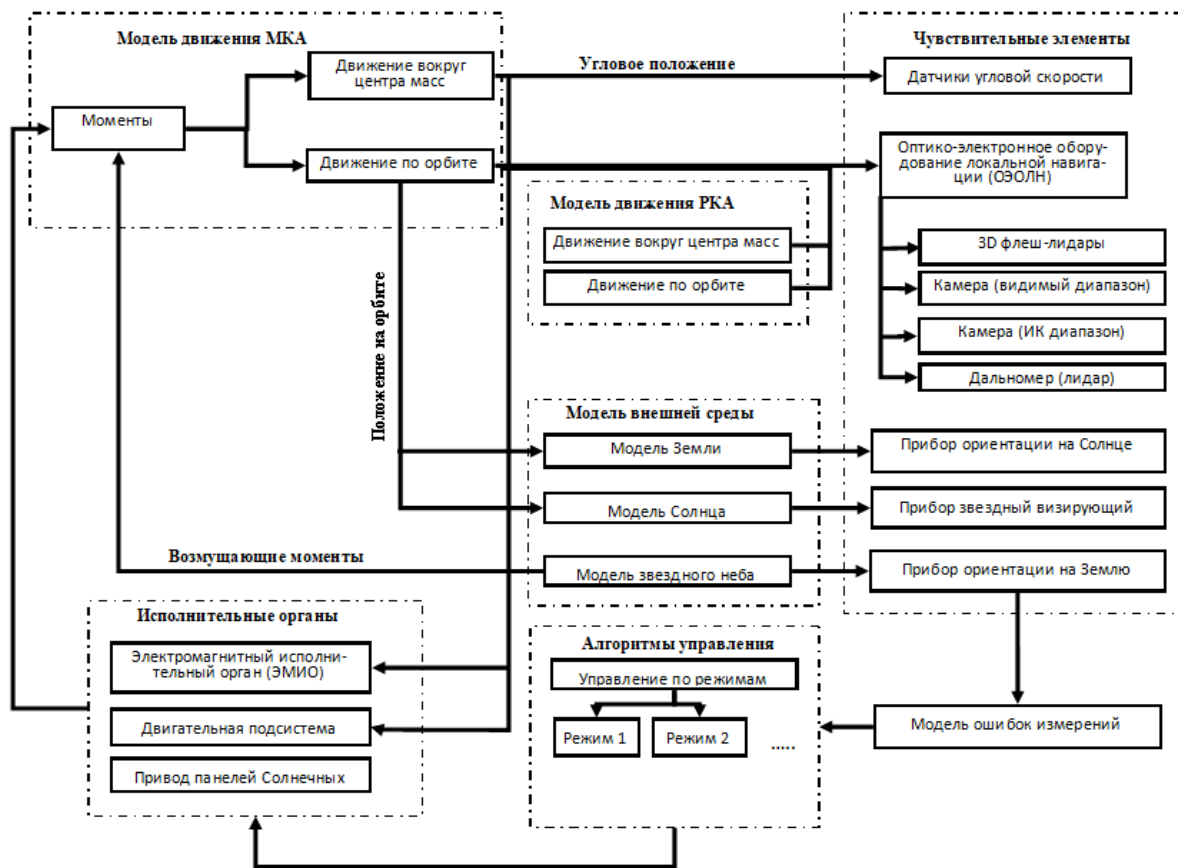


Рис. 3. Структурная схема взаимодействия необходимых математических моделей

Fig. 3. Block diagram of the interaction of the necessary mathematical models

Анализ и исследование основных этапов и операций, выполняемых МКА для осуществления своей целевой задачи, позволяют сформировать следующий перечень математических моделей, необходимых для проведения моделирования операций орбитальной сборки:

- модель орбитального движения центра масс КА;
- модель внешней среды или возмущений:
 - а) модель Солнца, включающая:
 - модель солнечного давления;
 - модель изменение положения Солнца по отношению к орбите КА;

- б) модель Земли, включающая:
 - модель гравитационного поля Земли;
 - модель магнитного поля;
 - модель углового движения относительно центра масс КА;
 - модель КА, учитывающая габаритные, массовые и инерционные характеристики, модели упругих элементов конструкций;
 - модель формирования информации от баллистического центра и наземных станций;
 - модель чувствительных элементов КА:
 - а) прибор ориентации на Солнце (ПОС);
 - б) прибор ориентации на Звезды (ПЗВ);
 - в) прибор ориентации на Землю (ПОЗ);
 - г) датчик скорости (ДС);
 - д) оборудование локальной навигации (ОЛН);
 - модель исполнительных органов:
 - а) блок реактивных двигателей ориентации (БРДО);
 - б) блок реактивных двигателей коррекции (БРДК);
 - в) электромеханический исполнительный орган (ЭМИО).

Описание математического аппарата, позволяющего осуществить моделирование операций орбитальной сборки МКА с РКА

3.1. Подход к формированию модели орбитального движения МКА и РКА

Описание математического аппарата стоит начать с описания используемой модели движения РКА и МКА. Модель движения должна обладать следующими свойствами:

1. Обеспечивать непрерывное моделирование операций движения двух КА на всех участках сближения.
2. Позволять осуществлять коррекцию параметров орбиты и манёвры МКА с использованием двигателей малой тяги.
3. Позволять учитывать возмущающие силы, действующие на аппарат и вызванные воздействием космического пространства (воздействия от Солнца, Земли, Луны) и функционированием исполнительных органов.
4. Обеспечивать удобное начальное положение МКА и РКА и формировать информативные данные об относительном положении двух аппаратов.

Для выполнения всех указанных ограничений, накладываемых на модели, движение МКА и РКА целесообразно описывать с использованием двух наборов уравнений: уравнений движения в окулирующих элементах для моделирования дальней зоны и уравнений движения КА в геоцентрической системе координат для моделирования маневров в ближней зоне [4–5].

При моделировании в дальней зоне маневров с малой тягой целесообразно использовать a_r, a_t, a_n математическую модель движения КА в окулирующих элементах. В этом случае предполагается, что орбита КА изменяется за счет действия управляющего ускорения, имеющего составляющие a_r, a_t, a_n (a_r – радиальная составляющая управляющего ускорения, направленная вдоль мгновенного поло-

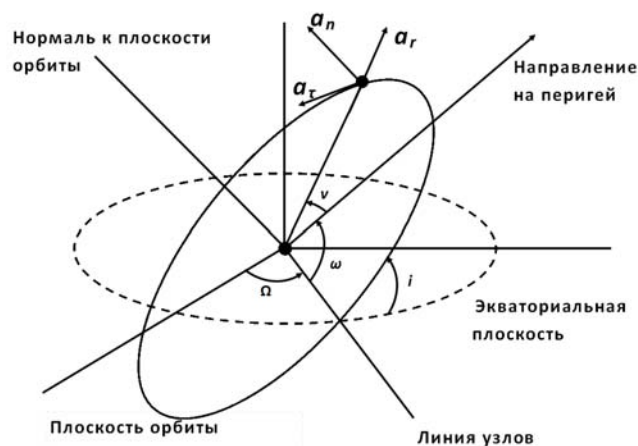


Рис. 4. Составляющие ускорения

Fig. 4. Component acceleration

жения радиус-вектора КА; a_t – трансверсальная составляющая, ориентированная в плоскости орбиты КА перпендикулярно радиус-вектору КА; a_n – нормальная к плоскости орбиты составляющая управляющего ускорения (рис. 4).

$$\begin{aligned}
 \frac{dp}{dt} &= a_t \sqrt{\frac{p}{\mu}} 2r, \\
 \frac{de}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ a_r \sin \vartheta + a_t \left[\left(1 + \frac{r}{p} \right) \cos \vartheta + e \frac{r}{p} \right] \right\}, \\
 \frac{d\omega_n}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[-\frac{a_r \cos \vartheta}{e} + a_t \frac{1}{e} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin \vartheta - a_n \frac{r}{p} \operatorname{ctgi} \sin u \right], \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= a_n \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{r}{p} \frac{\sin u}{\sin i}, \\
 \frac{di}{dt} &= a_n \sqrt{\frac{p}{\mu}} \frac{r}{p} \cos u, \\
 \frac{d\vartheta}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[\frac{\mu}{r^2} + a_r \frac{\cos \vartheta}{e} - a_t \frac{1}{e} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin \vartheta \right],
 \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \vartheta}, \quad \frac{r}{p} = \frac{1}{1 + e \cos \vartheta}, \quad u = \omega_n + \vartheta, \tag{2}$$

$a_r = a_{rDK} + a_{rV}$; $a_n = a_{nDK} + a_{nV}$; $a_t = a_{tDK} + a_{tV}$; $e, p, i, \Omega, \omega_n, \vartheta$ – оскулирующие значения эксцентриситета, фокального параметра, наклона орбиты, долготы восходящего узла, аргумента перигея и истинной аномалии КА; $\mu = 398600,448 \frac{\text{км}^3}{\text{с}^2}$ – гравитационный параметр Земли;

$a_{rDK}, a_{nDK}, a_{tDK}$ – проекции ускорений, вызванные работой двигателей коррекции и ориентации. Данные ускорения поступают из модели «Двигательная подсистема».

При дальнейшем моделировании принимаем, что двигательная система МКА не формирует ускорений, следовательно, для МКА $a_{rDK} = a_{nDK} = a_{tDK} = 0$.

a_{rV}, a_{nV}, a_{tV} – проекции ускорений, вызванные различными возмущениями, действующими на аппарат (от нецентральности гравитационного поля Земли, притяжения Луны и Солнца, светового давления). Данные ускорения поступают из модели «Модель внешней среды» [6].

Моделирование маневров ближней зоны в геоцентрической СК позволяет упростить переход к системам координат оборудования КА (орбитальная и визирная СК). Кроме того, это позволяет более наглядно задавать исходные данные о положении МКА по отношению к РКА, а также отображать результаты моделирования. Описание модели движения с использованием уравнений в геоцентрической системе координат подробно рассмотрено в работе [7]. При использовании данной модели предполагается, что маневры КА осуществляются за счет действия управляющего ускорения на оси геоцентрической системы координат, имеющего составляющие a_x, a_y, a_z .

Уравнение движения в прямоугольной геоцентрической системе координат имеет вид (3):

$$\ddot{x} = a_x - \frac{\pi_0 x}{r^3}, \quad \ddot{y} = a_y - \frac{\pi_0 y}{r^3}, \quad \ddot{z} = a_z - \frac{\pi_0 z}{r^3}. \tag{3}$$

$$a_x = a_{xDK} + a_{xV}, \quad a_y = a_{yDK} + a_{yV}, \quad a_z = a_{zDK} + a_{zV},$$

где $a_{xDK}, a_{yDK}, a_{zDK}$ – проекции ускорения, действующие на оси геоцентрической системы координат, вызванные работой двигателей координат, коррекции или ориентации. Данные ускорения поступают из модели «Двигательная подсистема».

Как и при использовании модели в оскулирующих элементах принимаем, что МКА совершает свободный орбитальный полет, а, следовательно, $a_{xDK} = a_{yDK} = a_{zDK} = 0$.

a_{xV}, a_{yV}, a_{zV} – проекции ускорений на оси геоцентрической системы координат, вызванные различными возмущениями, действующими на аппарат (солнечное, гравитационное, магнитное). Данные ускорения поступают из модели «Модель внешней среды».

3.2. Подход к формированию модели углового движения МКА

Использование модели орбитального движения обеспечивает вычисление положения центра масс МКА и позволяет управлять положением центра масс МКА на орбите. Однако для решения задач орбитальной сборки, важным является также и управление угловым положением МКА. Для этого необходимо использовать математическую модель углового движения КА [8–10].

Для операций орбитальной сборки достаточно использовать математическую модель углового движения МКА, полученную с учетом следующих допущений:

- корпус МКА является абсолютно жестким;
- панели БС и антенны являются упругими;
- положение центра масс и моменты инерции МКА остаются неизменными в процессе вращения панелей БС.

Для МКА, состоящего из абсолютно жёсткого корпуса, 2-х упругих крыльев панелей БС и 2-х упругих рефлекторов, уравнения углового движения имеют вид

$$\begin{aligned} M\dot{V}_0 + \omega \times MV + \omega \times (2A_p \dot{q}_{np} + \omega \times A_p q_{np} + 2A_a \dot{q}_{na} + \omega \times A_a q_{na}) + \\ + \dot{\omega} \times (A_p q_{np} + A_a q_{na}) + A_p \ddot{q}_{np} + A_a \ddot{q}_{na} = P_B + P_y, \\ J\dot{\omega} + \omega \times (J\omega + B_p \dot{q}_{np} + B_a \dot{q}_{na}) - (\dot{V}_0 + \omega \times V_0) \times (A_p q_{np} + A_a q_{na}) + B_p \ddot{q}_{np} + B_a \ddot{q}_{na} = M_B + M_y, \\ \ddot{q}_{np} + D_p \dot{q}_{np} + W_p q_{np} + B_p^T \dot{\omega} + A_p^T (\dot{V}_0 + \omega \times V_0) = 0, \\ \ddot{q}_{na} + D_a \dot{q}_{na} + W_a q_{na} + B_a^T \dot{\omega} + A_a^T (\dot{V}_0 + \omega \times V_0) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $M(3 \times 3)$ – матрица, по диагонали которой находится масса МКА; $\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ – вектор угловой скорости МКА относительно центра масс; $V_0 = (V_{0x}, V_{0y}, V_{0z})$ – вектор линейной скорости центра масс МКА; $J(3 \times 3)$ – тензор инерции МКА в недеформируемом состоянии; np, na – число учитываемых тонов для каждой панели БС и антенны; q_{np}, q_{na} – вектор обобщенных упругих координат движения панелей БС и антенн;

$A_p(3 \times 2np) = \begin{bmatrix} A_{1i} \dots A_{1np} & A_{2i} \dots A_{2np} \end{bmatrix}$ – матрицы коэффициентов инерционных связей в ССК, характеризующих динамическое взаимодействие корпуса МКА и упругих панелей БС;

$A_p(3 \times 2na) = \begin{bmatrix} A_{1i} \dots A_{1na} & A_{2i} \dots A_{2na} \end{bmatrix}$ – матрицы коэффициентов инерционных связей в ССК, характеризующих динамическое взаимодействие корпуса МКА и упругих антенн; $D_p(2np \times 2np), D_a(2np \times 2np)$ – диагональные матрицы коэффициентов диссипации; $W_p(2np \times 2np), W_a(2np \times 2np)$ – диагональные матрицы квадратов собственных частот крыльев панелей БС и антенн, соответственно; $A_p^T(2np \times 3), B_p^T(2np \times 3),$

$A_a^T (2na \times 3)$, $B_p^T (2na \times 3)$, – транспонированные матрицы A_p , B_p соответственно; P_v , P_y , M_v , M_y – векторы (в ССК) внешних и управляющих сил и моментов, действующих на МКА.

3.3 Подход к формированию моделей чувствительных элементов и исполнительных органов

Функционал моделей чувствительных элементов для оценки протекающих процессов можно ограничить только формированием выдаваемой информации, пригодной для управления, а именно:

- модель прибора ориентация на Солнце (ПОС) формирует углы ψ и ϕ , характеризующие отклонения оси прибора от направления на Солнце, признак наличия Солнца в поле Зрения прибора;
- модель прибора ориентация на Землю (ПОЗ) формирует углы ϕ и θ , характеризующие отклонение оси прибора от направления на Землю, признак наличия Земли в поле зрения прибора;
- модель прибора звездного визирования (ПЗВ) формирует углы ψ , ϕ , θ , характеризующие положение прибора в инерциальной системе координат, скорость изменения данных углов $\dot{\psi}$, $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$;
- модель ДС формирует скорость по каналам аппарата $\dot{\psi}$, $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$;
- модель оптико-электронного оборудования локальной навигации (ОЭОЛН) формирует углы α, β , характеризующие отклонение оси визирования от направления на геометрический центр МКА, относительное расстояние D МКА, скорость изменения относительного расстояния $\dot{D}$, признак наличия МКА в поле зрения прибора.

При детальном изучении влияния характеристик приборов на качество переходных процессов и траектории маневрирования вводятся дополнительные характеристики (поле зрения, частота формирования информации и др.) [11–15].

Математические модели исполнительных органов, обеспечивающие выдачу управляющего воздействия для выполнения операций обслуживания и сближения на всех этапах функционирования КА, требуют более детальной проработки, чем чувствительные элементы, а именно:

- модель электромеханического исполнительного органа (ЭМИО) формирует управляющий момент по каналам рыскания, крена и тангажа КА от электромагнитных исполнительных органов, и, в зависимости от различных конфигураций управляющих двигателей маховиков и их установки, а также их характеристик, существенно меняется и картина переходных процессов;
- модель блока реактивных двигателей коррекции (БРДК) формирует выдачу управляющего ускорения (тягу). При моделировании необходимо рассматривать, характеристики как ксеноновых, так и гидразиновых двигателей; Важным моментом при разработке модели РДК является учет принципа работы двигателя, так как он накладывает существенные ограничения на разработку алгоритмов сближения (необходимо учитывать частоту формирования тяги ее характеристику и величину, важным параметром также является удельный импульс двигателя, влияющий на оценку топливных затрат при осуществлении маневра);
- модель БРДО формирует управляющий момент по каналам рыскания, крена и тангажа КА. По аналогии с БРДК необходимо учитывать все те же характеристики;
- модель устройства привода батарей солнечных (УПБС) формирует скорость вращения привода солнечных батарей. Данная модель может быть упрощена и ограничена выдачей, скоростью и углом поворота солнечных панелей.

Указанный перечень математических моделей позволяет в полном объеме осуществить моделирование процессов орбитальной сборки и провести исследование алгоритмов управления МКА с целью формирования требований к системе управления МКА.

Заключение

На текущем этапе работы по формированию подхода к моделированию операций орбитальной сборки МКА с РКА на геостационарной орбите получены следующие результаты:

- определены этапы орбитального функционирования МКА и выполнен анализ орбитальной сборки МКА с РКА как этапа орбитального функционирования МКА;
 - определен перечень необходимых математических моделей для осуществления моделирования операций орбитальной сборки МКА с РКА;
 - описан математический аппарат, позволяющий осуществить моделирование операций орбитальной сборки МКА с РКА.
- Полученные результаты позволяют перейти к следующей задаче – моделированию операций орбитальной сборки МКА с РКА.

Библиографические ссылки

1. Каткалов В. Б. Воздушно-космическая сфера // Космические услуги и операции: состояние и перспективы. 2020. № 2. С.72–74.
2. Гончаревский В. С. Методы и алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов. М. : МО РФ, 1998. 87 с.
3. Ивашкин В. В. Оптимизация космических маневров. М. : Наука, 1975, 392 с.
4. Лебедев В. Б., Соколов А. А. Встреча на орбите. М. : Машиностроение, 1969. 178 с.
5. Авдеев Ю. Ф. Полет космических аппаратов: примеры и задачи. М., 1990. 270 с.
6. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М. : Наука, 2011. 303 с.
7. Балахонцев В. Г., Иванов В. А., Шабанов В. И. Сближение в космосе. М. : Воениздат, 1973. 367 с.
8. Гроздовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета с малой тягой / Г.Л. Гроздовский. М. : Наука, 1966. 680 с.
9. Ефанов В. В., Шевалев И. Л. Проектирование автоматических космических аппаратов для фундаментальных научных исследований / под ред. В. В. Ефанов, К. М. Пичхадзе. М. : Изд-во МАИ, 2012. 526 с.
10. Батраков А. С., Анатольев А. Ю. Математическая модель для прогнозирования линейного разрешения оптико-электронных систем дистанционного зондирования // Оптический журнал. 2000. № 7. С. 92–99.
11. Косарев Н. С., Щербаков А. С. Статический анализ точности определения положения спутников систем ГЛОНАСС И GPS // Вестник СГУГиТ. 2014. № 4 (32). С. 9–15.
12. Хижняк Н. Спутник CleanSpace One готовится к генеральной уборке нашей орбиты от мусора [Электронный ресурс]. URL: <https://hi-news.ru/technology/sputnik-cleanspace-one-gotovitsya-k-generalnoj-uborke-nashej-orbity-ot-musora.html/amp> (Дата обращения: 29.05.2023).
13. Smet G., Patti S. A Mechanisms Perspective on Microvibration // Good Practices and Lessons Learned, 44th Aerospace Mechanisms Symposium, Cleveland, Ohio. 2018. 28 p.
14. An Evaluation of Reaction Wheel Emitted Vibrations for Large Space Telescope. NASA Technical Report, 1976, №76-18213, 74 p.
15. Sudey J., Schulman J. In-orbit Measurements of Landsat-4 Thematic Mapper Dynamic Disturbances // 35th International Astronautical Federationю 1984. P. 94–117.

References

1. Katkalov V. B. [Space services and operations: status and prospects]. *Kosmicheskie uslugi i operatsii: sostoyanie i perspektivy*. 2020, No. 2, P. 72–74 (In Russ.).
2. Goncharevsky V. S. *Metody i algoritmy upravleniya otnositel'nyim dvizheniem kosmicheskikh apparatov* [Methods and algorithms for controlling the relative motion of spacecraft]. Moscow, MO RF Publ., 1998, 87 p.
3. Ivashkin V. V. *Optimizatsiya kosmicheskikh manevrov* [Optimization of space maneuvers]. Moscow, Nauka Publ., 1975, 392 p.

4. Lebedev V. B., Sokolov A. A. *Vstrecha na orbite* [Meeting in orbit]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969, 178 p.
5. Avdeev Yu. F. *Polet kosmicheskikh apparatov: primery i zadachi* [Spacecraft flight: examples and tasks]. Moscow, 1990, 270 p.
6. Eljasberg P. E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennykh sputnikov Zemli* [Introduction to the theory of flight of artificial Earth satellites]. Moscow, Nauka Publ., 2011, 303 p.
7. Balakhontsev V. G., Ivanov V. A., Shabanov V. I. *Sblizhenie v kosmose* [Rendezvous in space]. Moscow, Voenizdat Publ., 1973, 367 p.
8. Grozdovsky G. L., Ivanov V. N., Tokarev V. V. *Mekhanika kosmicheskogo poleta s maloy tyagoy* [Mechanics of low-thrust space flight]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 680 p.
9. Efanov V. V., Shevalev I. L. *Proektirovanie avtomaticheskikh kosmicheskikh apparatov dlya fundamental'nykh nauchnykh issledovaniy* [Design of automatic spacecraft for fundamental scientific research]. Ed. V. V. Efanov, K. M. Pichkhadze. Moscow, MAI Publ., 2012, 526 p.
10. Batrakov A. S., Anatolyev A. Yu. [Mathematical model for predicting linear resolution of optoelectronic remote sensing systems]. *Opticheskii zhurnal*. 2000, No. 7, 92–99 p. (In Russ.).
11. Kosarev N. S., Gerbakov A. S. Statistical analysis of the effectiveness of the use of satellites using GLONASS and GPS. *Bulletin of the University*. 2014, № 4 (32). 9–15 p.
12. Khizhnyak N. *Sputnik CleanSpace One gotovitsya k general'noy uborke nashey orbity ot musora* [The CleanSpace One satellite is preparing for a general cleaning of our orbit from debris]. Available at: <https://hi-news.ru/technology/sputnik-cleanspace-one-gotovitsya-k-generalnoj-uborke-nashey-orbity-ot-musora.html/amp> (accessed: 29.05.2023).
13. Smet G., Patti S. Mechanisms' View on Micro-vibration – Best practices and Lessons Learned. *44th Symposium on Aerospace Mechanisms*. Cleveland, Ohio, 2018, 28 p.
14. Evaluation of vibrations emitted by a jet wheel for a Large Space Telescope. NASA Technical Report, 1976, No. 76-18213, 74 p.
15. Judges J., Shulman J. Orbital measurements of dynamic disturbances of the thematic cartographer Landsat-4. *35th International Astronautical Federation*. 1984, P. 94–117.

© Королева Ю. Л., Хохлов А. И., Николаев Д. А.,
Борисова Н. В., Матыленко М. Г., 2023

Королева Юлия Львовна – инженер; Акционерское общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: korolevayl@iss-reshetnev.ru.

Хохлов Антон Игоревич – ведущий инженер-конструктор; Акционерское общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: hohlovai@iss-reshetnev.ru.

Николаев Дмитрий Андреевич – инженер-конструктор 3 категории; Акционерское общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: nikolaevda@iss-reshetnev.ru.

Борисова Наталья Владимировна – инженер-конструктор 3 категории; Акционерское общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: borisovanv@iss-reshetnev.ru.

Матыленко Михаил Геннадьевич – заместитель начальника отдела; Акционерское общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: mathylenko@iss-reshetnev.ru.

Koroleva Yulia Lvovna – engineer; Joint-Stock Company “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems”. E-mail: korolevayl@iss-reshetnev.ru.

Hohlov Anton Igorevich – leading Design Engineer; Joint-Stock Company “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems”. E-mail: hohlova@iss-reshetnev.ru.

Nikolaev Dmitry Andreevich – design engineer of the 3rd category; Joint-Stock Company “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems”. E-mail: nikolaeva@is-reshetnev.ru.

Borisova Natalia Vladimirovna – design engineer of the 3rd category; Joint-Stock Company “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems”. E-mail: borisovanv@iss-reshetnev.ru.

Mathylenko Mikhail Gennadievich – Deputy Head of the Department; Joint Stock Company “Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems”. E-mail: mathylenko@iss-reshetnev.ru.

УДК 52-323.8

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-537-549

Для цитирования: Лукьянов М. М., Зуев Д. М. Рассмотрение возможности стабилизации относительного движения наноспутников под действием активного аэродинамического управления // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 537–549. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-537-549.

For citation: Lukyanov M. M., Zuev D. M. [Estimation of the possibility of matching the relative motion of nanosatellites under active aerodynamic control]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 537–549. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-537-549.

Рассмотрение возможности стабилизации относительного движения наноспутников под действием активного аэродинамического управления

М. М. Лукьянов*, Д. М. Зуев

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31

*E-mail: mishka.1255555@mail.ru

В статье рассмотрены перспективы применения аэродинамического управления для поддержания формации наноспутников класса CubeSat. Целью данной работы является оценка границ применения активного аэродинамического контроля для стабилизации относительного движения двух аппаратов CubeSat 3U на солнечно-синхронной орбите высотой 570 км. Проведен обзор теоретических сведений об аэродинамических силах, действующих на искусственные спутники Земли, в рамках которого рассмотрены модели верхней атмосферы Земли. Рассмотрены аспекты построения дифференциальной силы лобового сопротивления для наноспутников в качестве исполнительного механизма активного управления. Для исследования орбитального движения спутников под действием аэродинамического управления с помощью программы General Mission Analysis Tool смоделирован групповой полет двух космических аппаратов с учетом факторов, вызывающих возмущения орбит. По результатам экспериментов изучена динамика межспутникового расстояния и сделан вывод о возможности применения аэродинамической дифференциальной силы для стабилизации относительного движения.

Ключевые слова: CubeSat, групповой полет, дифференциальная сила, аэродинамическое сопротивление, GMAT.

Estimation of the possibility of matching the relative motion of nanosatellites under active aerodynamic control

M. M. Lukyanov*, D. M. Zuev

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

*E-mail: mishka.1255555@mail.ru

The article discusses the prospects of utilization of aerodynamic control to maintain the formation of nanosatellites of the CubeSat class. The purpose of this work is to estimate the limits of the application of active aerodynamic control to stabilize the relative motion of two CubeSat 3U satellites in a sun-synchronous orbit with a height of 570 km. A review of theoretical information about aerodynamic forces acting on artificial Earth satellites is carried out, within the framework of which models of the Earth's up-

per atmosphere are considered. Aspects of creating a differential drag force for nanosatellites as an active control actuating mechanism are considered. To study the orbital motion of satellites under the action of aerodynamic control using the General Mission Analysis Tool program, a group flight of two spacecraft was simulated taking into account the factors causing orbital disturbances. Based on the results of experiments, the dynamics of the inter-satellite distance was studied, and a conclusion was made about the possibility of using an aerodynamic differential force to achieve a stable relative motion.

Keywords: CubeSat, formation flight, differential force, aerodynamic drag, GMAT.

Введение

Для космических миссий, в которых задействованы несколько спутников, имеющих совместную инфраструктуру, NASA предложило термин «мультиспутниковые». В настоящее время мультиспутниковые миссии набирают популярность в ракетно-космической отрасли. Они позволяют решать широкий спектр задач, которые не могут быть выполнены с использованием одного аппарата. Малые космические аппараты (МКА), такие как наноспутники класса CubeSat [1], подходят для построения многоспутниковых конфигураций на орбите за счет наличия унифицированной платформы и низкой стоимости производства и запуска [2]. Группу небольших спутников можно рассматривать в качестве выгодной альтернативы более крупному и дорогостоящему аппарату для применения в таких направлениях, как дистанционное зондирование Земли, исследование верхних слоев атмосферы, изучение радиационной обстановки и проведение других научных экспериментов, а также развертывание антенных систем с синтезированной апертурой [3; 4].

Миссии, в которых задействованы несколько спутников, можно разделить на две категории: спутниковые группировки (constellation missions) и спутниковые формации (formation flying missions) [5]. Использование спутниковых группировок позволяет обеспечить наибольшее покрытие Земли. При этом положение каждого спутника контролируется отдельно относительно заданной точки. Группировки космических аппаратов (КА) подразделяются на контролируемые, в которых каждый спутник активно поддерживает свое местоположение (например, ГЛОНАСС), и неконтролируемые, в которых не происходит активного контроля над положением спутников. В отличие от группировок, спутниковые формации предполагают наличие контроля межспутникового расстояния, а также относительной ориентации космических аппаратов. Построению формации мешают возмущения спутниковых орбит, обусловленные влиянием несферичности гравитационного потенциала Земли, атмосферным сопротивлением, давлением солнечного излучения и гравитационного притяжения других тел [6]. Эти возмущения могут привести к быстрому удалению спутников друг от друга.

Традиционные системы управления полетом позволяют осуществлять сеанс связи с КА, только когда он находится в зоне радиовидимости одной из доступных наземных станций. Поэтому большую часть полетного времени связь с аппаратом отсутствует. Одним из вариантов решения этой проблемы является организация межспутниковой радиолинии в архитектуре системы связи. При достаточном количестве спутников в формации можно обеспечить круглосуточную линию связи наземного комплекса с любым КА. Формации с межспутниковой коммуникацией позволяют снижать задержки при доступе информации к потребителю и обеспечивать доступ к информационным сервисам реального времени [7]. Для реализации сеансов радиосвязи между спутниками необходимо удерживать их на определенном расстоянии, на котором будет возможна передача сигнала от одного спутника к другому. В контексте этой проблемы наиболее отчетливо выражена необходимость применения активных средств управления межспутниковым расстоянием.

Построение и поддержание строя на орбите могут выполняться с применением двигательных установок (ДУ). Однако в случае аппаратов CubeSat их использование оказывается затруднительным из-за строгих ограничений по массе, объему и мощности платформы CubeSat [8].

Альтернативой является аэродинамическое управление относительным движением, выполняемое за счет разности сил лобового сопротивления, приложенных к спутникам. Эта разность сил, называемая дифференциальной силой, обеспечивается посредством изменения ориентации КА относительно вектора его скорости и, следовательно, изменения его поперечного сечения (миделя). Преимущества аэродинамического контроля заключаются в отсутствии необходимости расхода топлива, низких рисках механических повреждений, а также низкой стоимости реализации относительно дорогостоящих ДУ.

Целью данной работы является оценка границ применения активного аэродинамического контроля для поддержания формации, состоящей из двух аппаратов класса CubeSat, имеющих форм-фактор 3U на орбите высотой 570 км.

Физические основы аэродинамики орбитального движения космических аппаратов

Аэродинамическое воздействие, испытываемое спутниками на низкой околоземной орбите (НОО), можно разделить на две составляющие – это сила лобового сопротивления, направленная против вектора скорости и, так называемая, подъемная сила, перпендикулярная плоскостям, с которыми сталкиваются молекулы атмосферы (рис. 1) [9].

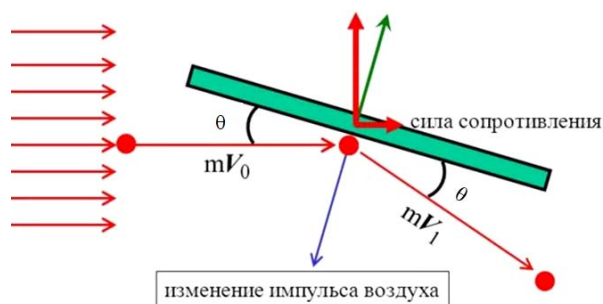


Рис. 1. Аэродинамические силы, действующие на тонкую пластину [10]

Fig. 1. Aerodynamic forces acting on a thin plate [10]

Малое сопротивление атмосферы является постоянно действующей силой и по истечении большого времени может существенно изменить параметры орбиты искусственного спутника Земли (ИСЗ). Сила сопротивления может быть выражена в направлении, противоположном скорости спутника $\vec{v}$:

$$F_{drag} = ma_{drag} = -\frac{1}{2}\rho C_D A_{ref} |\vec{v}|^2, \quad (1)$$

где ρ – плотность атмосферы; m – масса спутника; C_D – коэффициент лобового сопротивления; A_{ref} – эталонная миделева площадь спутника.

Формула (2) говорит о том, что сила аэродинамического сопротивления зависит от параметров, определяемых высотой орбиты (плотности атмосферы и скорости набегающего потока), а также от баллистических параметров спутника. К ним относятся масса спутника, а также его коэффициент лобового сопротивления и миделева площадь, которые определяются формой аппарата и его ориентацией относительно набегающего потока. Их удобно представлять в виде баллистического коэффициента:

$$B_C = \frac{m}{C_D A_{ref}}. \quad (2)$$

Разделив части уравнения (2) на величину массы спутника и выразив его баллистические параметры через баллистический коэффициент, запишем выражение для ускорения, вызываемого силой сопротивления:

$$a_{drag} = -\frac{\rho |\vec{v}|^2}{2B_C}. \quad (3)$$

Таким образом, воздействие атмосферного торможения на КА тем больше, чем меньше величина баллистического коэффициента. Учет значения данного параметра при проектировании формы КА и его массы позволит определить величину оказываемого на него аэродинамического воздействия.

Для определения плотности атмосферы ρ используются различные модели. Они могут быть реализованы как для численных, так и для приближенных аналитических расчетов в окрестностях опорной высоты. Эти стандарты определяют плотность атмосферы в зависимости от заданного времени, высоты орбиты, широты и долготы, а также уровня солнечной активности, влияющей на параметры верхних слоев земной атмосферы [11]. Модели верхней атмосферы включают широтные, сезонные, геомагнитные и солнечные эффекты. Учитываются вариации атмосферного сопротивления, включая эффекты суточных вариаций, наклон Земли, 27-дневный солнечный цикл (связанный с периодом его вращения), 11-летний солнечный цикл, полугодовые и сезонные вариации, циклические вариации в 11 солнечном цикле.

Широкое применение в космической отрасли получили модели Jascchia. База данных, лежащая в основе Jascchia, состоит из табулированных эмпирических профилей температуры, состава, плотности и давления в зависимости от высоты в диапазоне от 90 до 2500 км [12]. Модель Jascchia основана на данных спутниковых акселерометров, а также данных о лобовом сопротивлении, полученных в результате наземного слежения за различными спутниками.

Модели класса MSIS (Mass Spectrometer-Incoherent Scatter Radar) [13] основаны на данных о составе, температуре и общей плотности массы верхней атмосферы, накопленных за более чем двадцатилетний промежуток времени. Инструментами, с помощью которых проводились исследования состава атмосферы и ее температуры, являлись соответственно спутниковый масс-спектрометр и наземный радар некогерентного рассеяния. Модель NRLMSISE-00 является новейшей моделью из класса MSIS [14]. Данная модификация сочетает в себе преимущества как своих предшественников из класса MSIS, так и моделей Jascchia за счет сочетания и дополнения базы данных, на которых они основаны.

ГОСТ Р 25645.166–2004 основан на данных о лобовом сопротивлении ИСЗ [15]. В нем для расчетов применяется простая аналитическая формула с коэффициентами, выражающими изменение плотности атмосферы в течение солнечного цикла, суточные колебания солнечной активности и геомагнитного индекса. Коэффициенты табулированы для разных уровней потока солнечного излучения. В данном стандарте также даны рекомендации по использованию модели для баллистического сопровождения спутников и методика расчета коэффициента аэродинамического сопротивления.

Чтобы упростить выражение для подъемной силы, предполагается, что спутник имеет тонкую тормозящую поверхность, намного превышающую размеры остальных элементов формы *CubeSat*, что позволяет игнорировать вклад корпуса в аэродинамическое воздействие на спутник. В этом случае подъемная сила может быть выражена в направлении, перпендикулярном тормозной пластине и зависящем от ее ориентации:

$$F_{lift} = ma_{lift} = -\frac{1}{2} \rho C_L A_{ref} |\vec{v}|^2, \quad (4)$$

где C_L – коэффициент подъемной силы.

На НОО взаимодействие воздуха со спутником таково, что максимальное значение силы сопротивления почти на порядок больше, чем значение подъемной силы [9]. Прежде всего, это связано с тем, что вращение аппарата сводит на нет влияние подъемной силы. К тому же, спутники с определенной симметричной формой будут иметь тенденцию к нивелированию эффекта аэродинамической подъемной силы. И кроме того, коэффициент подъемной силы, как правило,

намного меньше коэффициента лобового сопротивления, что также делает эффект подъемной силы пренебрежимо малым в большинстве случаев. Поэтому, как правило, при разработке алгоритмов управления ею пренебрегают. Однако это приводит к потере потенциальной возможности управления движением вне плоскости орбиты.

Аэродинамические коэффициенты не могут быть точно измерены на орбите. Кроме того, коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы для сложных форм трудно вычислить аналитически. Для определения значений этих коэффициентов разработан метод конечных пластинчатых элементов. Его суть заключается в разложении сложной формы спутника на составляющие простых форм, оценке воздействия аэродинамических сил на каждый отдельно взятый элемент и суммировании рассмотренных эффектов воздействия. Характеристики плоских элементов моделируются с использованием либо экспериментальных данных, либо теоретических моделей, основанных на гиперзвуковых взаимодействиях газа и поверхности. Для того чтобы этот метод был полезным, требуется определение конфигурации КА и его орбиты.

Аэродинамические коэффициенты для простых плоских элементов могут быть оценены с использованием физических моделей взаимодействия газа с поверхностью, что дает различные результаты в зависимости от модельных допущений. В прошлом аэродинамические коэффициенты для простых форм вычислялись с использованием гипертермического приближения. Оно предполагает, что тепловая скорость молекул газа пренебрежимо мала. Однако на высотах от 120 до 600 км средняя тепловая скорость оказывается сравнима с орбитальной скоростью. Позже аэродинамическое сопротивление и подъемная сила рассматривались с использованием теории молекулярного свободного потока [16]. Коэффициенты сопротивления и подъемной силы могут быть смоделированы для простой тонкой пластины с использованием данной теории:

$$C_D = 2 \left[1 + \frac{2}{3} \sqrt{1 + \alpha \left(\frac{T_w}{T_a} - 1 \right)} \cos \theta \right], \quad (5)$$

$$C_L = \frac{4}{3} \sqrt{1 + \alpha \left(\frac{T_w}{T_a} - 1 \right)} \sin \theta, \quad (6)$$

где α – коэффициент аккомодации; T_a – температура местной атмосферы; T_w – температура поверхности пластины; θ – угол падения потока газа относительно пластины.

Коэффициент аккомодации α , является параметром, который используется для учета некоторых важных аспектов химического взаимодействия молекул набегающего воздуха с поверхностью КА и определяется как

$$\alpha = \frac{E_{inc} - E_r}{E_{inc} - E_s}, \quad (7)$$

где E_{inc} – кинетическая энергия падающей молекулы; E_r – кинетическая энергия отраженной молекулы; E_s – кинетическая энергия отраженных частиц, если бы они были испущены с энергией, обусловленной температурой поверхности спутника.

В условиях свободномолекулярного потока C_D слабо зависит от формы спутника и определяется в основном характером отражения молекул воздуха от поверхности, $C_D \approx 2 \dots 2,5$. Разумное значение коэффициента лобового сопротивления составляет 2,2 для типичного КА. Коэффициент лобового сопротивления зависит от формы спутника и характера столкновения молекул воздуха с ним. Однако для оценок продолжительности жизни на длительной орбите изменение C_D в зависимости от высоты орбиты можно смело игнорировать, поскольку процентная ошибка продолжительности жизни на орбите будет довольно небольшой из-за эффектов усреднения относительно принятого значения 2,2.

Относительное движение спутников под действием дифференциальной силы

Дифференциальная сила аэродинамического (лобового) сопротивления – это разность сил сопротивления атмосферы, действующих на каждый из пары КА. Если спутники движутся через атмосферу с одинаковой плотностью, то любое дифференциальное лобовое сопротивление обусловлено различием баллистических коэффициентов рассматриваемых аппаратов.

В данном разделе рассматривается пара спутников, движущихся по близким низким около-круговым орбитам вокруг Земли. Как правило, при анализе относительного движения предполагается, что спутники имеют одинаковую форму с некоторой плоской частью, играющей роль тормозящей пластины. Примером такой плоскости могут являться солнечные панели, а также другие разворачиваемые механизмы. За счет поворота относительно центра масс изменяется площадь сечения КА относительно набегающего потока, которая определяет величину аэродинамической силы, действующей на него. Если спутники имеют различную ориентацию относительно набегающего потока, то возникает разница между действующими на спутники силами.

Поскольку наноспутники класса CubeSat 3U имеют форму параллелепипеда, изменение его ориентации также меняет величину лобового сопротивления, даже в отсутствии разворачиваемых пластин. Таким образом, за счет изменения взаимной ориентации, например, с помощью установленных на борту

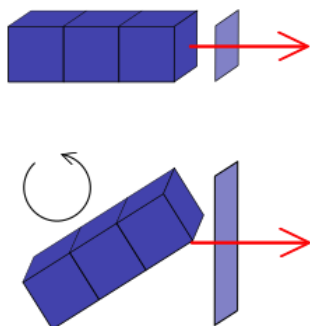


Рис. 2. Изменение площади миделя при изменении ориентации CubeSat

Fig. 2. Changing the midsection area when changing the orientation of the CubeSat

маховиков, можно управлять относительным движением центров масс спутников. Дифференциальная сила аэродинамического сопротивления будет определяться разностью в эффективной площади поперечного сечения аппаратов, которой можно достичь благодаря различной ориентации спутников относительно направления движения (и набегающего воздушного потока соответственно). CubeSat 3U имеет размеры примерно $34,5 \times 10 \times 10$ см. Соответственно, его торцевые грани имеют площадь 100 см^2 , а боковые – 100 см^2 . Минимальной силы лобового сопротивления можно достичь, сориентировав такой наноспутник вдоль вектора его скорости. При этом миделева площадь будет равна площади торцевой грани (рис. 2).

При отсутствии контроля ориентации вычисляют среднюю площадь поперечного сечения, предполагая, что положение КА может изменяться равномерно относительно направления скорости. Для спутника формы параллелепипеда средняя площадь может быть вычислена по формуле [17]:

$$CSA = \frac{1}{2}(S_1 + S_2 + S_3), \quad (8)$$

где CSA – средняя площадь поперечного сечения; S_1, S_2, S_3 – площади сторон аппарата.

Подставляя в формулу (8) площади торцевой и двух боковых граней CubeSat 3U, можно определить, что эффективная площадь поперечного сечения такого спутника будет иметь значение 390 см^2 .

Анализ существующих миссий, применяющих аэродинамическое управление

К настоящему моменту существует опыт нескольких крупных миссий, применявших аэродинамический контроль в качестве единственного средства разведения спутников вдоль одной орбиты и удержания на требуемых относительных расстояниях.

Группировка спутников Flock-1 [18], разработанная компанией Planet Labs Inc., состоит из более чем 100 аппаратов CubeSat форм-фактора 3U. Данные спутники обеспечивают получение изображений Земли с высоким разрешением. 28 спутников Flock-1 были запущены на низкую околоземную орбиту (высота 400 км, наклон 52°) с пусковой платформы NanoRacks CubeSat Deployer Международной космической станции в середине февраля 2014 г.

Управление относительным движением достигается путем модуляции фонового режима ориентации спутников, когда они не создают изображения и не поддерживают связь с наземной станцией. Контроль ориентации солнечных панелей относительно набегающего потока позволяет регулировать площадь поперечного сечения и обеспечивать управляющую дифференциальную силу. Различные режимы ориентации дают разные баллистические коэффициенты, разные темпы аэродинамического снижения орбиты и, следовательно, разные темпы ускорения среднего движения. Контролируя количество времени, которое каждый спутник проводит в режиме с высоким аэродинамическим сопротивлением, можно гарантировать, что все спутники в конечном итоге будут двигаться одинаково, что приведет к нулевой относительной скорости. Регулируя время выполнения маневров с высоким лобовым сопротивлением, можно нацелить каждый спутник на желаемый интервал орбиты относительно его соседей.

В отличие от управления импульсными двигателями, позиционирование спутника на орбите дифференциальным сопротивлением ограничено, поскольку эффективно модулируется только скорость снижения. Номинальные режимы низкого и высокого лобового сопротивления соответствуют граням *b* и *c*, соответственно, на рис. 3, перпендикулярным вектору скорости.

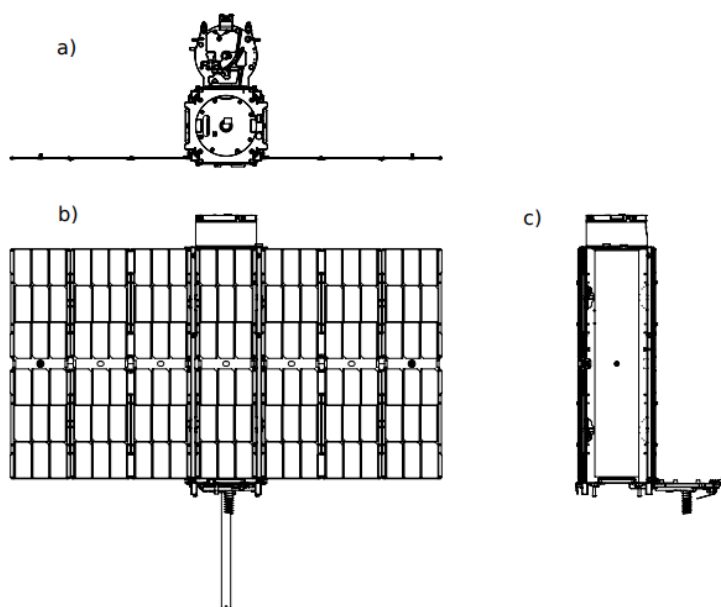


Рис. 3. Виды спутника Planet Labs Dove при обращении к встречному потоку:
a – камерой (200 см²); *b* – солнечными панелями (1950 см²); *c* – боковой панелью (370 см²) [18]

Fig. 3. Types of the Planet Labs Dove satellite when addressing the oncoming flow:
a – camera (200 cm²); *b* – solar panels (1950 cm²); *c* – side panel (370 cm²)

Эти режимы приводят к приблизительному соотношению площадей миделя 5:1. Возможности управления при таком расположении в значительной степени зависят от высоты орбиты и атмосферных условий, но варьируются от ≈ 1 км/сут² на 600-километровой солнечно-синхронной орбите до ≈ 50 км/сут² и более на 400-километровой орбите под МКС.

Миссия AeroCube-6 [19] представляет собой пару спутников, выведенных на эллиптическую солнечно-синхронную орбиту высотой 620–700 км 19 июня 2014 г. Спутники, имеющие форм-фактор 0,5U, оснащены двумя разворачиваемыми панелями (рис. 4).

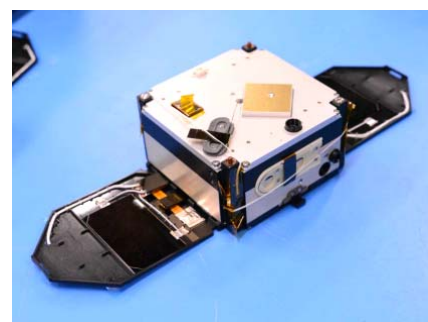


Рис. 4. Аппарат AeroCube-6 [19]

Fig. 4. AeroCube-6 spacecraft

Данные КА используют аэродинамический контроль для регулирования высоты спутника и межспутникового расстояния. Система ориентации оснащена магнитными катушками. Спутники были запущены в виде единой упаковки размером, аналогичным 1U, и их разъединение произошло уже в процессе орбитального движения. Согласно рис. 3, начальная скорость относительного расхождения спутников составляла 12 км/день (около 0,14 м/с). С помощью орбитальных маневров удалось добиться не только снижения темпов расхождения аппаратов, но и последующего их сближения.

Моделирование орбитального движения спутников

Для проведения моделирования в данной работе используется программный продукт NASA, находящийся в свободном доступе: General Mission Analysis Tool (GMAT) [20]. Данное программное обеспечение позволяет задать состояние спутника в различных формах представления (в декартовых координатах и скоростях, в виде кеплеровых элементов, в сферических и геодезических координатах) и произвести численное моделирование орбитального движения на околоземной орбите.

Расчеты проведены при помощи метода интегрирования Рунге – Кутты 89 порядка с переменным шагом по времени в диапазоне от 0,001 до 2700 с. Использована гравитационная модель EGM-96 с учетом старших сферических гармоник до десятого порядка. В качестве атмосферной модели выбрана MSISE-90 с прогнозными значениями индексов солнечной и геомагнитной активности. Кроме того, в расчетах учтены возмущающие влияния гравитационного воздействия Солнца и Луны, а также давления солнечного излучения.

В рамках моделирования рассматривается динамика межспутникового расстояния двух аппаратов CubeSat 3U массой 4 кг, выведенных на солнечно-синхронную орбиту высотой 567 км. По условиям, спутники движутся в одной орбитальной плоскости наклонением $97,65^\circ$. На этапе запуска из пусковой установки спутники зачастую выводятся на орбиту в течение небольшого интервала времени. При кластерном запуске аппараты могут запускаться с интервалом в 1–2 с. Для гарантированного избегания столкновений после запуска, КА запускаются с разной скоростью, что приводит к тому, что их орбиты принимают разные параметры. В результате спутник с большей начальной скоростью будет выведен на более высокую орбиту. При этом он имеет большую величину орбитального периода и поэтому будет отставать от спутника с меньшей начальной скоростью. Смоделированные темпы расхождения свободно ориентированных космических аппаратов после выведения на орбиту показаны на рис. 5.

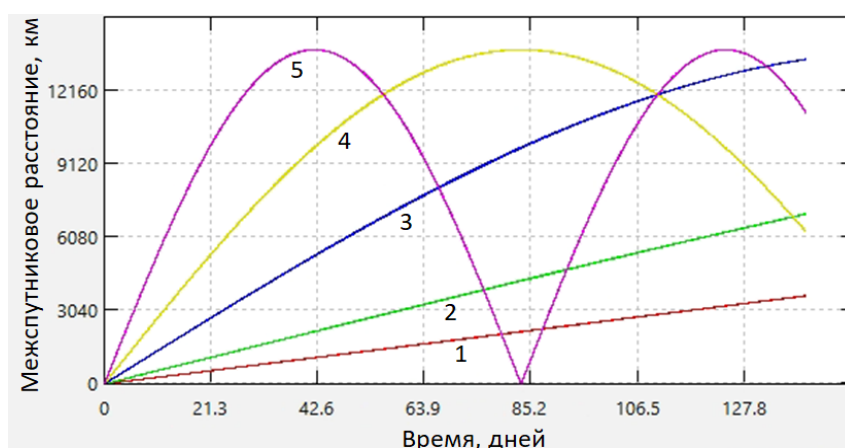


Рис. 5. Межспутниковое расстояние свободно ориентированных спутников за 140 дней с начальной разностью скорости:

1 – 0,1 м/с; 2 – 0,2 м/с; 3 – 0,5 м/с; 4 – 1 м/с; 5 – 2 м/с

Fig. 5. The inter-satellite distance of freely oriented satellites in 140 days with an initial velocity difference of:

1 – 0,1 m/s; 2 – 0,2 m/s; 3 – 0,5 m/s; 4 – 1 m/s; 5 – 2 m/s

Согласно полученному графику, расхождение спутников после запуска тем быстрее, чем больше разница пусковых скоростей.

С течением времени спутники снижаются. При этом плотность атмосферы с уменьшением высоты неравномерно (практически экспоненциально) нарастает, и снижение орбиты ускоряется, что приводит к увеличению разности аэродинамических сил, действующих на спутники, изначально выведенные на разные высоты. Вследствие происходит ускорение расхождения. Этому процессу способствуют факторы возмущения орбит. Данный эффект продемонстрирован на графике зависимости орбитального периода от времени (рис. 6).

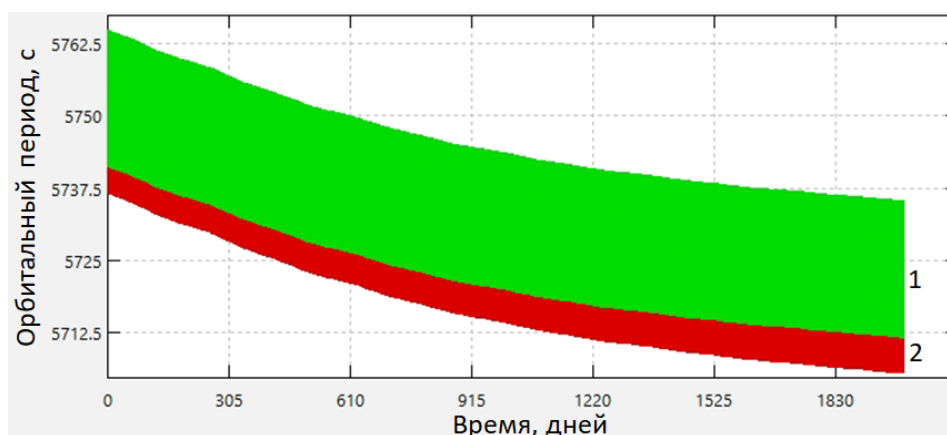


Рис. 6. Орбитальные периоды свободно ориентированных спутников с разностью скоростей 2 м/с за 1500 дней:

1 – для спутника с большей начальной скоростью; 2 – для спутника с меньшей начальной скоростью

Fig. 6. Orbital periods of freely oriented satellites with a velocity difference of 2 m/s in 1500 days:

1 – for a satellite with a higher initial velocity; 2 – for a satellite with a lower initial velocity

На графике, представленном выше, зеленым цветом обозначен спутник с большей начальной скоростью, а красным – спутник с меньшей начальной скоростью. Заметно, что разность орбитальных периодов КА после запуска увеличивается со временем, что свидетельствует об ускорении расхождения вдоль орбиты.

Таким образом, основным критерием, определяющим возможность использования аэродинамического управления для стабилизации относительного положения спутников, является возможность уравнивать орбитальные периоды в рамках отведенного времени. Далее приведены результаты моделирования динамики спутников при наличии аэродинамического контроля. Рассматривается способ создания дифференциальной силы путем перевода аппарата, выведенного на более низкую орбиту, в режим с минимальным лобовым сопротивлением, сориентировав его торцевой гранью в направлении движения. В этом случае он будет иметь площадь миделя, равную 100 см^2 , в то время как усредненная величина миделя свободно ориентированного спутника составляет 350 см^2 .

На рис. 7 представлена динамика межспутникового расстояния под действием дифференциальной силы.

Согласно графику, за 12 суток аэродинамическое управление приводит к остановке процесса расхождения спутников, выведенных на орбиту с разницей пусковой скорости в 0,1 м/с. Аппараты перестают удаляться за счет выравнивания их орбитальной высоты. Это вызвано снижением темпов падения спутника, выпущенного на более низкую орбиту, в результате его ориентации в состояние с наименьшим сопротивлением.

Для подведения итогов выполнена оценка границ применения данного метода управления. В качестве критерия, определяющего целесообразность использования аэродинамического контроля, выбрана возможность добиться стабилизации относительного движения спутников

в течение года. Согласно моделированию, данный критерий выполняется для спутников, выведенных на орбиту с разницей в начальной скорости вплоть до 2 м/с (рис. 8).

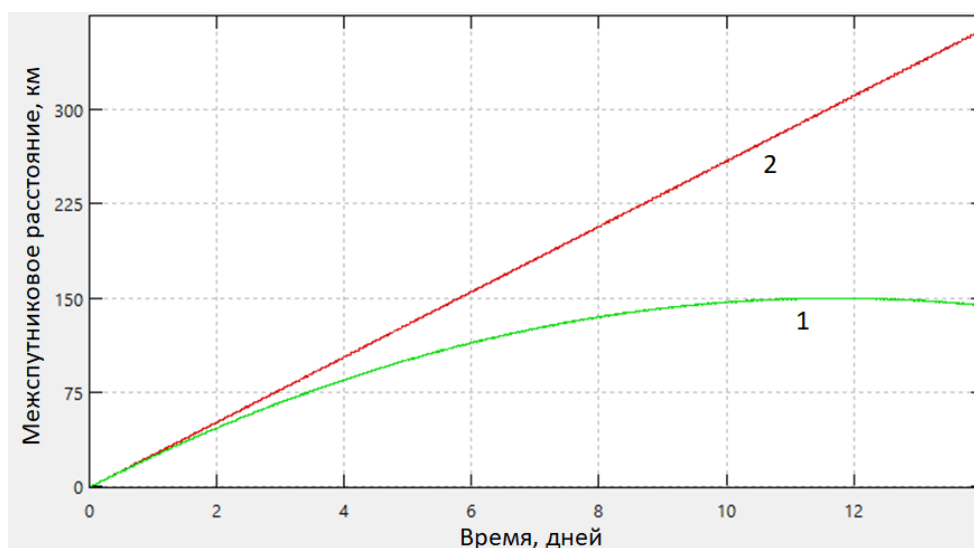


Рис. 7. Изменение межспутникового расстояния спутников с начальной разностью скорости 0,1 м/с:
1 – под действием аэродинамического управления; 2 – без управления

Fig. 7. Changing the inter-satellite distance of satellites with an initial velocity difference of 0.1 m/s:
1 – under the action of aerodynamic control; 2 – without control

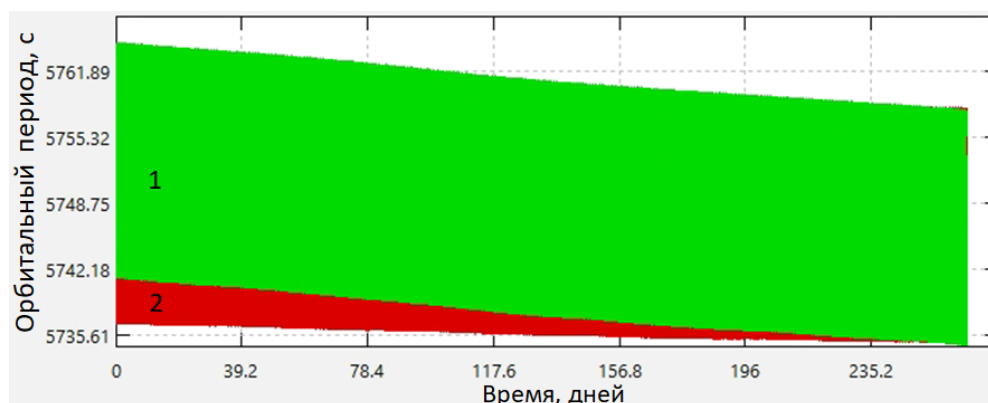


Рис. 8. Орбитальные периоды спутников под действием аэродинамического управления:
1 – для спутника с большей начальной скоростью; 2 – для спутника с меньшей начальной скоростью

Fig. 8. Orbital periods of satellites under the influence of aerodynamic control:
1 – for a satellite with a higher initial velocity; 2 – for a satellite with a lower initial velocity

На рис. 8 представлена зависимость орбитальных периодов от времени с момента запуска спутников. Ее выравнивание свидетельствует о стабилизации относительного движения КА, что говорит о принципиальной возможности применения аэродинамического контроля в данных условиях. На следующем этапе построения формации необходимо выполнение аэродинамического маневра, приводящего к сближению наноспутников на заданное расстояние, после чего должно быть выполнено выравнивание орбитальной высоты.

Заключение

Небольшие спутниковые системы позволяют выполнять совершенно новый класс задач в области навигации, связи, дистанционного зондирования и научных исследований. Поскольку

отдельные КА ограничены размерами, массой и мощностью, серийно выпускаемые небольшие спутники в крупных кластерах могут быть полезны во многих научных миссиях, таких как гравитационное картографирование, отслеживание лесных пожаров, поиск водных ресурсов и т. д. Создание формации спутников, требует применения средства управления относительным положением космических аппаратов.

В данном исследовании проведено моделирование динамики расстояния между наноспутниками CubeSat, выведенными на орбиту с разной пусковой скоростью. Приведены графики межспутникового расстояния при условии свободной ориентации аппаратов, а также в режиме аэродинамического управления. Согласно результатам моделирования, аэродинамическая дифференциальная сила применима для построения формации наноспутников данного класса на солнечно-синхронной орбите высотой 570 км. Данный метод способен стабилизировать относительное движение спутников, выведенных на орбиту с разностью скорости вплоть до 2 м/с за год.

Для увеличения возможностей аэродинамического контроля необходимо наличие средства увеличения миделевого сечения КА. Оно может быть реализовано в виде развертываемых панелей (солнечных батарей). В перспективе полученные результаты планируется применить для построения космической миссии ReshUCube-3, в рамках которой будет произведен запуск нескольких аппаратов CubeSat форм-фактором 1U и 3U.

Библиографические ссылки

1. CubeSat [Электронный ресурс]. URL: <https://www.cubesat.org> (дата обращения: 25.01.2023).
2. A Review of Impending Small Satellite Formation Flying Missions / Bandyopadhyay S., Subramanian G., Foust R. и др. // 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting. Kissimmee. 2015. 17 p.
3. Hughes S. P. Preliminary Optimal Orbit Design for the Laser Interferometer Space Antenna (LISA) // Advances in the Astronautical Sciences. 2002. Vol. 111. P. 61–78.
4. Chung S., Miller, D., de Weck, O. ARGOS Testbed: Study of Multidisciplinary Challenges of Future Spaceborne Interferometric Arrays // Optical Engineering. 2004. Vol. 43, No. 9. P. 2156–2167.
5. Review of formation flying and constellation missions using nanosatellites / Bandyopadhyay S., Foust R., Subramanian G. et al. // Journal of Spacecraft and Rockets. 2016. Vol. 53 (3). 12 p.
6. Swarm-Keeping Strategies for Spacecraft Under J2 and Atmospheric Drag Perturbations / Morgan D., Chung S., Blackmore L. et al. // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2012. Vol. 35, No. 5. P. 1492–1506.
7. Пантелеймонов И. Н. Перспективная методика управления полетом космических аппаратов одной орбитальной группировки с применением межспутниковых радиолоний // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2018. No. 2. С. 73–83.
8. Horsley M. An investigation into using differential drag for controlling a formation of CubeSats // Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference. Maui, 2011. 18 p.
9. Иванов Д., Кушнирук М. Исследование алгоритма управления пространственным движением группы спутников с помощью аэродинамической силы // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2017. № 53. С. 1–32.
10. Подъемная сила крыла самолета: формула [Электронный ресурс]. URL: <https://travelsoul.ru/podemnaa-sila-kryla-samoleta-formula/> (дата обращения: 04.10.2023).
11. Vaughan W., Johnson D., Justus C. Guide to Reference and Standard Atmosphere Models : Tech. Rep. Reston : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010. 142 p.
12. Jacchia L. New static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperature profiles : Special Report. Cambridge : Smithsonian Astrophysical Observatory, 1970. 87 p.
13. Hedin A. Extension of the MSIS thermosphere model into the middle and lower atmosphere // J. Geophys. Res. 1991. No. 96. P. 1159–1172.

14. Picone J., Hedin A., Drob D. NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere : Statistical comparisons and scientific issues // *Journal of Geophysical Research*. 2002. Vol. 107, No. A12. 16 p.
15. ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. М. : ИПК Издательство Стандартов. 2004. 24 с.
16. Harrison S. A free molecular aerodynamic investigation using multiple satellite analysis // *Planet. Space Sci*. 1996. Vol. 44, No. 2. P. 171–180.
17. Oltrogge D., Leveque K. An evaluation of cubesat orbit decay : *Proceedings of 25th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, Utah, 2011. 12 p.
18. Foster C., Hallam H., Mason J. Orbit Determination and Differential-drag Control of Planet Labs Cubesat Constellations // *ArXiv : Space Physics*. 2015, 13 p.
19. Gangestad J., Rowen D., Hardy B. Flight Results from AeroCube-6: A Radiation Dosimeter Mission in the 0.5U Form Factor // *CubeSat Developers' Workshop*. San Luis Obispo. 2016. 18 p.
20. General Mission Analysis Tool (GMAT) v.R2016a [Электронный ресурс]. URL: <https://software.nasa.gov/software/GSC-17177-1> (дата обращения: 08.02.2023).

References

1. CubeSat. Available at: <https://www.cubesat.org> (accessed 25.1.2023).
2. Bandyopadhyay S., Subramanian G., Foust R., Hadaegh F. A Review of Impending Small Satellite Formation Flying Missions. *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Kissimmee, 2015, 17 p.
3. Hughes S. P. Preliminary Optimal Orbit Design for the Laser Interferometer Space Antenna (LISA). *Advances in the Astronautical Sciences*, 2002, vol. 111, p. 61–78.
4. Chung S., Miller, D., de Weck, O. ARGOS Testbed: Study of Multidisciplinary Challenges of Future Spaceborne Interferometric Arrays. *Optical Engineering*, 2004, vol. 43, no. 9, p. 2156–2167.
5. Bandyopadhyay S., Foust R., Subramanian G., Chung S., Hadaegh F. Review of formation flying and constellation missions using nanosatellites. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2016, vol. 53 (3), 12 p.
6. Morgan D., Chung S., Blackmore L., Acikmese B., Bayard D., Hadaegh F. Swarm-Keeping Strategies for Spacecraft Under J2 and Atmospheric Drag Perturbations. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, vol. 35, no. 5, p. 1492–1506.
7. Panteleimonov I. N. *Perspektivnaya metodika upravleniya poletom kosmicheskikh apparatov odnoi orbital'noi gruppirovki s primeneniem mezhsputnikovykh radiolinii* [A promising technique for controlling the flight of spacecraft of one orbital grouping using inter-satellite radio lines]. *Raketno-kosmicheskoe priborostroenie i informatsionnye sistemy*. 2018, no. 2, p. 73–83 (In Russ.).
8. Horsley M. An investigation into using differential drag for controlling a formation of CubeSats. *AMOS Technologies Conference*, Maui, 2011, 18 p.
9. Ivanov D., Kushniruk M. *Issledovanie algoritma upravleniya prostranstvennym dvizheniem gruppy sputnikov s pomoshch'yu aerodinamicheskoi sily* [Investigation of Control Algorithm Using Aerodynamic Force for Satellite Formation Flying Three-Dimensional Motion]. *Preprinty IPM im. M. V. Keldysha*. 2017, no. 53, p. 1–32.
10. *Pod'emnaya sila kryla samoleta: formula* [Lifting force of a winged aircraft: formula]. Available at: <https://travelsoul.ru/podemnaa-sila-kryla-samoleta-formula/> (accessed 04.10.2023).
11. Vaughan W., Johnson D., Justus C. Guide to Reference and Standard Atmosphere Models : Tech. Rep. Reston, American Institute of Aeronautics and Astronautics Publ., 2010, 142 p.
12. Jacchia L. New static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperature profiles. Special Report. Cambridge, Smithsonian Astrophysical Observatory, 1970, 87 p.
13. Hedin A. Extension of the MSIS thermosphere model into the middle and lower atmosphere. *Journal of Geophysical Research*, 1991, no. 96, p. 1159–1172.
14. Picone J., Hedin A., Drob D. NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere : Statistical comparisons and scientific issues. *Journal of Geophysical Research*, 2002, vol. 107, no. A12, 16 p.

15. GOST R 25645.166–2004. Atmosfera Zemli verkhnyaya. Model' plotnosti dlya ballisticheskogo obespecheniya poletov iskusstvennykh sputnikov Zemli. [State Standard R 25645.166–2004. Earth upper atmosphere. Density model for ballistic support of flights of artificial earth satellites]. Moscow, IPK Izdatelstvo standartov Publ., 2004. 24 p.
16. Harrison S. A free molecular aerodynamic investigation using multiple satellite analysis. *Planet. Space Sci.*, 1996, vol. 44, no. 2, p. 171–180.
17. Oltrogge D., Leveque K. An evaluation of cubesat orbit decay. *Proceedings of 25th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, Utah, 2011, 12 p.
18. Foster C., Hallam H., Mason J. Orbit Determination and Differential-drag Control of Planet Labs Cubesat Constellations. *ArXiv : Space Physics*, 2015, 13 p.
19. Gangestad J., Rowen D., Hardy B. Flight Results from AeroCube-6: A Radiation Dosimeter Mission in the 0.5U Form Factor. *CubeSat Developers' Workshop*, San Luis Obispo, 2016, 18 p.
20. General Mission Analysis Tool (GMAT) v.R2016a. Available at: <https://software.nasa.gov/software/GSC-17177-1> (accessed: 08.2.2023).

© Лукьянов М. М., Зуев Д. М., 2023

Лукьянов Михаил Михайлович – бакалавр; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: mishka.1255555@mail.ru.

Зуев Дмитрий Михайлович – старший преподаватель кафедры технической физики, инженер научно-производственной лаборатории «Малые космические аппараты»; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: zuevdmity93@yandex.ru.

Lukyanov Mikhail Mikhailovich – Bachelor; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: mishka.1255555@mail.ru.

Zuev Dmitrii Mikhailovich – Senior Lecturer of Applied Physics Department, Engineer of Small Satellites Laboratory; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: zuevdmity93@yandex.ru.

УДК 629.7.054.847

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-550-557

Для цитирования: Шатров А. К., Фисенко Е. Н., Рабецкая О. И. Обеспечение теплового режима конструкций космического аппарата // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 550–557. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-550-557.

For citation: Shatrov A. K., Fisenko E. N., Rabetskaya O. I. [Ensuring the thermal regime of spacecraft structures]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 550–557. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-550-557.

Обеспечение теплового режима конструкций космического аппарата

А. К. Шатров, Е. Н. Фисенко*, О. И. Рабецкая

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31

*E-mail: fisenkoen@sibsau.ru

Основное требование для бесперебойной работы космического аппарата – это его стабильный тепловой режим. Особо сложная задача – обеспечение стабильной системы терморегулирования аппарата с учетом жестких ограничений по энергетическим и массовым затратам на устройства терморегулирования. Эти задачи необходимо решать на каждом этапе создания спутников. На каждом этапе проводятся тепловые расчеты с выбором оптимальных теплофизических параметров. Такой объем работ составляет примерно десятую часть от всех работ со спутником. Необходимость теоретическо-экспериментального уточнения расчетных методик является актуальной задачей, которая позволит существенно снизить материальные и временные затраты на проектирование, испытания и доводку аппарата. Поэтому расчет и анализ тепловых режимов космических аппаратов является важным этапом при проектировании спутников. Наземные тепловакуумные испытания очень затратны как по времени, так и финансово. Суть концепции заключается в проведении только стационарных тепловых режимов в условиях максимальных и минимальных тепловых нагрузок на спутник в целом и его отдельные внешние элементы с последующим обеспечением сходимости результатов испытаний с расчетными результатами. А подтверждение промежуточных требований по обеспечению заданных тепловых режимов осуществляют расчетным путем.

В статье рассмотрены задачи по обеспечению теплового режима конструкций космического аппарата; классификация устройств, применяемых для обеспечения теплового режима; наземная отработка теплового режима спутников связи при тепловакуумных испытаниях; обеспечение теплового режима космического аппарата связи при наземных электрических испытаниях; тепловой режим конструкций космического аппарата при транспортировании с завода-изготовителя на техническую позицию.

Ключевые слова: космический аппарат, тепловакуумные испытания, тепловой режим, система терморегулирования.

Ensuring the thermal regime of spacecraft structures

A. K. Shatrov, E. N. Fisenko*, O. I. Rabetskaya

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

*E-mail: fisenkoen@sibsau.ru

The main requirement for the smooth operation of the spacecraft is its stable thermal regime. A particularly difficult task is to ensure a stable temperature control system of the device, taking into account strict restrictions on energy and mass costs for temperature control devices. These tasks need to be solved

at every stage of the creation of satellites. At each stage, thermal calculations are carried out with the choice of optimal thermophysical parameters. This amount of work is about a tenth of all work with the satellite. The need for theoretical and experimental refinement of calculation methods is an urgent task that will significantly reduce the material and time costs of designing, testing and fine-tuning the device. Therefore, the calculation and analysis of the thermal regimes of spacecraft is an important stage in the design of satellites. Ground thermal vacuum tests are very costly, both in time and financially. The essence of the concept is to conduct only stationary thermal modes under conditions of maximum and minimum thermal loads on the satellite as a whole and its individual external elements, followed by ensuring convergence of test results with calculated results. And the confirmation of intermediate requirements to ensure the specified thermal conditions is carried out by calculation.

The article considers the tasks of ensuring the thermal regime of spacecraft structures. Classification of devices used to ensure the thermal regime. Ground-based testing of the thermal regime of communication satellites during thermal vacuum tests. Ensuring the thermal regime of the communication spacecraft during ground-based electrical tests. Thermal regime of spacecraft structures during transportation from the manufacturer to the technical position.

Keywords: spacecraft, thermal vacuum tests, thermal regime, temperature control system.

Введение

Обеспечение теплового режима космического аппарата заключается в поддержании температур основных элементов конструкции, приборов, агрегатов, радиоэлементов, газовой и жидкой сред в герметичных контейнерах и системах в заданных диапазонах.

Нарушение теплового режима приводит, как правило, к отказам аппаратуры и невозможности выполнения задач, возлагаемых на космический аппарат связи по целевому назначению.

В связи с увеличением продолжительности срока активного существования, потребляемой электрической мощности при одновременном повышении требований к снижению относительной массы, возрастают требования и к система терморегулирования, что усложняет задачи, которые необходимо решать на всех этапах создания новых спутников связи. При этом необходимо учитывать деградацию теплофизических параметров материалов в условиях воздействия факторов космического пространства (радиации, вакуума, высоких и низких температур, цикличности их изменений).

Для того чтобы спроектировать систему терморегулирования космического аппарата связи, отвечающую предъявляемым к ней требованиям, одним из важнейших условий является возможность проведения современными вычислительными средствами большого объема расчетов температурных полей для условий переменных воздействий внутренних и внешних тепловых нагрузок на составные части спутника и спутник в целом в условиях эксплуатации на орбите [11].

Не менее сложными являются задачи обеспечения теплового режима космического аппарата при наземных испытаниях и экспериментальной наземной отработки теплового режима как отдельных узлов, так и космического аппарата в целом с имитацией условий, максимально приближенных к условиям штатной эксплуатации на орбите.

Проведение расчетов и анализ обеспечения теплового режима космического аппарата осуществляются с момента первых набросков его облика и продолжаются в период эксплуатации при возникновении нештатных ситуаций на борту. Оценка объема работ, выполняемого по обеспечению тепловых режимов аппарата, составляет примерно десятую часть от всех работ со спутником.

Значительный объем работ по обеспечению теплового режима спутников связи выполняется также в части имитации условий космического пространства в процессе различного рода испытаний в термокамере по созданию и применению экранно-вакуумной теплоизоляции, отработке стойкости оптических покрытий материалов с различной теплопроводностью, проверке работоспособности агрегатов системы терморегулирования (гидроблоков, вентиляторов, терморегуляторов), а также устройств и оборудования для заправки теплоносителями замкнутых гидравлических и газовых контуров, электронной аппаратуры и т. д. [6].

Классификация устройств, применяемых для обеспечения тепловых режимов космических аппаратов связи

Основным отличием отечественных космических аппаратов является то, что основная радиоэлектронная аппаратура размещена в герметичном контейнере, заполненном газом. Зарубежные аналоги не имеют таких герметичных контейнеров [13].

Размещение радиоэлектронной аппаратуры в таком контейнере обеспечивает, с одной стороны, рабочее давление, близкое к атмосферному в земных условиях, а с другой – выполняет роль циркулирующего теплоносителя для отвода избыточного тепла от электронной аппаратуры. Принятие данной компоновки спутника было определено отсутствием бортовой электронной аппаратуры, которая может надежно работать в условиях открытого космического пространства при воздействии глубокого вакуума, высокой степени космической радиации, низких и высоких температур, а также резких многоциклических их изменений.

Такой вариант размещения радиоэлектронной аппаратуры имеет и свои недостатки. Поскольку приборы располагаются внутри герметичного контейнера, заполненного газовой средой, тепловой режим приборов обеспечивается, в основном, путем обдува газом. Приборы расположены в контейнере на платах, параллельных осредненному направлению движения газового потока, но так как они в большинстве своем содержат наружные кожухи, то циркуляция газа по внутренним поверхностям приборов недостаточна и, как следствие этого, имеет место значения температур отдельных элементов приборов более высоких в условиях штатной эксплуатации по сравнению с результатами испытаний в наземных условиях, при которых дополнительная циркуляция газа внутри прибора обеспечивается за счет естественной конвекции, вызываемой гравитацией. Тенденция компактности в развитии радиоэлектронной аппаратуры приводит к повышению массовой и энергетической плотности компоновок приборных отсеков космического аппарата, в результате чего названная проблема применения герметичных контейнеров для спутника связи усугубляется тем, что воспроизведение условий штатной эксплуатации с учетом невесомости при обеспечении теплового режима приборов, размещенных в газовой среде, в наземных условиях не представляется возможным.

Зарубежные спутники связи не имеют герметичных приборных контейнеров. Отвод избыточного тепла от приборов осуществляется только путем теплопроводности и излучения тепла с поверхностей приборов и их элементов в окружающую среду. Это позволяет обеспечивать высокую степень адекватности результатов наземных тепловых испытаний с натурными и тем самым обеспечивать более высокую степень гарантий по обеспечению надежности функционирования космического аппарата по целевому назначению.

Современная тенденция развития спутников связи характерна увеличением срока активного существования, энергопотребления, возрастанием плотности тепловых нагрузок, что усложняет задачи по обеспечению тепловых режимов спутников [12].

Для обеспечения теплового режима космического аппарата с герметичным контейнером, заполненным газом, применяется газожидкостная система терморегулирования. Избыточное тепло от приборов передается газу, циркулирующему по замкнутому контуру в контейнере. От газа тепло передается в газожидкостный теплообменник жидкому теплоносителю, который переносит его на внешний излучательный радиатор. Излучательный радиатор представляет собой цилиндрическую или плоскую оболочку из алюминиевого сплава с каналами гидромагистрали. На его наружную поверхность, освещенную Солнцем, наносится покрытие с малым значением коэффициента поглощения солнечного излучения и максимально возможным значением коэффициента излучения (степени черноты) [14].

С помощью замкнутого гидравлического контура, с циркулирующим в нем жидким теплоносителем, который приводится в движение с помощью гидронасоса, тепло отводится не только от теплообменника, но и от наиболее нагруженных в тепловом отношении приборов, например, непосредственно от ретранслятора.

Для надежной работы системы терморегулирования разработан целый ряд узлов и агрегатов, обеспечивающих передачу тепла от циркулирующего в контейнере газа к жидкому теплоноси-

телю в магистрали, а также передачу тепла от жидкого теплоносителя к наземному жидкому контуру при проведении электрических испытаний. К ним относятся компактные газожидкостные теплообменники и жидкостные теплообменники. Для заправки газа и жидкого теплоносителя разработаны и применяются клапаны, вентили и обратные клапаны.

Для активного регулирования тепловым режимом спутника связи при наземных электрических испытаниях и в условиях штатной эксплуатации разработаны надежные терморегуляторы, клапаны-регуляторы, перепускные клапаны. Для создания перепадов давления с целью обеспечения циркуляции в замкнутой газовой магистрали применяются вентиляторы, для жидкостной магистрали – гидронасосы.

Одна из важнейших задач в процессе проектирования и создания космического аппарата связи на всех этапах – это проведение тепловых расчетов с выбором оптимальных теплофизических параметров. При этом необходимо учитывать изменения теплофизических параметров в процессе длительной эксплуатации на орбите.

Наземная отработка теплового режима спутника связи

Сложность наземной отработки спутника связи связана с трудностями имитации реальных космических условий его эксплуатации: глубокого вакуума, невесомости, внешних тепловых потоков от Солнца и Земли.

Для отработки теплового режима на полномасштабном макете спутника требуется термобарокамера с имитатором солнечного теплового потока. Такое испытательное оборудование в десятки раз превышает размеры спутника, является сложным и дорогостоящим. Такие испытания называются тепловакуумными. Этапу наземной отработки предшествуют всесторонние тепловые расчеты отдельных составных частей спутника и спутника в целом. Для подготовки к проведению тепловакуумным испытаний на этапе эскизного проектирования составляется план наземной экспериментальной отработки узлов, агрегатов, систем и спутника в целом. При этом определяется количество и состав полномасштабных отработочных макетов, необходимого испытательного оборудования и специализированного места проведения испытаний [15].

Так как многие российские спутники имеют в своем составе герметичный контейнер, заполненный газом, то наиболее целесообразной для них явилась активная газожидкостная система, с заданными расходными характеристиками по жидкому и газовому теплоносителям, связанным между собой в тепловом отношении посредством газожидкостного теплообменника. На полномасштабных тепловых макетах спутников устанавливаются соответствующие штатные газожидкостные системы терморегулирования. При проведении тепловакуумных испытаний, наряду с отработкой тепловых режимов спутника, его систем и внешних элементов, отрабатывается также и система терморегулирования, работа ее автоматики по регулированию температур в заданных диапазонах в различных условиях функционирования, переход на резервные комплекты агрегатов системы, проверка их работоспособности, а также отработка электронных схем управления электронасосных агрегатов, вентиляторов и электрообогревателей. В термобарокамере обеспечивается низкое давление, имитирующее то, какое космический аппарат испытывает в открытом космосе, $1 \cdot 10^{-5}$ мм рт. ст., минимальные температуры не выше -180°C , для чего применяются низкотемпературные азотные экраны. Для имитации переменных тепловых потоков от Солнца на различные стороны спутника применяют специальное поворотное устройство, с помощью которого имитируют вращение спутника относительно направления теплового потока от солнечного имитатора и, таким образом, проводят отработку тепловых режимов в условиях, максимально приближенных к условиям натурной эксплуатации спутника. За счет этого достигается высокое качество и надежность отработки тепловых режимов спутника в наземных условиях [11].

Тепловакуумные испытания являются очень дорогостоящими, испытания по полной программе проводятся круглосуточно в течение нескольких месяцев и несут большие энергетические затраты.

Современные достижения в точности методик по расчету температурных полей больших и сложных спутников, в быстроте проведения больших объемов расчетов по их тепловым режи-

мам и их составным частям с применением развитого парка современных вычислительных машин позволили осуществить новую концепцию проведения тепловакуумных испытаний. Ее суть заключается в проведении только стационарных тепловых режимов в условиях максимальных и минимальных тепловых нагрузок на спутник в целом и его отдельные внешние элементы с последующим обеспечением сходимости результатов испытаний с расчетными. А подтверждение промежуточных требований по обеспечению заданных тепловых режимов осуществляют расчетным путем. Это позволяет значительно сократить сроки наземной тепловой отработки спутника и снизить финансовые затраты.

Обеспечение теплового режима космического аппарата связи при наземных электрических испытаниях

По мере увеличения срока активного существования космического аппарата, из общего ресурса работы бортовой аппаратуры наземные испытания составляют меньший процент, в связи с чем резко повышаются требования к качеству их проведения, в том числе к обеспечению тепловых режимов в процессе испытаний.

Обеспечение теплового режима бортовой аппаратуры до вывода спутника на орбиту делится на такие этапы, как обеспечение теплового режима на заводе изготовителе, при выходном контроле, испытаниях аппаратуры, установленной на приборной раме расстыкованного спутника (при испытаниях расстыкованного комплекса), испытаниях полностью собранного спутника на заводе-изготовителе, в процессе транспортировки до места запуска, при проверках на технической позиции, стартовом комплексе, участке выведения спутника на орбиту до отделения его от ракеты-носителя и во время включения в работу бортовых систем приборов перед началом штатной эксплуатации.

Тепловые режимы спутника для всех этапов просчитываются во время эскизного проектирования. Многовариантность и усложнение расчетов определяются жесткими ограничивающими требованиями по энергетическим и массовым затратам на устройства терморегулирования и системы терморегулирования в целом.

Приборы, установленные на приборной раме спутника, должны быть работоспособны в нормальных климатических условиях цеха (при температуре окружающего воздуха 10–35 °С) без специального термостатирования принудительным обдувом воздуха. Для приборов, охлаждаемых жидким теплоносителем системы терморегулирования, разработчики приборов поставляют установки, обеспечивающие циркуляцию жидкого теплоносителя в охлаждаемом контуре прибора с расходом равным или близким к расходу жидкого теплоносителя, обеспечиваемого системе терморегулирования во время ее штатной работы.

Для приборов, тепловой режим которых в составе спутника обеспечивается естественной конвекцией с помощью бортового вентилятора, применяют технологические наземные вентиляторы с интенсивностью открытого обдува, эквивалентной интенсивности обдува бортовым вентилятором при штатной эксплуатации.

При электрических испытаниях расстыкованного спутника до его окончательной сборки, приборы, охлаждаемые жидким теплоносителем, как правило, стыкуются с магистралью бортовой системой терморегулирования, а для приборов, требующих охлаждения в штатных условиях обдувом газа в герметичном контейнере, применяют технологическую вентиляционную установку.

В процессе электрических испытаний состыкованного спутника обеспечение теплового режима осуществляет бортовая система терморегулирования, в магистраль которой включается жидкостной теплообменник, наружный контур которого подключают к жидкостному контуру специальной наземной охлаждающей установки, необходимость применения которой обусловлена недостаточной эффективностью отвода тепла от бортового излучательного радиатора в окружающую среду. Если бортовая система терморегулирования содержит только газовый контур, то излучающий бортовой радиатор охлаждают путем обдува его воздухом, для чего применяется специальная вентиляционная установка с требуемым расходом воздуха и возможностью как охлаждать излучающий бортовой радиатор, так и подогревать [8].

После окончания электрических испытаний на техническом комплексе в период предстартовой подготовки технологические приспособления снимаются со спутника.

У спутников с газожидкостной системой терморегулирования жидкостной теплообменник отсекается с помощью вентилей, которые входят в состав бортовой системы терморегулирования. При этом жидкостной теплообменник либо остается на борту, как у спутника «Молния», либо снимается со спутника, как на спутниках «Радуга», «Горизонт» и последующих. Следует отметить, что наиболее надежный вариант – несъемный технологический жидкостной теплообменник, так как при этом исключается возможность утечки теплоносителя из жидкостного контура бортовой системы терморегулирования в процессе отстыковки теплообменника, обеспечивается более высокая гарантия герметичности бортового жидкостного контура. Тем не менее, из-за жесткого лимита массы системы терморегулирования, приходится снимать жидкостной теплообменник [14].

Тепловой режим космического аппарата при транспортировании с завода-изготовителя на техническую позицию определяется и просчитывается на этапе эскизного проектирования в зависимости от тактико-технических требований к спутнику.

До последнего времени многие космические аппараты могли транспортироваться любым видом транспорта при температуре окружающего воздуха в диапазоне ± 50 °С. Но при этом большой объем работы по подготовке спутника к выведению на орбиту приходился на технические позиции, что увеличивало время пребывания спутника на космодроме. Кроме того, требовалась сложная и дорогостоящая аппаратура для предстартовой подготовки спутника, а также присутствие высококвалифицированных специалистов с завода-изготовителя. Это было экономически невыгодно. Поэтому в настоящее время начинает проявляться тенденция к тому, чтобы максимальный объем работ по подготовке спутника к запуску был выполнен на заводе-изготовителе. При этом необходимо выполнить условия обеспечения теплового режима во время транспортировки с завода-изготовителя на космодром в диапазоне примерно 0–40 °С, для чего требуется применение специального термостатируемого контейнера [16].

Обеспечение теплового режима космического аппарата в составе ракеты-носителя при транспортировке с технической позиции на стартовый комплекс осуществляется подачей воздуха под обтекатель. Расход воздуха и его температура обеспечивается наземной установкой в зависимости от периода года и погоды. В последние часы перед стартом спутник прогревается до такого уровня, чтобы за время выведения на орбиту его температура не вышла за пределы заданного диапазона.

Заключение

Несмотря на различие между отечественными космическими аппаратами и зарубежными аналогами, которое до недавнего времени заключалось в наличии, как правило, герметичного приборного контейнера на отечественных спутниках, их технический уровень вполне соответствовал современному мировому уровню по срокам активного существования, надежности и функциональному назначению. Однако на сегодняшний день ведутся разработки бесконтейнерных космических аппаратов с применением сотовых панелей и тепловых труб.

Библиографические ссылки

1. Анкудинов А. В. Использование математических моделей и методов анализа для определения проектного облика КА связи на ранних этапах жизненного цикла // Решетневские чтения : тез. докладов Всерос. науч.-техн. конф. Вып. 1. Красноярск, 1997. С. 74.
2. Шатров А. К. Термоструктурный анализ антенных блоков. Науч.-тех. отчет 33-1811-85. Красноярск: НПО ПМ, 1985. 80 с.
3. Шатров А. К. Расчет температурных деформаций бериллиевой плиты. Технический отчет 33-3619-88. Красноярск: НПО ПМ, 1988. 62 с.
4. Шатров А. К., Пискунов В. Г., Сипетов В. С. Экспериментально-теоретическое исследование ребристых пологих оболочек в стационарном температурном поле // Прочность материа-

лов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии : тез. докл. Всесоюз. симп. Киев, 1984. Ч. 11. С. 39.

5. Моделирование характеристик тепловых труб при расчете нестационарных температурных полей конструкций с тепловыми трубами / К. Г. Смирнов-Васильев, В. В. Двирный, Г. И. Овечкин, Г. И. Панов // Проблемы обеспечения качества изделий в машиностроении : сб. докл. Междунар. науч.-техн. конф. Красноярск, 1994. С. 462–468.

6. Шатров А. К., Фисенко Е. Н., Рабецкая О. И. Отработка теплового режима спутников связи // Решетневские чтения : материалы XXVI Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева (09–11 нояб. 2022, г. Красноярск) : в 2 ч. / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова. СибГУ им. М. Ф. Решетнева. Красноярск, 2022. Ч. 1. С.357–359.

7. Организация базы данных для численного моделирования температурных полей элементов конструкции космических аппаратов / В. Г. Бутов, Т. В. Васенина, Н. Е. Кувшинов и др. // Вестн. Томск. гос. ун-та. Матем. и мех. 2011. № 4(16). С. 49–54.

8. Быков А. П., Андросов С. В., Пиганов М. Н. Методика тепловакуумных испытаний приборов космического аппарата // НиКСС. 2019. № 3 (27). С. 78–83.

9. Теплообмен и тепловой режим космических аппаратов / под ред. Н.А. Анфимова. М. : Мир, 1974. 544 с.

10. Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рыжков Л. П. Теплообмен излучением. М. : Энергоатомиздат, 1991. 432 с.

11. Крушенко Г. Г., Голованова В. В. Совершенствование системы терморегулирования космических аппаратов // Вестник СибГАУ. 2014. № 3 (55). С. 185–190.

12. Бабышева Е.Е. Перспективы развития спутниковой связи // Экономика и качество систем связи. 2017. № 3 (5) [Электронный ресурс]. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/perspektivy-razvitiya-sputnikovoy-svyazi> (Дата обращения: 10.05.2023).

13. Буртыль И. В., Голиковская К. Ф. Особенности исполнения приборных отсеков космических аппаратов // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2012. № 8. С. 48–49.

14. Двирный В. В., Крушенко Г. Г., Двирный Г. В., Шевчук А. А., Елфимова М. В., Кузнецова М. С. Особенности комплектующих систем терморегулирования космических аппаратов // Космические аппараты и технологии. 2019. №1 (27). С. 13–21.

15. Асланян Р. О., Анисимов Д. И., Марченко И. А., Пантелеев В. И. Имитаторы солнечного излучения для термовакуумных испытаний космического аппарата / Р. О. Асланян, Д. И. Анисимов, И. А. Марченко, В. И. Пантелеев // Сибирский журнал науки и технологий. 2017. Т. 18, № 2. С. 323–327.

16. Борисов М. В., Садыков О. Ф. Транспортная космическая система: задачи, структура, параметры // Известия Самарского научного центра РАН. 2019. № 1. С. 72–80.

References

1. Ankudinov A. V. [The use of mathematical models and analysis methods to determine the design appearance of the spacecraft at the early stages of the life cycle]. *Reshetnevskie chteniya : tez. dokladov Vseross. y nauch.-tekhn. konf.* [Abstracts of reports of the All-Russian scientific and technical conference Reshetnev readings]. Is. 1. Krasnoyarsk, 1997, P. 74 (In Russ.).

2. Shatrov A. K. *Termostrukturnyy analiz antennoykh blokov. Nauch.-tekhn. otchet 33-1811-85* [Thermostructural analysis of antenna blocks. Sci.-tech. report 33-1811-85]. Krasnoyarsk, NPO PM, 1985, 80 p.

3. Shatrov A. K. *Raschet temperaturnykh deformatsiy berilievoy plity. Tekhnicheskii otchet 33-3619-88* [Calculation of temperature deformations of beryllium plate, Technical report 33-3619-88]. Krasnoyarsk, NPO PM, 1988, 62 p.

4. Shatrov A. K., Piskunov V. G., Sipetov V. S. [Experimental and theoretical study of ribbed flat shells in a stationary temperature field]. *Prochnost' materialov i elementov konstruktсий pri slozhnom*

napryazhenom sostoyanii : tez. dokl. Vsesoyuz. simp [All-Union Symposium Strength of materials and structural elements in a complex stress state]. Kiev, 1984, Part 11, P. 39.

5. Smirnov-Vasiliev K. G., Dvirny V. V., Ovechkin G. I., Panov G. I. [Modeling the characteristics of heat pipes in the calculation of non-stationary temperature fields of structures with heat pipes]. *Problemy obespecheniya kachestva izdeliy v mashinostroenii : sb. dokl. Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* Krasnoyarsk, 1994, P. 462–468 (In Russ.).

6. [Testing of the thermal regime of communication satellites / A. K. Shatrov, E. N. Fisenko, O. I. Rabetskaya]. *Reshetnevskie chteniya : materialy XXVI Mezhdunar. nauch.-prakt. konf., psvyashch. pamyati general'nogo konstruktora raketno-kosmicheskikh sistem akademika M. F. Reshetneva* [Reshetnev readings: proceedings of XXVI International Scientific Conference]. Krasnoyarsk, 2022, Part 1, P. 357–359 (In Russ.).

7. Butov V. G., Vasenina T. V., Kuvshinov N. E. et al. [Organization of a database for numerical modeling of temperature fields of spacecraft structural elements]. *Vestn. Tomsk. gos. un-ta. Matem. i mekh.* 2011, No. 4(16), P. 49–54 (In Russ.).

8. Bykov A. P., Androsov S. V., Piganov M. N. [Methods of thermal vacuum tests of spacecraft instruments]. *NiKSS.* 2019, No. 3 (27), P. 78–83 (In Russ.).

9. *Teploobmen i teplovoy rezhim kosmicheskikh apparatov* [Heat exchange and thermal regime of spacecraft]. Ed. N. A. Anfimov. Moscow, Mir Publ., 1974, 544 p.

10. Bloch A. G., Zhuravlev Yu. A., Ryzhkov L. P. *Teploobmen izlucheniem* [Heat exchange by radiation]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1991, 432 p.

11. Krushenko G. G., Golovanova V. V. [Improving the system of thermoregulation of spacecraft]. *Vestnik SibGAU.* 2014, No. 3 (55), P. 185–190 (In Russ.).

12. Babysheva E. E. [Prospects for the development of satellite communications]. *Economics and quality of communication systems.* 2017. No. 3 (5).

13. Burtyl I. V., Golikovskaya K. F. [Features of the execution of instrument compartments of spacecraft]. *Actual problems of aviation and cosmonautics.* 2012, No. 8, P. 48–49 (In Russ.).

14. Dvirny V. V., Krushenko G. G., Dvirny G. V. et al. [Features of component systems for thermoregulation of spacecraft]. *Kosmicheskie apparaty i tekhnologii.* 2019, No. 1 (27), P. 13–21 (In Russ.).

15. Aslanyan R. O., Anisimov D. I., Marchenko I. A., Panteleev V. I. [Solar radiation simulators for thermal vacuum tests of spacecraft]. *Sibirskiy zhurnal nauki i tekhnologii.* 2017, Vol. 18, No. 2, P. 323–327 (In Russ.).

16. Borisov M. V., Sadykov O. F. [Transport space system: tasks, structure, parameters]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN.* 2019, No. 1, P. 72–80 (In Russ.).

© Шатров А. К., Фисенко Е. Н., Рабецкая О. И., 2023

Шатров Александр Константинович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры технической механики; Сибирский государственный университет науки и технологии имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: shatrov@sibsau.ru.

Рабецкая Ольга Ивановна – кандидат технических наук, доцент кафедры технической механики; Сибирский государственный университет науки и технологии имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: rabetskaya@sibsau.ru.

Фисенко Елена Николаевна – старший преподаватель кафедры технической механики; Сибирский государственный университет науки и технологии имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: fisenkoen@sibsau.ru.

Shatrov Alexander Konstantinovich – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Technical Mechanics Reshetnev; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: shatrov@sibsau.ru.

Rabetskaya Olga Ivanovna – Cand. Sc., Associate Professor of the Department of Technical Mechanics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: rabetskaya@sibsau.ru.

Fisenko Elena Nikolaevna – Senior Lecturer of the Department of Technical Mechanics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: fisenkoen@sibsau.ru.

УДК 629.783

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-558-568

Для цитирования: Оценка основных параметров телеметрии ReshUCube-1 за период 10 месяцев на орбите / О. Е. Шимова, Д. М. Зуев, Д. Д. Великанов и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 558–568. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-558-568.

For citation: Shimova O. E., Zuev D. M., Velikanov D. D. et al. [Evaluation of the main parameters of ReshUCube-1 telemetry over a period of 10 months in orbit]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 558–568. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-558-568.

Оценка основных параметров телеметрии ReshUCube-1 за период 10 месяцев на орбите

О. Е. Шимова^{*}, Д. М. Зуев, Д. Д. Великанов, М. М. Лукьянов, К. А. Мельчуков

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31

^{*}E-mail: oksanaagafonova3@gmail.com

С увеличением количества запускаемых космических аппаратов набирает популярность такое направление, как автоматизация процессов управления космическими аппаратами. Одним из важнейших процессов является анализ телеметрических данных при эксплуатации космического аппарата. Научно-образовательный спутник Сибирского государственного университета науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнёва ReshUCube-1 успешно эксплуатируется на орбите и выполняет свои научные задачи уже более полугода. В статье рассмотрен перечень основных параметров, анализируемых операторами Центра управления полётами для оценки состояния спутника ReshUCube-1. Описан состав и основные функциональные характеристики оборудования на космическом аппарате. Приведены качественные показатели и количественные пределы для всех описываемых параметров, а также их значимость и влияние на функционирование устройств и всего космического аппарата в целом.

Ключевые слова: ReshUCube-1, Cubesat, спутник, телеметрия, эксплуатация.

Evaluation of the main parameters of ReshUCube-1 telemetry over a period of 10 months in orbit

O. E. Shimova^{*}, D. M. Zuev, D. D. Velikanov, M. M. Luk'yanov, K. A. Mel'chukov

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

^{*}E-mail: oksanaagafonova3@gmail.com

With the increase in the number of launched spacecraft, such a direction as automation of spacecraft control processes is gaining popularity. One of these most important processes is the analysis of telemetry data during the operation of the spacecraft. Scientific and educational satellite of the Reshetnev Siberian State University of Science and Technology has been successfully exploited in orbit and has been performing its scientific tasks for more than six months. The article considers a list of the main parameters analyzed by the operators of the Mission Control Center to assess the state of the ReshUCube-1 satellite. The composition and main functional characteristics of the equipment on the spacecraft are described. Qualitative indicators and quantitative limits for all described parameters are given, as well as their significance and impact on the functioning of devices and the entire spacecraft as a whole.

Keywords: ReshUCube-1, CubeSat, satellite, telemetry, exploitation.

Введение

С развитием технологий прослеживается тенденция к уменьшению размеров запускаемых космических аппаратов. На рынке космического сегмента хорошо зарекомендовали себя наноспутники формата CubeSat [1; 2]. Преимуществ у них множество, но в основном можно выделить следующие:

- время на разработку снижается в разы;
- меньшая стоимость самого спутникового аппарата;
- меньшая стоимость выведения из-за относительно небольшой массы.

Из многочисленных достоинств запуска спутников стандарта CubeSat вытекает заметное увеличение общего количества запущенных космических аппаратов данного формата [3–5]. В связи с этим появилось новое направление для исследований и разработки в этой сфере – автоматизация процессов управления космическими аппаратами [6]. К примеру, в Сибирском государственном университете науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнёва к 2024 г. планируется управление уже 6 космическими аппаратами. На данный момент в университете ведётся работа с тремя космическими миссиями:

- спутник ReshUCube-1 на стадии эксплуатации на орбите;
- спутник ReshUCube-2 будет запущен 26 июня 2023 г.;
- запуск спутниковой группировки ReshUCube-3 планируется в 2024 г.

Первая космическая миссия CubeSat университета

9 апреля 2022 г. на орбиту был выведен научно-образовательный спутник ReshUCube-1 [7; 8]. Космический аппарат относится к классу наноспутников кубсатов формата 3U (рис. 1), имеет габаритные размеры 10×10×34 см и массу 3,397 кг. Целью проекта ReshUCube является вовлечение школьников в космическую и научно-исследовательскую деятельность в рамках программы «Дежурный по планете» при поддержке Фонда содействия инновациям [9–11]. В дополнительные научные задачи входит:

- получение университетом лётного опыта по управлению КА;
- тестирование перспективной отечественной элементной базы;
- изучение околоземного пространства и земной поверхности.



Рис. 1. Фото спутника ReshUCube-1

Fig. 1. Photos of the ReshUCube-1 satellite

Функциональный состав

Условно спутник можно разделить на две составляющие: платформу и полезную нагрузку. К части полезной нагрузки относят все те устройства, которые определяют назначение космического аппарата, цель его функционирования. В частности, спутник ReshUCube-1 был запущен для вовлечения школьников в космическую и научную деятельность. Для этого сотрудниками лаборатории «Малые космические аппараты» Сибирского государственного университета науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнёва решено было разработать полезную нагрузку «Реконфигурируемая лаборатория» [12]. В рамках концепции реконфигурируемой лаборатории, на КА находится набор различного оборудования и датчиков, используя которое, можно выполнять различные эксперименты по следующим тематикам:

- технологические эксперименты;
- мониторинг радиационной обстановки;
- изучение атмосферы и магнитосферы Земли;
- изучение орбитального движения космического аппарата;
- наблюдение за земной поверхностью.

Возможность загрузить новое программное обеспечение ПН в процессе полёта позволяет реконфигурировать работу лаборатории.

Платформа космического аппарата – это совокупность всех основных устройств, необходимых для успешного функционирования аппарата на орбите. Для спутника ReshUCube-1 платформа ОрбиКрафт-Про 3U модификации «Профи» (SXC3-GA-ADC) была куплена в компании ООО «Спутникс» [13]. Все устройства платформы можно разделить на подсистемы в зависимости от выполняемых функций:

1. Система электропитания (СЭП). К этой части относятся плата системы электропитания, аккумуляторная батарея (АКБ) из 4 источников питания, солнечные панели. Основная функция данной системы – обеспечение электропитанием всех устройств на борту. Помимо этого, блок выполняет задачу выполнения алгоритмов живучести: контроль токов, защита от зависания, подзаряд аккумуляторных батарей, отключения устройств.

2. Система радиосвязи. К данной системе относится ультракоротковолновая (УКВ) антенна и сам блок приёмопередающего устройства. Помимо основной функции обеспечения связи между спутником и наземной станцией управления, трансивер имеет постоянную энергонезависимую память для хранения пользовательских расписаний команд. Таким образом, есть возможность управления спутником даже вне зоны радиовидимости.

3. Система бортового комплекса управления (БКУ). В данную систему входит материнская плата с различными устройствами из других систем и бортовой вычислительный модуль, выполняющий роль коммутатора датчиков и конфигурации материнской платы.

4. Система ориентации и стабилизации (СОС). В данную систему входит множество устройств: микроконтроллер СОС, блок маховиков, набор солнечных датчиков, магнитные катушки, датчик угловой скорости и магнитометры. Очевидно, что система необходима для установления необходимой ориентации космического аппарата, демпфирования угловой скорости, а также определения собственной ориентации аппарата.

Маяк

Для выполнения научной программы требуется поддержание жизнеспособности спутника. Для этого операторам центра управления полётами в первую очередь необходимо оценивать данные служебной телеметрии, полученной со спутника [14]. Оперативно анализируя состояние космического аппарата, оператор может вовремя предпринять необходимые действия при возникновении нештатных ситуаций и преждевременно предупредить их появление. Основным источником информации является сообщение, называемое «маяк», которое периодически рассылается раз в 30 с. В этом пакете данных содержится вся основная телеметрия по состоянию системы электропитания и системы радиосвязи:

- величина температуры АКБ, УКВ-передатчика и усилителя;
- заряд АКБ;
- значения токов и напряжений с солнечных батарей;
- значения счётчика перезагрузок;
- величина угловых скоростей;
- значения токов и флагов состояний каналов питания;
- флаги критичных состояний АКБ;
- бортовое время.

Вся полученная со спутника телеметрия хранится в специальной базе данных. При необходимости анализа информации о состоянии космического аппарата, есть возможность выгружать данные с самого начала срока эксплуатации, а также для удобства делать выборки, сортируя по пакетам и периодам времени.

Температура

Одна из проблем проектирования и эксплуатации космических аппаратов – теплообмен. Поэтому температура устройств на борту – это первый важный параметр, на который следует обращать внимание при работе с космическим аппаратом. На спутниковой платформе имеется

16 штатных температурных датчиков для отслеживания теплового режима работы различных устройств. Наиболее важное значение имеет модуль АКБ, так как литий-ионные аккумуляторы имеют свои границы рабочих температур: от -20 до $+50$ °C. На борту ReshUCube-1 установлен свой рабочий режим [15; 16]. На рис. 2 показан график температур АКБ за апрель 2023 г. Как видно из графика, температура АКБ колебалась в пределах от -7 до $+15$ °C. Среднее значение температуры модуля АКБ составляет примерно $+3$ °C, что является комфортными условиями для работы литий-ионных аккумуляторов.

На рис. 3 показан график температуры приёмопередающих устройств: трансивера и усилителя УКВ. На графике можно найти три закономерности.

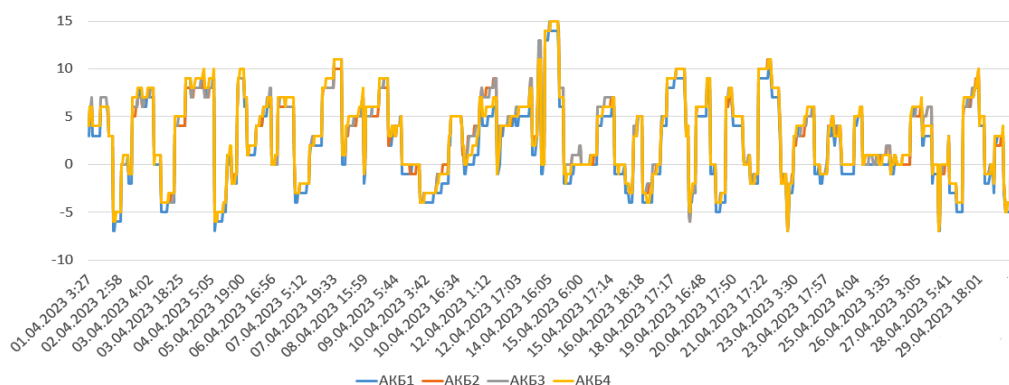


Рис. 2. График температуры модуля АКБ

Fig. 2. Battery module temperature graph

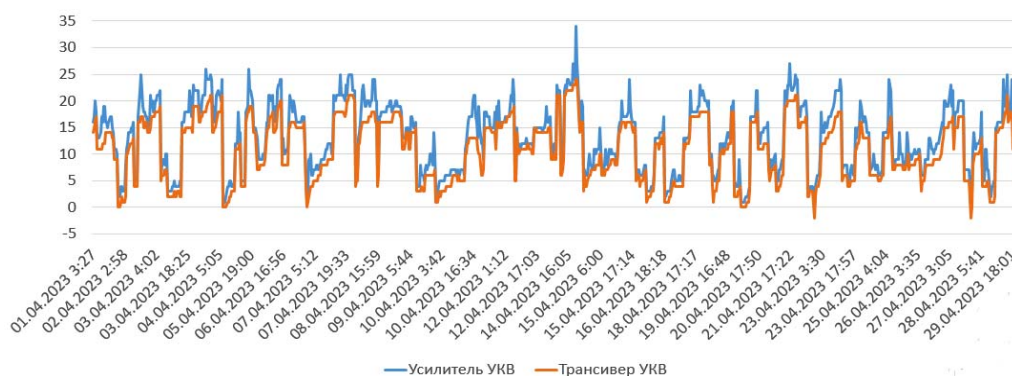


Рис. 3. График температуры трансивера и усилителя УКВ

Fig. 3. Temperature graph of the transceiver and the VHF amplifier

1. Значения температуры этих устройств сильно колеблются, но почти не опускаются до значений ниже нуля (за исключением нескольких единичных случаев до -2°): от 0 до $+34$ °C у усилителя и от -2 до $+24$ °C у самого трансивера. Постоянно положительные значения можно объяснить тем, что устройства подсистемы радиосвязи работают постоянно, даже вне зоны радиовидимости, а значит, постоянно нагреваются.

2. Температура усилителя меняется по тому же закону, что и температура самого трансивера, но значения всегда немного выше. Это обуславливается особенностями работы устройств: при постоянной работе усилитель греется сильнее.

3. Если рассматривать изменения температуры в рамках каждого сеанса по отдельности, то можно заметить, что температура устройств системы радиосвязи постоянно растёт в течение сеанса. Это можно объяснить тем, что во время сеанса связи со спутником идёт на порядок более усиленный обмен пакетами, тогда как в остальное время спутник только рассылает маяки раз в 30 мин и прослушивает эфир.

Заряд АКБ

Следующий важный параметр, контроль которого предотвратит многие проблемы при эксплуатации, – заряд АКБ. В спутниковую платформу производителем изначально заложены механизмы самоспасения. В табл. 1 описаны граничные значения напряжения и соответствующие действия автоматического контроля уровня заряда. Несмотря на то, что на спутнике предусмотрена система защиты от разряда, нежелательно допускать таких ситуаций, так как они снижают срок службы АКБ.

Таблица 1

Граничные значения напряжений АКБ

Степень заряда АКБ	Граничные значения напряжения АКБ, мВ	Действие
Нормальное	6700	Штатный режим работы
Минимальное	6200	Отключение нагревателей АКБ
Критическое	5700	Отключение всех каналов питания устройств (кроме УКВ)
Опасный	5200	Отключение УКВ

На рис. 4 показан график изменения напряжений АКБ за апрель 2023 г. Значения варьируются от 7668 до 7972 мВ, а среднее значение составляет 7881 мВ, все эти значения относятся к штатному режиму работы. Это говорит о том, что СЭП спроектирована удачно, что даже при активном использовании СОС и других энергозатратных элементов заряд АКБ не опускается ниже нормального значения.



Рис. 4. График величины напряжения АКБ за апрель 2023 г.

Fig. 4. Graph of the battery voltage for April 2023

Следует отметить, что для удобства оператора и экономии времени предусмотрены специальные поля по типу так называемых флагов. Если аппаратура космического аппарата зафиксировала критичные изменения, то “поднимается флаг” (ставятся флажки в чекбоксе). Пример показан на рис. 5.

PS.Uab_crit ☒ Флаг "Батарея разряжена до критического уровня". (Offset: 240, Len: 1, Type: Bit)	PS.Uab_min ☐ Флаг "Батарея разряжена до минимального уровня". (Offset: 241, Len: 1, Type: Bit)
PS.heater2_manual ☐ Флаг ручного управления нагревателем 2. (Offset: 242, Len: 1, Type: Bit)	PS.heater1_manual ☐ Флаг ручного управления нагревателем 1. (Offset: 243, Len: 1, Type: Bit)
PS.heater2_on ☐ Флаг включения нагревателя 2. (Offset: 244, Len: 1, Type: Bit)	PS.heater1_on ☒ Флаг включения нагревателя 1. (Offset: 245, Len: 1, Type: Bit)
PS.Tab_max ☐ Флаг превышения максимальной температуры. (Offset: 246, Len: 1, Type: Bit)	PS.Tab_min ☒ Флаг "Низкая температура батарей". (Offset: 247, Len: 1, Type: Bit)
PS.channelon4 ☐ Флаг состояния канала 4. (Offset: 248, Len: 1, Type: Bit)	PS.channelon3 ☐ Флаг состояния канала 3. (Offset: 249, Len: 1, Type: Bit)
PS.channelon2 ☒ Флаг состояния канала 2. (Offset: 250, Len: 1, Type: Bit)	PS.channelon1 ☐ Флаг состояния канала 1. (Offset: 251, Len: 1, Type: Bit)
PS.Ich_limit4 ☐ Флаг превышения тока по каналу 4. (Offset: 252, Len: 1, Type: Bit)	PS.Ich_limit3 ☐ Флаг превышения тока по каналу 3. (Offset: 253, Len: 1, Type: Bit)
PS.Ich_limit2 ☒ Флаг превышения тока по каналу 2. (Offset: 254, Len: 1, Type: Bit)	PS.Ich_limit1 ☐ Флаг превышения тока по каналу 1. (Offset: 255, Len: 1, Type: Bit)

Рис. 5. Примеры флагов в маяке

Fig. 5. Examples of flags in the beacon

Энергия с солнечных панелей

Токи с солнечных панелей также играют немаловажную роль в оценке телеметрической информации и анализе энергобаланса космического аппарата. Как видно из графика за апрель 2023 г., представленном на рис. 6, значения токов каналов солнечных панелей очень сильно и быстро изменяются. Ток канала 1 (сторона Z – КА) обозначен как ток СП1, ток канала 2 (стороны Y+ и Y–) обозначен как СП2, ток канала 3 (стороны X+ и X–) обозначен как СП3. Это связано с быстрым изменением положения аппарата, в частности, вращением вокруг своих осей. Расположение плоскостей (сторон) КА изображено на рис. 7.

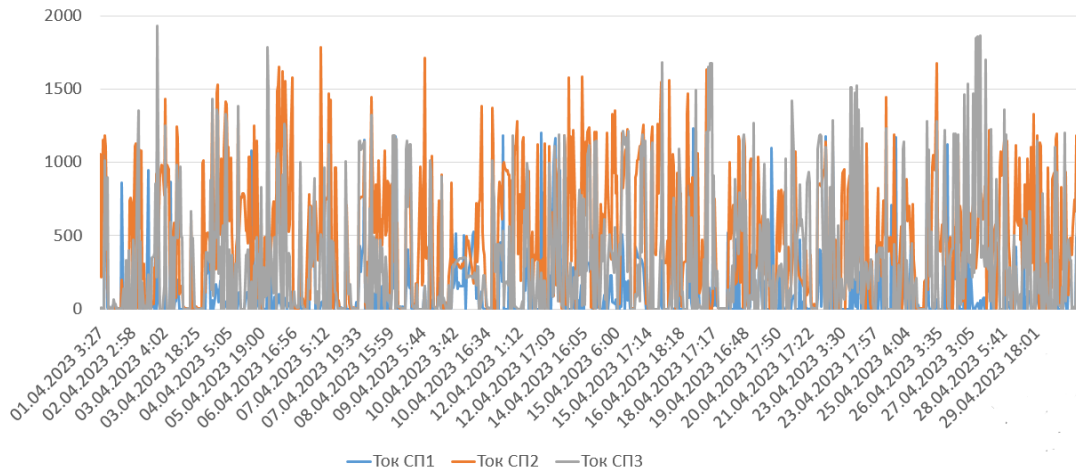


Рис. 6. График токов солнечных панелей за апрель 2023 г.

Fig. 6. Graph of solar panel currents for April 2023

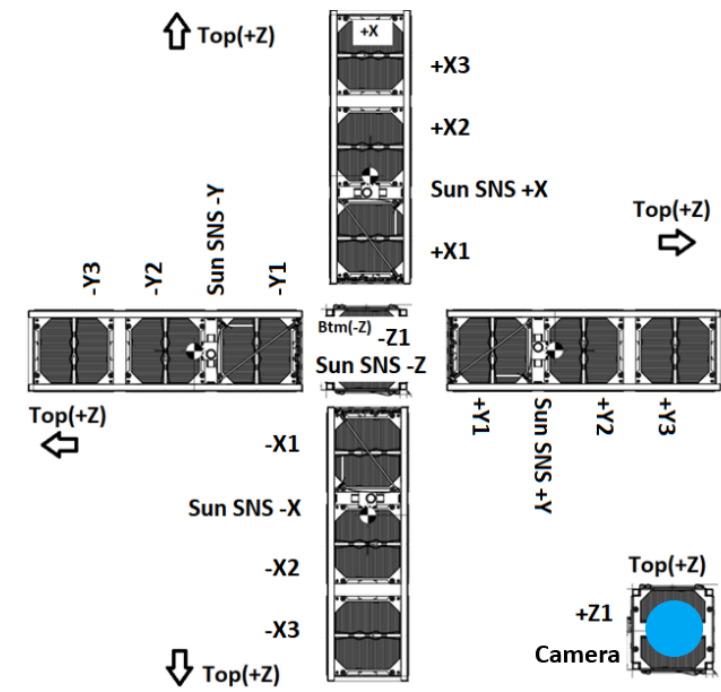


Рис. 7. Расположение плоскостей на КА

Fig. 7. Location of planes on the satellite

Еще одну закономерность можно заметить, анализируя более подробный график за несколько дней, где видны изменения токов в течение нескольких ближайших сеансов (рис. 8). На графике чётко видны периоды с нулевыми (или почти нулевыми) значениями, что означает, что спутник был в теневой зоне относительно положения Земли и Солнца.

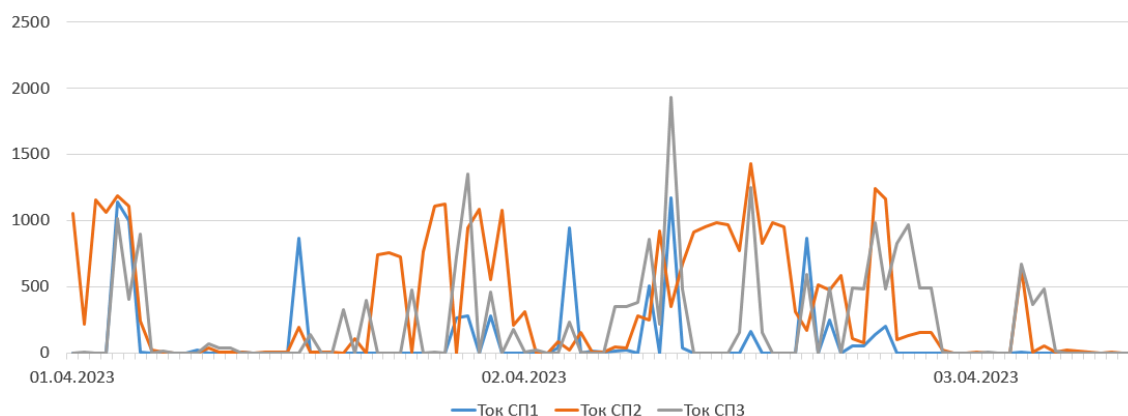


Рис. 8. График токов солнечных панелей за 1–3 апреля 2023 г.

Fig. 8. Graph of solar panel currents for April 1–3, 2023

Анализируя телеметрические данные о токах солнечных панелей, можно оценивать их уровень деградации и впоследствии корректировать энергобаланс спутника.

Угловые скорости и стабилизация

Еще одним неотъемлемым параметром при анализе работы КА являются значения угловых скоростей спутника. Данные параметры могут изменяться в худшую сторону (увеличиваться), что может отрицательно сказываться на качестве связи в канале «космос – Земля», так как положение диаграммы направленности антенн будет постоянно изменяться. На рис. 9 представлен график изменения угловых скоростей с 10 по 14 мая. В данный период не проводились никакие работы с системой ориентации и стабилизации: не демпфировались угловые скорости, не устанавливалась ориентация с помощью блока маховиков. Из графика видно, что даже в пределах одного дня угловые скорости стремительно изменяют не только модуль значения, но и знак, что означает изменение направления закручивания. Также можно заметить, что модули значений угловых скоростей колеблются в пределах до 8° , что является нормой. Без воздействия внешних факторов спутник ReshUCube-1 тенденции к закручиванию не имеет. Расположение осей КА изображено на рис. 10.

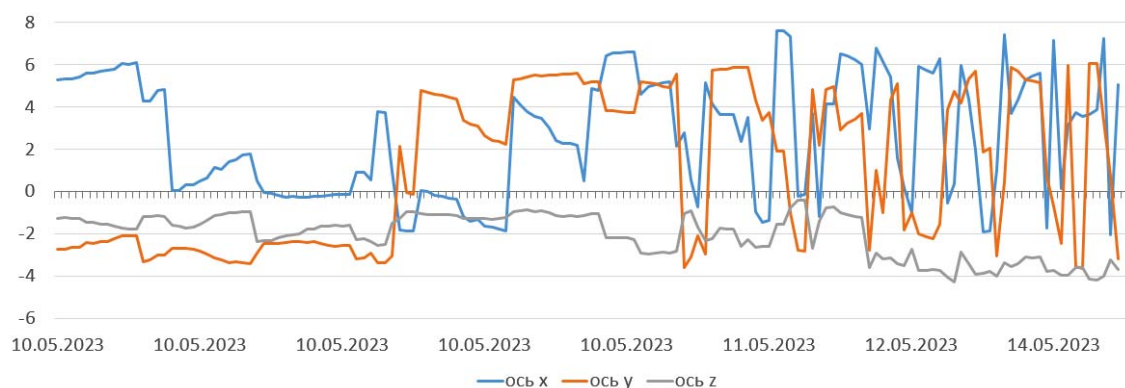


Рис. 9. График значений угловых скоростей за 10–14 мая 2023 г.

Fig. 9. Graph of angular velocity values for May 10–14, 2023

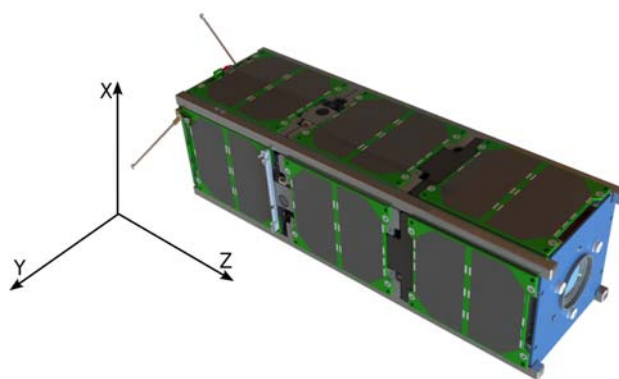


Рис. 10. Расположение осей КА

Fig. 10. Location of the satellite axes

Для демпфирования угловых скоростей на аппарате заложен алгоритм гашения угловых скоростей В-DOT. Гашение проводится с использованием магнитных катушек, так как, в отличие от гашения с помощью двигателей-маховиков, данный метод уменьшает сам угловой момент импульса КА, а не использует временный противодействующий момент импульса.

Угловые скорости требуется демпфировать при значении более $7^\circ/\text{с}$. Скорость уменьшения значений при использовании магнитных катушек составляет примерно $1^\circ/\text{мин}$, согласно лётным данным.

Вообще стабилизация спутника нарушается при влиянии различных сил: аэродинамических, гравитационных, магнитных и радиационных. Ранее было сказано, что тенденции к закручиванию КА не имеет. В ходе лётной эксплуатации было выявлено, что в большинстве случаев стабилизация ReshUCube-1 нарушается при воздействии крутящего момента блока двигателей-маховиков на ориентацию. Одной из причин этого является то, что при длительном управлении ориентацией маховики переходят в режим насыщения (их скоростей не хватает для того, чтобы компенсировать угловой момент КА). В таком случае необходимо включать дополнительную систему ориентации для разгрузки маховиков, в частности, магнитные катушки.

Второй причиной потери стабилизации является то, что, при отключении питания блока двигателей-маховиков, сами маховики продолжают бесконтрольно крутиться еще некоторое время, раскручивая КА. Для избежания таких ситуаций в циклограмму полёта после циклов установления ориентации необходимо заранее закладывать команды для демпфирования угловых скоростей.

Бортовое время и TLE

Значение бортового времени и данные TLE – это одни из важнейших функциональных параметров. Из-за некоторых релятивистских эффектов теории относительности время на космическом аппарате постоянно отстаёт, из-за чего накапливается ошибка (примерно 1 с в сутки). Важно постоянно мониторить это значение и периодически проводить синхронизацию со временем на наземной станции. Также одной из регламентных работ с аппаратом является обновление данных TLE, описывающих движение космического аппарата. Спутник, используя в совокупности бортовую шкалу времени и данные TLE, может самостоятельно определить своё местонахождение. Но параметры орбиты постепенно меняются, поэтому данные TLE становятся неактуальными. Считается, что для точного определения местоположения спутника необходимо обновлять орбитальные параметры хотя бы раз в 5 дней. В таком случае погрешность наведения КА на точку Земли составит более 6 км. Для некоторых задач, не требующих высокой точности во времени, например, составление расписания сеансов связи для планирования времени работы операторов, срок годности данных TLE составляет 14 дней, тогда погрешность составит уже 460 км, такое расстояние спутник проходит за одну минуту.

Заключение

На основе лётного опыта эксплуатации космического аппарата ReshUCube-1 был выявлен перечень параметров телеметрии, необходимых к оценке состояния спутника и его подсистем. Приведённые качественные и количественные характеристики позволяют эффективно выстроить процесс оценки телеметрии операторами Центра управления полётами. Появляется возможность переложить некоторые обязанности с операторов на машины, в частности, мониторинг жизненно важных параметров телеметрии. Поэтому первый шаг на пути к автоматизации процессов эксплуатации космических аппаратов – это определение граничных показателей. Автоматизация процессов эксплуатации позволит без потери качества работы увеличить количество эксплуатируемых спутников.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Фонда содействия инновациям в рамках программы «Дежурный по планете» (Space Pi) 6-й очереди. Проект «Космическая миссия ReshUCube», договор № 71C2/МОЛ/71271 от 29.11.2021.

Acknowledgment

The work was carried out with the support of the Innovation Assistance Fund within the framework of the “Planet Duty Officer” (Space Pi) program of the 6th stage. The project “ReshUCube Space Mission”, Contract No. 71C2/MOL/71271 dated 11.29.2021.

Библиографические ссылки

1. CubeSat Design Specification Rev. 14.1 [Электронный ресурс] // CubeSat.org. URL: https://static1.squarespace.com/static/5418c831e4b0fa4ecac1bacd/t/62193b7fc9e72e0053f00910/1645820809779/CDS+REV14_1+2022-02-09.pdf (дата обращения: 15.04.2023).
2. Учеватов В. И., Олейников Е. П. Особенности конструирования малых космических аппаратов класса CubeSat // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2022. Т. 1. С. 158–160.
3. Пуски [Электронный ресурс] // Госкорпорация “Роскосмос”. URL: <https://www.roscosmos.ru/launch/2023/> (дата обращения: 30.05.2023).
4. Nanosatellite launches [Электронный ресурс] // NanoSats Database. URL: https://www.nanosats.eu/img/fig/Nanosats_years_black_2023-05-01.png (дата обращения: 30.05.2023).
5. CubeSat Market: Global Industry Trends, Share, Size, Growth, Opportunity and Forecast 2023-2028 [Электронный ресурс] // IMARC. URL: <https://www.imarcgroup.com/cubesat-market> (дата обращения: 30.05.2023).
6. Фортескью П., Суайнерд Г., Старк Д. Разработка систем космических аппаратов : пер. с англ. М. : Альпина Паблишер, 2015. С. 765.
7. ReshUCube-1 [Электронный ресурс]. URL: <https://reshucube.ru> (дата обращения: 05.09.2022).
8. Россия вывела на орбиту иранский спутник дистанционного зондирования Земли [Электронный ресурс] // РИА Новости. URL: <https://ria.ru/20220809/sputnik-1808239841.html> (дата обращения: 05.04.2023).
9. Созвездие школьных спутников [Электронный ресурс] // Space-π. URL: <https://spacepi.space/> (дата обращения: 01.05.2023).
10. Дежурный по планете [Электронный ресурс]. URL: <https://www.spacecontest.ru/> (дата обращения: 01.05.2023).
11. Зуев Д. М., Ханов В. Х. Организация лётных экспериментов на борту космического аппарата ReshUCube-1 // Решетнёвские чтения. 2022. Т. 1. С. 422–425.
12. Ханов В. Х., Зуев Д. М., Шахматов А. В. Реализации полезной нагрузки наноспутника ReshUCube как реконфигурируемой космической лаборатории // Решетнёвские чтения. 2021. Т. 1. С. 418–419.

13. Спутниковая платформа ОрбиКрафт-Про 3U модификация «Профи» [Электронный ресурс] // Спутникс. URL: <https://sputnix.ru/ru/platformyi/cubesat-platformy/orbikraft-pro-3u-profi> (дата обращения: 20.04.2023).
14. СПУТНИКС [Электронный ресурс]. URL: <https://sputnix.ru/ru> (дата обращения: 20.04.2023).
15. Студенческий центр управления полетами [Электронный ресурс] // СибГУ им. М. Ф. Решетнёва. URL: <https://sat.sibsau.ru/> (дата обращения: 12.04.2023).
16. Учеватов В. И. Исследование теплового режима и постановка экспериментов космического аппарата ReshUCube-1 // Решетнёвские чтения. 2022. Т. 1. С. 449–451.

References

1. CubeSat Design Specification Rev. 14.1. CubeSat.org. Available at: https://static1.squarespace.com/static/5418c831e4b0fa4ecac1bacd/t/62193b7fc9e72e0053f00910/1645820809779/CDS+REV14_1+2022-02-09.pdf (accessed: 04/15/2023).
2. Uchevatom V. I., Oleynikov E. P. [Features of designing small CubeSat-class spacecraft]. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики*. 2022, Vol. 1, P. 158–160 (In Russ.).
3. Puski. Goskorporatsiya "Roskosmos". [Launches. Roscosmos State Corporation]. Available at: <https://www.roscosmos.ru/launch/2023/> (accessed: 30.05.2023).
4. Nanosatellite launches. NanoSats Database]. Available at: https://www.nanosats.eu/img/fig/Nanosats_years_black_2023-05-01.png (accessed: 30.05.2023).
5. CubeSat Market: Global Industry Trends, Share, Size, Growth, Opportunity and Forecast 2023-2028. IMARC. Available at: <https://www.imarcgroup.com/cubesat-market> (accessed: 30.05.2023).
6. Fortescue P., Swaynerd G., Stark D. *Razrabotka sistem kosmicheskikh apparatov* [Development of spacecraft systems]. Moscow., Alpina Publ., 2015, P. 765.
7. ReshUCube-1. Available at: <https://reshucube.ru> (date of reference: 05.09.2022).
8. Rossiya vyvela na orbitu iranskiy sputnik distantsionnogo zondirovaniya Zemli [Elektronnyy resurs] // RIA Novosti. [Russia has put into orbit an Iranian satellite for remote sensing of the Earth. RIA Novosti]. Available at: <https://ria.ru/20220809/sputnik-1808239841.html> (accessed: 05.04.2023).
9. Sozvezdie shkol'nykh sputnikov [Constellation of school satellites. Space-π]. Available at: <https://spacepi.space/> (accessed: 01.05.2023).
10. Dezhurnyy po planete [Duty officer on the planet]. Available at: <https://www.spacecontest.ru/> (accessed: 01.05.2023).
11. Zuev D. M., Khanov V. H. [Organization of flight experiments on board the ReshUCube-1 spacecraft]. *Reshetnevskie chteniya*. 2022, Vol. 1, P. 422–425 (In Russ.).
12. Khanov V. Kh., Zuev D. M., Shakhmatov A. V. [Implementation of the payload of the ReshUCube nanosatellite as a reconfigurable space laboratory]. *Reshetnevskie chteniya*. 2021, Vol. 1, P. 418–419 (In Russ.).
13. Sputnikovaya platforma OrbiKraft-Pro 3U modifikatsiya Profi. Sputniks [OrbiCraft-Pro 3U satellite platform modification Profi. SPUTNIX]. Available at: <https://sputnix.ru/ru/platformyi/cubesat-platformy/orbikraft-pro-3uprofi> (accessed: 04/20/2023).
14. SPUTNIX. Available at: <https://sputnix.ru/ru> (accessed: 04/20/2023).
15. Studencheskiy tsentr upravleniya poletami [Student Flight Control Center. SibGU named after M. F. Reshetnev]. Available at: <https://sat.sibsau.ru/> (accessed: 12.04.2023).
16. Uchevatom V. I. [Investigation of the thermal regime and setting up experiments of the ReshUCube-1 spacecraft]. *Reshetnevskie chteniya*. 2022, Vol. 1, P. 449–451 (In Russ.).

Шимова Оксана Евгеньевна – инженер научно-производственной лаборатории «Малые космические аппараты»; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: oksanagafonova3@gmail.com.

Зув Дмитрий Михайлович – старший преподаватель кафедры технической физики, инженер научно-производственной лаборатории «Малые космические аппараты»; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: zuevdmity93@yandex.ru.

Великанов Даниил Дмитриевич – магистрант; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: velikanov.danil2017@yandex.ru.

Лукьянов Михаил Михайлович – бакалавр; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: mishka.125555@mail.ru.

Мельчуков Константин Андреевич – специалист; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: menkosty@yandex.ru

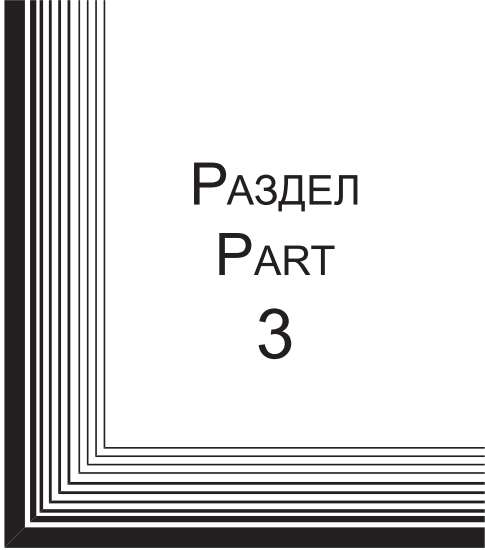
Shimova Oksana Evgenievna – Engineer of Small Satellites Laboratory; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: oksanagafonova3@gmail.com.

Zuev Dmitrii Mikhailovich – Senior lecturer of Applied Physics Department, Engineer of Small Satellites Laboratory; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: zuevdmity93@yandex.ru.

Daniil Dmitrievich Velikanov – Master; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: velikanov.danil2017@yandex.ru.

Lukyanov Mikhail Mikhailovich – Bachelor; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: mishka.125555@mail.ru.

Melchukov Konstantin Andreevich – Specialist; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: menkosty@yandex.ru.



РАЗДЕЛ
PART
3



ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ
ПРОЦЕССЫ
И МАТЕРИАЛЫ

TECHNOLOGICAL
PROCESSES
AND MATERIALS SCIENCE



УДК 621.9

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-570-588

Для цитирования: Особенности процессов высокоскоростного фрезерования сложнопрофильным инструментом при обработке алюминиевых сплавов и композиционных материалов / М. С. Вакулин, Ю. И. Гордеев, В. Б. Ясинский и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 570–588. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-570-588.

For citation: Vakulin M. S., Gordeev Yu. I., Yasinsky V. B. et al. [Features of processes of high-speed milling with a complex profile tool in the processing of aluminum alloys and composite materials]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 570–588. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-570-588.

Особенности процессов высокоскоростного фрезерования сложнопрофильным инструментом при обработке алюминиевых сплавов и композиционных материалов

М. С. Вакулин^{1,2}, Ю. И. Гордеев², В. Б. Ясинский²,
А. С. Бинчуров^{2,3*}, П. В. Тимошев^{2,3}

¹АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва» (АО «РЕШЕТНЁВ»)
Российская Федерация, 662970, г. Железногорск Красноярского края, ул. Ленина, 52

²Сибирский федеральный университет

Российская Федерация, 660041, г. Красноярск, просп. Свободный, 79

³Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31

*E-mail: mexanixs@mail.ru

Комплексными расчетными и экспериментальными исследованиями обоснованы рациональные режимы фрезоточения сложноконтурных равноосных поверхностей с высокой точностью формы, размеров и параметрами шероховатости. В качестве материала заготовки для изготовления новых оригинальных конструкций инструментов использовались прутки из наноструктурированного твердосплавного композита (полученные экструзией бимодальных порошковых смесей WC-Co-Al₂O₃) с повышенными показателями по прочности, трещиностойкости и термостойкости. Совокупность этих свойств является необходимой предпосылкой для эффективной работы разработанных конструкций многолезвийных фрез на высоких скоростях резания и в условиях переменных циклических нагрузок. Более сложная кинематика совместного вращательного движения инструмента при фрезоточении диктует необходимость новых подходов при назначении рациональных режимов резания. Для получения достоверных расчетных формул предварительно были проведены численные эксперименты, в том числе симуляция процесса обработки с использованием интегрированной среды разработки VisualStudio, в которой поддерживается технология WindowsForms. Возможность отображения графических 3D-объектов была реализована за счет дополнительного программного продукта в виде геометрического ядра Open CASCADE. Численные эксперименты с использованием программных продуктов MathCAD и основанные на аналитических положениях, предложенных в работе, позволили оценить влияние режимов резания, геометрических параметров режущей части инструмента (профиля и количества зубьев), кинематики относительного перемещения в системе «инструмент – деталь» на форму поверхностей и параметры контура (шероховатости, получаемые при фрезоточении). Разработана методика, алгоритм и программа автоматизированного расчета режимов резания, которая верифицирована при проведении натурных экспериментов и изготовлении сложнопрофильных деталей из алюминиевых сплавов для приводов изделий аэрокосмической отрасли (в форме РК-профиля и деталей цевочной передачи механизмов наведения). При этом на основании 3D-модели изделий создавались управляющие программы для станков с ЧПУ с использованием MasterCAM. Практическая значимость и технико-экономическая эффективность предложенных конструкторско-технологических решений для аэрокосмической отрасли заключается в повышении производительности и снижении трудоемкости обработки

(в сравнении с базовыми вариантами) за счет использования новых многолезвийных твердосплавных инструментов для высокоскоростного фрезерования (в том числе при обработке композиционных материалов).

Ключевые слова: фрезерование, твердосплавный режущий инструмент, математическое моделирование, сложнопрофильные поверхности, алюминиевые и титановые сплавы, композиты, качество обработки.

Features of processes of high-speed milling with a complex profile tool in the processing of aluminum alloys and composite materials

M. S. Vakulin^{1, 2}, Yu. I. Gordeev², V. B. Yasinsky², A. S. Binchurov^{2, 3*}, P. V. Timoshev³

¹JSC Academician M. F. Reshetnev "Information Satellite Systems" (RESHETNEV JSC)
52, Lenin St., Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, 662972, Russian Federation

²Siberian Federal University

79, Svobodny Av., Krasnoyarsk, 660041, Russian Federation

³Reshetnev Siberian State University of Science and Technology

31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation

*E-mail: mexanixs@mail.ru

Complex computational and experimental studies substantiate rational modes of milling of complex contour equiaxed surfaces with high accuracy of shape, dimensions and roughness parameters. Bars made of nanostructured carbide composite (produced by extrusion of WC-Co-Al₂O₃ bimodal powder mixtures) with increased strength, crack resistance and heat resistance were used as a workpiece material for the manufacture of new original tool designs. The combination of these properties is a necessary prerequisite for the effective operation of the developed designs of multi-blade cutters at high cutting speeds and under conditions of variable cyclic loads. A more complex kinematics of the joint rotational movement of the tool during milling dictates the need for new approaches when assigning rational cutting modes. To obtain reliable calculation formulas, numerical experiments were previously carried out, including simulation of the processing process using the VisualStudio integrated development environment, which supports WindowsForms technology. The ability to display graphical 3D objects was implemented using an additional software product in the form of the Open CASCADE geometric core. Numerical experiments using MathCAD software products and based on the analytical provisions proposed in the work made it possible to evaluate the influence of cutting conditions, geometric parameters of the cutting part of the tool (profile and number of teeth), kinematics of relative movement in the "tool – part" system on the shape of surfaces and contour parameters (roughness obtained during milling. A technique, algorithm and program for the automated calculation of cutting conditions has been developed, which has been verified during full-scale experiments and the manufacture of complex profile parts from aluminum alloys for drives of aerospace products (in the form of a RC profile and parts of a pinion transmission of guidance mechanisms). At the same time, on the basis of a 3D model of products, control programs for CNC machines were created using MasterCAM. The practical significance and technical and economic efficiency of the proposed design and technological solutions is to increase productivity and reduce the complexity of processing (in comparison with the basic options) through the use of new multi-edge carbide tools for high-speed milling (including when processing composite materials).

Keywords: milling, hard metal tools, mathematical modeling, complex surfaces, aluminum and titanium alloys, composites, processing quality.

Введение

Активное использование современных 3–5-осевых многоцелевых станков с ЧПУ открывает расширенные технологические возможности для обработки сложнопрофильных деталей с высокой производительностью и точностью. В то же время, эти цифровые технологии диктуют необ-

ходимость разработки соответствующих их уровню методов новых конструкций инструмента и оснастки для эффективной реализации процессов высокоскоростной прецизионной обработки. Особое значение решение этих комплексных задач имеет при обработке сложнопрофильных изделий для аэрокосмической отрасли, получаемых из труднодеформируемых при резании материалов, таких как композиты, титановые и алюминиевые сплавы. К деталям из этих материалов предъявляются повышенные требования по качеству обработки (точности размеров и взаимного расположения поверхностей, шероховатости), показателям надежности и долговечности.

Поэтому необходимо учитывать, что процессы формообразования при высокоскоростном резании на многоцелевых станках (фрезерование, фрезоточение, точение) имеют ряд особенностей, связанных с так называемым размерным эффектом [1–3]. При назначении режимов резания, кроме известных общепринятых в теории и практике параметров (углы резания и материал режущей части инструмента, свойства материала заготовки, величина усадки, угол наклона поверхностей сдвига, усилия резания и др.), необходимо учитывать и другие характеристики [1; 4]. Большинство исследователей признают, что одним из наиболее информативных показателей при аналитическом описании процессов микрофрезерования является удельная сила резания [5; 6] в зоне деформации. В значительной степени ее величина зависит от геометрии режущей части многолезвийного инструмента, так же как и профиль полученной при обработке поверхности, высота микронеровностей в виде отклонений формы, шероховатость [1]. Однако использование известных аналитических методов расчета на основе геометрических и стереологических моделей [6; 7] при проектировании многолезвийных сложноконтурных фрез ограничено, поскольку они не учитывают повышенной интенсивности и скорости деформационных процессов. Поэтому предпочтительным решением является комплексное использование аналитических и численных методов конечно-элементного анализа. Например, в работах [8; 9] этими методами была определена минимальная толщина срезаемого слоя конструкционных сталей, оцениваемая в зависимости от радиуса режущей кромки (r_e) соотношением $h_{\min} = (0,14 - 0,43) r_e$, при которой обеспечивается требуемое качество обработки. Аналогичные значения определены экспериментально при изучении размерных эффектов и особенностей микрофрезерования [10; 11]. Но ограничиваться учетом только масштабного фактора при описании особенностей деформационных процессов высокоскоростной обработки недостаточно [12; 13]. Увеличение скорости резания (частота оборотов шпинделя на многоцелевых станках достигает 40000 об/мин), скорости подачи приводит к существенному изменению кинематических углов резания. В частности, может появляться большой отрицательный передний угол [14; 15] и, как результат, возникает эффект «плужения» (вместо срезания поверхностного слоя) [1; 6; 13]. Это приводит к росту удельной энергии, сконцентрированной в зоне резания, что также характерно именно для процессов высокоскоростной микрообработки [4; 8; 9; 11; 14; 15]. В этом случае преобладает упругая деформация, а в срезаемом слое формируется мелкодробленая стружка. Различия в механизмах разрушения при высокоскоростном резании можно косвенно оценить по форме и размерам стружки: размеры недеформированных слоев (фрагментов) стружки могут варьироваться от 0,1 до 900 мкм [8; 9; 14]. С увеличением глубины резания материал пластически деформируется, но до достижения вполне определенной пороговой величины [16]. Характерным признаком процессов микрообработки является также повышенная интенсивность циклических деформационных процессов, частота образования поверхностей, элементов сдвига, формирование в сечении стружки субмикронных ламелей [1]. Теоретическое, аналитическое описание механизмов их образования, моделирование и расчет кинематических параметров, при которых реализуются различные механизмы формообразования, являются необходимыми условиями для определения рациональных режимов резания и обеспечения требуемого качества обработки. В частности, теоретически и экспериментально обоснованные способы высокоскоростного ротационного точения, фрезерования и фрезоточения позволяют повысить интенсивность деформационных процессов, обеспечивают эффективное дробление стружки до микронных и субмикронных размеров. При этом удастся одновременно улучшить качество обработки

поверхности по параметрам шероховатости [11; 14; 15]. В работах [16–20] представлен анализ проблем и результаты исследований, которые позволяют различными методами повысить эффективность высокоскоростной обработки алюминиевых сплавов: за счет выбора правильной стратегии фрезерования [16], назначения рациональных режимов резания [17], сочетания микрофрезерования и электрофизических методов [18], нанесения защитного покрытия на поверхность режущего инструмента [19], оптимизации геометрических параметров фрез [20].

В работах [21–26] проанализированы основные проблемы, возникающие при обработке различных композитов (деламинация, вытягивание волокон композита, сколы и непрорезания волокон композита), даны рекомендации по геометрии режущей части и конструкции инструментов [21–24], выбору способов и технологических режимов обработки композитов [25; 26]. Преимущественные отличия высокоскоростного фрезерования по производительности не всегда являются гарантией обеспечения требуемого качества поверхностей, особенно при обработке изделий на основе труднодеформируемых материалов (алюминиевых и титановых сплавов, волокнистых композитов). Имеются объективные ограничения по режимам резания и конструктивному исполнению инструмента при обработке сложнопрофильных поверхностей. Существующие проблемы могут быть в значительной степени решены за счет расширенного применения методов фрезоточения и новых оригинальных конструкций многолезвийных фрез для их реализации на станках с ЧПУ [27–29]. Фрезерование с высокой геометрической сложностью инструмента позволяет уменьшить объем срезаемого слоя (размеры стружки) и силы резания, а также производить трехмерные микрокомпоненты из широкого спектра металлических и неметаллических материалов, в том числе композиционных. Кроме того, продольную токарную обработку с использованием вершинного режущего инструмента можно заменить на фрезоточение, которое обеспечивает повышение производительности обработки за счет совмещения вращательных движений заготовки и инструмента при одновременном повышении показателей качества поверхностей. При высокоскоростном фрезоточении, кроме уменьшения объема стружки (толщина срезаемого слоя может быть сопоставима с радиусом кромки инструмента), изменяются и механизмы разрушения материала заготовки – разрушение происходит преимущественно в упругой зоне без существенной пластической деформации. Известны методы математического моделирования и изучения влияния кинематики относительного перемещения в системе «инструмент – заготовка» на форму получаемых при обработке сложнопрофильных поверхностей (равноосных контуров) тел вращения [30].

Более того, задаваясь геометрией инструмента, режимами резания и траекторией относительного движения точек инструмента и заготовки можно управлять формой получаемой поверхности детали [31]. Но задачи разработки новых конструкций фрез и методов численной оценки деформационных процессов в срезаемом слое на основе метода конечных элементов (МКЭ), применительно к фрезоточению и высокоскоростным прецизионным методам фрезерования, требуют своего решения так же, как и проблемы создания управляющих программ для станков с ЧПУ. Задачи математического описания кинематики процессов фрезоточения, назначения и оптимизации режимов резания остаются недостаточно изученными как теоретически, так и экспериментально.

Цель работы – теоретическое и экспериментальное обоснование кинематических параметров и режимов высокоскоростного фрезерования для повышения производительности и качества обработки сложнопрофильных поверхностей деталей.

Методика и аппаратура проведения исследований

Экспериментальные исследования по фрезоточению проводились на токарно-фрезерном станке с ЧПУ (модель DMG MORI CTX 310) с приводным инструментом (рис. 1, а). В качестве заготовок при проведении испытаний использовался круглый прокат из алюминиевого сплава Д16 ГОСТ 4784-97 и стали 45 ГОСТ 1050-2013. Изучение высокоскоростного фрезерования композиционных материалов на основе углеродной ткани УТ – 900 – 3 и эпоксидной смолы

Этал – 200М проводили на роботе-манипуляторе Kuka KR 90 R3100 extra HA 9 с установленным на нем шпинделем H6161H0902 (рис. 1, б).

В качестве инструментов использовались собственные оригинальные конструкции многолезвийных фрез-роутеров [31] (рис. 1, в, з), использованных при испытаниях в сравнении с аналогами фирм ISCAR (Израиль) и SANDVIK (Швеция). Фреза-аналог 2P350 – 1000 – ОА О12М (фирма Sandvik).

Для изучения обрабатываемости алюминиевых сплавов были дополнительно спроектированы многолезвийные концевые фрезы, 3D-модели которых приведены на рис. 1, д, е.

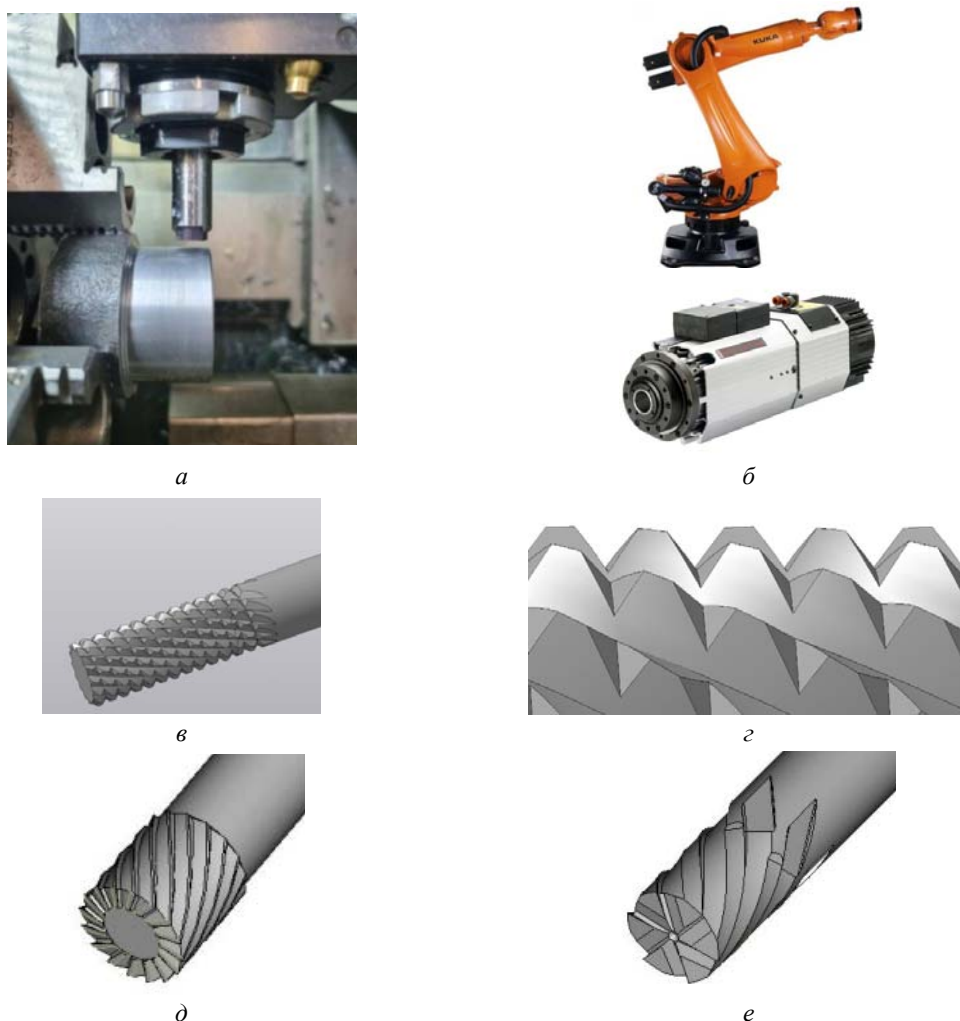


Рис. 1. Оборудование и оснастка для проведения экспериментов:

a – токарно-фрезерный станок с ЧПУ DMG MORI CTX 310; *б* – робот Kuka KR 90 R3100 extra HA (Япония) и шпиндель H6161H0902; *в, з* – 3D-модель новой конструкции многолезвийной фрезы-роутера EMC-D10-90-1 и профиль зубьев; *д, е* – геометрия режущей части концевых фрез для обработки алюминиевых сплавов

Fig. 1. Equipment and tool set for experiments:

a – CNC turning and milling machine DMG MORI CTX 310; *b* – robot Kuka KR 90 R3100 extra HA (Japan) and spindle H6161H0902; *c, d* – 3D model of a new design of the EMC-D10-90-1 multi-blade cutter-router and tooth profile; *e, f* – geometry of the cutting part of end mills for processing aluminum alloys

В качестве независимых переменных были приняты следующие параметры режимов резания: S_0 – продольная подача инструмента на оборот обрабатываемого вала, 0,15–1,2 мм/об; n_z – число оборотов заготовки, 50–1000 об/мин; v_p – скорость резания, 310–933 м/мин; n_f – число оборотов фрезы, 6000–18000 об/мин; t – глубина резания, 0,1–1,5 мм. Качество обработанной

поверхности образцов оценивалось по двум высотным параметрам шероховатости Ra , Rz на профилометре модели Tr 220 (КНР), диапазон измерений 160 мкм (от –80 до +80 мкм). Анализ микроструктуры образцов и морфологии стружки проводился на растровых электронных микроскопах HITACHI TM 1000 и JEOL JSM-7001F.

Изготовление цельных твердосплавных фрез производили на шлифовальном станке ANCA RX7 по специально разработанным управляющим программам, с учетом всех конструктивных параметров спроектированных фрез (рис. 2). В качестве материала заготовки для изготовления инструмента использовались прутки из наноструктурированного твердосплавного композита (полученные экструзией бимодальных порошковых смесей WC-Co-Al₂O₃) с повышенными показателями по прочности, трещиностойкости и термостойкости [32; 33]. Совокупность этих свойств является необходимой предпосылкой для эффективной работы разработанной конструкции многолезвийной фрезы на высоких скоростях резания и в условиях переменных циклических нагрузок.

Разработанные новые конструкции фрез из твердосплавного композита имеют расширенную область применения и соответствуют группам P , N , M , S по стандарту ISO 513:2012.

Моделирование процессов фрезоточения

В процессе обработки детали по методу фрезоточения инструмент совершает два движения: поступательное вдоль оси детали (s_o) и вращательное движение вокруг собственной оси (n_ϕ), а обрабатываемая заготовка при этом вращается вокруг собственной оси (n_o). Возможно как перпендикулярное (рис. 3, а) положение оси вращения фрезы относительно оси вращения заготовки, так и соосное (рис. 3, б). В первом случае реализуется торцевая схема обработки, а во втором – контурная.

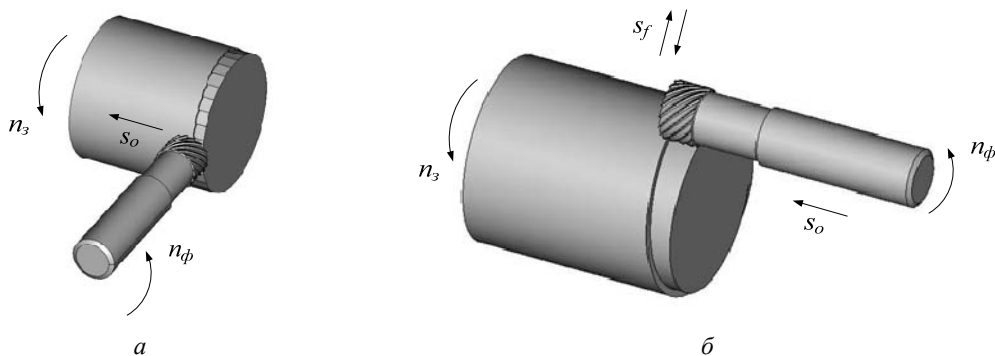


Рис. 3. Схемы обработки поверхностей при фрезоточении

Fig. 3. Schemes of surface treatment during milling

Необходимым условием для достижения высокой точности и производительности при обработке деталей фрезоточением является назначение оптимальных режимов резания.

Более сложная кинематика совместного вращательного движения инструмента при фрезоточении, естественно, влияет и на методику расчета режимов резания. Для получения достоверных расчетных формул предварительно были проведены численные эксперименты, в том числе симуляция процесса обработки с использованием интегрированной среды разработки



Рис. 2. Образцы новых конструкций твердосплавных фрез для проведения испытаний

Fig. 2. Samples of new designs of carbide milling cutters for testing

VisualStudio, в которой поддерживается технология WindowsForms. Возможность отображения графических 3D-объектов была реализована за счет дополнительного программного продукта в виде геометрического ядра Open CASCADE (рис. 4).

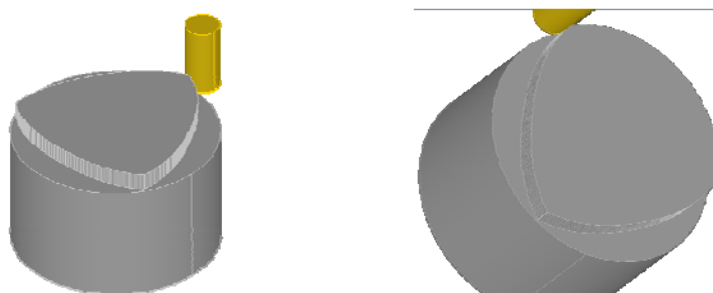


Рис. 4. Кинематическая схема и профиль поверхности при торцевом фрезоточении

Fig. 4. Kinematic scheme and surface profile during face milling

По результатам численных оценок по первой схеме торцевого фрезоточения были разработаны комплексная методика и расчетные формулы для определения основных режимов резания (1–6) приведенные ниже.

Диаметр обрабатываемой заготовки определится по формуле:

$$D_m = D_W - 2 \cdot a_p, \quad (1)$$

где a_p – глубина резания. Угол смещения по шагу:

$$\theta = \arctg\left(\frac{x}{3,14 \cdot D_m}\right), \quad (2)$$

где x – шаг винтовой линии.

Частота вращения заготовки, мм/об:

$$n_w = \frac{z \cdot f_z \cdot n_t}{x}, \quad (3)$$

где z – число зубьев фрезы, f_z – подача на зуб, n_t – частота вращения инструмента.

Подача на зуб и подача в осевом направлении определяются по формулам (4), (5):

$$f_z = \frac{f'_z \cdot x \cdot \cos(\theta)}{3,14 \cdot D_m}, \quad (4)$$

$$f'_z = \frac{3,14 \cdot D_m \cdot n_w}{z \cdot \cos(\theta) \cdot n_t}, \quad (5)$$

И, наконец, скорость фрезы по спиральной траектории:

$$V_{f'} = \frac{\pi \cdot D_m \cdot n_w}{\cos(\theta)}, \quad (6)$$

Расчеты по формулам (1)–(6) показывают существенный (до 2 раз) прирост скорости резания и производительности по объему срезаемого материала по сравнению с точением.

Дополнительное движение подачи фрезы (s_f) при контурной (сосной) схеме обработки (рис. 3, б) обеспечивает также возможность обработки сложнопрофильных поверхностей, таких как равноосные контуры с регулярным профилем, циклоидальные, винтовые и т. д.

При моделировании процессов соосного фрезоточения и в экспериментальной части работы использовалась оригинальная конструкция многолезвийного инструмента, которая сочетает

в себе элементы «обычного» срезания слоя материала и роутера. Повышенная интенсивность и частота циклов срезания поверхностного слоя предполагают повышение производительности и качества обработки поверхности детали. Именно этим объясняется эффективность использования высокоскоростного прецизионного фрезоточения по схеме, представленной на рис. 3, б. Численные эксперименты с использованием программных продуктов MathCAD, основанные на аналитических положениях, предложенных в работе, позволили оценить влияние режимов резания, геометрических параметров режущей части инструмента (профиля и количества зубьев), кинематики относительного перемещения в системе «инструмент – деталь» на форму поверхностей и параметры контура (шероховатости, получаемые при фрезоточении).

Теоретическое изучение возможностей использования процессов фрезоточения для получения более сложных поверхностей типа равноосных контуров (рис. 5) потребовало разработки более сложных математических моделей с применением специализированных CAD-систем.

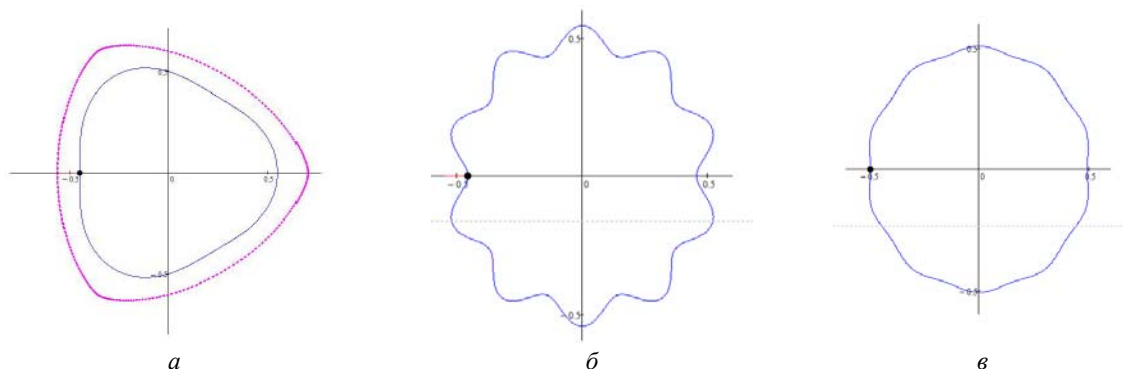


Рис. 5. Результаты моделирования профилей поверхностей деталей:
а – профиль треугольника Рело; б – циклоида; в – многогранник

Fig. 5. The results of modeling the profiles of the surfaces of parts:
a – profile of the Reuleaux triangle; b – cycloid; c – polyhedron

Угловые скорости инструмента и детали были заданы в качестве входных данных в модели процесса фрезерования для определения профиля обработанной поверхности, а при определении требуемой траектории эти параметры и их соотношения варьировались. Инструментальные режущие поверхности образуются в результате пересечения плоскости передней поверхности с производящей поверхностью фрезы. Описание движений инструмента и детали представлено в виде системы уравнений (7) и матрицы вращения детали (8). Например, при соотношении угловых скоростей 1/3: $\omega_I = 2\pi 3$, $\omega_D = -2\pi$, где ω_I – угловые скорости инструмента, ω_D – угловые скорости детали.

$$r_I(t, \delta\varphi) = \begin{pmatrix} r_{IO} \cos(\varepsilon_I t + \delta\varphi) + \varepsilon \\ 0 \\ r_{IO} \cos(\varepsilon_I t + \delta\varphi) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$M_Z(t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_D t) & -\sin(\omega_D t) & 0 \\ \sin(\omega_D t) & \cos(\omega_D t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где r_I – координаты точек перемещения инструмента; $\delta\varphi$ – расстояние между режущими кромками; ε – отношение радиусов фрезы и заготовки.

Дискретность расчетов задавалась шагом параметра t . В зависимости от количества режущих кромок фрезы N и шага между зубьями K изменяется угол поворота $\delta\varphi$ – формула (10) и контур обрабатываемой поверхности (9):

$$r(t, \delta\varphi) = M_Z(t) r_I(t, \delta\varphi), \quad (9)$$

$$\delta\varphi_K = \frac{360 \cdot \text{deg}}{N} K \quad (10)$$

Результаты моделирования показывают, что фрезоточение позволяет получать различные профили на детали (рис. 5). Примеры профилей и шероховатости поверхности, полученные фрезерованием при различных значениях числа зубьев N , угловых скоростей инструмента ω_I и заготовки ω_D , расстояний между осью инструмента и деталью ε , представлены на рис. 5. Например, для равноосного контура RC в форме треугольника Рело (рис. 5, а) координаты точек (изменение угла фигуры равноширокой) могут быть определены по формулам $p(t) = 9 - \cos(3t)$.

Описание равноширокой кривой в соответствии с моделью производится путем определения координат точек x, y по формулам (11) и (12).

$$x(t) = \left(p(t) \cos(t) + \frac{d}{dt} p(t) \sin(t) \right) 0,07, \quad (11)$$

$$y(t) = \left(p(t) \sin(t) + \frac{d}{dt} p(t) \cos(t) \right) 0,07, \quad (12)$$

На основании приведенных выше формул, описывающих процесс формирования равноосного контура, был разработан алгоритм и создана программа расчета, позволяющая автоматизировать процедуру определения координат точек. Построение профиля колеса цевочной передачи осуществляется после расчета основных исходных параметров. Например, для детали редуктора с передаточным отношением 8 и номинальным диаметром обоймы 50 мм диаметр колеса будет равен 44,444 мм и диаметр цевки 8,73 мм. После вспомогательных построений с наложением контуров заготовки и инструмента получаем массив промежуточных окружностей (рис. 6, а) и контур цевочного колеса (рис. 6, б).

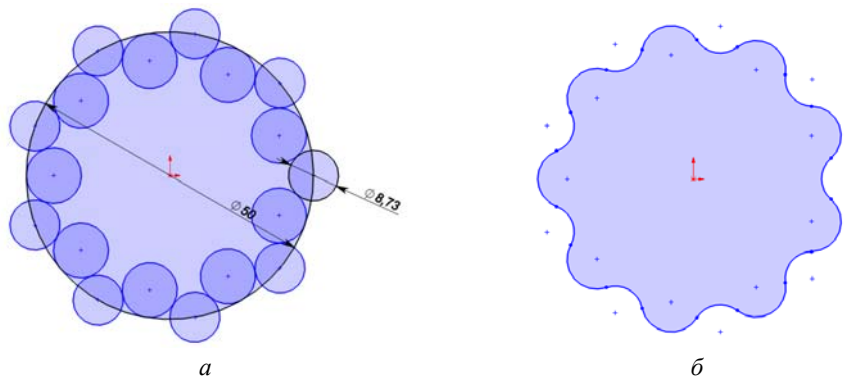


Рис. 6. Построение контура цевочного колеса:
а – массив промежуточных окружностей; б – профиль детали

Fig. 6. Constructing the outline of the lantern wheel:
а – array of intermediate circles; б – part profile

Для получения траектории движения фрезы необходимо выполнить операцию «смещение объектов». Величина смещения должна быть равна радиусу фрезы, а траектория представляет собой замкнутый контур из дуг двух различных радиусов (рис. 7, а). В случае, если диаметр фрезы будет равен диаметру цевки, траектория будет состоять из дуг одного радиуса (рис. 7, б).

Ниже приводится алгоритм и фрагменты реализации управляющей программы для изготовления деталей привода циклоидной передачи механизмов управления спутниковой связи. Для получения координат траектории можно воспользоваться встроенными средствами CAD-среды

API для трансформации кривых в набор точек с последующим получением зависимости угла поворота детали от точки траектории. CAD-среда предоставляет возможность получения параметров кривых через интерфейс с последующей обработкой в сторонних программных продуктах (рис. 8).

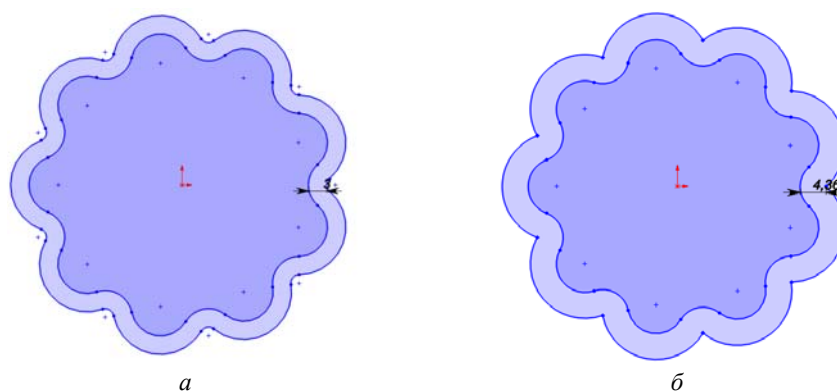


Рис. 7. Траектория для фрезы диаметром, равным диаметру цевок:
 а – замкнутый контур из дуг двух различных радиусов; б – траектория из дуг одного радиуса

Fig. 7. Trajectory for a cutter with a diameter equal to the diameter of the pins:
 а – closed contour of arcs of two different radii; б – trajectory of arcs of the same radius

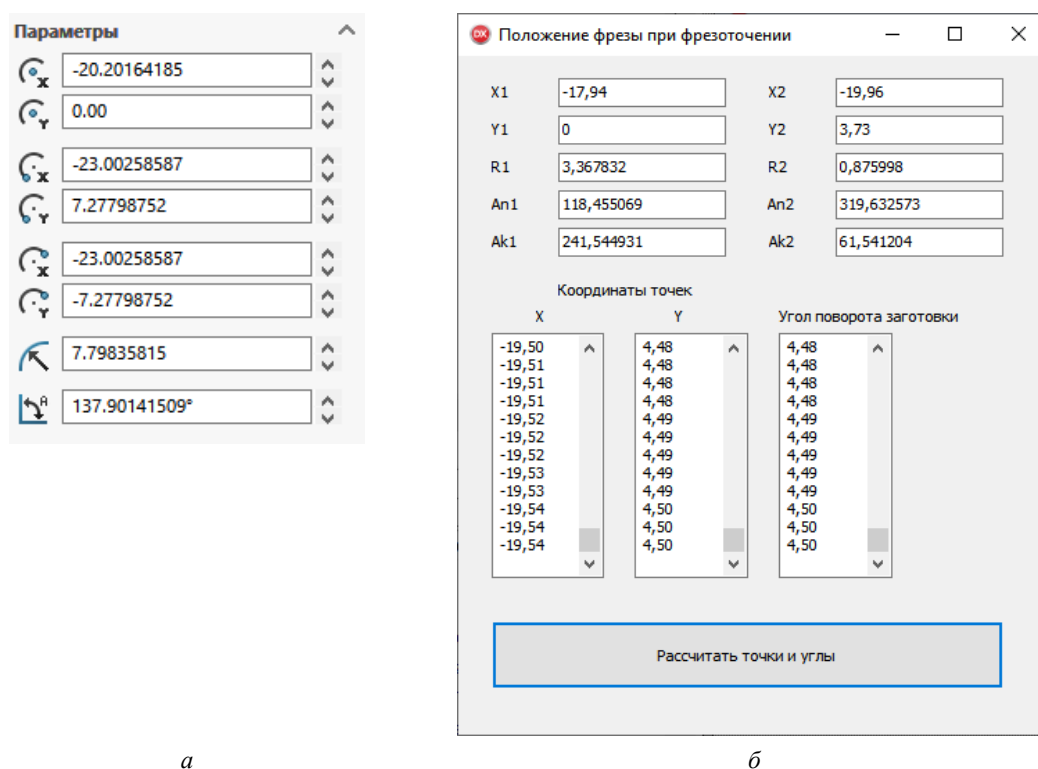


Рис. 8. Получение характеристик дуги в SolidWorks (а) и интерфейс приложения (б)

Fig. 8. Obtaining arc characteristics in SolidWorks (а) and Application interface (б)

Поскольку при фрезоточении фреза перемещается только по одной координате, то для формирования траектории выбираются наборы точек координаты X и угла поворота заготовки (табл. 1).

Причем для получения профиля методами фрезоточения необходимо произвести соответствующую корректировку на вращение заготовки. Эту процедуру можно произвести на основа-

нии 3D-модели изделий при создании управляющих программ для станков с ЧПУ с помощью программного продукта MasterCAM.

Таблица 1

Соотношение положения фрезы от угла поворота заготовки

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Положение фрезы относительно заготовки, мм	-19,57	-19,59	-19,6	-19,62	-19,63	-19,65	-19,66	-19,68	-19,69	-19,71	-19,72
Угол поворота заготовки, град.	2,94	2,94	2,93	2,92	2,91	2,9	2,89	2,89	2,88	2,87	2,86

Экспериментальные исследования процессов высокоскоростного фрезерования. Результаты и обсуждения

Назначение режимов резания при фрезоточении для получения сложноконтурных равноосных поверхностей изделий аэрокосмической отрасли производилось с помощью управляющих программ для станков с ЧПУ. В качестве основных параметров для верификации результатов моделирования при проведении экспериментальных исследований использовались значения точности размеров и формы равноосных контуров, шероховатости поверхности, обработанной фрезоточением при изготовлении реальных деталей в производственных условиях. В результате удалось с высокой точностью размеров, формы и требуемым качеством поверхностного слоя изготовить детали в форме РК-профиля (треугольника Рело) (рис. 9, а). Процесс постадийной обработки при получении контура детали для привода (цевочной передачи) представлен на рис. 9, б–г.

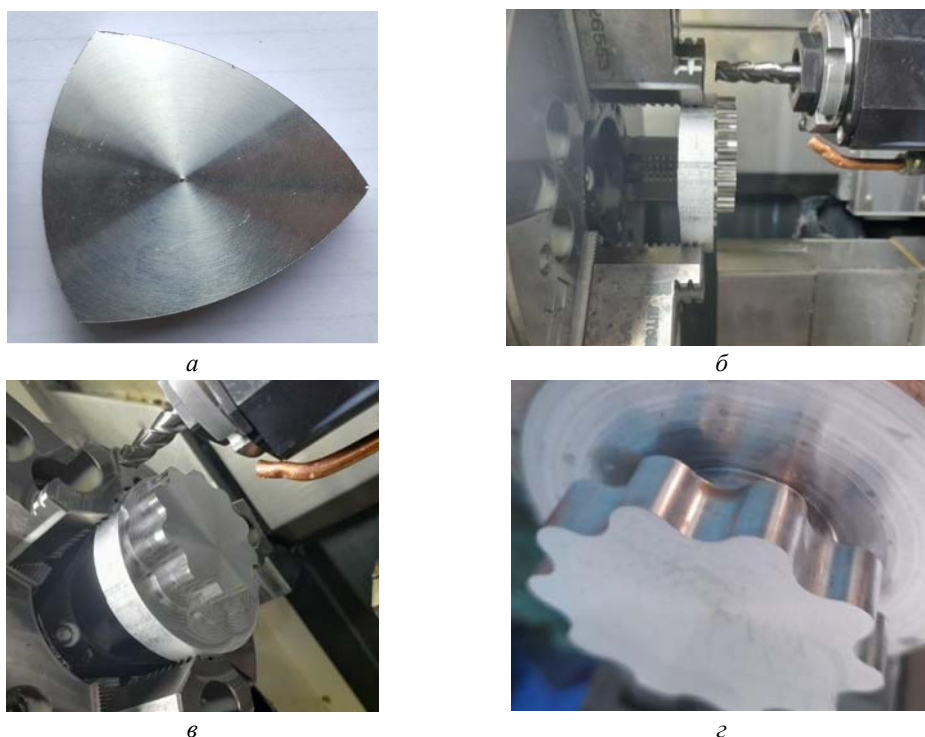


Рис. 9. Сложноконтурные поверхности деталей, полученные фрезоточением: а – треугольник Рело; б – схема наладки при фрезоточении; в – профиль циклоиды для цевочной передачи; г – готовая деталь

Fig.9. Complex contour surfaces of parts obtained by milling:
а – Reuleaux triangle; б – setup diagram for milling;
с – cycloid profile for lantern drive; d – finished part

Высокая интенсивность процессов фрезоточения подтверждается результатами изучения микроструктуры поверхностного слоя. Обнаружено повышение микротвердости деталей из стали на глубину до 80 мкм в 2,5 раза по сравнению с основой, т. е. этот способ обработки резанием может быть использован вместо термообработки. При этом обеспечивается высокое качество поверхности по шероховатости, что исключает необходимость дополнительных чистовых (финишных) операций. Косвенным подтверждением преимуществ высокоскоростных видов фрезоточения являются результаты электронно-микроскопических исследований формы и размеров стружки. Для экспериментальной проверки численных результатов исследований методом МКЭ использовались значения шероховатости поверхности. Морфологию стружки, полученной фрезоточением алюминиевого сплава многолезвийной контурной фрезой, иллюстрирует рис. 10. Размеры стружки изменяются в диапазоне от 2 до 50 мкм, причем при более детальном изучении обнаруживается, что крупные по размеру типы стружек представляют собой агломераты из фрагментов с размерами 480–880 нм (рис. 10, б).

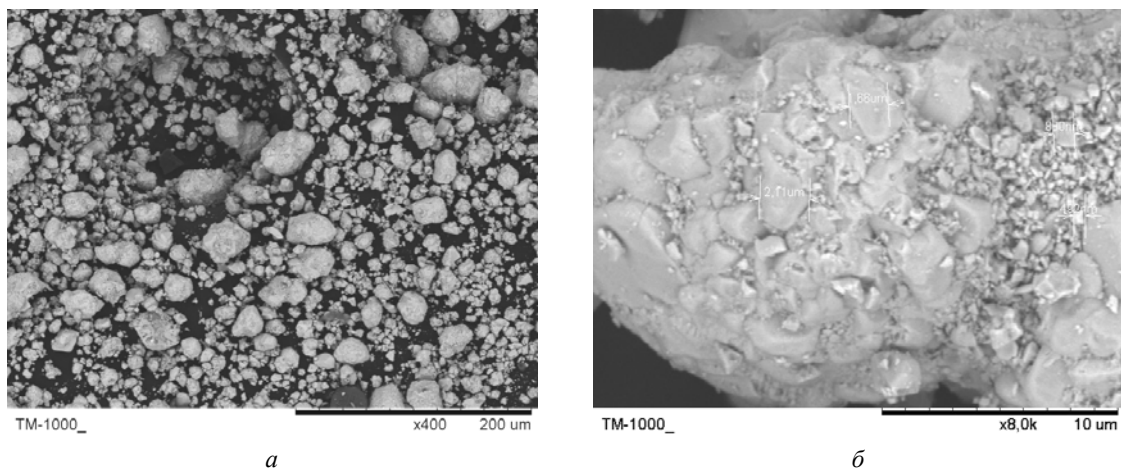


Рис. 10. Морфология алюминиевой стружки, полученной при фрезоточении:
а – распределение по размерам, $\times 400$; б – наноструктурированный фрагмент стружки

Fig. 10. Morphology of aluminum chips obtained by milling:
а – size distribution, $\times 400$; б – nanostructured chip fragment

В процессе экспериментальных исследований подтверждена также возможность повышения качества поверхностей волокнистых композитов при высокоскоростной обработке с использованием новых оригинальных конструкций многолезвийных фрез-роутеров (см. рис. 1, в, г и 2). При проведении экспериментальных исследований влияния режимов резания на параметры шероховатости использовались образцы-свидетели из углепластика (рис. 11, а), полученные параллельно из того же материала, который применялся для изготовления изделий (рис. 11, б).



Рис. 11. Образцы для изучения высокоскоростного фрезерования композитов на основе углепластиков:
а – образцы для испытаний; б – изделия

Fig. 11. Samples for studying high-speed milling of composites based on carbon fiber:
а – samples for testing; б – products

Изображения обработанных поверхностей показывают, что обеспечивается эффективный поперечный срез волокон (рис. 12, *а*, *б*). Это можно объяснить увеличенной частотой циклов срезания (до 4000–6000 с⁻¹). Косвенным подтверждением эффективности работы инструмента является морфология стружки – ее размеры варьируются в диапазоне от 3 до 8 мкм (рис. 12, *в*, *г*), т. е. коррелируют с шероховатостью обработанной поверхности (рис. 12, *а*).

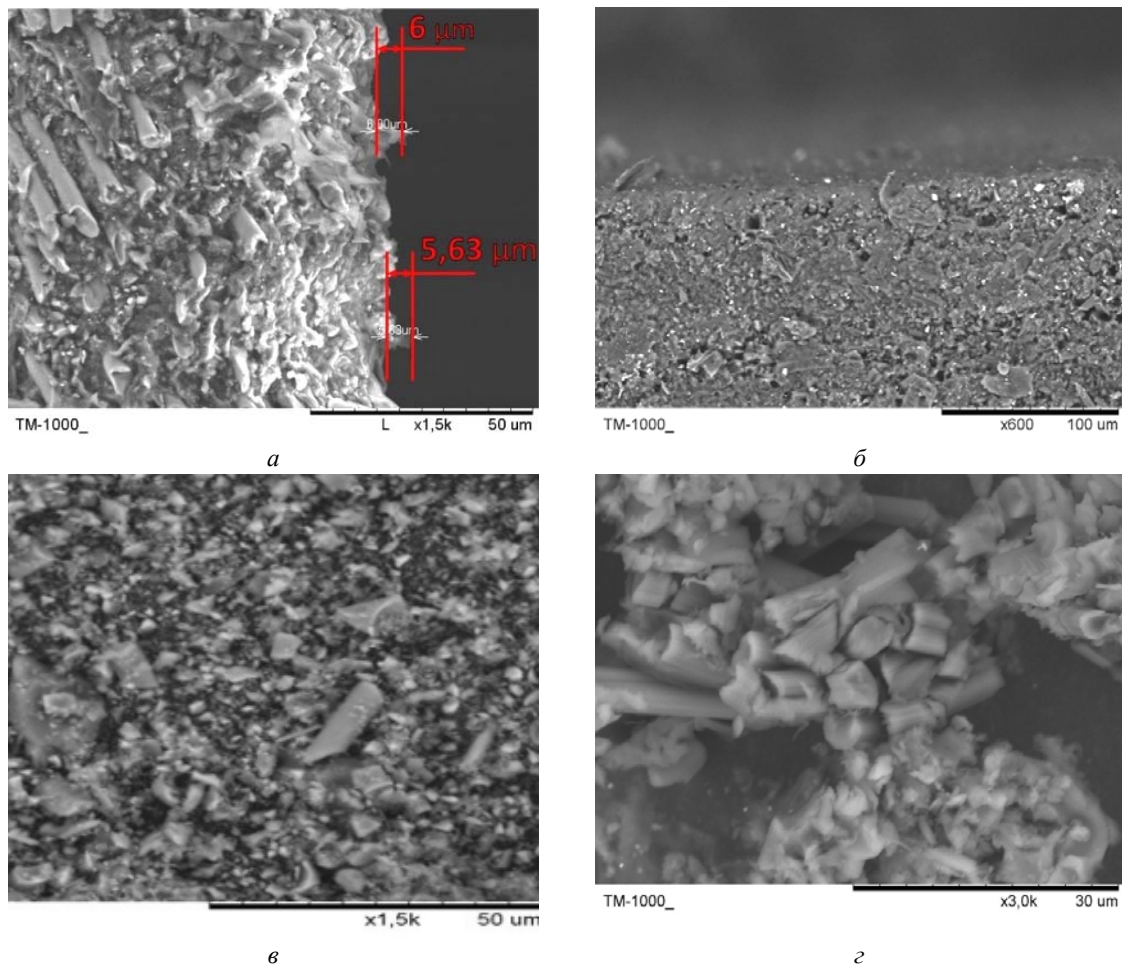


Рис. 12. Результаты электронно-микроскопического исследования:
а – обработанная поверхность стеклопластика; *б* – обработанная поверхность углепластика;
в – морфология стружки стеклопластика; *г* – морфология стружки углепластика

Fig. 12. Results of electron microscopic examination:
a – treated surface of fiberglass; *b* – treated surface of carbon fiber;
c – morphology of fiberglass chips; *d* – morphology of CFRP chip

Коэффициент дробления стружки при глубине фрезерования 0,5 мм и скорости вращения 4000 об/мин равен $k = 250$. Этот факт косвенно подтверждает повышение производительности процесса обработки и уменьшение удельной силы резания.

Применение высокоскоростной обработки деталей из композиционных материалов подтверждает эффективность использования новых конструкций многолезвийных фрез (качество обработки соответствует характеристикам лучших мировых аналогов). В качестве подтверждения результаты экспериментальных исследований преобразованы (представлены) в виде сравнительных диаграмм измерения шероховатости поверхности углепластиков по параметрам R_a и R_z различными типами фрез (рис. 13, 14).

Применение высокоскоростной обработки деталей из композиционных материалов подтверждает эффективность использования новых конструкций многолезвийных фрез (качество

обработки поверхности по шероховатости соответствует характеристикам, полученным при использовании лучших мировых инструментов-аналогов).

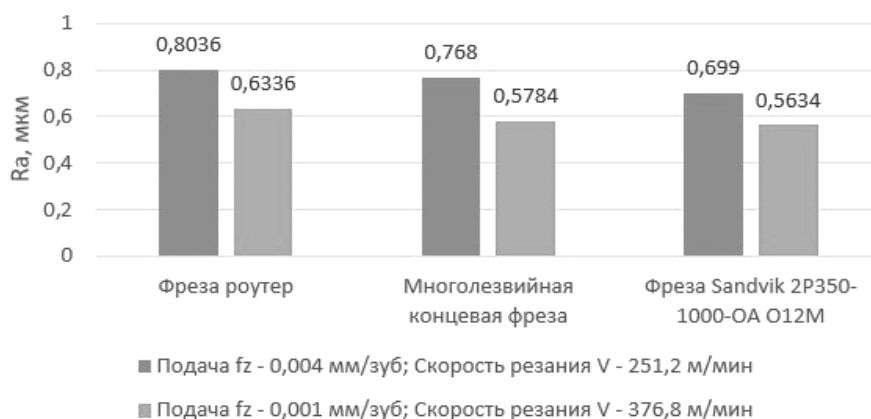


Рис. 13. Шероховатость обработанной поверхности R_a после сравнительных испытаний различными конструкциями фрез

Fig. 13. Roughness of the machined surface R_a after comparative tests with different cutter designs

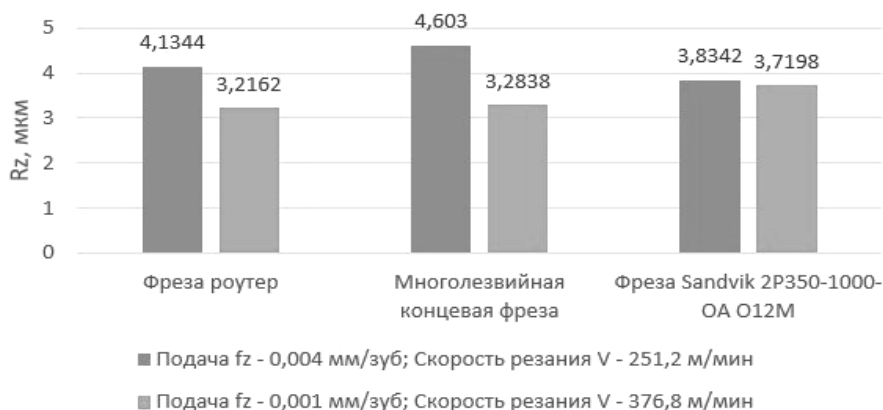


Рис. 14. Результаты замеров параметра R_z после сравнительных испытаний

Fig. 14. Results of measurements of parameter R_z after comparative tests

Заключение

По результатам комплекса расчетных и экспериментальных исследований можно сделать следующие основные выводы:

1. Предложенные на основании исследований полуэмпирические расчетные формулы достаточно адекватно отражают результаты натурных экспериментов и позволяют определять рациональные режимы резания для получения сложнопрофильных поверхностей типа равноосного контура.

2. Натурными экспериментами подтверждена практическая значимость и технико-экономическая эффективность предложенных конструкторско-технологических решений – фрезоточением изготовлены сложнопрофильные детали приводов, причем время обработки с 6 ч на электроэрозионном станке G-64S (в базовом варианте технологического процесса) сократилось до 18 мин.

3. Многолезвийная конструкция новой фрезы – роутера с трапецидальной формой режущей кромки зуба обеспечивает повышение качества обработки композиционных материалов, а именно, снижение шероховатости и дефектности поверхностного слоя (на уровне лучших мировых аналогов).

4. Экспериментальные исследования позволили оценить влияние режимов резания, геометрических параметров режущей части инструмента (профиля и количества зубьев), кинематики относительного перемещения в системе «инструмент – заготовка» на форму и размеры сложно-контурной поверхности, полученной фрезоточением.

Библиографические ссылки

1. De Oliveira F. B. et al. Size effect and minimum chip thickness in micromilling // *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2015. Vol. 89. P. 39–54. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2014.11.001>.
2. Chuzhoy L., Devor R. E., Kapoor S. G. et al. Microstructure-level modeling of ductile iron machining // *J. Manuf. Sci. Eng.* 2002. Vol. 124, no. 2. P. 162–169. Doi: <https://doi.org/10.1115/1.1455642>.
3. Cuba Ramos A., Autenrieth H., Strauß T. et al. Characterization of the transition from ploughing to cutting in micro machining and evaluation of the minimum thickness of cut // *J. Mater. Process. Technol.* 2012. Vol. 212, no. 3. P. 594–600. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2011.07.007>.
4. Hideaki O., Koji U., Ippei K. et al. High speed milling processes with long oblique cutting edges // *J. Manuf. Process.* 2015. Vol. 19. P. 95–101. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2015.06.004>.
5. Высокоскоростное микрофрезерование деталей из композиционных материалов и алюминиевых сплавов / Е. В. Патраев, М. С. Вакулин, Ю. И. Гордеев, В. Б. Ясинский // *Известия ВУЗов Машиностроение*. 2021. № 12(741). С. 62–72. Doi: [doi: 10.18698/0536-1044-2021-12-62-72](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-12-62-72).
6. Воронцов А. Л., Султанзаде Н. М., Албагачиев А. Ю. Разработка новой теории резания. 1. Введение // *Вестник машиностроения*. 2008. № 1. С. 57–67.
7. Vogler M. P., Devor R. E., Kapoor S. G. On the modeling and analysis of machining performance in micro-end milling // *J. Manuf. Sci. Eng.* 2004. Vol. 126, no. 4. P. 685–694. Doi: <https://doi.org/10.1115/1.1813470>.
8. High speed processes with long oblique cutting edges / O. Hideaki, U. Koji, K. Ippei et al. // *Journal of Manufacturing Processes*. 2015. Vol. 19. P. 95–101. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2015.06.004>.
9. Furukawa Y., Moronuki N. Effect of material properties on ultra precise cutting processes // *Ann. CIRP*. 1988. Vol. 37 (1). P. 113–116. Doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)61598-4](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61598-4).
10. Cheng K., Huo D. *Micro-Cutting Fundamentals and Applications*, 1th ed., Wiley, United Kingdom. 2013. 348 p.
11. Kim J., Kim S. D. Theoretical analysis of micro-cutting characteristics in ultraprecision machining // *J. Mater. Process. Technol.* 1995. Vol. 49 (3–4). P. 387–398. Doi: [https://doi.org/10.1016/0924-0136\(94\)01345-2](https://doi.org/10.1016/0924-0136(94)01345-2).
12. Chae J., Park S. S., Freiheit T. Investigation of micro-cutting operations // *Int. J. Mach. Tools Manuf.* 2006. Vol. 46. P. 313–332. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.05.015>.
13. Built-up-edge effects on surface deterioration in micromilling processes / Z. Wang, V. Kovvuri, A. Araujo et al. // *J. Manuf. Process.* 2016. vol. 24. pp. 321–327. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2016.03.016>.
14. Niu F. Jiao, Cheng K. An innovative investigation on chip formation mechanisms in micro-milling using natural diamond and tungsten carbide tools // *J. Manuf. Process.* 2018. Vol. 31. P. 382–394. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2017.11.023>.
15. Influence of cutting modes on power characteristics of rotational turning by multifaceted cutters / A. S. Binchurov et al. // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. No. 3. P. 032101. Doi: [10.1088/1757-899X/537/3/032101](https://doi.org/10.1088/1757-899X/537/3/032101).
16. Андриященко С. А., Ростовцев П. А., Рошупкин С. И. Экспериментальное исследование влияния стратегий обработки на шероховатость поверхности при фрезеровании алюминиевых

сплавов концевыми фрезами // Современные технологии: проблемы и перспективы. 2019. С. 11–15.

17. Трусов В. Н., Законов О. И., Шикин В. В. Исследование параметров процесса фрезерования алюминиевого сплава Д16Т // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2012. № 3 (35). С. 155–162.

18. Куликов М. Ю., Иноземцев В. Е., Бочаров А. А. Исследование процесса формообразования при совмещении фрезерной и электрохимической обработки алюминия // Металлообработка. 2015. № 6 (90). С. 50–53.

19. Демин А. С., Лаврентьев С. В. Режущий инструмент с покрытием DLC при обработке алюминиевых сплавов // Проблемы, перспективы и направления инновационного развития науки : сб. ст. Междунар. науч.-практ. конф. (Омск, 24 ноября 2017 г.), 2017. Ч. 3. С. 116–118.

20. Ковалевский А. В. Выбор рациональных режимов фрезерования для обработки алюминиевых сплавов // Омский научный вестник. 2008. № 4 (73). С. 64–66.

21. Особенности механической обработки полимерных композиционных материалов / В. А. Вавилин, К. А. Пасечник, А. Ю. Пушкарев, Н. А. Амельченко // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2018. Том 1, № 14. С. 12–14.

22. Abd Halim N. F. H., Ascroft H., Barnes S. Analysis of tool wear, cutting force, surface roughness and machining temperature during finishing operation of ultrasonic assisted milling (UAM) of carbon fibre reinforced plastic (CFRP) // Procedia Engineering. 2017. Vol. 184. P. 185–191. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.04.084>.

23. Мешкас А. Е., Макаров В. Ф., Ширинкин В. В. Технологии, позволяющие повысить эффективность обработки композиционных материалов методом фрезерования // Известия Тульского гос. ун-та. Технические науки. 2016. № 8-2. С. 291–299.

24. Стуров А. А., Чашин Н. С. Механообработка композиционного материала с использованием робототехнического комплекса на базе робота Kuka KR210 // Вестник Иркутского гос. тех. ун-та, 2019. Т. 23, № 4 (147). С. 743–750.

25. Минибаев М. И., Раскутин А. Е., Гончаров В. А. Особенности технологии изготовления образцов из ПКМ на станках с ЧПУ (обзор) // Труды ВИАМ. 2019. № 1 (73). С. 105–114. Doi: 10.18577/2307-6046-2019-0-1-105-114.

26. Раскутин А. Е., Хрульков А. В., Гирш Р. И. Технологические особенности механообработки композиционных материалов при изготовлении деталей конструкций (обзор) // Труды ВИАМ. 2016. № 9 (45). С. 106–118. Doi: 10.18577/2307-6046-2016-0-9-12-12.

27. Влияние кинематических и технологических параметров ротационного точения многогранными резцами на формирование стружки и шероховатость поверхности / Ю. И. Гордеев, Н. С. Индаков, А. С. Бинчуров и др. // Сибирский журнал науки и технологий. 2017. Т. 18, № 2. С. 379–386.

28. Simulation of high-speed machining processes by multi-edge mills / Y. I. Gordeev, V. B. Yasinsky, E. A. Spirin et al. // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2022. Vol. 2373, No. 3. P. 032012. Doi: 10.1088/1742-6596/2373/3/032012.

29. 2019 Influence of cutting modes on power characteristics of rotational turning by multifaceted cutters / A. S. Binchurov et al. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. IOP Publishing 537 № 3. P. 032101. Doi: 10.1088/1757-899X/537/3/032101.

30. Тимченко А. И. Технология изготовления деталей профильных бесшпоночных соединений. М. : ВНИИТЭМР, 1988. 160 с.

31. Vakulin M. S., Gordeev Yu. I., Yasinsky V. B. Design of tools with the cutting part of the original profile for high-speed milling // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. No. 754(1). P. 012008. Doi: 10.1088/1757-899X/754/1/012008.

32. Investigation of nanostructured hard metal composites obtained from powder mixtures (WC-Co)-Al₂O₃ / Y. I. Gordeev et al. // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2022. Vol. 2373, No. 3. P. 032025. Doi: 10.1088/1757-899X/754/1/012008.

33. Combined Application of Composite Powders WC-Co and Additives of Nanoparticles as an Effective Method of Improving the Properties of Hard Metals / Y. I. Gordeev, V. B. Yasinsky, A. S. Binchurov // *Key Engineering Materials*. 2018. Vol. 769. P. 134–140. Doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.769.134>.

References

1. De Oliveira F. B. et al. Size effect and minimum chip thickness in micromilling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 2015, Vol. 89, P. 39–54. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2014.11.001>.
2. Chuzhoy L., Devor R. E., Kapoor S. G. et al. Microstructure-level modeling of ductile iron machining. *J. Manuf. Sci. Eng.* 2002, Vol. 124, No. 2, P. 162–169. Doi: <https://doi.org/10.1115/1.1455642>.
3. Cuba Ramos A., Autenrieth H., Strauß T. et al. Characterization of the transition from ploughing to cutting in micro machining and evaluation of the minimum thickness of cut. *J. Mater. Process. Technol.* 2012, Vol. 212, No. 3, P. 594–600. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2011.07.007>.
4. Hideaki O., Koji U., Ippei K. et al. High speed milling processes with long oblique cutting edges. *J. Manuf. Process.* 2015, Vol. 19, P. 95–101. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2015.06.004>.
5. Patraev E. V., Vakulin M. S., Gordeev Yu. I., Yasinsky V. B. [High-speed micro-milling of parts made of composite materials and aluminum alloys]. *Proceedings of Universities of Mechanical Engineering*. 2021. No. 12 (741), P. 62–72. Doi: [doi: 10.18698/0536-1044-2021-12-62-72](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-12-62-72). Doi: [10.18698/0536-1044-2021-12-62-72](https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-12-62-72).
6. Vorontsov A. L., Sultan-Zade N. M., Albagachiev A. Yu. [Development of a new cutting theory. 1. Introduction]. *Vestnik Mashinostroeniya*. 2008, No. 1, P. 57–67. Doi: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=9947574>.
7. Vogler M. P., Devor R. E., Kapoor S. G. On the modeling and analysis of machining performance in micro-end milling. *J. Manuf. Sci. Eng.* 2004. vol. 126, no. 4, pp. 685–694, doi: <https://doi.org/10.1115/1.1813470>.
8. Hideaki O., Koji U., Ippei K., Junichi H., Yasuhiro N. High speed processes with long oblique cutting edges. *Journal of Manufacturing Processes*. 2015, Vol. 19, P. 95–101. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2015.06.004>.
9. Furukawa Y., Moronuki N. Effect of material properties on ultra precise cutting processes. *Ann. CIRP* 1988, Vol. 37 (1), P. 113–116. Doi: [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)61598-4](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61598-4).
10. Cheng K., Huo D. *Micro-Cutting Fundamentals and Applications*, 1th ed., Wiley, United Kingdom, 2013, 348 p.
11. Kim J., Kim S. D. Theoretical analysis of micro-cutting characteristics in ultraprecision machining. *J. Mater. Process. Technol.* 1995, Vol. 49 (3–4), P. 387–398. Doi: [https://doi.org/10.1016/0924-0136\(94\)01345-2](https://doi.org/10.1016/0924-0136(94)01345-2).
12. Chae J., Park S. S., Freiheit T. Investigation of micro-cutting operations. *Int. J. Mach. Tools Manuf.* 2006, Vol. 46, P. 313–332. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2005.05.015>.
13. Wang Z., Kovvuri V., Araujo A. et al. Built-up-edge effects on surface deterioration in micromilling processes. *J. Manuf. Process.* 2016, Vol. 24, P. 321–327. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2016.03.016>.
14. Niu F., Jiao, Cheng K. An innovative investigation on chip formation mechanisms in micro-milling using natural diamond and tungsten carbide tools. *J. Manuf. Process.* 2018, Vol. 31, P. 382–394. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2017.11.023>.
15. Binchurov A. S. et al. Influence of cutting modes on power characteristics of rotational turning by multifaceted cutters. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (IOP Publishing 537 No. 3). 2019, P. 032101. Doi: [10.1088/1757-899X/537/3/032101](https://doi.org/10.1088/1757-899X/537/3/032101).
16. Andryushchenko S. A., Rostovtsev P. A., Roshchupkin S. I. [Experimental study of the influence of machining strategies on surface roughness when milling aluminum alloys with end mills]. *Sovremennye tekhnologii: problemy i perspektivy*. 2019, P. 11–15 (In Russ.).

17. Trusov V. N., Zanol O. I., Shikin V. V. [Investigation of the parameters of the milling process of aluminum alloy D16T]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki*. 2012, No. 3 (35), P. 155–162 (In Russ.).
18. Kulikov M. Yu., Inozemtsev V. E., Bocharov A. A. [Study of the process of shaping when combining milling and electrochemical processing of aluminum]. *Metalloobrabotka*. 2015, No. 6 (90), P. 50–53 (In Russ.).
19. Demin A. S., Lavrentiev S. V. [DLC coated cutting tool for aluminum alloy machining]. *Problems, prospects and directions of innovative development of science: Sat. articles of the International scientific and practical conference* (Omsk, November 24, 2017), Part 3, Sterlitamak, AMI, 2017, P. 116–118 (In Russ.).
20. Kovalevsky A. V. [Choice of rational milling modes for processing aluminum alloys]. *Omskiy nauchnyy vestnik*. 2008, No. 4 (73), P. 64–66 (In Russ.).
21. Vavilin V. A., Pasechnik K. A., Pushkarev A. Yu., Amelchenko N. A. [Features of mechanical processing of polymer composite materials]. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики*. 2018, Vol. 1, No. 14, P. 12–14 (In Russ.).
22. Abd Halim N. F. H., Ascroft H., Barnes S. Analysis of tool wear, cutting force, surface roughness and machining temperature during finishing operation of ultrasonic assisted milling (UAM) of carbon fibre reinforced plastic (CFRP). *Procedia Engineering*. 2017, Vol. 184, P. 185–191. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.04.084>.
23. Meshkas A. E., Makarov V. F., Shirinkin V. V. [Technologies to improve the efficiency of processing composite materials by milling]. *Izvestiya Tul'skogo gos. un-ta. Tekhnicheskie nauki*. 2016, No. 8-2, P. 291–299 (In Russ.).
24. Sturov A. A., Chashchin N. S. [Machining of a composite material using a robotic complex based on the Kuka KR210 robot]. *Vestnik Irkutskogo gos. tekhn. un-ta*. 2019. V. 23, no. 4 (147), p. 743–750 (In Russ.).
25. Minibaev M. I., Raskutin A. E., Goncharov V. A. Features of the technology for manufacturing samples from PCM on CNC machines (review). *Proceedings of VIAM*. 2019, No. 1 (73), P. 105–114. Doi: 10.18577/2307-6046-2019-0-1-105-114.
26. Raskutin A. E., Khrulkov A. V., Girsh R. I. Technological features of mechanical processing of composite materials in the manufacture of structural parts (review). *Proceedings of VIAM*. 2016, No. 9 (45), P. 106–118. Doi: 10.18577/2307-6046-2016-0-9-12-12.
27. Gordeev Yu. I. et al. [Influence of kinematic and technological parameters of rotary turning by multifaceted cutters on chip formation and surface roughness]. *Siberian journal of science and technology*. 2017, Vol. 18, No. 2, P. 379–386 (In Russ.).
28. Gordeev Y. I., Yasinsky V. B., Spirin E. A. et al. Simulation of high-speed machining processes by multi-edge mills. *Journal of Physics: Conference Series*. – IOP Publishing, 2022, Vol. 2373, No. 3, P. 032012. Doi: 10.1088/1742-6596/2373/3/032012.
29. Binchurov A. S. et al. 2019 Influence of cutting modes on power characteristics of rotational turning by multifaceted cutters. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (IOP Publishing 537 № 3). P. 032101. Doi: 10.1088/1757-899X/537/3/032101.
30. Timchenko A. I. *Tekhnologiya izgotovleniya detaley profil'nykh besshponochnykh soedineniy* [Technology for the manufacture of details of profile keyless joints]. Moscow, VNIITEMR Publ., 1988, 160 p.
31. Vakulin M. S., Gordeev Yu. I., Yasinsky V. B. Design of tools with the cutting part of the original profile for high-speed milling. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020, 754(1), P. 012008. Doi: 10.1088/1757-899X/754/1/012008.
32. Gordeev Y. I. et al. Investigation of nanostructured hard metal composites obtained from powder mixtures (WC-Co)-Al₂O₃. *Journal of Physics: Conference Series*. – IOP Publishing. 2022, Vol. 2373, No. 3, P. 032025. Doi: 10.1088/1757-899X/754/1/012008.

33. Gordeev Y. I., Yasinsky V. B., Binchurov A. S. et al. Combined Application of Composite Powders WC-Co and Additives of Nanoparticles as an Effective Method of Improving the Properties of Hard Metals. *Key Engineering Materials*. 2018, Vol. 769, P. 134–140. Doi: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.769.134>.

© Вакулин М. С., Гордеев Ю. И., Ясинский В. Б., Бинчуров А. С., Тимошев П. В., 2023

Вакулин Максим Сергеевич – инженер-технолог 3 категории, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева»; аспирант, Сибирский федеральный университет. E-mail: mixdib@mail.ru.

Гордеев Юрий Иванович – кандидат технических наук, доцент кафедры конструкторско-технологического обеспечения машиностроительного производства; Сибирский федеральный университет. E-mail: tms-mtf@rambler.ru.

Ясинский Виталий Брониславович – кандидат технических наук, доцент кафедры конструкторско-технологического обеспечения машиностроительного производства; Сибирский федеральный университет. E-mail: VYasinskiy@sfu-kras.ru.

Бинчуров Александр Сергеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры конструкторско-технологического обеспечения машиностроительного производства; Сибирский федеральный университет. E-mail: mexanixs@mail.ru.

Тимошев Павел Викторович – руководитель центра демонстрационного экзамена; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: timoshevpv@yandex.ru.

Vakulin Maxim Sergeevich – 3rd category process engineer, JSC Academician M. F. Reshetnev “Information Satellite Systems” (RESHETNEV JSC); graduate student, Siberian Federal University. Tel.89135631797; E-mail: mixdib@mail.ru.

Gordeev Yuri Ivanovic – Cand. Sc., Associate Professor of Design-technology ensuring machine – building production; Siberian Federal University. E-mail: tms-mtf@rambler.ru.

Jasinski Vitaly Bronislavovich – Cand. Sc., Associate Professor of Design- technology ensuring machine – building production; Siberian Federal University. E-mail: VYasinskiy@sfu-kras.ru.

Binchurov Aleksandr Sergeevich – Cand. Sc., Associate Professor of Design-technology ensuring machine – building production; Siberian Federal University. E-mail: mexanixs@mail.ru.

Timoshev Pavel Viktorovich – Head of the Demonstration Examination Center; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: timoshevpv@yandex.ru.

УДК 621.785.539

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-589-604

Для цитирования: Лекарев А. В., Юрчук Л. И., Меркулова Г. А. Исследование влияния альфирования на структуру и свойства сплава ВТ6 // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 589–604. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-589-604.

For citation: Lekarev A. V., Yurchuk L. I., Merkulova G. A. [Study of the influence of alphonon on the structure and properties of the alloy VT6]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 589–604. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-589-604.

Исследование влияния альфирования на структуру и свойства сплава ВТ6

А. В. Лекарев¹, Л. И. Юрчук², Г. А. Меркулова^{3*}

¹АО «Красноярский машиностроительный завод»

Российская Федерация, 660123, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 29

²Институт химии и химической технологии СО РАН

Российская Федерация, 660036, г. Красноярск, ул. Академгородок, 50/24

³Сибирский федеральный университет, Институт цветных металлов и материаловедения
Российская Федерация, 660025, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский рабочий», 95

*E-mail: gam1602@mail.ru

В работе рассмотрено влияние двух технологий альфирования (окисления) на структуру и свойства деформируемого титанового сплава ВТ6, который применяют, в частности, в авиационной и космической промышленности. Нанесение оксидного покрытия методами химико-термической обработки (ХТО) позволяет компенсировать основной недостаток сплава – низкую износостойкость поверхности. Повышается исходный комплекс свойств.

Объектами исследования являются титановый сплав ВТ6 и его оксидные покрытия. Сравнивали два образца детали с оксидными покрытиями, полученными по разным технологиям. Первая технология – альфирование в мелкозернистом графите, вторая – альфирование в вакууме.

Цель работы – выяснить влияние двух технологий альфирования на структуру и свойства сплава ВТ6.

Альфирование проведено: 1) в мелкозернистом графите при температуре 800 ± 10 °С с выдержкой в течение 8 ч; 2) в электропечи при температуре 760–780 °С в вакууме $10^{-1} - 10^{-3}$ мм рт. ст. в течение 1,5–2 ч.

Выполнено исследование микроструктуры (световая и электронная микроскопия).

Использовали микроскоп типа Carl Zeiss Axio Observer A1m с применением цифровой камеры, переходных устройств преобразования оптического сигнала, компьютер.

Проведена статистическая обработка по программе SIAMS700.

Электронно-микроскопические исследования выполнены с использованием растрового электронного микроскопа (РЭМ) EVO 50 с энергодисперсионным микроанализатором INCA Energy 350.

Рентгенофазовый анализ проведен с помощью рентгеновского дифрактометра Shimadzu XRD7000, Япония (излучение CuK α , монохроматор), в следующем режиме: диапазон от 5 до 70° по шкале 2 θ , шагом 0,03°, скорость сканирования 1,5 °/мин. Исследовали порошки, полученные с двух видов покрытий.

Микротвердость образцов измеряли на микротвердомере DM8 по ГОСТ 9450–76. Износостойкость сплава оценивали на специальной лабораторной установке.

Выяснен фазовый состав и структура сплава ВТ6 после альфирования.

В диффузионном слое обнаружены: после альфирования в графите – фазы TiO $_2$; Ti $_3$ O; TiN. После альфирования в вакууме – TiO $_2$; Ti $_6$ O $_{11}$. В альфированном слое после обработки в графите выявлены зерна α – твердого раствора, интерметаллиды Ti-Al-V, Ti-V и Ti-Al; в альфированном слое после обработки в вакууме содержится больше титана, также выявлены участки со 100 % (ат.)

титана; видна область твердого раствора (α) и интерметаллиды Ti-Al-V, Ti-V и Ti-Al. Толщина оксидированного слоя составляет в среднем 103,6 мкм (графит), а в вакууме – 66,8 мкм. Средний размер зерна в слое составляет 17,2 мкм (графит); 6,0 мкм (вакуум). Установлено, что химико-термическая обработка (альфирование) способствует существенному повышению микротвердости в диффузионном слое. На поверхности получена твердость HV580 (вакуум) и HV724 (графит). Альфирование в графите и вакууме обеспечивает износостойкость изделия, однако лучший результат получен после альфирования в вакууме. Обе технологии улучшают свойства, но выгоднее проводить альфирование в вакууме, так как в этом случае процесс проводят в течение 2-х ч вместо 8 ч в графите. Альфирование (оксидирование) обеспечивает износостойкость сплава ВТ6, что способствует надежной работе изделия при эксплуатации.

Ключевые слова: альфирование, титановый сплав ВТ6, микроструктура, микротвердость, износостойкость, рентгенофазовый анализ.

Study of the influence of alphonon on the structure and properties of the alloy BT6

A. V. Lekarev¹, L. I. Yurchuk², G. A. Merkulova^{3*}

¹JSC “Krasnoyarsk Machine-Building Plant”

29, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660123, Russian Federation

²Institute of Chemistry and Chemical Technology SB RAS

50/24, Akademgorodok St., Krasnoyarsk, 660036, Russian Federation

³Siberian Federal University, Institute of Non-Ferrous Metals and Materials Science

95, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660025, Russian Federation

*E-mail: gam1602@mail.ru

The paper considers the influence of two technologies of alfining (oxidation) on the structure and properties of the deformable titanium alloy BT6, which is used, in particular, in the aviation and space industries. The application of oxide coating by methods of chemical-thermal treatment (CTO) allows to compensate for the main drawback of the alloy – low wear resistance of the surface. The initial set of properties increases. The objects of research are titanium alloy BT6 and its oxide coatings. Two samples of the part with oxide coatings obtained by different technologies were compared. The first technology is alfining in fine-grained graphite, the second is alfining in a vacuum.

The aim of the work is to find out the influence of two technologies of alfining on the structure and properties of the BT6 alloy. Alfining was carried out: 1) in fine-grained graphite at a temperature of $800 \pm 10^\circ \text{C}$ with exposure for 8 hours; 2) in an electric furnace at a temperature of $760\text{--}780^\circ \text{C}$ in a vacuum of $10^{-1} - 10^{-3} \text{ mm Hg. art.}$ for 1.5–2 hours. A study of the microstructure (light and electron microscopy) was performed. We used a microscope type Carl Zeiss Axio Observer A1m using a digital camera, adapter devices for converting an optical signal, a computer. Statistical processing was carried out according to the SIAMS700 program. Electron microscopic studies were performed using a scanning electron microscope (SEM) EVO 50 with an energy-dispersive microanalyzer INCA Energ 350.

X-ray phase analysis was carried out using an X-ray diffractometer Shimadzu XRD7000, Japan (CuK α radiation, monochromator), in the following mode: range from 5 to 70° on a scale of 2θ , increments of 0.03° , scanning speed of $1.5^\circ / \text{min}$. Powders obtained from two types of coatings were investigated.

The microhardness of the samples was measured on the DM8 microhardometer according to GOST 9450–76. The wear resistance of the alloy was assessed at a special laboratory installation. The phase composition and structure of the BT6 alloy after alphonon were clarified. In the diffusion layer, the following were detected: after alphonon in graphite – TiO₂ phases; Ti₃O; TiN. After carbonation in vacuum – TiO₂; Ti₆O₁₁. In the alphas layer, after processing in graphite, grains of α – solid solution, intermetallics Ti–Al–V, Ti–V and Ti–Al were detected; the alphas layer contains more titanium after treatment in vacuum, and areas with 100% (at.) titanium have also been identified; the region of solid

solution (α) and the intermetallics Ti–Al–V, Ti–V and Ti–Al are visible. The thickness of the oxidized layer is on average 103.6 μm (graphite), and in a vacuum - 66.8 μm . The average grain size in the layer is 17.2 μm (graphite); 6.0 μm (vacuum). It has been established that chemical-thermal treatment (alfing) contributes to a significant increase in microhardness in the diffusion layer. The hardness of HV580 (vacuum) and HV724 (graphite) was obtained on the surface. Alfing in graphite and in vacuum ensures the wear resistance of the product, but the best result is obtained after alfing in a vacuum. Both technologies improve the properties, but it is more profitable to carry out alfing in a vacuum, since in this case the process is carried out within 2 hours instead of 8 hours in graphite. Alfing (oxidation) provides wear resistance of the BT6 alloy, which contributes to the reliable operation of the product during operation.

Keywords: alphonng, titanium alloy BT6, microstructure, microhardness, wear resistance, X-ray phase analysis.

Введение

Известны достоинства титана: малая плотность (4,5 г/см³), высокая удельная прочность, коррозионная стойкость, технологичность при обработке давлением и свариваемость, хладостойкость, высокая стойкость против солнечной радиации, немагнитность и другие ценные физико-механические характеристики.

Сплавы титана используют в ракетно-космической технике, судостроении, транспортном машиностроении. Создание высокопрочных титановых сплавов привело к появлению сверхзвуковых самолетов. Считают, что титановые сплавы перспективны для использования в пищевой промышленности. Их применяют в холодильной и криогенной технике, медицине, строительстве (Япония).

Структура и свойства титановых сплавов приведены в работах [1–9]. Сплавы имеют низкую износостойкость. Для повышения антифрикционных свойств детали из титановых сплавов подвергают альфированию (оксидированию), т. е. поверхность титановых сплавов насыщают кислородом при повышенных температурах. Окисление приводит к образованию на поверхности окисной пленки и слоя твердого раствора кислорода в титане (альфированный слой). Технологии альфирования даны в [10–16]. Происходит химико-термическая обработка. Альфирование выполняют, в частности, в мелкозернистом графите [12], вакууме [13].

Цель данной работы – выяснить влияние двух технологий альфирования на структуру и свойства сплава BT6.

Материалы и методика исследования

Для исследования выбран титановый деформируемый сплав BT6. Его легируют алюминием (от 5,3 до 6,8 % масс.) и ванадием (от 3,5 до 5,3 % масс.) [17]. Структура и свойства сплава BT6 описаны в источниках [1–9].

Химико-термическую обработку провели для гильзы из сплава BT6. Альфирование (оксидирование) проводили по двум технологиям:

- 1) в мелкозернистом графите при температуре 800±10 °С с выдержкой в течение 8 ч [12];
- 2) электропечи при температуре 760–780 °С в вакууме 10^{–1}–10^{–3} мм рт. ст. в течение 1,5–2 ч [13].

Металлографические исследования образцов, нарезанных из гильзы, проведены на установке оптико-компьютерной металлографии, которая включает микроскоп типа Carl Zeiss Axio Observer A1m с применением цифровой камеры, переходных устройств преобразования оптического сигнала, компьютер. Исследования структуры выполнили при увеличениях ×200, ×500, ×1000.

Для количественного анализа полученных изображений использовали программное обеспечение SIAMS700.

Электронно-микроскопические исследования выполнены с использованием растрового электронного микроскопа (РЭМ) EVO 50 с энергодисперсионным микроанализатором INCA Energy 350.

Рентгенофазовый анализ проведен с помощью рентгеновского дифрактометра Shimadzu XRD7000, Япония (излучение CuK α , монохроматор), в следующем режиме: диапазон от 5 до 70° по шкале 2 θ , шагом 0,03°, скорость сканирования 1,5 °/мин. Исследовали порошки, полученные с двух видов покрытий.

Микротвердость образцов измеряли на микротвердомере DM8 по ГОСТ 9450–76 [18]. Измерение проведено при нагрузке 100 гс (980,665 мН) от края образца к центру. Расстояние между центрами двух соседних отпечатков – 70 мкм, расстояние между двумя соседними рядами отпечатков – 70 мкм. Между рядами отпечатков также присутствует смещение от края к центру образца на 10 мкм. Оценивали микротвердость альфированных покрытий, полученных по двум технологиям. На каждом образце делали 60 измерений. Вычислены средние арифметические полученных значений микротвердости.

Испытание на стойкость образцов к износу проводили на специальном приспособлении. Через щель продевали ленты из шлифовальной бумаги зернистости P120 (величина абразивного зерна 100–125 мкм), на которую укладывали образец. Далее образец прижимали грузом весом 1 кгс и протягивали ленту. Отрезок ленты, истирающий поверхность, имеет длину 1 м, ширину 1 см. После протягивания образец очищали от абразивной пыли и взвешивали на весах ВЛТЭ-150 с точностью до 0,001 г, после чего повторяли испытание. В итоге путь износа каждого образца составил 10 м.

Результаты исследований и их обсуждение

Металлографический анализ. Сплав ВТ6 относят к системе титан – алюминий (6 %) – ванадий (4 %). Это деформируемый двухфазный $\alpha + \beta$ сплав, где α – твердый раствор алюминия (и ванадия) в α -Ti с ГПУ решеткой; β – твердый раствор алюминия (и ванадия) в β -Ti с ОЦК решеткой. Титан – полиморфный металл. Легирование сплава ВТ6 алюминием упрочняет и стабилизирует α -фазу, повышает температуру A_{c3} , снижает удельный вес сплава. Ванадий является β -стабилизатором. Он снижает температуру $\alpha + \beta \rightarrow \beta$ -перехода, которая для сплава ВТ6 равна 960–1000 °C [1; 4]. В работе [9] приведена диаграмма состояния системы титан-алюминий. В богатой титаном области образуются два интерметаллида Ti₃Al (α_2 -фаза) и TiAl (γ -фаза). Фаза α_2 (Ti₃Al) имеет ГПУ кристаллическую структуру, близкую к решетке α -фазы, но отличается от нее упорядоченным расположением атомов титана и алюминия. Фаза γ (TiAl) обладает упорядоченной тетрагонально искаженной гранецентрированной структурой, аналогичной сверхструктуре CuAu, в которой слои, упакованные атомами титана, чередуются со слоями, занятыми атомами алюминия.

В богатой титаном области происходят два перитектических превращения: $(\beta + \alpha) \rightarrow \alpha$ (при 1475 °C) и $(\beta + \alpha) \rightarrow \gamma$ (при 1447 °C). При более низкой температуре (1118 °C) наблюдается эвтектоидный распад α -фазы по схеме $\alpha \rightarrow \alpha_2 + \gamma$. Растворимость алюминия в α -Ti уменьшается с понижением температуры и составляет 10, 9 и 7 % (по массе) при температурах 900, 800 и 600 °C соответственно.

Кислород является α -стабилизатором, т. е. расширяет область α -фазы. Диаграмма состояния системы титан-кислород приведена на рис. 1.

Кислород значительно растворяется в α -Ti и резко повышает температуру полиморфного превращения титана [19]. При 1720 °C протекает перитектическая реакция $\beta + (\alpha\text{-Ti}) \rightarrow (\beta\text{-Ti})$. Максимальная растворимость кислорода в $(\beta\text{-Ti})$ составляет 8 % (ат.) при 1720 $\pm$ 25 °C. Температура плавления $(\alpha\text{-Ti})$ достигает максимума, равного 1885 $\pm$ 25 °C при содержании примерно 24 % (ат.) кислорода. При дальнейшем увеличении содержания кислорода температура плавления сплавов несколько снижается. При температурах ниже 600 °C существуют два оксида Ti₃O и Ti₂O с гексагональной кристаллической решеткой. При этих температурах в сплавах с более высоким содержанием титана возможно образование субоксида Ti₆O.

В системе титан – кислород возможно наличие следующих промежуточных фаз: Ti₃O, Ti₂O, Ti₃O₂, γ TiO, α TiO, α Ti₂O₃, α Ti₃O₅, β Ti₃O₅, TiO₂ (TiO₂ – рутил; TiO₂ – анатаз; TiO₂ – брукит) [19].

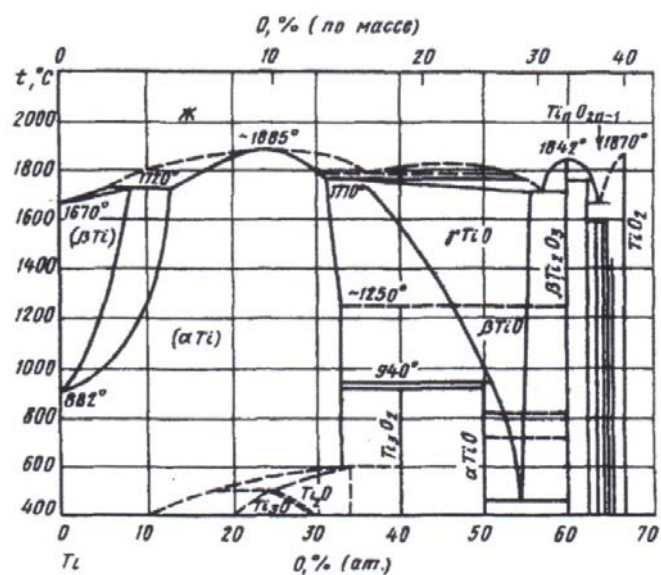


Рис. 1. Диаграмма состояния системы титан-кислород [19; 20]

Fig. 1. Diagram of the state of the titanium-oxygen system [19; 20]

Исследованные микроструктуры и результаты их обработки приведены на рис. 2–12.

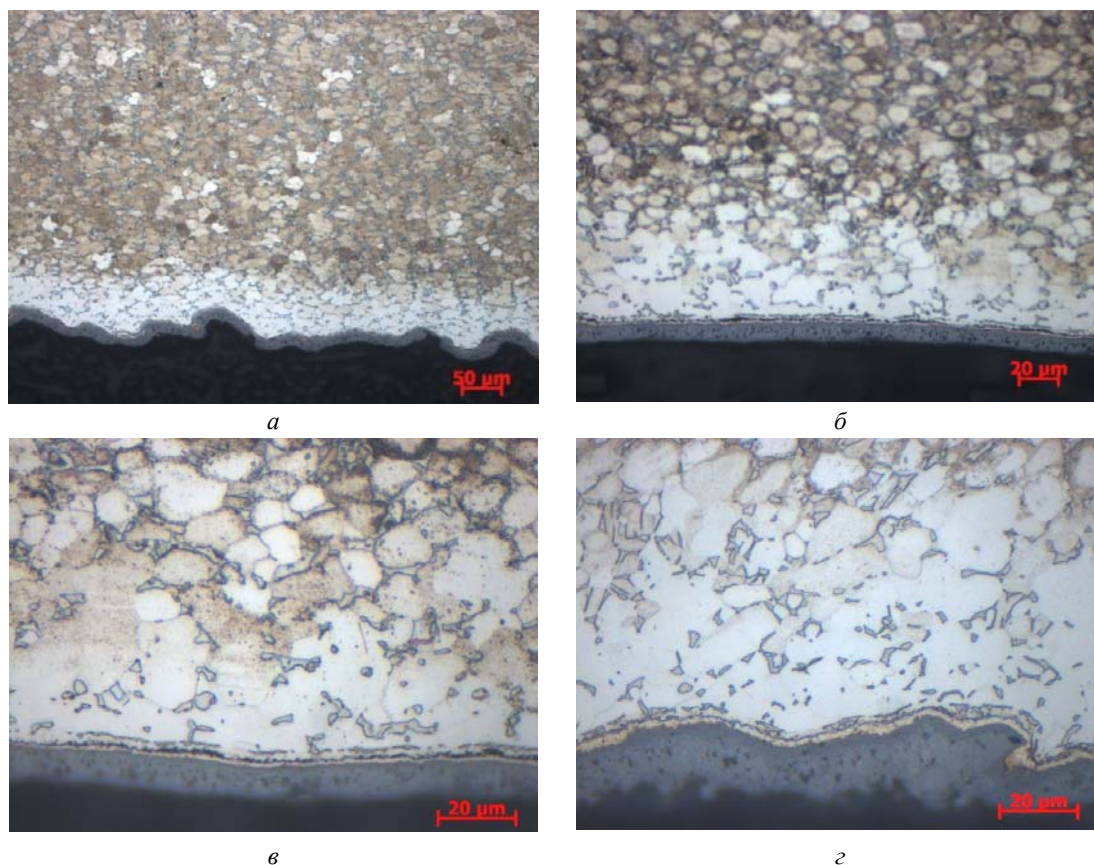


Рис. 2. Микроструктуры сплава BT6 после альфирования в графите:
а–г – поверхностный слой; д, е – центр образца; а – $\times 200$; б – $\times 500$; в, г – $\times 1000$; д – $\times 500$; е – $\times 1000$ (Начало)

Fig. 2. Microstructures of BT6 alloy after alfa-firing in graphite:
а–г – is the surface layer; д, е – is the center of the sample; а – $\times 200$; б – $\times 500$;
в, г – $\times 1000$; д – $\times 500$; е – $\times 1000$ (Начало)

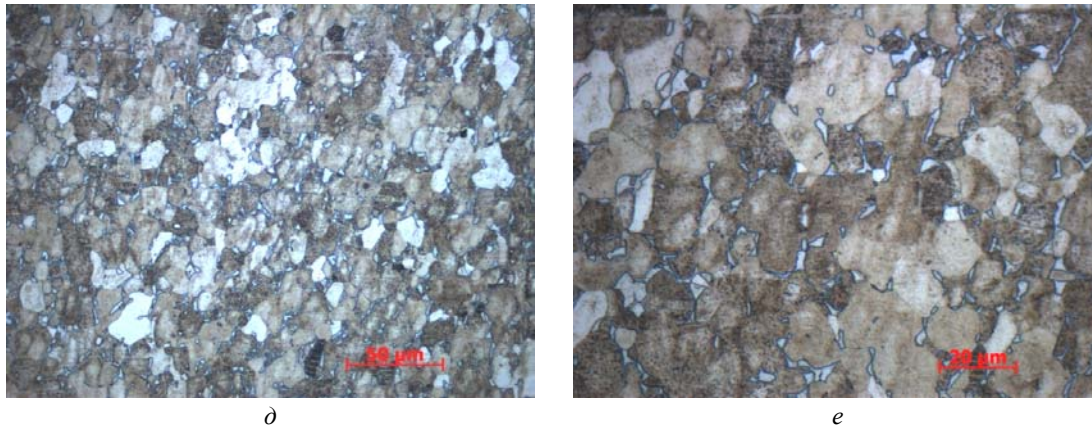


Рис. 2. Окончание

Fig. 2. Окончание

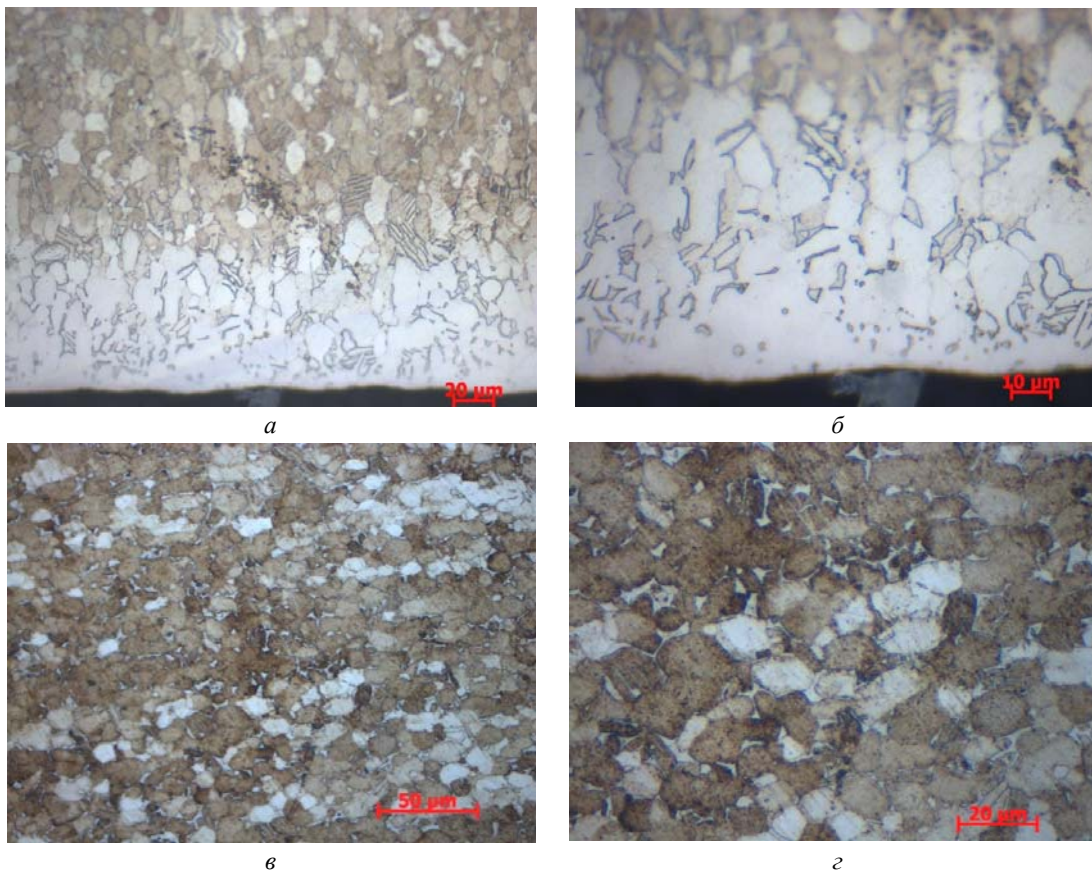


Рис. 3. Микроструктуры сплава BT6 после альфирования в вакууме:
а, б – поверхностный слой; в, г – центр образца; а, в – $\times 500$; б, г – $\times 1000$

Fig. 3. Microstructures of BT6 alloy after carbonation in vacuum:
а, б – surface layer; в, г – the center of the sample; а, в – $\times 500$; б, г – $\times 1000$

Исследование показало, что в центре образца присутствуют две фазы глобулярного (равноосные зерна) типа $\alpha+\beta$: α – светлая; β – темная (см. рис. 2, 3).

Выполнена статистическая обработка микроструктур после альфирования в графите (рис. 4, 7), а также после альфирования в вакууме (рис. 10) в программе SIAMS 700. Результаты представлены на гистограммах (рис. 5, 6, 8, 9, 11, 12).

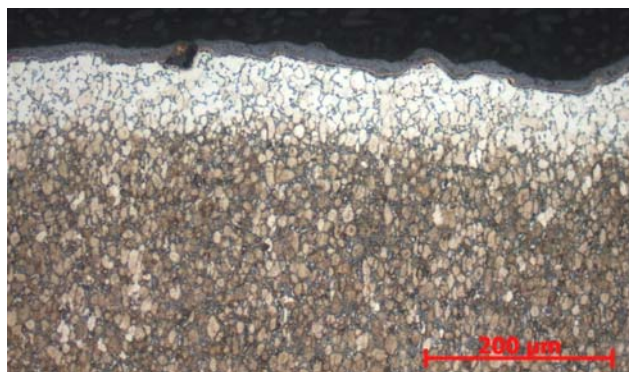


Рис. 4. Микроструктура сплава ВТ6 после альфирования в графите. ×200

Fig. 4. Microstructure of BT6 alloy after aluminizing in graphite. ×200

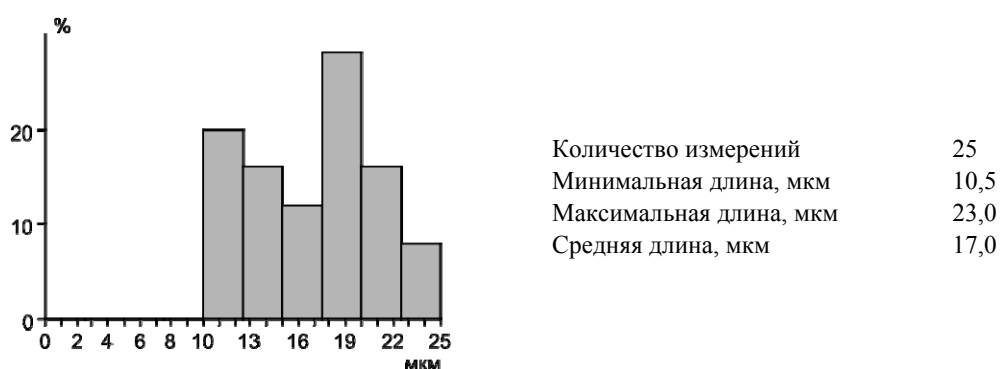


Рис. 5. Толщина тёмного слоя покрытия после альфирования в графите

Fig. 5. Thickness of the dark coating layer after aluminizing in graphite

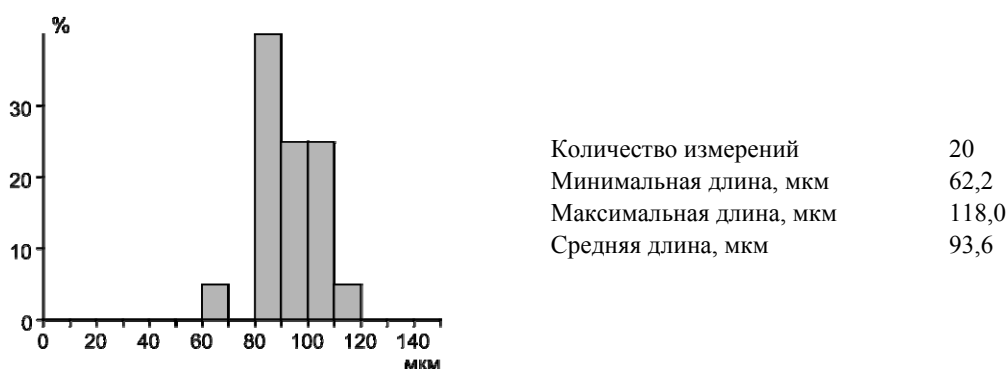


Рис. 6. Толщина светлого слоя после альфирования в графите

Fig. 6. Thickness of the light layer after aluminizing in graphite

После альфирования в графите выявлено несколько диффузионных слоев (рис. 4), которые отличаются по цвету. На поверхности образца наблюдается тонкий темный слой (окисная пленка) толщиной 17,0 мкм (средн.). Затем виден светлый альфированный слой толщиной 93,6 мкм (среднее значение). Общая толщина покрытия, рассчитанная путём сложения средних значений толщины темного и светлого слоёв, составляет 110,6 мкм (рис. 5, 6).

Также измеряли толщину слоя в образце после альфирования в графите по микроструктуре, показанной на рис. 7.

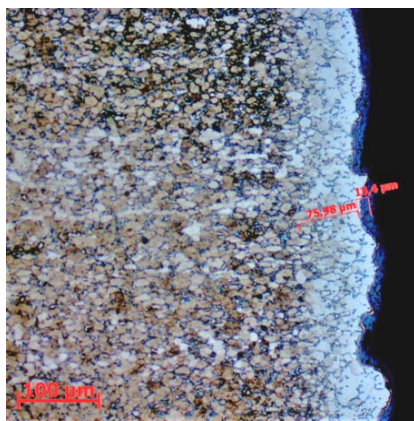
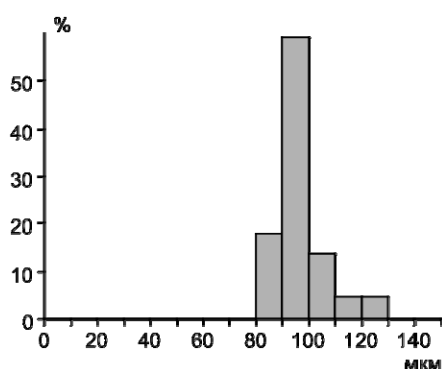


Рис. 7. Микроструктура сплава ВТ6 после альфирования в графите. ×200

Fig. 7. Microstructure of BT6 alloy after aluminizing in graphite. ×200



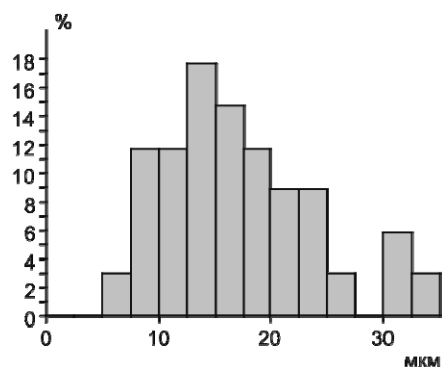
Количество измерений	22
Минимальная длина, мкм	80,3
Максимальная длина, мкм	122,7
Средняя длина, мкм	96,5

Рис. 8. Толщина покрытия после альфирования в графите (тёмный и светлый слои)

Fig. 8. Coating thickness after aluminizing in graphite (dark and light layers)

Средняя толщина покрытия (тёмного и светлого слоёв вместе) на рис. 7 составляет 96,5 мкм (рис. 8).

Определяли размер зерна в диффузионном слое, полученном после альфирования в графите (рис. 9). Среднее значение размера зерна 17,2 мкм.



Количество измерений	34
Минимальная длина, мкм	7,4
Максимальная длина, мкм	34,5
Средняя длина, мкм	17,2

Рис. 9. Размер зерна в диффузионном слое (альфирование в графите)

Fig. 9. Grain size in the diffusion layer (aluminizing in graphite)

Альфирование в вакууме (рис. 10) способствовало образованию светлого альфированного слоя толщиной 56,2 мкм (рис. 11). На поверхности слой окислов не выявлен.

Средний размер зерна в диффузионной зоне согласно рис. 12 составил 6 мкм (вакуум).

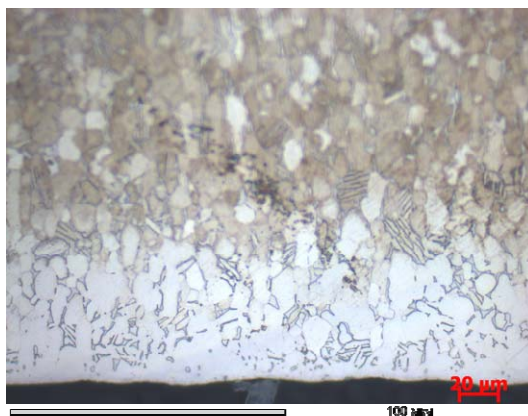


Рис. 10. Микроструктура сплава BT6 после альфирования в вакууме. $\times 500$

Fig. 10. Microstructure of BT6 alloy after aluminizing in vacuum. $\times 500$



Рис. 11. Толщина слоя покрытия, полученного после альфирования в вакууме

Fig. 11. Thickness of the coating layer obtained after aluminizing in vacuum



Рис. 12. Размер зерна в покрытии, полученном после альфирования в вакууме

Fig. 12. Grain size in the coating obtained after aluminizing in vacuum

Согласно литературным данным [12], толщина покрытия изделия должна составлять ≥ 40 мкм. Предлагаемые технологии позволили получить слой (минимальные значения) ≥ 72 мкм (графит) и ≥ 49 мкм (вакуум), что обеспечивает выполнение требования к детали.

Структура деформированных титановых сплавов в значительной степени определяется температурно-скоростными условиями деформации [5].

В структуре возможно наличие двойников. Фаза α имеет ГП кристаллическую решетку. В титане с ГП решеткой направление двойникования $\langle 1011 \rangle$. Плоскость двойникования $\{1012\}$ [1; 2].

В альфированном слое (α -фаза, ГП решетка) в отдельных светлых зернах наблюдаются параллельные линии (пластины). Это может быть связано с полиморфным превращением титана при нагреве: β (ОЦК) $\rightarrow$ α (ГП). Согласно принципу структурного и размерного соответствия П.Д. Данкова и С. Т. Конобеевского, форма и ориентировка зародышей новой фазы при кристаллизации в анизотропной среде должны способствовать минимуму поверхностной энергии, а минимум получается при наибольшем сходстве в расположении атомов на соприкасающихся гранях старой и новой фаз. В титане при полиморфном превращении β (ОЦК) $\rightarrow$ α (ГП) взаимно параллельные плоскости: $\{001\}_\beta$ параллельна $\{110\}_\alpha$. Взаимно параллельные направления: $\langle 110 \rangle_\beta$ параллельно $\langle 111 \rangle_\alpha$. Лившиц Б. Г. в работе [21] поясняет, что в металлах «почти всегда при образовании новой фазы α внутри старой β между фазами наблюдается большее или меньшее структурное соответствие, то есть имеются плоскости и направления, сходные по расположению атомов. В случае достаточного соответствия форма кристаллов образующейся фазы зависит от анизотропии упругих свойств обеих фаз. Если модули упругости фазы α для всех направлений меньше, чем модули упругости фазы β , то фаза α при охлаждении выделится в виде пластин». Эту пластинчатую форму фазы α можно наблюдать на рис. 10.

Электронно-микроскопическое исследование. Изображения, полученные в ходе исследования на РЭМ, представлены на рис. 13–19. Ниже каждого изображения приведены данные о химическом составе выделенных областей (спектров).

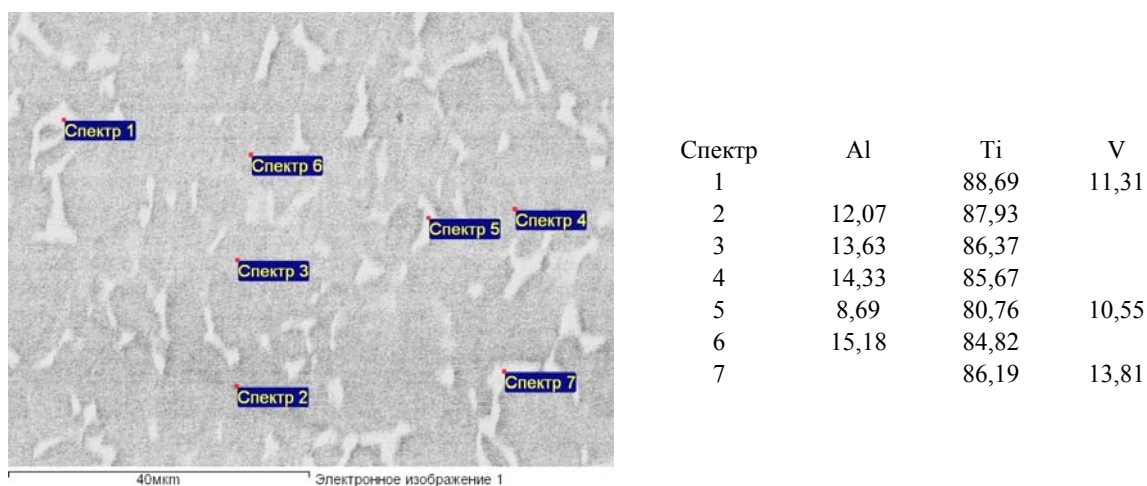
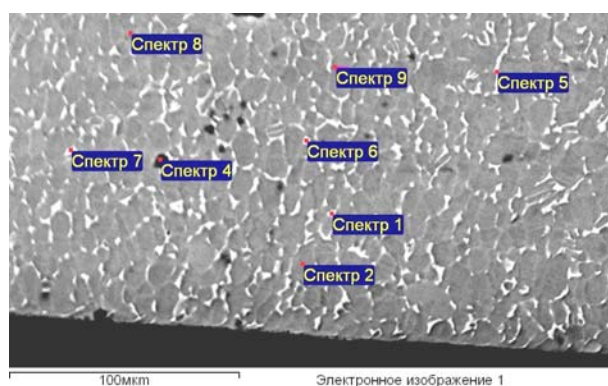


Рис. 13. Микроструктура и химический состав в спектрах (ат. %) сплава ВТ6 (графит, центр образца)

Fig. 13. Microstructure and chemical composition in spectra (at. %) of BT6 alloy (graphite, sample center)

Обнаружены зерна твердого раствора (спектр 2, рис. 13): 12,07 % алюминия; 87,93 % титана. Видны интерметаллиды: 88,69 % титана; 11,31 % ванадия (спектр 1); 8,69 % алюминия; 80,76 % титана; 10,55 % ванадия (спектр 5); 86,19 % титана; 13,81 % (ат.) ванадия (спектр 7).

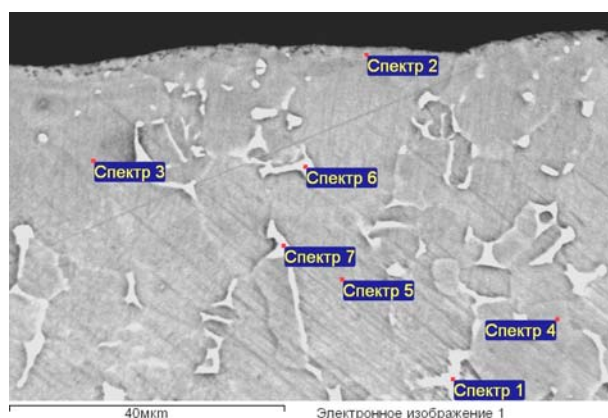
В структуре на рис. 14 видны зерна α -фазы (спектр 2: 78,68 % титана; 14,60 % алюминия). Выделения по границам зерен (спектр 1) – фаза, содержащая 12,32 % алюминия; 71,03 % титана; 10,58 % ванадия. Имеется фаза с кислородом (спектр 4): 77,26 % кислорода; 3,95 % алюминия; 12,64 % титана. Спектры 5, 6, 7 – фазы по границам зерен α – твердого раствора. Содержат 11,02–12,17 % алюминия; 68,73–70,66 % титана; 9,82–12,06 % ванадия. Спектр 8-фаза, содержащая 15,50 % алюминия и 78,80 % титана. Спектр 9 – твердый раствор на основе титана (90,23 % титана).



Спектр	O	Al	Ti	V
1		12,32	71,03	10,58
2		14,60	78,68	
4	77,26	3,95	12,64	
5		11,90	68,73	10,13
6		12,17	70,66	9,82
7		11,02	70,51	12,06
8		15,50	78,80	
9			90,23	

Рис. 14. Микроструктура и химический состав в спектрах (ат. %) альфированного слоя сплава BT6 (графит)

Fig. 14. Microstructure and chemical composition in the spectra (at. %) of the alphas layer of the alloy BT6 (graphite)



Спектр	Al	Ti	V
1	4,51	84,25	11,24
2	6,49	89,95	3,55
3	7,70	90,26	2,04
4	7,29	89,71	3,01
5	7,17	91,11	1,73
6	4,81	82,18	13,02
7	5,39	81,64	12,98

Рис. 15. Микроструктура и химический состав в спектрах (ат. %) альфированного слоя сплава BT6 (вакуум)

Fig. 15. Microstructure and chemical composition in the spectra (at. %) of the alphas layer of the BT6 alloy (vacuum)

В слое кислород не обнаружен (рис. 15). Выявлена область твердого раствора: 7,17 % алюминия; 91,11 % титана; 1,73 % ванадия (спектр 5). По границам видны интерметаллиды: 4,51 % алюминия; 84,25 % титана; 11,24 % ванадия (спектр 1); 4,81 % алюминия; 82,18 % титана; 13,02 % ванадия (спектр 6); 5,39 % алюминия; 81,64 % титана; 12,98 % (ат.) ванадия (спектр 7).

Ученые многих стран проявили интерес к изучению тройной диаграммы титан – алюминий – ванадий, так как сплавы этой системы важны для использования в различных областях современной промышленности. Так, в 2014 г. опубликована работа китайских учёных [21], в которой исследована тройная система Al–Ti–V. Выполнен анализ 42-х литературных источников. Приведены сведения о двойных системах Al–Ti, Ti–V, Al–V. Выполнено термодинамическое моделирование. Построены изотермические разрезы при 800, 900, 1000, 1100, 1200 °C. Получено хорошее соответствие между экспериментальными и расчетными данными. Уточнены фазы тройной системы. Авторы считают [21], что работа позволит разрабатывать новые сплавы на основе системы Al–Ti–V.

Рентгенофазовый анализ. Изучали порошки двух образцов после оксидирования по двум технологиям. Обнаружены оксиды TiO_2 , Ti_3O , Ti_6O_{11} и нитрид титана TiN (рис. 16). В образце, альфированном в графите, в поверхностном слое выявлены фазы TiO_2 , Ti_3O , TiN . В образце, альфированном в вакууме – TiO_2 и Ti_6O_{11} .

Также выполнен рентгенофазовый анализ в центре образца. Выявлены фазы $\text{Al}_3\text{Ti}_{17}$ ($(\text{Al},\text{V})_3\text{Ti}_{17}$) – 94,8 %; $\text{Ti}_{0.7}\text{V}_{0.3}$ – 5,2 % (рис. 17).

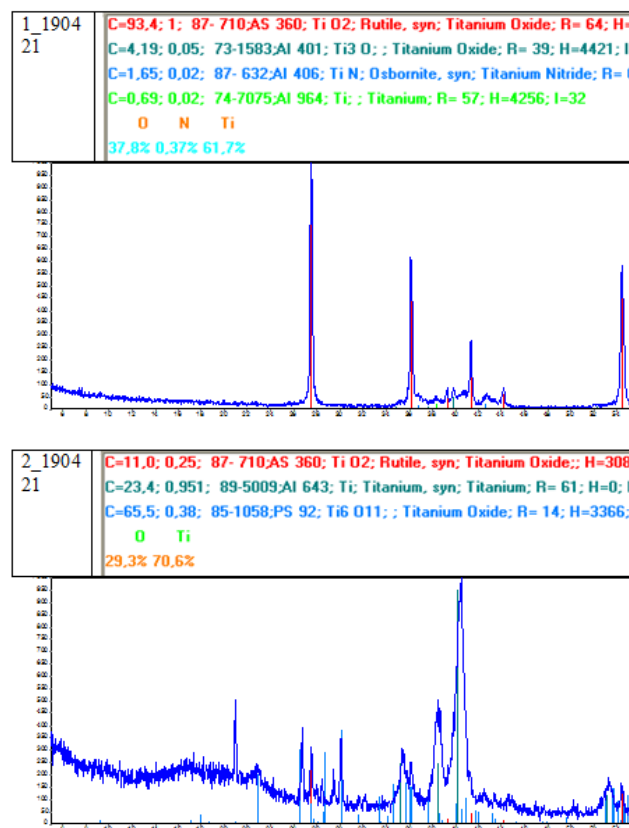


Рис. 16. Рентгенофазовый анализ сплава ВТ6 после альфирования в среде графита (1) и вакууме (2)

Fig. 16. X-ray phase analysis of BT6 alloy after alphonon in graphite medium (1) and in vacuum (2)

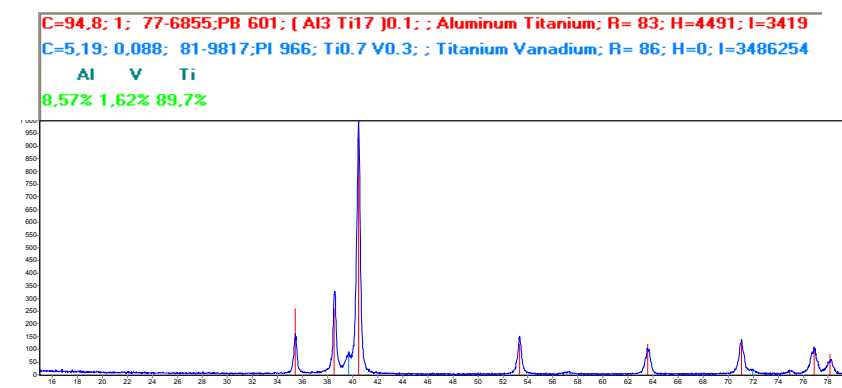


Рис. 17. Рентгенофазовый анализ сплава ВТ6 (центр)

Fig. 17. X-ray phase analysis of BT6 alloy (center)

Исследование микротвердости. Установлено, что химико-термическая обработка способствует существенному повышению микротвердости в диффузионном слое (рис. 18).

Альфирование в графите позволило получить микротвердость HV724 на расстоянии 10 мкм от поверхности. Затем значения микротвердости уменьшаются и при расстоянии 100 мкм микротвердость составляет HV315.

Альфирование в вакууме позволило получить микротвердость HV580 на расстоянии 10 мкм от поверхности. Затем значения микротвердости уменьшаются и при расстоянии 100 мкм микротвердость составляет HV320.

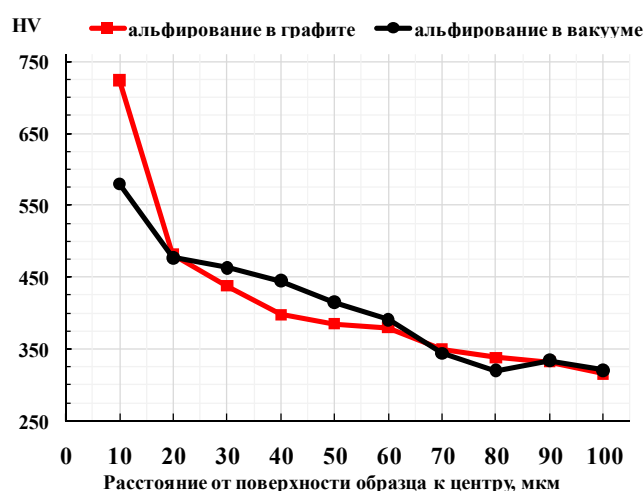


Рис. 18. Микротвердость альфированного сплава ВТ6

Fig. 18. Microhardness of the alphas alloy BT6

Исследование износостойкости. Результаты испытаний представлены на рис. 19.

Исследования позволили выяснить, что альфирование по двум технологиям обеспечивает износостойкость изделия, однако лучший результат получен после альфирования в вакууме.

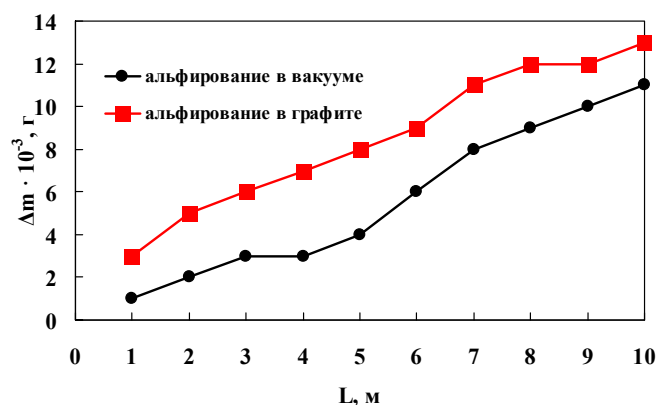


Рис. 19. Потеря массы образца (Δm) сплава ВТ6 при длине пути абразивного износа (L) 1–10 м после альфирования в графите и в вакууме

Fig. 19. Loss of sample mass (Δm) of BT6 alloy at abrasive wear path length (L) of 1–10 m after alfaifing in graphite and in vacuum

Заключение

1. Выяснен фазовый состав и структура сплава ВТ6 после альфирования:

– в диффузионном слое после альфирования в графите обнаружены фазы TiO_2 ; Ti_3O ; TiN , после альфирования в вакууме – TiO_2 ; Ti_6O_{11} ;

– в альфированном слое после обработки в графите выявлены зерна α – твердого раствора, интерметаллиды $Ti-Al-V$, $Ti-V$ и $Ti-Al$; после обработки в вакууме содержится больше титана, также выявлены участки со 100 % (ат.) титана, видна область твердого раствора (α) и интерметаллиды $Ti-Al-V$, $Ti-V$ и $Ti-Al$.

Толщина оксидированного слоя составляет в среднем 103,6 мкм (графит), а в вакууме – 66,8 мкм. Средний размер зерна в слое составляет 17,2 мкм (графит); 6,0 мкм (вакуум).

2. Установлено, что химико-термическая обработка (альфирование) способствует существенному повышению микротвердости в диффузионном слое.

Альфирование в графите позволило получить на поверхности HV724 (10 мкм). Затем значения микротвердости уменьшаются и при расстоянии 100 мкм микротвердость составляет HV315.

Альфирование в вакууме позволило получить на поверхности HV580 (10 мкм). Затем значения микротвердости уменьшаются и при расстоянии 100 мкм микротвердость составляет HV320.

3. Исследования позволили выяснить, что альфирование в графите и вакууме обеспечивает износостойкость изделия, однако лучший результат получен после альфирования в вакууме.

4. Альфирование по двум технологиям способствует получению диффузионных слоёв толщиной более 40 мкм (по требованию конструкторской документации), приводит к повышению микротвердости и износостойкости. Однако можно рекомендовать альфирование сплава ВТ6 проводить в вакууме, так как данную технологию осуществляют в течение 2 ч вместо 8 ч (в графите).

Библиографические ссылки

1. Металловедение титана и его сплавов / С. П. Белов, М. Я. Брун, С. Г. Глазунов и др. ; под ред. Глазунова С. Г. и Колачева Б. А. М. : Металлургия, 1992. 352 с.
2. Ильин А. А., Колачев Б. А., Полькин И. С. Титановые сплавы. Состав, структура, свойства. Справочник. М. : ВИЛС – МАТИ, 2009. 520 с.
3. Вульф Б. К. Термическая обработка титановых сплавов. М. : Металлургия, 1969. 376 с.
4. Титановые сплавы. Металлография титановых сплавов: монография / Е. А. Борисова, Г. А. Бочвар, М. Я. Брун и др.; отв. ред. С. Г. Глазунов, Б. А. Колачев. М. : Металлургия, 1980. 464 с.
5. Титановые сплавы. Полуфабрикаты из титановых сплавов: монография / В. К. Александров, Н. Ф. Аношкин, Г. А. Бочвар и др. М. : Металлургия, 1979. 512 с.
6. Сплавы цветных металлов для авиационной техники / В. М. Воздвиженский, А. А. Жуков, А. Д. Постнова, М. В. Воздвиженская ; под общ. ред. В. М. Воздвиженского. Рыбинск : РГАТА, 2002. 219 с.
7. Титан и его сплавы. М. : Изд-во АН СССР, 1958. Вып. 1. 209 с.
8. Титановые сплавы в машиностроении / Б. Б. Чечулин, С. С. Ушков, И. Н. Разуваева, В. Н. Гольдфайн. Л. – М. : Машиностроение, 1977. 248 с.
9. Petzow Ed. G., Effenberg G. Ternary Alloys // Weinheim. VCH, 1990. Vol. 3. P. 646.
10. Матчин И. Е. Альфирование титановых сплавов в вакууме // Решетневские чтения : материалы XXIII Междунар. науч.-практ. конф., посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М.Ф. Решетнева (11–15 ноября 2019, г. Красноярск) : в 2-х ч. Красноярск, 2019. Ч. 1. С. 262–263.
11. Чэн Жуй. Влияние альфирования и азотирования сплава ВТ6 на структуру, толщину покрытия и твердость зоны обработки // Студенческая научная весна 2017: Машиностроительные технологии : Всерос. науч.-техн. конф. студентов. М., 2017. С. 1–2.
12. Прокопьев И. В., Жуковский В. Б. Создание износостойкого покрытия деталей из титановых сплавов методом альфирования поверхности // Решетневские чтения : материалы XVII Междунар. науч. конф., посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева (12–14 ноября 2013, г. Красноярск) : в 2 ч. / под общ. ред. Ю. Ю. Логинова ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2013. Ч. 2. С. 435.
13. Пат. 2550674 Российская Федерация, МПК C22F 1/18, C23C 8/10. Способ получения износостойких покрытий на поверхности изделий из титана и его сплавов / Н. А. Андреева, Т. И. Днепровская, С.Н. Трусевич; заявитель и патентообладатель ОАО «Информационные спутниковые системы» им. ак. М.Ф. Решетнёва» – № 2013113437/02 ; заявл. 26.03.2013 ; опубл. 10.05.2015, Бюл. № 13. 6 с.

14. А.с. СССР 816195 А1, МПКС23С 8/10 (2006.01). Способ оксидирования титановых спутниковые системы» им. ак. М. Ф. Решетнёва» – № 2013113437/02 ; заявл. 26.03.2013; опубл. 10.05.2015, Бюл. № 13. 6 с. сплавов / Рыженков И. Н., Колачев Б. А., Данилов Ю. П., Киселева А. Б. (СССР). – № 2839586/02 : заявл. 19.11.1979 :опубл. 10.03.2006, Бюл. № 7. 1 с.
15. Siva Rama Krishna D., Brama Y. L., Sun Y. Thick rutile layer on titanium for tribological applications // Tribology International. 2007. Vol. 40. P. 329–334.
16. Effect of surface treatment by ceramic conversion on the fretting behavior of NiTi shape memory alloy / Н. Yang, Z. Qian, X. Ju. Zhou, Н. Don // Tribology Letters. 2007. Vol. 25, No. 3. P. 215–224.
17. ГОСТ 19807–91 Титан и сплавы титановые деформируемые. Марки. Взамен ГОСТ 19807-74; введ. 01.07.1992. М. : Стандартинформ, 1992. 6 с.
18. ГОСТ 9450–76 (СТ СЭВ 1195-78) Измерение микротвердости вдавливанием алмазных наконечников (с Изменениями N 1, 2). М. : Издательство стандартов, 1993. 31 с.
19. Диаграммы состояния двойных металлических систем: справочник. В 3 т. Т. 3. / под общ. ред. Н. П. Лякишева. М. : Машиностроение, 2001. 872 с.
20. Murray J. L., Wriedt H. A. // Bull. Alloy Phase Diagrams. 1987. Vol. 8, No. 2. P. 148–165.
21. Лившиц, Б. Г. Металлография. М. : Металлургия, 1990. 336 с.
22. Thermodynamic Modeling of the Al-Ti-V Ternary System / X. Lu, Na Gui, A. Qiu, G. Wu, C. Li. // Metallurgical and Materials Transactions A. 2014. 10 p.

References

1. Belov S. P., Brun M. Ya., Glazunov S. G. et al. *Metallvedenie titana i ego spлавov* [Metallurgy of titanium and its alloys]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1992, 352 p.
2. Il'in A. A., Kolachev B. A., Pol'kin I. S. *Titanovy'e splavy'. Sostav, struktura, svoystva. Spravochnik* [Titanium alloys. Composition, structure, properties. Handbook]. Moscow, VILS-MATI Publ., 2009, 520 p.
3. Vul'f B. K. *Termicheskaya obrabotka titanovy'kh spлавov* [Heat treatment of titanium alloys]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1969, 376 p.
4. Borisova E.A., Bochvar G.A., Brun M. Ya. et al. *Titanovy'e splavy'. Metallografiya titanovy'kh spлавov: monografiya* [Titanium alloys. Metallography of titanium alloys: monograph]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1980, 464 p.
5. Aleksandrov V. K., Anoshkin N. F., Bochvar G. A. et al. *Titanovy'e splavy'. Polufabrikaty' iz titanovy'kh spлавov: monografiya* [Titanium alloys. Semi-finished products from titanium alloys: monograph]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1979, 512 p.
6. Vozdvizhenskij V. M., Zhukov A. A., Postnova A. D., Vozdvizhenskaya M. V. Pod obshh. red. V. M. Vozdvizhenskogo. *Splavy' czvetny'kh metallov dlya aviacionnoj tekhniki* [Non-ferrous metal alloys for aviation technology]. Ry'binsk: RGATA Publ., 2002, 219 p.
7. *Titan i ego splavy* [Titanium and its alloys]. Moscow, Izdatel'stvo AN SSSR Publ., No. 1, 1958, 209 p.
8. Chechulin B. B., Ushkov S. S., Razuvaeva I. N., Gol'dfajn V. N. *Titanovy'e splavy' v mashinostroenii* [Titanium alloys in mechanical engineering]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1977, 248 p.
9. Petzow Ed. G., Effenberg G. *Troyney splavy* [Ternary Alloys]. Weinheim, VCH, 1990, Vol. 3, 646 p.
10. Matchin I. E. [Alfaling of titanium alloys in vacuum]. *Materialy XXIII Mezhdunar. nauch. konf. "Reshetnevskie chteniya"* [Materials XXIII Intern. Scientific. Conf "Reshetnev reading"]. Krasnoyarsk, 2019, Ch. 1. P. 262–263. (In Russ.)
11. Che'n Zhuj [Influence of alphanizing and nitriding of BT6 alloy on the structure, coating thickness and hardness of the processing zone]. *Materialy Vserossiyskaya nauchno-tekhnicheskaya*

konferenciya studentov. Studencheskaya nauchnaya vesna 2017: Moskovskiy gosudarstvennyy tekhnicheskij universitet im. N. E. Baumana. Moscow, 2017, P. 1–2. (In Russ.)

12. Prokop'ev I. V., Zhukovskiy V. B. [Creation of wear-resistant coating of titanium alloy parts by surface alphonizing] *Materialy XVII Mezhdunar. nauch. konf. "Reshetnevskie chteniya"* [Materials XVII Intern. Scientific. Conf "Reshetnev reading"]. Krasnoyarsk, 2013, Ch. 2. P. 435. (In Russ.)

13. Andreeva N. A., Dneprovskaya T.I., Trusevich S.N. *Sposob polucheniya iznosostojkikh pokry'tiy na poverkhnosti izdeliy iz titana i ego splavov* [Method of obtaining wear-resistant coatings on the surface of products made of titanium and its alloys]. Patent RF, No. 2550674, 2015.

14. Ry'zhenkov I. N., Kolachev B. A., Danilov Yu. P., Kiseleva A. B. *Sposob oksidirovaniya titanovy'kh splavov* [Method of oxidation of titanium alloys]. A.s. SSSR, No. 816195, 1979 (2006).

15. Siva Rama Krishna D., Brama Y. L., Sun Y. [Thick rutile layer on titanium for tribological applications]. *Tribology International*. 2007, Vol. 40, P. 329–334.

16. Yang H., Qian Z., Zhou X. Ju, Don H. [Effect of surface treatment by ceramic conversion on the fretting behavior of NiTi shape memory alloy]. *Tribology Letters*. 2007, Vol. 25, No. 3, P. 215–224.

17. *GOST 19807–91. Titan i splavy' titanovy'e deformiruemye. Marki* [Titanium and titanium alloys are deformable. Brand]. Moscow, Standartinform Publ., 1992. 6 p.

18. *GOST 9450–76. Izmerenie mikrotverdsti vdavlivaniem almazny'kh nakonechnikov (s Izmeneniyami N 1, 2)* [Measurement of microhardness by indentation of diamond tips (with Changes N 1, 2)]. Moscow, Standartinform Publ., 1993. 31 p.

19. *Diagrammy' sostoyaniya dvoyny'kh metallicheskich sistem: spravochnik: V 3t.: T.3. Kn.1 / pod obshh. red. N. P. Lyakisheva*. [Diagrams of the state of double metal systems: handbook: B 3t.: T.3. Kn.1 / pod obshch. red. N. P. Lyakisheva]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2001, 872 p.

20. Murray J. L., Wriedt H. A. *Bull. Alloy Phase Diagrams*. 1987, Vol. 8, No. 2, P. 148–165.

21. Livshits, B. G. *Metallography*. Moscow, Metallurgy Publ., 1990, 336 p.

22. Lu X., Gui Na, Qiu A., Wu G., Li C. [Thermodynamic Modeling of the Al-Ti-V Ternary System]. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 2014, August, 10 P. DOI: 10.1007 / s11661-014-2317-y.

© Лекарев А. В., Юрчук Л. И., Меркулова Г. А., 2023

Лекарев Александр Владимирович – главный металлург; АО «Красноярский машиностроительный завод». E-mail: racerlec@mail.ru.

Юрчук Лев Игоревич – инженер; Институт химии и химической технологии СО РАН. E-mail: yurchuk.lev@yandex.ru.

Меркулова Галина Александровна – кандидат технических наук, доцент, кафедра металловедения и термической обработки металлов имени В. С. Биронта; институт цветных металлов и материаловедения, Сибирский федеральный университет. E-mail: gam1602@mail.ru.

Lekarev Alexander Vladimirovich – Chief Metallurgist, JSC “Krasnoyarsk Machine-Building Plant”. E-mail: racerlec@mail.ru.

Yurchuk Lev Igorevich – Engineer; Institute of Chemistry and Chemical Technology SB RAS. E-mail: yurchuk.lev@yandex.ru.

Merkulova Galina Alexandrovna – Cand. Sc., Associate Professor, Department of Metal Science and Heat Treatment of Metals named after V. S. Biront; Institute of Non-Ferrous Metals and Materials Science, Siberian Federal University. E-mail: gam1602@mail.ru.

УДК 62.437

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-605-612

Для цитирования: Методика выбора материала оснастки для изготовления элементов конструкции летательных аппаратов / К. В. Файзуллин, М. П. Данилаев, А. В. Поляев и др. // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 605–612. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-605-612.

For citation: Faizullin K. V., Danilaev M. P., Polyayev A. V. et al. [Tool material selection methodology for aircraft elements design]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 605–612. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-605-612.

Методика выбора материала оснастки для изготовления элементов конструкции летательных аппаратов

К. В. Файзуллин, М. П. Данилаев*, А. В. Поляев, С. А. Сёмин, Т. И. Ракипов

Казанский национальный исследовательский технический университет
имени А. Н. Туполева – КАИ (КНИТУ – КАИ)

Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10

*E-mail: danilaev@mail.ru

Развитие современных материалов и технологий изготовления элементов конструкций летательных аппаратов из полимерных композиций требует обоснования выбора технологической оснастки. Основными критериями выбора материала технологической оснастки являются физико-технические характеристики материала, обеспечение требуемых точностей изготовления оснастки, а также экономическая целесообразность. Выбор материала оснастки зависит от технологии изготовления элементов конструкции из полимерных композиционных материалов. В работе представлена методика выбора материала оснастки для изготовления деталей методом вакуумной инфузии. Представлены результаты сравнительного анализа типовых материалов оснастки, используемых в производстве. Показано, что основными критериями при проведении сопоставительного анализа являются: температура эксплуатации, стойкость к воздействию растворителей, устойчивость к механическим воздействиям; ремонтпригодность; значение коэффициента линейного температурного расширения (КЛТР); стабильность геометрии оснастки и ее герметичность. Результаты сопоставительного анализа показали, что для изготовления оснастки, при использовании в технологическом процессе высоких температур, наиболее целесообразными являются металлы и углепластик. В работе представлен алгоритм выбора материала оснастки для изготовления деталей из полимерных композиционных материалов. Отмечено, что при изготовлении элементов конструкции на основе стеклопластика и углепластика материал оснастки следует выбирать такой же, что и у детали. Это позволяет, во-первых, обеспечить одинаковые КЛТР, что важно при горячем формовании детали, а, во-вторых, устранить коробление детали в процессе ее остывания на оснастке. Однако достижение заданных точностей такой оснастки требует учета обработки оснастки гелькоутом после ее изготовления. В работе приведен подход к количественной оценке экономической целесообразности выбора материала оснастки. Показано, что только совокупность технических, технологических и экономических факторов позволяет обосновать целесообразность используемого материала оснастки для конкретного производства элементов конструкции летательного аппарата.

Ключевые слова: инфузия, материал оснастки, элементы конструкции летательного аппарата.

Tool material selection methodology for aircraft elements design

K. V. Faizullin, M. P. Danilaev^{*}, A. V. Polyayev, S. A. Semin, T. I. Rakipov

State Budgetary Educational Institution of Higher Education Kazan National Research Technical University
named after A. N. Tupolev – KAI (KNRTU – KAI)
10, K. Marx St., Kazan, 420111, Russian Federation

^{*}E-mail: danilaev@mail.ru

The technology and technological equipment selection have to be substantiating for the modern materials for product the aircraft construction elements from polymer composition. The physical and technical characteristics of the material, ensuring the required accuracy of manufacturing equipment, as well as economic feasibility are the main criteria for choosing the material of technological equipment. The material equipment choosing is depends on the polymer composite construction technology manufacturing. The methodic of rigging materials selection for aircraft constriction elements production from polymer composition by vacuum infusion is considered in that paper. The results of a comparative analysis of typical materials equipment used in production are presented are considered in that paper. It is shown that the main criteria for a comparative analysis are: temperature, resistance to solvents, resistance to mechanical stress; maintainability; the value of the coefficient of linear thermal expansion; the stability of the geometry of the equipment and its tightness. It was showing that the metals and carbon fiber composite are the most appropriate for equipment manufacture that used in high temperature processes manufacturing composite components. The materials equipment algorithm choosing for polymer composite components manufacturing is considered in that paper. It is noted that the same material have to be choosing for equipment manufacturing as the carbon fiber or fiberglass polymer composite component. This allows to ensure the same CLTE, which is important in hot forming of the composite component, and to eliminate warping of the composite component during its cooling on the equipment. However, the equipment gelcoat processing has to be taking into account for specified accuracy achievement. The quantitative assessment of the economic feasibility of material equipment choosing is considered in that paper. It is shown that only a combination of technical, technological and economic factors makes it possible to substantiate the expediency of the rigging material used for the specific production of aircraft construction elements.

Keywords: Infusion, rigging material, aircraft structural elements.

Введение

Технология инфузии получила широкое распространение при изготовлении элементов конструкции летательных аппаратов (ЛА) из полимерных композиционных материалов (ПКМ) [1–5]. Причем, эту технологию используют для изготовления как силового набора ЛА (шпангоуты, невелюры) [6], так и для изготовления обшивок и даже интерьеров ЛА [2; 7]. Данный метод изготовления элементов конструкций ЛА позволяет обеспечить наименьшее количество дефектов (пустоты, поры) в слоях ПКМ при относительно невысокой стоимости технологического оснащения [1; 4; 5]. Повышение требований к точности изготовления деталей из ПКМ, применение новых компонентов ПКМ (смолы, тканые и нетканые материалы), а также экономические аспекты, например, в части серийности изделий, требуют пересмотра методики выбора материала оснастки при использовании технологии инфузии. Применяемые в настоящее время материалы оснастки обладают различными показателями физико-технических характеристик. Например, оснастки из древесноволокнистой плиты средней плотности (МДФ) обладают хорошей обрабатываемостью, но плохой стойкостью к воздействию внешних факторов (температура, влажность и пр.). Оснастки из металлов, например, дюралюминия, обладают зеркальными характеристиками: сложнее в обработке, но стойки к внешним воздействиям [8–10].

В настоящее время отсутствуют четкие методические рекомендации по выбору материала оснастки с учетом экономической целесообразности и их физико-технических характеристик.

При изготовлении серийных изделий влияние стоимости оснастки снижается в зависимости от увеличения объёма изготавливаемых на ней изделий [11; 12]. Однако при этом одновременно возрастает износ оснастки, который может привести к существенному снижению точности элементов конструкции ЛА. Целью настоящей работы является разработка методики выбора материала оснастки для изготовления элементов конструкции ЛА методом вакуумной инфузии.

Методика исследований

Выбор материала оснастки предполагает формализацию критериев, по которым такой выбор будет осуществляться. Основными, практически важными, критериями являются: температура эксплуатации, стойкость к воздействию растворителей, устойчивость к механическим воздействиям; ремонтпригодность; значение коэффициента линейного температурного расширения (КЛТР); стабильность геометрии оснастки и ее герметичность [1, 13, 14]. Выбор этих критериев обусловлен, в том числе, следующими соображениями.

Температура эксплуатации оснастки. Температурные режимы изготовления элементов конструкции ЛА методом вакуумной инфузии определяются типами используемых смол и технологиями их полимеризации [1; 3; 4]. Например, при изготовлении изделий с использованием эпоксидного связующего Т0200 (ТУ 2257-055-59846689-2016, ООО «Итекма», Россия) осуществляют нагрев до 180 °С для полимеризации смолы. При этом материал оснастки должен не только выдержать такую температуру и не подвергнуться деструкции, но и сохранять форму с заданной точностью.

Стойкость к химическому воздействию. Оснастка не должна повреждаться растворителями или специализированными разделительными составами. Оснастка должна легко очищаться от остатков смолы и разделительных антиадгезивных составов с помощью растворителей, рекомендуемых для смол.

Устойчивость к механическим воздействиям и ремонтпригодность. Оснастка должна быть стойкой к внешним механическим воздействиям. Причем материал оснастки должен допускать возможность ремонта рабочей поверхности в случае ее повреждения, например, истирания или появления сколов в процессе ее эксплуатации.

Требование низкого значения КЛТР обусловлено использованием высокотемпературных процессов полимеризации заготовок готовых изделий. Причем КЛТР материала оснастки должен быть близок к КЛТР полимерного композиционного материала изделия. Следует отметить, что учёт расширения оснастки в процессе нагрева не гарантирует отсутствие короблений детали после формования [15].

Герметичность. Вакуумирование подготовленной заготовки изделия при ее изготовлении методом вакуумной инфузии требует высокой герметичности материала оснастки. Наличие пор в материале оснастки может привести к появлению дефектов (пузырьков, пор) в конечном изделии.

Результаты и их обсуждение

Сопоставительный анализ часто используемых материалов оснастки представлен в таблице.

В таблице приняты следующие обозначения: «+» – критерий выполняется; «±» – критерий выполняется частично; «–» – критерий не выполняется; k – максимальное количество деталей, которое может быть изготовлено на данной оснастке с учетом ее износа. Стоимость изготовления оснастки приведена относительно оснастки из МДФ с размерами 2×2×2 м.

Анализ существующих на рынке материалов для изготовления оснастки показывает, что при использовании в технологическом процессе высоких температур наиболее целесообразными являются металлы и углепластик. Алгоритм выбора материала оснастки для изготовления элементов конструкции ЛА из ПКМ методом вакуумной инфузии представлен на рис. 1.

Сопоставительный анализ материалов оснастки

	МДФ	Модельный пластик	Дюралюминий (Д16Т)	Сплав Инвар	Стеклопластик	Углепластик
Стойкость к температуре	–	±	+	+	–	+
Стойкость к растворителям	±	±	+	+	±	±
Стойкость к механическим воздействиям	–	–	±	+	±	±
Ремонтопригодность	±	+	±	±	+	+
КЛТР	±	–	–	+	±	+
Стабильность геометрии	–	±	+	+	±	±
Герметичность	–	±	+	+	±	±
Приведенная стоимость изготовления оснастки (E)	1,0	2,5±0,3	10,0±1,0	20,0±2,0	7,0±0,7	10,0±1,0
k	1	3	200	300	70	100

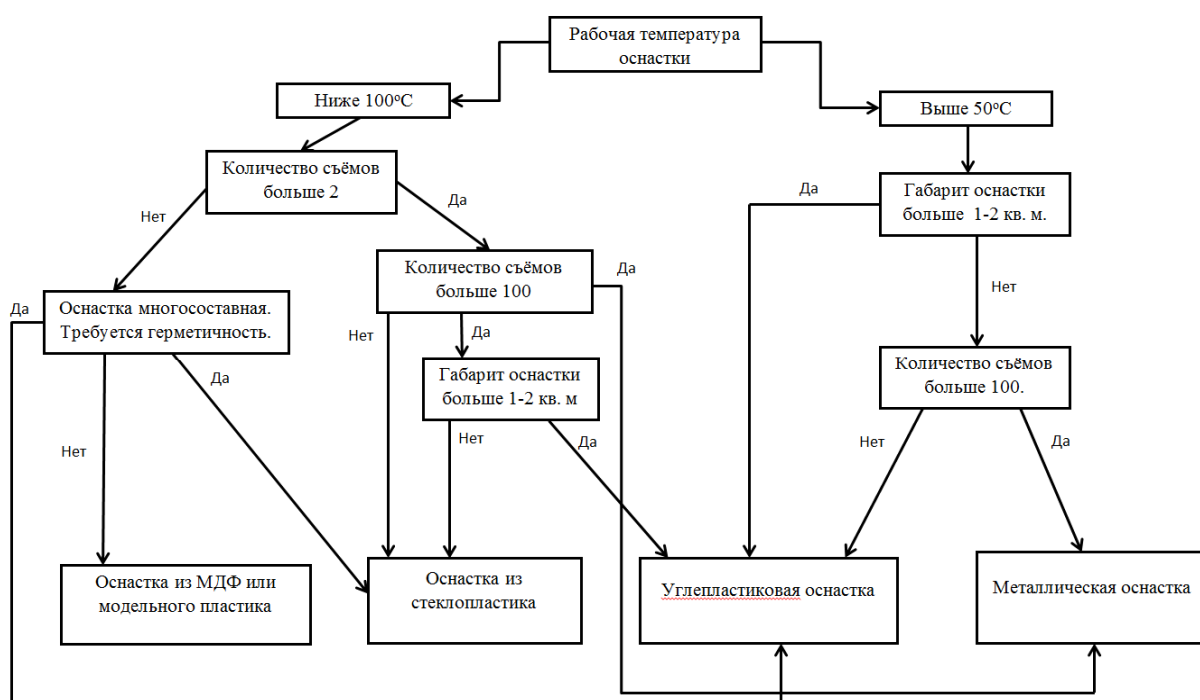


Рис. 1. Алгоритм выбора материала оснастки для изготовления элементов конструкции ЛА из ПКМ

Fig. 1. Algorithm of material equipment's selection for aircraft component manufacturing from composite

Тем не менее следует отметить перспективность использования модельного пластика в качестве материала оснастки. По сути, модельный пластик представляет собой полимерный композиционный материал с дисперсным наполнением. В качестве связующего в этом материале обычно используются полиуретаны различных марок. За счет выбора наполнителя, его концентрации, а также марки полиуретана возможно обеспечить характеристики, удовлетворяющие заданным требованиям технологического процесса. В настоящее время на рынке представлены, в основном, зарубежные марки модельного пластика, которые далеко не всегда удовлетворяют требованиям производства. Например, значительный КЛТР по сравнению с углепластиком и

наличие открытых ячеек (пор) (см. таблицу) требуют дополнительных затрат на изготовление технологической оснастки. Пример изготовления оснастки из модельного пластика представлен на рис. 2.

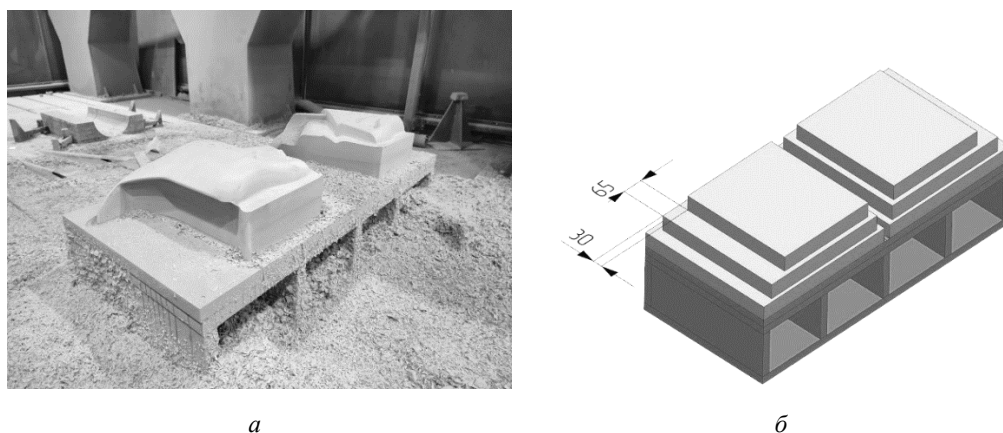


Рис. 2. Изготовление оснастки из модельного пластика:

a – заготовка мастер-модели на станке с ЧПУ; *б* – заготовка для изготовления мастер-модели из модельного пластика на каркасе из МДФ

Fig. 2. Equipment manufacturing from model plastic:

a – blank master model; *b* – blank for the master model manufacturing from MDF

Отдельно следует отметить, что при изготовлении элементов конструкции из стеклопластика и углепластика материал оснастки следует выбирать такой же, что и у детали. Это позволяет, во-первых, обеспечить одинаковые КЛТР, что важно при горячем формовании детали, а во-вторых, устранить коробление детали в процессе ее остывания на оснастке. Однако даже в этом случае не всегда удастся обеспечить высокую точность заданных размеров деталей. Например, это может быть связано с использованием «гелькоута» в структуре такой оснастки в отличие от мастер-модели, на которой она располагается (рис. 3).



Рис. 3. Оснастка из углепластика

Fig. 3. Carbon fiber composite equipment

Это, в свою очередь, повышает требования к точности изготовления оснастки, а, следовательно, следует ожидать повышения ее стоимости.

При оценке экономической целесообразности при выборе материала оснастки следует учитывать не только ее приведенную стоимость E (см. таблицу), но и себестоимость (Σ) партии деталей, изготовленных с ее использованием:

$$\Sigma = X \cdot n + \frac{k - n + 1}{k} \cdot Y, \quad (1)$$

где X – себестоимость одной детали, Y – себестоимость одной оснастки для изготовления таких деталей, n – количество изготовленных деталей. Например, при себестоимости элемента конструкции ЛА $X = 200\,000$ руб, стоимости оснастки из модельного пластика $Y_{\text{МП}} = 50\,000$ руб, из углепластика $Y_{\text{УП}} = 150\,000$ руб себестоимость партии деталей в 50 шт. составит: $\Sigma \text{УП} = 10'076'500$ руб, $\Sigma \text{МП} = 10'533'333$ руб.

Заключение

Проведенный сопоставительный анализ материалов оснастки для изготовления деталей методом вакуумной инфузии позволил формализовать методику выбора материала, наилучшим образом удовлетворяющего требуемым критериям. Следует отметить, что только совокупность технических, технологических и экономических факторов позволяет обосновать целесообразность используемого материала оснастки для конкретного производства элементов конструкции ЛА.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках исполнения обязательств по Соглашению номер 1022041100774-3 / 1022041100496-8 от 03.06.2022.

Acknowledgements

This work was carried out by Russian Ministry of Science and Higher Education Grant No 1022041100774-3 / 1022041100496-8 of 03.06.2022.

Библиографические ссылки

1. Особенности изготовления полимерных композиционных материалов методом вакуумной инфузии / М. И. Душин, Л. В. Чурсова, А. В. Хрульков, Д. И. Коган // Вопросы материаловедения. 2013. № 3. С. 33–40.
2. Изготовление стеклопластиковых обшивок методом вакуумной инфузии с использованием эпоксигидридного связующего и полупроницаемой мембраны / М. М. Григорьев, А. В. Хрульков, Я. М. Гуревич, Н. Н. Панина // Тр. ВИАМ. 2014. № 2. С. 4–8.
3. Донецкий К. И., Усачева М. Н., Хрульков А. В. Методы инфузии для изготовления полимерных композиционных материалов (обзор). Ч. 1 // Труды ВИАМ. 2022. № 6. С. 58–67.
4. Методы инфузии для изготовления полимерных композиционных материалов (обзор). Ч. 2 / А. В. Хрульков, К. И. Донецкий, М. Н. Усачева, А. Н. Горянский // Тр. ВИАМ. 2022. № 7. С. 50–62.
5. Мостовые конструкции из композитов / А. Е. Ушаков, Ю. Г. Кленин, Т. Г. Сори́на и др. // Композиты и наноструктуры. 2009. № 3. С. 25–37.
6. Проектирование и оптимизация технологического процесса вакуумной инфузии для изготовления кузова вагона-хоппера из полимерных композиционных материалов / А. Е. Ушаков, А. А. Сафонов, И. В. Сергеичев и др. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 3. С. 102–109.
7. Руденко М. С., Михеев А. Е., Гирн А. В. Технология изготовления сотовых заполнителей из полимерных композиционных материалов // Сибирский аэрокосмический журнал. 2021. Т. 22, № 2. С. 391–397.

8. Комаров В. А., Куркин Е. И., Кузнецов А. С. Исследование и модификация оснастки и формообразующей поверхности с целью повышения точности изготовления деталей методом вакуумной инфузии // Изв. Самарского науч. центра РАН. 2013. Т. 15, № 6-3. С. 710–717.
9. Янович А. Современные композитные материалы для производства оснастки // Композитный мир. 2016. № 6. С. 36–40.
10. Исследования и разработка автоклавных и безавтоклавных технологий формования ПКМ / А. В. Хрульков, М. И. Душин, Ю. О. Попов, Д. И. Коган // Авиационные материалы и технологии. 2012. № 5. С. 292–301.
11. Исследование свойств полимерного композиционного материала для изготовления пресс-форм ЛГМ / Шаршин В. Н., Кечин В. А., Сухоруков Д. В., Сухорукова Е. В., Середа Е. В. // Литейщик России. 2011. № 12. С. 40–42.
12. Дектярев А. В., Морозов В. Н. Техничко-экономическое обоснование внедрения аддитивных технологий в отечественную судостроительную промышленность // Гипотеза. 2018. № 3. С. 15–24.
13. Андреев А. В., Петропольский В. С. Оптимизация выбора материала мастер-моделей для изделий из полимерных композиционных материалов в условиях единичного и опытного производства в изделиях авиационной техники // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. 2015. № 2. С. 20–28.
14. Моделирование влияния оснастки на конечную форму изделий из полимерного композита / М. В. Козлов, С. В. Шешенин, И. В. Макаренко, Д. А. Белов // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 2. С. 145–161.
15. Карташова Е. Д., Муйземнек А. Ю. Технологические дефекты полимерных слоистых композиционных материалов // Изв. вузов. Поволжский регион. Технические науки. 2017. Т. 42, № 2. С. 79–89.

References

1. Dushin M. I., Chursova L. V., Khrul'kov A. V., Kogan D. I. [Peculiarities of production of polymer composites by vacuum infusion method]. *Voprosy materialovedeniya*. 2013, No. 3, P. 33–40 (In Russ.).
2. Grigor'ev M. M., Khrul'kov A. V., Gurevich Ya. M., Panina N. N. [Production of fiberglass liners by vacuum infusion using an epoxy-hydride binder and a semi-permeable membrane]. *Trudy VIAM*. 2014, No. 2, P. 4–8 (In Russ.).
3. Donetskiy K. I., Usacheva M. N., Khrul'kov A. V. [Infusion methods for the production of polymer composites (review). Part 1]. *Trudy VIAM*. 2022, No. 6, P. 58–67 (In Russ.).
4. Khrul'kov A. V., Donetskiy K. I., Usacheva M. N., Goryanskiy A. N. [Infusion methods for the manufacture of polymer composites (Review). Part 2]. *Trudy VIAM*. 2022, No. 7, P. 50–62 (In Russ.).
5. Ushakov A. E., Klenin Yu. G., Sorina T. G. et al. [Composite bridge structures]. *Kompozity i nanostruktury*. 2009, No. 3, P. 25–37 (In Russ.).
6. Ushakov A. E., Safonov A. A., Sergeichev I. V. et al. [Design and optimization of vacuum infusion process for manufacturing of hopper body made of polymer composites]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*. 2015, No. 3, P. 102–109 (In Russ.).
7. Rudenko M. S., Mikheev A. E., Girn A. V. [Technology of honeycomb core production from polymer composites]. *Sibirskiy aerokosmicheskiy zhurnal*. 2021, Vol. 22, No. 2, P. 391–397 (In Russ.).
8. Komarov V. A., Kurkin E. I., Kuznetsov A. S. [Research and modification of tooling and forming surface in order to improve the accuracy of parts manufacturing by vacuum infusion]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk*. 2013, Vol. 15, No. 6-3, P. 710–717 (In Russ.).
9. Yanovich A. [Modern composite materials for tooling production]. *Kompozitnyy mir*. 2016, No. 6, P. 36–40 (In Russ.).

10. Khrul'kov A. V., Dushin M. I., Popov Yu. O., Kogan D. I. [Research and development of autoclave and non-autoclave technologies for PCM molding]. *Aviatsionnye materialy i tekhnologii*. 2012, No. 5, P. 292–301 (In Russ.).
11. Sharshin V. N., Kechin V. A., Sukhorukov D. V. et al. [Study of the properties of polymer composite material for the production of LGM molds]. *Liteyshchik Rossii*. 2011, No. 12, P. 40–42 (In Russ.).
12. Dektyarev A. V., Morozov V. N. [Feasibility study on the implementation of additive technologies in the domestic shipbuilding industry]. *Gipoteza*. 2018, No. 3, P. 15–24 (In Russ.).
13. Andreev A. V., Petropol'skiy V. S. [Optimization of material selection of master models for polymer composite products in the conditions of single and pilot production in the products of aeronautical engineering]. *Voprosy proektirovaniya i proizvodstva konstruktsiy letatel'nykh apparatov*. 2015, No. 2, P. 20–28 (In Russ.).
14. Kozlov M. V., Sheshenin S. V., Makarenko I. V., Belov D. A. [Modeling the influence of tooling on the final shape of polymer composite products]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred*. 2016, Vol. 9, No. 2, P. 145–161 (In Russ.).
15. Kartashova E. D., Muyzemnek A. Yu. [Technological defects in polymer layered composites]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki*. 2017, Vol. 42, No. 2, P. 79–89 (In Russ.).

© Файзуллин К. В., Данилаев М. П., Поляев А. В., Сёмин С. А., Ракипов Т. И., 2023

Файзуллин Константин Владимирович – кандидат технических наук, заместитель начальника управления научно-исследовательской работы (УНИР); Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева – КАИ. E-mail: KV Fayzullin@kai.ru.

Данилаев Максим Петрович – доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской междисциплинарной лабораторией; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева – КАИ. E-mail: danilaev@mail.ru.

Поляев Арсений Валерьевич – начальник НИЛ «СЦК «Технологии композитов»; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева – КАИ. E-mail: AVPolyaev@kai.ru.

Сёмин Никита Александрович – инженер НИЛ «СЦК «Технологии композитов»; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева – КАИ. E-mail: NASyemin@kai.ru.

Ракипов Тимур Ильшатovich – инженер НИЛ «СЦК «Технологии композитов»; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А. Н. Туполева – КАИ. E-mail: TIRakipov@dckai.ru.

Faizullin Konstantin Vladimirovich – Cand. Sc., Deputy Head of UNIR; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev – KAI. E-mail: KV Fayzullin@kai.ru.

Danilaev Maksim Petrovich – Dr. Sc., Professor, Head of the Interuniversity Interdisciplinary Laboratory; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev – KAI. E-mail: danilaev@mail.ru.

Polyaev Arseniy Valer'evich – header RL “SCC “Composite technologies”; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev – KAI. E-mail: AVPolyaev@kai.ru.

Semin Nikita Aleksandrovich – engineer RL “SCC “Composite technologies”; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev – KAI. E-mail: NASyemin@kai.ru.

Rakipov Timur Il'shatovich – engineer RL “SCC “Composite technologies”; Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev – KAI. E-mail: TIRakipov@dckai.ru.

УДК 537.312:538.911'956

Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-613-620

Для цитирования: Харьков А. М., Ситников М. Н., Аплеснин С. С. Магнитоимпеданс в нестехиометричном сульфиде марганца // Сибирский аэрокосмический журнал. 2023. Т. 24, № 3. С. 613–620. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-613-620.

For citation: Kharkov A. M., Sitnikov M. N., Aplesnin S. S. [Magnetic impedance in nonstichiometric manganese sulfide]. *Siberian Aerospace Journal*. 2023, Vol. 24, No. 3, P. 613–620. Doi: 10.31772/2712-8970-2023-24-3-613-620.

Магнитоимпеданс в нестехиометричном сульфиде марганца

А. М. Харьков, М. Н. Ситников, С. С. Аплеснин

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева
Российская Федерация, 660037, г. Красноярск, просп. им. газ. «Красноярский Рабочий», 31
E-mail: khark.anton@mail.ru

Исследуется роль дефектов на динамические характеристики сульфида марганца методом импедансной спектроскопии в интервале частот 10^2 – 10^6 Гц и температур 80–500 К. Нестехиометрия играет важную роль в формировании новых транспортных и магнитных свойств, так как приводит к электрически неоднородным состояниям. Фазовый состав и кристаллическая структура нестехиометричного сульфида марганца исследовались на рентгеновской установке ДРОН-3 с использованием SiK_α – излучения при комнатной температуре. Согласно рентгеноструктурному анализу, синтезированные соединения являются однофазными и имеют кубическую решетку типа NaCl. Из частотных зависимостей компонент импеданса, измеренных без поля и в магнитном поле, найдено время релаксации носителей тока в модели Дебая. Обнаружено резкое уменьшение времени релаксации и ее корреляция с проводимостью. Установлен вклад в импеданс активной и реактивной частей импеданса на частотах меньше и больше времени релаксации. Определена емкость из годографа импеданса в модели эквивалентных схем. В дефектном сульфиде марганца импеданс от температуры имеет активационный характер. Определена энергия активации в интервале 250–500 К, которая приписывается энергии возбуждения решеточных поляронов. Влияние магнитного поля на динамические характеристики носителей тока исследовалось в результате изменения компонент импеданса в магнитном поле при фиксированных температурах. Импеданс увеличивается в магнитном поле и достигает максимума в области температуры зарядового упорядочения вакансий. Увеличение импеданса в магнитном поле объясняется уменьшением диагональной компоненты диэлектрической проницаемости в магнитном поле в электрически неоднородной среде. Экспериментальные данные объясняются в модели Дебая.

Ключевые слова: полупроводники, импеданс, магнитоимпеданс, модель Дебая.

Magnetic impedance in nonstichiometric manganese sulfide

A. M. Kharkov, M. N. Sitnikov, S. S. Aplesnin

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology
31, Krasnoyarskii Rabochii prospekt, Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation
E-mail: khark.anton@mail.ru

The role of defects on the dynamic characteristics of manganese sulfide is studied by impedance spectroscopy in the frequency range 10^2 – 10^6 Hz and temperatures 80–500 K. Nonstoichiometry plays an important role in the formation of new transport and magnetic properties, as it leads to electrically inhomogeneous states. The phase composition and crystal structure of nonstoichiometric manganese

sulfide were studied on a DRON-3 X-ray unit using CuK_α – radiation at room temperature. According to X-ray diffraction analysis, the synthesized compound is single-phase and has a NaCl-type cubic lattice. From the frequency dependences of the impedance components measured in the absence of a field and in a magnetic field, the relaxation time of the current carriers in the Debye model is found. A sharp decrease in the relaxation time and its correlation with conductivity were found. The contribution to the impedance of the active and reactive parts of the impedance at frequencies below and above the relaxation time is established. The capacitance from the impedance hodograph in the equivalent circuit model is determined. In defective manganese sulfide, the temperature-dependent impedance has an activation character. The activation energy is determined in the range 250–500 K, which is attributed to the excitation energy of lattice polarons. The effect of a magnetic field on the dynamic characteristics of current carriers was studied as a result of a change in the impedance components in a magnetic field at fixed temperatures. The impedance increases in a magnetic field and reaches a maximum in the temperature range of charge ordering of vacancies. An increase in the impedance in a magnetic field is explained by a decrease in the diagonal component of the permittivity in a magnetic field in an electrically inhomogeneous medium. The experimental data are explained in the Debye model.

Keywords: semiconductors, impedance, magnetoimpedance, Debye model.

Введение

Разработка электронных устройств, которые смогут функционировать в экстремальных условиях, например в малых космических аппаратах, где температура окружающей среды меняется от 200 до 400 К, является актуальной задачей. Поэтому привлекает внимание спинтроники [1–4]. Управление транспортными характеристиками в полупроводниках под действием внешнего магнитного поля представляет интерес как с фундаментальной, так и с практической точки зрения [5–8]. В электрически неоднородных полупроводниках транспортные характеристики на постоянном и переменном токе могут качественно отличаться [9]. Это связано с радиусом неоднородности и временем релаксации носителей тока, которое определяется взаимодействием с магнитной и упругой подсистемами. Регулировать электрическую неоднородность можно электронным допированием, концентрацией и температурой.

Например, в манганитах при неизовалентном замещении найдены переходы, связанные с орбитальным, зарядовым и магнитным упорядочением [10–13]. В окислах железа Fe_3O_4 выше температуры Вервея найден электронный нематик с радиусом корреляции 5–8 нм. Переход Вервея связан с конкуренцией зарядового и структурного порядка в результате электрон-фононного взаимодействия [14]. Можно получить зарядовое упорядочение в сульфиде марганца, где носителями тока являются решеточные поляроны за счет нестехиометрии. Сульфид марганца магнитный полупроводник с температурой Нееля 150 К, щель в спектре электронных возбуждений 3 эВ [15; 16]. Вырождение в области зарядового упорядочения снимается магнитным полем, т. е. топология электрически неоднородного состояния меняется в магнитном поле, что приводит к изменению частотной зависимости диэлектрической проницаемости в магнитном поле, и создаются предпосылки для магнитоимпеданса.

Цель работы – установить влияние магнитного поля на сопротивление на переменном токе и компоненты импеданса в нестехиометричном образце $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$.

Материалы и методы

Фазовый состав и кристаллическая структура образца $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$ исследовались на рентгеновской установке ДРОН-3 с использованием CuK_α – излучения при комнатной температуре. Согласно рентгеноструктурному анализу синтезированные соединения являются однофазными и имеют кубическую решетку типа NaCl, как в исходном сульфиде марганца [15].

Импеданс, активная и реактивная части импеданса измерены на анализаторе компонентов АМ-3028 в частотном интервале $\omega = 10^2$ – 10^6 Гц при температурах 77–500 К, амплитуда переменного напряжения составляла 1 В. Для расчета спектров импеданса применялось программное обеспечение ZView (Scribner Associates Inc.).

Результаты и обсуждение

Неоднородное электрическое состояние, образование объемного заряда установим из импедансной спектроскопии [17]. Из импеданса установим динамические характеристики носителей тока, время релаксации, механизм рассеяния носителей тока выявим из импеданса. На рис. 1 представлены частотные зависимости компонент импеданса без поля и в магнитном поле, которые хорошо описываются в модели Дебая [18]:

$$\operatorname{Re} Z(\omega) = \frac{A}{1 + (\omega\tau)^2}; \quad \operatorname{Im} Z(\omega) = \frac{B\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}, \quad (1)$$

где τ – время релаксации носителей тока, A и B параметры.

Время релаксации уменьшается при нагревании в пять раз и достигает минимума при 450 К (вставка на рис. 1, *b*). При этой температуре проводимость достигает максимума.

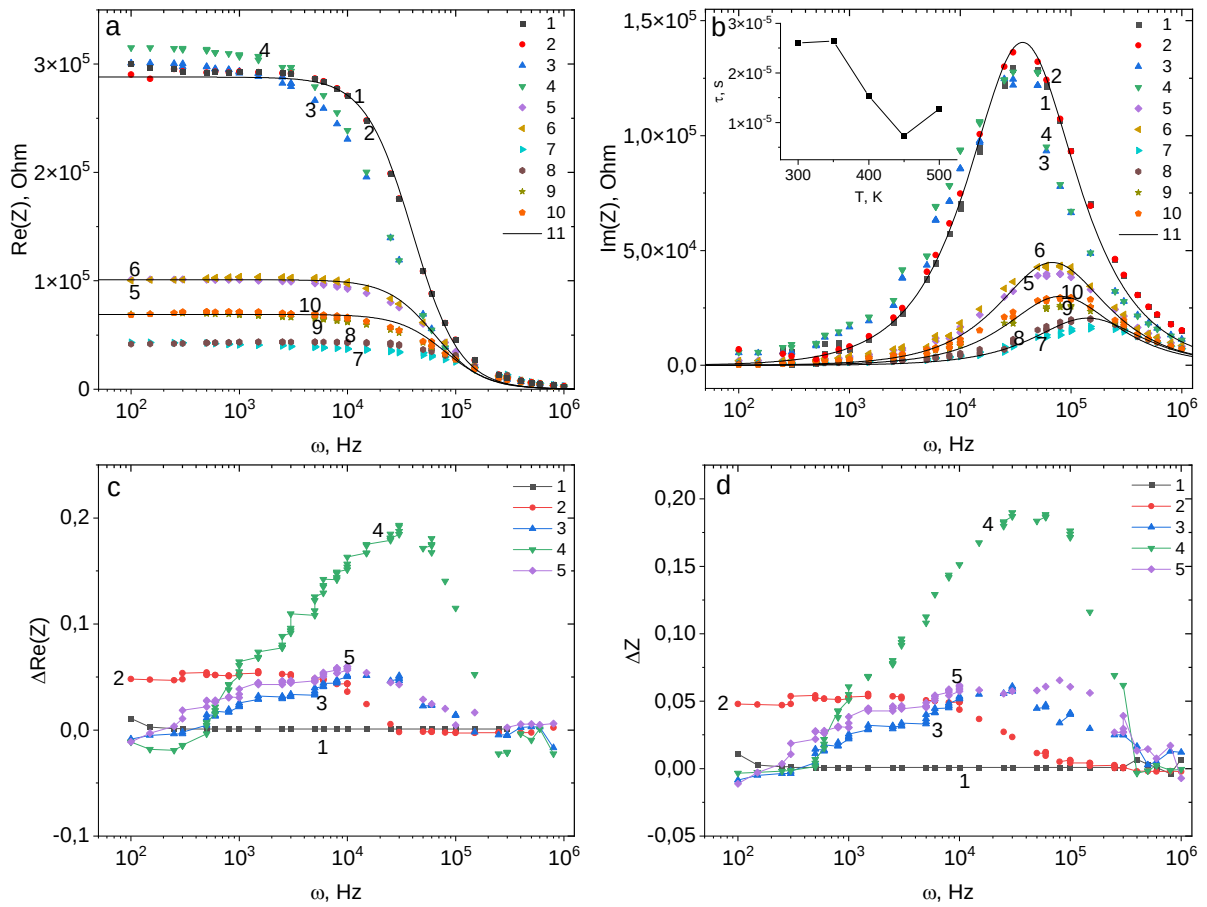


Рис. 1. Частотные зависимости действительной (*a*) и мнимой (*b*) частей импеданса для образца $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$ без поля $H = 0$ (1, 3, 5, 7, 9) и в магнитном поле $H = 12$ кЭ (2, 4, 6, 8, 10) при температурах $T = 300$ К (1, 2), 350 К (3, 4), 400 К (5, 6), 450 К (7, 8), 500 К (9, 10). Подгоночные функции (11). Вставка: температурная зависимость времени релаксации τ . Частотные зависимости магнитоимпеданса для действительной его части (*c*) и магнитоимпеданса ΔZ (*d*) в магнитном поле $H = 12$ кЭ при температурах $T = 300$ К (1), 350 К (2), 400 К (3), 450 К (4), 500 К (5) для образца $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$

Fig. 1. Frequency dependences of the real (*a*) and imaginary (*b*) parts of the impedance for the $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$ sample without a field $H = 0$ (1, 3, 5, 7, 9) and in a magnetic field $H = 12$ kOe (2, 4, 6, 8, 10) at temperatures $T = 300$ K (1, 2), 350 K (3, 4), 400 K (5, 6), 450 K (7, 8), 500 K (9, 10). Fitting functions (11). Insert: temperature dependence of relaxation time τ . Frequency dependences of the magnetoimpedance for its real part (*c*) and magnetoimpedance ΔZ (*d*) in a magnetic field $H = 12$ kOe at temperatures $T = 300$ K (1), 350 K (2), 400 K (3), 450 K (4), 500 K (5) for the $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$ sample

Влияние магнитного поля на динамические характеристики носителей тока исследовалось в результате изменения компонент импеданса в магнитном поле при фиксированных температурах:

$$\Delta R = \text{Re}(Z(H, \omega)) - \text{Re}(Z(H = 0, \omega)) / \text{Re}(Z(H = 0, \omega));$$

$$\Delta Z = (Z(H, \omega) - Z(H = 0, \omega)) / Z(H = 0, \omega) \quad (2)$$

Импеданс увеличивается в магнитном поле и достигает максимума в области температуры зарядового упорядочения вакансий (рис. 1, *d*). Увеличение $\text{Re}(Z)$ в магнитном поле вызвано уменьшением диагональной компоненты диэлектрической проницаемости в магнитном поле (рис. 1, *c*). Проводимость пропорциональна диэлектрической проницаемости $\sigma = i\omega\epsilon$. В электрически неоднородной среде продольная компонента диэлектрической проницаемости имеет вид [19]:

$$\text{Re}[\epsilon_{xx}(\omega)] = \frac{\epsilon(1 - \beta^2 + (\omega\tau)^2(1 + \beta^2)^2)}{1 + (\omega\tau)^2(1 + \beta^2)^2}, \quad (3)$$

где $\beta = \mu H$; μ – подвижность; $\tau = \epsilon/\sigma$.

Наличие объемного заряда, который создается дефектами, можно оценить из годографа импеданса. На рис. 2 изображены годографы импеданса $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$. В модели эквивалентных схем годограф описывается последовательным сопротивлением R_1 и параллельной составляющей R_2 и C (рис. 2). Сопротивление R_1 на порядок меньше R_2 и емкость порядка $C \sim 100$ пФ.

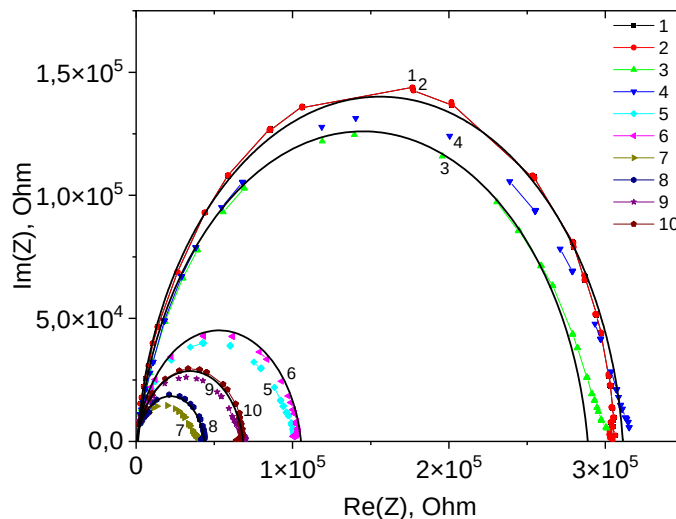


Рис. 2. Годографы импеданса для образца $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$ в нулевом магнитном поле (1, 3, 5, 7, 9) и в магнитном поле $H = 12$ кЭ (2, 4, 6, 8, 10) при температурах $T = 300$ К (1, 2), 350 К (3, 4), 400 К (5, 6), 450 К (7, 8), 500 К (9, 10)

Fig. 2. Impedance hodographs for the $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$ sample in a zero magnetic field (1, 3, 5, 7, 9) and in a magnetic field $H = 12$ kOe (2, 4, 6, 8, 10) at temperatures $T = 300$ К (1, 2), 350 К (3, 4), 400 К (5, 6), 450 К (7, 8), 500 К (9, 10)

Импеданс определяется активной частью R и реактивной $(\omega L - 1/\omega C)$ частью. Вклады в импеданс зависят от температуры. Температурная зависимость импеданса $\text{Mn}_{0.9}\text{S}$ дана на рис. 3. На временах измерений меньше времени релаксации $\tau < \tau_c$ до 200 К импеданс обусловлен реактивной частью. Примесные заряженные дефектные состояния экранированы, и емкость практически от температуры не зависит. Деполяризация вызывает незначительный рост сопротивления на постоянном токе и увеличивает вклад в импеданс от реактивной части. При нагревании

импеданс уменьшается на 4–5 порядков выше 200 К. Изменение импеданса от температуры имеет активационный характер $Z(T) = Z_0 \exp(\Delta E/kT)$ с энергией активации $\Delta E = 0,11 - 0,13$ эВ в интервале 250–500 К. Эта энергия соответствует энергии возбуждения решеточных поляронов, которые наблюдались в манганитах $\text{La}_{0,9}\text{Sr}_{0,1}\text{MnO}_3$ и приписываются Ян-Теллеровским поляронам [20–21].

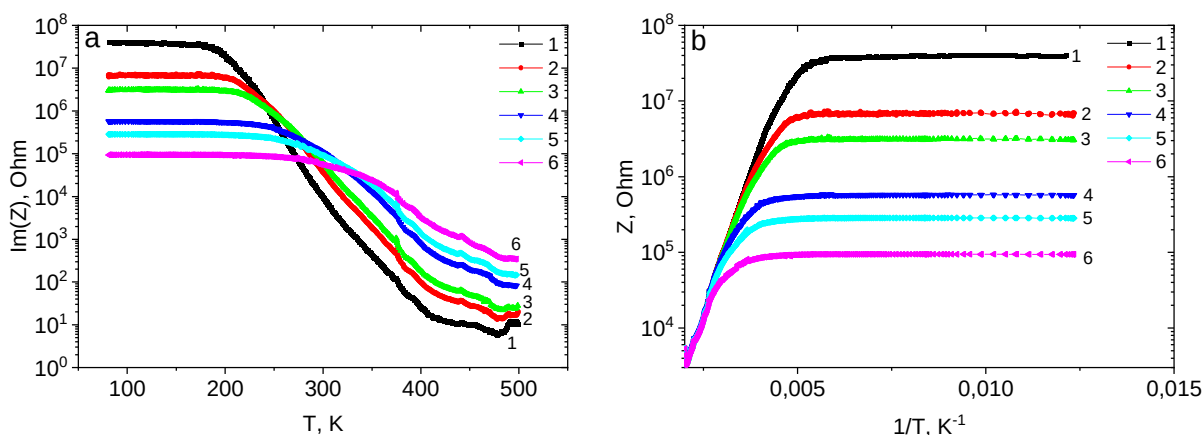


Рис. 3. Температурная зависимость мнимой части импеданса (а) и импеданса от обратной температуры (b) $\omega = 1$ кГц (1), 5 кГц (2), 10 кГц (3), 50 кГц (4), 100 кГц (5), 1000 кГц (6) для образца $\text{Mn}_{0,9}\text{S}$

Fig. 3. Temperature dependence of imaginary part of impedance (a) and impedance on inverse temperature (b) $\omega = 1$ kHz (1), 5 kHz (2), 10 kHz (3), 50 kHz (4), 100 kHz (5), 1000 kHz (6) for the $\text{Mn}_{0,9}\text{S}$ sample

Заключение

Сравнение компонент импеданса в сульфиде марганца с дефектами в катионной системе марганца указывает на основной вклад в магнитоимпеданс электросопротивления. Найдена температура максимума магнитоимпеданса и время релаксации носителей тока. Годограф импеданса описывается одним RC контуром с последовательным сопротивлением и электропроводность определяется объемными свойствами кристаллита. Дефекты в сульфиде марганца $\text{Mn}_{0,9}\text{S}$ обуславливают емкостной вклад в импеданс ниже 200 К. Деполяризация примесных центров при 200 К индуцирует максимум проводимости и переход к активационной зависимости импеданса от температуры, связанной с решеточными поляронами. Найдена температура, при которой минимум релаксации носителей тока вызывает максимум проводимости и увеличение импеданса в магнитном поле.

Благодарности. Работа поддержана Российским научным фондом, Правительством Красноярского края и проектом Красноярского научного фонда № 23-22-10016.

Acknowledgments. The work was supported by the Russian Medium Fund, the Government of the Krasnoyarsk Territory and the Krasnoyarsk Science Foundation project No. 23-22-10016.

Библиографические ссылки

1. Epitaxial BiFeO_3 multiferroic thin film heterostructures / J. Wang, J. B. Neaton, H. Zheng et al. // Science. 2003. Vol. 299. P. 1719.
2. Zvezdin A. K., Pyatakov A. P. Phase transitions and the giant magnetoelectric effect in multiferroics // Usp. Fiz. Nauk. 2004. Vol. 174, Is. 4. P. 465.

3. Multiferroics: Promising materials for microelectronics, spintronics, and sensor technique / A. K. Zvezdin, A. S. Logginov, G. A. Meshkov et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2007. Vol. 71. P. 1561.
4. Аплеснин С. С. Основы спинтроники // СПб. : Лань, 2022. 288 с.
5. Giant Magnetoresistance: Basic Concepts, Microstructure, Magnetic Interactions and Applications / I. Ennen, D. Kappe, T. Rempel et al. // Sensors. 2016. Vol. 16, Is. 6. P. 904.
6. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange / G. Binasch, P. Grunberg, F. Saurenbach, W. Zinn // Phys. Rev. B. 1989. Vol. 39. P. 4828.
7. Aplesnin S. S., Romanova O. B., Yanushkevich K. I. Magnetoresistance effect in anion-substituted manganese chalcogenides // Phys. Stat. Sol. B Basic Research. 2015. Vol. 252, Is. 8. P. 1792.
8. Magnetoelectric and magnetoresistive properties of the $\text{Ce}_x\text{Mn}_{1-x}\text{S}$ semiconductors / S. S. Aplesnin, M. N. Sitnikov, O. B. Romanova et al. // Phys. Stat. Sol. B Basic Research. 2016. Vol. 253, Is. 9. P. 1771.
9. Magnetoresistance and magnetoimpedance in holmium manganese sulfides / O. B. Romanova, S. S. Aplesnin, M. N. Sitnikov et al. // Appl. Phys. A. 2022. Vol. 128. P. 124.
10. Structural, magnetic, and dielectric properties of charge-order phases in manganite $\text{La}(\text{Ca}_{0.8}\text{Sr}_{0.2})_2\text{Mn}_2\text{O}_7$ / J. H. Zhang, S. H. Zheng, Y. S. Tang et al. // J. Appl. Phys. 2020. Vol. 127. P. 104301.
11. Papavassiliou J. The Pinch Technique at Two Loops // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. P. 2782.
12. Electronic phase separation in lanthanum manganites: Evidence from ^{55}Mn NMR / G. Allodi, R. De Renzi, G. Guidi et al. // Phys. Rev. B. 1997. Vol. 56. P. 6036.
13. Liquidlike Spatial Distribution of Magnetic Droplets Revealed by Neutron Scattering in $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$ / M. Hennion, F. Moussa, G. Biotteau et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81. P. 1957.
14. Verwey transition as evolution from electronic nematicity to trimerons via electron-phonon coupling / W. Wang, J. Li, Z. Liang et al. // Sci. Adv. 2023. Vol. 9. P. 8220.
15. Spin-dependent transport in $\alpha\text{-MnS}$ single crystals / S. S. Aplesnin, L. I. Ryabinkina, G. M. Abramova et al. // Phys. Sol. St. 2004. Vol. 46, Is. 11. P. 2067.
16. Conductivity, weak ferromagnetism, and charge instability in an $\alpha\text{-MnS}$ single crystal / S. S. Aplesnin, L. I. Ryabinkina, G. M. Abramova et al. // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 71, Is. 12. P. 125204.
17. Electrochemical impedance spectroscopy / S. Wang, J. Zhang, O. Gharbi et al. // Nat. Rev. Meth. Prim. 2021. Vol. 1. P. 41.
18. Holm S. Time domain characterization of the Cole-Cole dielectric model // J. Electr. Bioimpedance. 2020. Vol. 11, Is. 1. P. 101.
19. Parish M. M., Littlewood P. B. Magnetocapacitance in Nonmagnetic Composite Media // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 166602.
20. Yang Y.-F., Held K. Localization of strongly correlated electrons as Jahn-Teller polarons in manganites // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 76. P. 212401.
21. Magnetic-field-induced suppression of Jahn-Teller phonon bands in $(\text{La}_{0.6}\text{Pr}_{0.4})_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$: the mechanism of colossal magnetoresistance shown by Raman spectroscopy / S. Merten, O. Shapoval, B. Damaschke et al. // Sci. Rep. 2019. Vol. 9. P. 2387.

References

1. Wang J., Neaton J.B., Zheng H. Epitaxial BiFeO_3 multiferroic thin film heterostructures. *Science*. 2003, Vol. 299, P. 1719.
2. Zvezdin A. K., Pyatakov A. P. Phase transitions and the giant magnetoelectric effect in multiferroics. *Usp. Fiz. Nauk*. 2004, Vol. 174, Is. 4, P. 465.

3. Zvezdin A. K., Logginov A. S., Meshkov G. A. et al. Multiferroics: Promising materials for microelectronics, spintronics, and sensor technique. *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* 2007, Vol. 71, P. 1561.
4. Aplesnin S. S. *Osnovi spintroniki* [Fundamentals of spintronics]. St. Petersburg, Lan Publ., 2022, 288 p.
5. Ennen I., Kappe D., Rempel T. et al. Giant Magnetoresistance: Basic Concepts, Microstructure, Magnetic Interactions and Applications. *Sensors*. 2016, Vol. 16, Is. 6, P. 904.
6. Binash G., Grunberg P., Saurenbach F., Zinn W. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange. *Phys. Rev. B*. 1989, Vol. 39, P. 4828.
7. Aplesnin S. S., Romanova O. B., Yanushkevich K. I. Magnetoresistance effect in anion-substituted manganese chalcogenides. *Phys. Stat. Sol. B Basic Research*. 2015, Vol. 252, Is. 8, P. 1792.
8. Aplesnin S. S., Sitnikov M. N., Romanova O. B. et al. Magnetoelectric and magnetoresistive properties of the $\text{Ce}_x\text{Mn}_{1-x}\text{S}$ semiconductors. *Phys. Stat. Sol. B Basic Research*. 2016, Vol. 253, Is. 9, P. 1771.
9. Romanova O. B., Aplesnin S. S., Sitnikov M. N. et al. Magnetoresistance and magnetoimpedance in holmium manganese sulfides. *Appl. Phys. A*. 2022, Vol. 128, P. 124.
10. Zhang J. H., Zheng S. H., Tang Y. S. et al. Structural, magnetic, and dielectric properties of charge-order phases in manganite $\text{La}(\text{Ca}_{0.8}\text{Sr}_{0.2})_2\text{Mn}_2\text{O}_7$. *J. Appl. Phys.* 2020, Vol. 127, P. 104301.
11. Papavassiliou J. The Pinch Technique at Two Loops. *Phys. Rev. Lett.* 2000, Vol. 84, P. 2782.
12. Allodi G., De Renzi R., Guidi G. et al. Electronic phase separation in lanthanum manganites: Evidence from ^{55}Mn NMR. *Phys. Rev. B*. 1997, Vol. 56, P. 6036.
13. Hennion M., Moussa F., Biotteau G. et al. Liquidlike Spatial Distribution of Magnetic Droplets Revealed by Neutron Scattering in $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$. *Phys. Rev. Lett.* 1998, Vol. 81, P. 1957.
14. Wang W., Li J., Liang Z. et al. Verwey transition as evolution from electronic nematicity to trimerons via electron-phonon coupling. *Sci. Adv.* 2023, Vol. 9, P. 8220.
15. Aplesnin S. S., Ryabinkina L. I., Abramova G. M. et al. Spin-dependent transport in $\alpha\text{-MnS}$ single crystals. *Phys. Sol. St.* 2004, Vol. 46, Is. 11, P. 2067.
16. Aplesnin S. S., Ryabinkina L. I., Abramova G. M. et al. Conductivity, weak ferromagnetism, and charge instability in an $\alpha\text{-MnS}$ single crystal. *Phys. Rev. B*. 2005. Vol. 71. Is. 12. P. 125204.
17. Wang S., Zhang J., Gharbi O. et al. Electrochemical impedance spectroscopy. *Nat. Rev. Meth. Prim.* 2021, Vol. 1, P. 41.
18. Holm S. Time domain characterization of the Cole-Cole dielectric model. *J. Electr. Bioimpedance*. 2020, Vol. 11, Is. 1, P. 101.
19. Parish M. M., Littlewood P. B. Magnetocapacitance in Nonmagnetic Composite Media. *Phys. Rev. Lett.* 2008, Vol. 101, P. 166602.
20. Yang Y.-F., Held K. Localization of strongly correlated electrons as Jahn-Teller polarons in manganites. *Phys. Rev. B*. 2007, Vol. 76, P. 212401.
21. Merten S., Shapoval O., Damaschke B. et al. Magnetic-field-induced suppression of Jahn-Teller phonon bands in $(\text{La}_{0.6}\text{Pr}_{0.4})_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$: the mechanism of colossal magnetoresistance shown by Raman spectroscopy. *Sci. Rep.* 2019, Vol. 9, P. 2387.

© Харьков А. М., Ситников М. Н., Аплеснин С. С., 2023

Харьков Антон Михайлович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: khark.anton@mail.ru.

Ситников Максим Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: kineru@mail.ru.

Аплеснин Сергей Степанович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики; Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева. E-mail: aplesnin@sibsau.ru.

Kharkov Anton Mikhailovich – Cand. Sc., Associate Professor of the Department of Physics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: khark.anton@mail.ru.

Sitnikov Maksim Nikolaevich – Cand. Sc., Associate Professor of the Department of Physics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: kineru@mail.ru.

Aplesnin Sergey Stepanovich – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Physics; Reshetnev Siberian State University of Science and Technology. E-mail: aplesnin@sibsau.ru.
