ВЕСТНИК ЮГОРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2018 г. Выпуск 3 (50). С. 25-34

DOI: 10.17816/byusu2018025-34

УДК 528.088.22

М. А. Куприянов, Г. А. Кочергин, Ю. М. Полищук

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ ДИСТАНЦИОННОГО ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОЩАДИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (договоры № 18-47-700001, № 18-45-860002 и № 18-45-703001), Администрации Томской области и Департамента образования и молодежной политики ХМАО–Югры

На основе моделирования установлена зависимость между пространственным разрешением изображения (космического снимка) и относительной погрешностью определения площади измеряемого объекта. Предложена формула для расчёта относительной погрешности измерения площади объекта по космическому снимку. Предложен метод построения случайных плоских геометрических фигур с заданным коэффициентом формы.

Ключевые слова: погрешность измерения площади, ДЗЗ, дистанционное зондирование земли, космические снимки, моделирование полигонов.

M. A. Kupriaynov, G. A. Kochergin, Y. M. Polishchuk

THE MODELLING STUDY OF AREA MEASUREMENT ACCURACY USING REMOTE SENSING TECHNIQUES

Based on the simulation, a relationship was established between the spatial resolution of the satellite image and the relative error in determining the area of the object being measured. The formula is proposed for calculating the relative error of measuring the area of an object using remote sensing techniques. A method for constructing random flat geometric figures with a given shape factor is proposed.

Key words: area measurement error, remote sensing, satellite imagery, modeling.

Введение

Вопросы оценки погрешности дистанционного измерения площади объекта рассматривались в [1–11]. В [1] исследована погрешность определения площади по космическим снимкам Landsat. В [8] рассмотрены вопросы точности измерения площадей озер по оптическим снимкам Landsat и по радиолокационным снимкам ERS-2, при этом установлена эмпирическая зависимость погрешности дистанционного измерения площади озера в зависимости от его размеров при использовании оптических и радиолокационных снимков среднего пространственного разрешения. В [9] установлена эмпирическая зависимость средней относительной ошибки оценки площади ветровала от фактически измеренной площади ветровала с использованием данных Landsat-4, 5 и GeoEye. В [10] установлены эмпирические уравнения зависимости средней и максимальной относительной погрешности измерения площади водоёма от размеров водоемов, выделяемых по космическому снимку с различным пространственным разрешением. В [11] установлено, что оценка определения площади объектов в различных тематических задачах картографирования и мониторинга изменений по данным Landsat-8 может быть осуществлена с достаточной точностью при площадях наблюдаемых объектов более 10 га.

Отметим, что в [8–11] оценка погрешности дистанционного измерения площади объекта по космическим снимкам проводится путем сравнения с величиной площади этого же объекта, определяемой по снимкам значительно более высокого пространственного разрешения, которая выбирается в качестве истинной (эталонной) площади объекта. Более универсальным, по нашему мнению, является получение оценки погрешности дистанционного определения площади объектов по космическим снимкам в зависимости от соотношения площади объекта и величины пространственного разрешения снимка. Такой подход позволил бы оценивать точность определения площади по любым снимкам, указывая лишь их пространственное разрешение. Однако рассматриваемая погрешность в общем случае зависит не только от соотношения площади объекта и разрешения снимка, но и от формы объекта (извилистости его границ), что значительно усложняет задачу исследования погрешности измерения площади объекта по космическим снимкам, что и определило цель настоящей работы.

В связи с этим целью работы является исследование погрешности определения площади пространственного объекта по космическим снимкам в зависимости от его размеров, степени извилистости границ и пространственного разрешения снимка на основе моделирования.

Методические вопросы формирования модельных объектов

Для создания наборов модельных данных была разработана методика формирования модельных векторных объектов (далее – эталонов), позволяющая генерировать в декартовой системе координат эталоны произвольной формы с заранее заданной площадью и коэффициентом извилистости (коэффициентом формы). Методика построения эталонов состоит из следующих последовательных этапов:

- 1. Создание полигона со случайным числом вершин.
- 2. Соединение вершин полигона непрерывной линией с использованием кривых Безье (Бернштейна) [12], таким образом создаётся эталон со случайной извилистостью контура границы f, которая рассчитывается по формуле [13, с. 68]:

$$f = \frac{P^2}{4\pi S},$$

где f – коэффициент извилистости эталона;

P – периметр границы эталона, S – площадь эталона.

Минимально возможная величина f равняется единице, что соответствует объекту в форме круга. При возрастании f форма фигуры усложняется, становится более извилистой. У эталонов с одинаковой величиной f геометрическая форма может существенно отличаться, как показано на рисунке 1. Для оптимизации времени вычислений эталоны, созданные с использованием непрерывных кривых Безье, заменяются полигонами аналогичной формы так, чтобы количество точек, из которых состоит полигон, равнялось 1 000 шт., что обеспечивает достаточную гладкость линий.

			11310	ngaon npo	empanemo		citinoo na	oenove mo	ocsinpoda	iii
1,2501 1,5 1,74987 1,99983 2,50022 3,00026 3,49997 3,99999 4,99997 1,25002 1,50008 1,75008 1,99985 2,49982 2,99989 3,49986 4,00005 4,9996 1,24989 1,50006 1,75008 2,00013 2,50019 3 3,50012 3,99986 4,99969 1,24994 1,50002 1,75014 2,00015 2,50023 3,00023 3,50018 4,0002 5,00043	1,2499	1,49992	1,75001	1,99995	2,50005	3,0001	3,49973	3,99977	4,99961	
1,25002 1,50008 1,75008 1,99985 2,49982 2,99989 3,49986 4,00005 4,9996 1,24989 1,50006 1,75008 2,00013 2,50019 3 3,50012 3,99986 4,99969 1,24994 1,50002 1,75014 2,00015 2,50023 3,00023 3,50018 4,0002 5,00043			\bigcirc	W		3		8		
1,24989 1,50006 1,75008 2,00013 2,50019 3 3,50012 3,99986 4,99969 1,24994 1,50002 1,75014 2,00015 2,50023 3,00023 3,50018 4,0002 5,00043	1,2501	1,5	1,74987	1,99983	2,50022	3,00026	3,49997	3,99999	4,99997	
1,24989 1,50006 1,75008 2,00013 2,50019 3 3,50012 3,99986 4,99969 1,24994 1,50002 1,75014 2,00015 2,50023 3,00023 3,50018 4,0002 5,00043									\mathcal{N}	
1,24989 1,50006 1,75008 2,00013 2,50019 3 3,50012 3,99986 4,99969 1,24994 1,50002 1,75014 2,00015 2,50023 3,00023 3,50018 4,0002 5,00043	1,25002	1,50008	1,75008		2,49982	2,99989	3,49986	4,00005	4,9996	
1,24994 1,50002 1,75014 2,00015 2,50023 3,00023 3,50018 4,0002 5,00043			\bigcirc				\bigvee		\mathcal{M}	
	1,24989	1,50006	1,75008	2,00013	2,50019	3	3,50012	3,99986	4,99969	
	1,24994	1,50002	1,75014	2,00015	2,50023	3,00023	3,50018	4,0002	5,00043	
· /						80	\widetilde{W}			

Рисунок 1 – Примеры эталонов с указанием величины f

- 3. Производится сравнение f с заданной величиной коэффициента извилистости f_3 , если условие $f_3 f_3 \times 0.01 \le f \le f_3 + f_3 \times 0.01$ удовлетворяется, то процесс создания эталона переходит к этапу 8.
- 4. Иначе случайно выбранная вершина полигона, например В, смещается случайным образом в некоторой окрестности (рисунок 2).

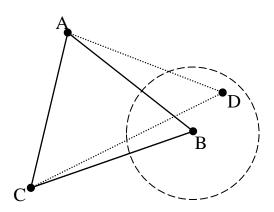


Рисунок 2 – Схема этапа № 4 методики построения эталонов

- 5. Повторяется этап 2, при этом если новая величина извилистости эталона $f_{\rm H}$, полученная в результате смещения вершины полигона, удовлетворяет условию $|f_3-f|>|f_3-f_{\rm H}|$, то местоположение вершин полигона сохраняется и всё повторяется с пункта 3.
- 6. Иначе случайное смещение, произведённое на этапе 4, не сохраняется и всё повторяется с этапа 4.
- 7. При превышении максимально допустимого количества повторений создание эталона прекращается.
- 8. Эталон пропорционально масштабируется таким образом, чтобы его площадь равнялась заданной (при этом извилистость эталона не изменяется).

Предлагаемая методика реализована в виде алгоритма моделирования эталонов, схема которого дана на рисунке 3.

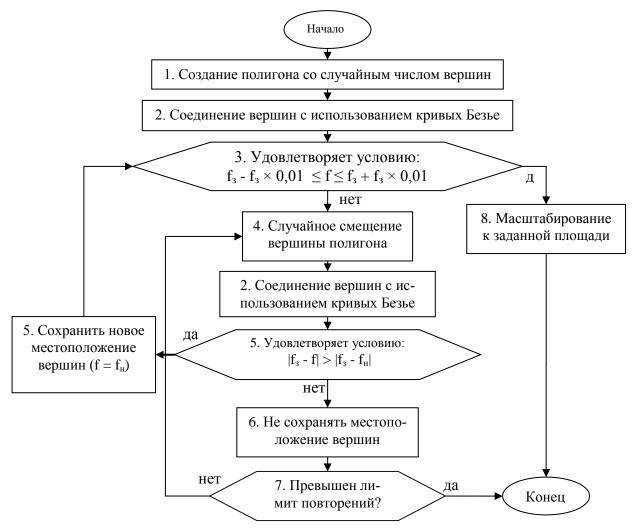


Рисунок 3 – Схема алгоритма создания эталонов

С использованием разработанного алгоритма было сгенерировано 9 выборочных последовательностей эталонов со следующими значениями величины $f: 1,25; 1,5; 1,75; 2; 2,5; 3; 3,5; 4; 5. В каждой выборке содержалось по 1 000 эталонов, площадь каждого из эталонов равнялась <math>10\ 000\ \text{M}^2$. Примеры эталонов с различной величиной f приведены на рисунке 1 (значение f указано над эталоном).

Растеризация эталонов и оценка их площадей

Для моделирования результата космической съёмки проводилась растеризации эталонов, т. е. конвертация эталонов из векторного формата данных в растровый. При этом устанавливался фиксированный линейный размер ячейки растрового изображения (L). Затем эталоны конвертировались в растровый формат данных. Для растеризации каждого эталона использовались различные значения пространственного разрешения ячейки L так, чтобы расчётное количество пикселей (N_p) , приходящееся на эталон, варьировалось в границах от 1 до 10 000. Расчет величины N_p производился по формуле:

$$N_p = S / L^2,$$

где N_p — расчётное количество пикселей в эталоне при фиксированном пространственном разрешении растрового изображения, шт.;

S – площадь эталона, M^2 ;

L – пространственное разрешение растрового изображения, м.

Фактически N_p устанавливает связь между пространственным разрешением растрового изображения (или космического снимка) и площадью объекта, отображаемого на этом изоб-

ражении (или на космическом снимке). При этом при проведении исследования нижней границе N_p , равной 1, соответствовало разрешение растровой ячейки в 100 м, а верхней границе, равной 10 000, соответствовало разрешению 1 м. Для удобства дальнейшего анализа приняты следующие значения величины N_p : 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1 000, 2 000, 5 000, 10 000.

Растеризация эталонов проводилась по следующему правилу: пиксели, площадь которых в переделах границ полигона составляла менее 50 %, не учитывались при измерении площади растеризованных эталонов. На рисунке 4 приведён пример растеризации эталона (показан жирной чёрной линией) в растровый формат данных. Как видно на рисунке, всего 4 пикселя, площадь которых более 50 %, входят в границы полигона, а остальные не принимались во внимание при оценке площади растеризованного эталона.

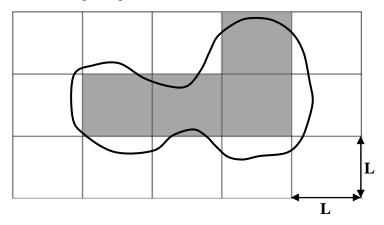


Рисунок 4 – Пример растеризации эталона

Площадь растеризованных эталонов определялась по формуле:

$$S_{\mu} = N_{\mu} \times L^2$$

где S_{u} – измеренная площадь растеризованного эталона, M^{2} ;

N_и – измеренное количество пикселей в растеризованном эталоне;

L – пространственное разрешение растрового изображения, м.

Анализ и оценка погрешности

С использованием описанной выше методики было сформировано 9 выборочных наборов эталонов. Для каждой выборки были рассчитаны средние значения относительной погрешности измерения площадей растеризованных эталонов по формуле:

$$\delta_{\rm cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \delta_i \,,$$

где δ_{cp} — средняя относительная погрешность измерения площадей растеризованных эталонов, n — количество эталонов в выборке, шт.;

 δ_i — относительная погрешность измерения площади і-го растеризованного эталона, которая рассчитывается по формуле:

$$\delta = \frac{|S - S_{\text{M}}|}{S},$$

где δ – относительная погрешность измерения площади растеризованного эталона;

S – площадь эталона, M^2 ;

 $S_{\text{и}}$ – измеренная площадь растеризованного эталона, м 2 .

В результате проведенного анализа были получены значения величины δ_{cp} для всех девяти выборок с различным коэффициентом извилистости и всех возможных значений величины N_p . Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1 — Средняя относительная погрешность измерения площадей растеризованных эталонов δ_{cp} , доли (с цветовой шкалой)

N	f									
N _{р, шт.}	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	3,5	4	5	
1	0,0470	0,1140	0,1890	0,2650	0,3790	0,4220	0,4400	0,4480	0,4745	
2	0,2213	0,2345	0,2730	0,3020	0,2975	0,3040	0,3150	0,3215	0,3418	
5	0,1425	0,1400	0,1442	0,1626	0,1576	0,1632	0,1896	0,1882	0,1946	
10	0,0806	0,0789	0,0860	0,0881	0,0964	0,1026	0,1032	0,1126	0,1159	
20	0,0432	0,0456	0,0500	0,0517	0,0538	0,0582	0,0610	0,0623	0,0603	
50	0,0213	0,0220	0,0244	0,0247	0,0254	0,0301	0,0292	0,0302	0,0312	
100	0,0135	0,0137	0,0147	0,0144	0,0156	0,0165	0,0172	0,0184	0,0194	
200	0,0072	0,0080	0,0080	0,0087	0,0092	0,0099	0,0103	0,0101	0,0109	
500	0,0045	0,0047	0,0047	0,0050	0,0053	0,0054	0,0057	0,0057	0,0060	
1 000	0,0026	0,0028	0,0029	0,0029	0,0031	0,0030	0,0033	0,0035	0,0034	
2 000	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0017	0,0018	0,0019	0,0019	0,0020	
5 000	0,0007	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0011	
10 000	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	
20 000	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	
50 000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	
100 000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	

Далее для каждого значения коэффициента извилистости (столбцы в таблице 1) были построены аппроксимирующие уравнения степенной зависимости δ_{cp} от N_p в виде уравнения:

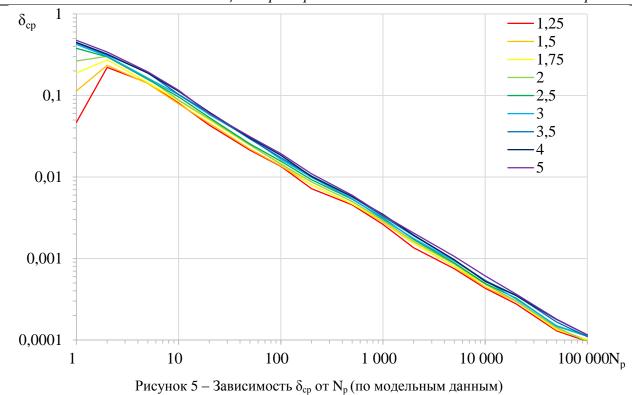
$$y = a \times x^b$$
.

Коэффициенты рассчитанных значений уравнений, а также соответствующие им коэффициенты детерминации R^2 для различных величин f приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Коэффициенты аппроксимирующих уравнений

e		Модельные	Расчётные			
f	a	b	\mathbb{R}^2	a	b	
1,25	0,2472	-0,6753	0,961	0,2477	-0,6766	
1,5	0,3074	-0,6959	0,986	0,3089	-0,6956	
1,75	0,3746	-0,7178	0,994	0,3701	-0,7146	
2	0,4288	-0,7313	0,997	0,4313	-0,7336	
2,5	0,4695	-0,7348	0,999	0,4716	-0,7358	
3	0,5092	-0,7407	0,999	0,5003	-0,7372	
3,5	0,5343	-0,7410	0,999	0,5245	-0,7387	
4	0,5479	-0,7411	0,999	0,5455	-0,7401	
5	0,5693	-0,7403	0,999	0,5806	-0,7431	
6	_	_	_	0,6092	-0,7460	
7	_	-	_	0,6334	-0,7489	
8	_	_	_	0,6544	-0,7518	
9	_	_	_	0,6729	-0,7548	
10	_	_	_	0,6895	-0,7577	

На рисунке 5 приведён график зависимости δ_{cp} от N_p в двойном логарифмическом масштабе. Линиями различного цвета на рисунке показаны модельные зависимости δ_{cp} от N_p для каждого значения f.



Анализ данных, представленных на рисунке 5 и в таблице 1, показывает, что погрешность измерения площади объекта на растровом изображении зависит не только от пространственного разрешения ячейки растра, но и от степени извилистости площадного объекта.

Например, если в результате растеризации контура объекта его растровое представление состоит из 10 пикселей, то при извилистости f = 1,25 средняя погрешность измерения площади составит около 8 %, а при f = 5 погрешность будет составлять около 12 %.

Представляет практический интерес определения расчётной формулы для δ_{cp} при произвольных значениях f. Как видно из таблицы 2, коэффициенты a, b зависят от f. Исследуем эту зависимость по данным таблицы 2. Для этого были получены аппроксимирующие уравнения кусочно-линейной и логарифмической зависимости коэффициентов a и b от величины f. Линии тренда, уравнения зависимостей, а также их коэффициенты детерминации приведены на рисунках 6, 7. Как видно на рисунках, в интервале значений $1 \le f \le 2$ (обозначен красным цветом) проводилась аппроксимация линейной функцией. На рисунке 7 в интервале значений $2 < f < +\infty$ (обозначен синим цветом) проводилась аппроксимация линейной функцией.

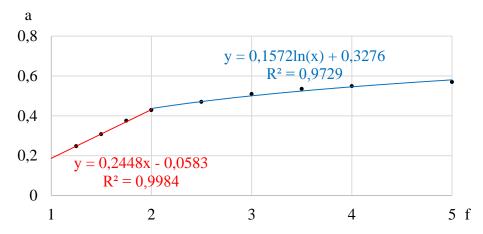


Рисунок 6 – Кусочно-линейно-логарифмическая аппроксимация зависимости коэффициента а от степени извилистости

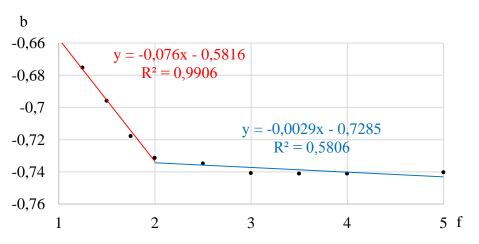


Рисунок 7 – Кусочно-линейная аппроксимация зависимости коэффициента в от степени извилистости

Объединив аппроксимирующие уравнения, приведённые на рисунках 6, 7, в системы уравнений, можно рассчитать величины коэффициентов a, b при любом значении f:

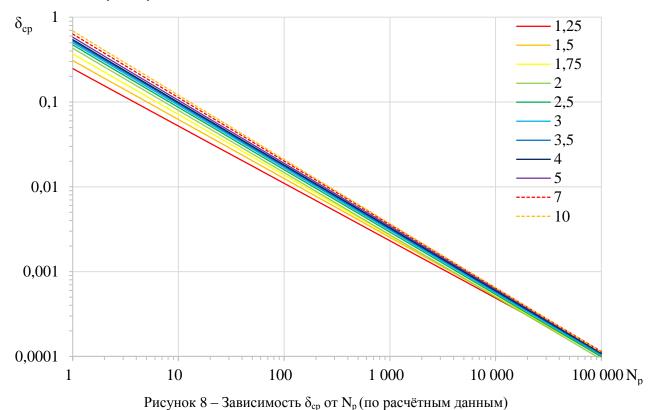
$$a = \begin{cases} 0.2448 \times f - 0.0583, \text{ при } 1 \le f \le 2, \\ 0.1572 \times ln(f) + 0.3276, \text{ при } 2 < f < +\infty. \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} -0.076 \times f - 0.5816, \text{ при } 1 \le f \le 2, \\ -0.0029 \times f - 0.7285, \text{ при } 2 < f < +\infty. \end{cases}$$

$$(1)$$

$$b = \begin{cases} -0.076 \times f - 0.5816, \text{при } 1 \le f \le 2, \\ -0.0029 \times f - 0.7285, \text{при } 2 < f < +\infty. \end{cases}$$
 (2)

Теперь, используя формулы (1) и (2), рассчитаем коэффициенты a, b для значений f, равных величинам от 1,25 до 10 (см. таблицу 2). Используя расчётные коэффициенты из таблицы 2, построим расчётную зависимость δ_{cp} от N_p . На рисунке 8 линии отображают расчётные зависимости δ_{cp} от N_p .



Проведем сравнение точности представления расчетными зависимостями (рисунок 8) модельных данных (рисунок 5). Для этого рассчитаем величину их относительного отклонения по формуле:

$$\Delta = \frac{|\delta_{\rm cp} - \varepsilon_{\rm cp}|}{\delta_{\rm cp}},$$

где Δ — относительное отклонение относительной погрешности измерения площадей растеризованных эталонов по модельным и расчётным данным;

 δ_{cp} — средняя относительная погрешность измерения площадей растеризованных эталонов (на основе модельной зависимости);

 ε_{cp} – средняя относительная погрешность измерения площадей растеризованных эталонов (на основе расчётной зависимости).

Результаты расчёта величины Δ показаны в таблице 3. Как видно из таблицы, наибольшее относительное отклонение наблюдается при значениях N_{p_i} равных 1, а также при значениях f, равных 1,25; 1,5.

						•		1	
N	f								
N _p , шт.	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	3,5	4	5
1	4,28	1,71	0,96	0,63	0,24	0,19	0,19	0,22	0,22
2	0,30	0,19	0,17	0,14	0,05	0,01	0,002	0,02	0,01
5	0,41	0,28	0,19	0,19	0,08	0,06	0,16	0,12	0,10
10	0,35	0,21	0,17	0,10	0,10	0,11	0,07	0,12	0,09
20	0,24	0,16	0,13	0,07	0,03	0,05	0,06	0,05	0,04
50	0,18	0,08	0,07	0,01	0,04	0,07	0,003	0,002	0,02
100	0,19	0,08	0,06	0,02	0,02	0,02	0,01	0,02	0,02
200	0,04	0,03	0,05	0,02	0,03	0,02	0,02	0,07	0,04
500	0,19	0,12	0,07	0,10	0,09	0,05	0,07	0,04	0,04
1 000	0,12	0,09	0,08	0,07	0,07	0,01	0,03	0,06	0,01
2 000	0,07	0,02	0,05	0,01	0,03	0,05	0,01	0,02	0,001
5 000	0,04	0,04	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01	0,04	0,02
10 000	0,13	0,14	0,07	0,04	0,09	0,04	0,09	0,14	0,02
20 000	0,09	0,06	0,05	0,001	0,01	0,06	0,01	0,02	0,01
50 000	0,27	0,23	0,22	0,08	0,12	0,15	0,07	0,02	0,04
100 000	0,07	0,02	0,01	0,03	0,11	0,08	0,03	0,06	0,03
∆ среднее	0,44	0,22	0,15	0,09	0,07	0,06	0,05	0,06	0,04

Таблица 3 - 3начения величины Δ , доля (с цветовой шкалой)

Для применения на практике предлагается следующая формула для расчёта относительной погрешности измерения площади объекта (δ) по космическим снимкам:

$$\delta = \mathbf{a} \times (\mathbf{S}_{\mathbf{H}} / \mathbf{L}^2)^{\mathbf{b}},$$

где $S_{\text{и}}$ – измеренная площадь объекта, м 2 ;

L – пространственное разрешение космического снимка, м;

а, b – расчётные коэффициенты (варьируются при различных f и могут быть взяты из таблицы 2 или рассчитаны по формулам 1, 2).

Заключение

В работе установлена зависимость между относительной погрешностью определения площади объекта, измеряемой по космическому снимку, и пространственным разрешением этого снимка. Отметим, что на практике при измерении извилистости объектов по растровым изображениям будет происходить значительное её искажение (из-за дискретной природы растровых изображений), что, в свою очередь, будет влиять на расчёт безразмерных коэффициентов а и в. Вследствие этого величина б будет определяться с погрешностью. В связи с этим в дальнейшем предполагается проведение дополнительных исследований, направленных на разработку наиболее эффективного метода определения степени извилистости реальных объектов случайной формы по его растровому представлению.

Литература

- 1. Crapper, P. F. Errors incurred in estimating an area of uniform land cover using Landsat [Text] / P. F. Crapper // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. 1980. Vol. 46, № 10. P. 1295–1301.
- 2. Crapper, P. F. Geometric properties of regions with homogeneous biophysical characteristics [Text] / P. F. Crapper // Australian Geographical Studies. − 1981. − Vol. 19, № 1. − P. 117–124.
- 3. Crapper, P. F. The relationship between region shape and error variance [Text] / P. F. Crapper // Proceedings of the Second Australasian Remote Sensing Conference (Canberra, August 31-September 4, 1981). Canberra, 1981. P. 6.3.1–6.3.5.
- 4. Crapper, P. F. An estimate of the number of boundary cells in a mapped landscape coded to grid cells [Text] / P. F. Crapper // Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. 1984. Vol. 50, № 10. P. 1497–1503.
- 5. Crapper, P. F. Theoretical prediction of the effect of aggregation on grid cell data sets [Text] / P. F. Crapper, P. A. Walker, P. M. Manninga // Geo-Processing. 1986. Vol. 3, № 2. P. 155–166.
- 6. Frolov, Y. S. The accuracy of area measurement by point counting techniques [Text] / Y. S. Frolov, D. H. Maling // The Cartographic Journal. -1969. Vol. 6. No. 1. Pp. 2–35.
- 7. Lloyd, P. R. Quantisation error in area measurement [Text] / P. R. Lloyd // The Cartographic Journal. 1976 Vol. 13, №. 1. Pp. 22–25.
- 8. Брыксина, Н. А. Научно-методические основы применения данных дистанционного зондирования при исследовании термокарстовых ландшафтов западносибирской равнины [Текст]: дис. ... канд. геогр. наук / Н. А. Брыксина. Томск, 2011. 192 с.
- 9. Королева, Н. В. Оценка погрешности определения площадей ветровалов по космическим изображениям высокого пространственного разрешения LANDSAT-TM [Текст] / Н. В. Королева, Д. В. Ершов // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. − 2012. − Т. 9, № 1. − С. 80–86.
- 10. Корниенко, С. Г. Оценка погрешности измерения площади водоемов в криолитозоне по данным космической съемки различного пространственного разрешения [Текст] / С. Г. Корниенко // Криосфера Земли. -2014. Т. 18. № 4. С. 86–93.
- 11. Хамедов, В. А. Оценка точности определения площадей лесных рубок с использованием снимков с российского космического аппарата «Ресурс-П» № 1 [Текст] / В. А. Хамедов, Б. Т. Мазуров // Вестник Сибирского государственного университета геосистем и технологий. 2015. № 4 (32). С. 42–50.
- 12. Han, X. A. The cubic trigonometric Bézier curve with two shape parameters [Text] / X. A. Han, Y. C. Ma, X. L. Huang // Applied Mathematics Letters. 2009. T. 22, № 2. C. 226–231.
- 13. Берлянт, А. М. Картографический метод исследования [Текст] / А. М. Берлянт. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1978. 257 с.