

О. В. Самарина

ТОПОЛОГИЧЕСКИ-СЕМАНТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ
(грант НШ 2263.2014.1),
Правительства РФ
(госконтракт 14.B25.31.0029),
РФФИ 15-41-00092 р-урал-а, 15-41-00063 р-урал-а, 15-01-06582 А

В статье исследуется метод топологически-семантического анализа цифрового изображения, основанный на теории Морса. Также представлено описание программного модуля, разработанного в системе MathLab в целях вычисления статистически значимых критических точек одноканального изображения.

Ключевые слова: анализ изображения, топология, семантика.

O. V. Samarina

TOPOLOGICAL AND SEMANTIC IMAGES ANALYSIS

In this paper we investigate method of the digital images topological and semantic analysis based on the Morse theory. The description of the MathLab program module for calculation of statistically significant critical points for single-channel image is also submitted.

Key words: images analysis, topology, semantics.

Введение

Анализ цифрового изображения является одной из фундаментальных инструментальных задач обработки изображений. Он используется в задачах классификации и распознавания образов, при поиске соответствий в разных цифровых образах одного и того же или аналогичного объекта, в задачах дистанционного зондирования, геологических исследованиях, биомедицине.

Достаточно часто при анализе и обработке изображений возникает естественная задача определения инвариантных характеристик изображения. Так как условия съемки (освещенность, ориентация камеры, положение объекта) в различные моменты съемки отличаются, то желательно, чтобы выбор инвариантов и характерных точек изображения не зависел от качества, ориентации, масштаба снимка. Другими словами, был бы инвариантен относительно определенной группы преобразований снимка. Применение в задачах обработки изображений методов контурного анализа в большей степени, чем пространственных методов, дает возможность получить модели, инвариантные к топологическим преобразованиям изображения, а также добиться высокого быстродействия в получении первичной информации [3].

Топологически-семантический анализ, представляющий собой совокупность методов выделения, описания и преобразования контуров изображений, полностью определяет форму изображения и содержит всю необходимую информацию для анализа изображений по их форме. Такой подход позволяет не рассматривать внутренние точки изображения и тем самым значительно сократить объем перерабатываемой информации за счет перехода от анализа функции двух переменных к функции одной переменной.

В данной работе в качестве основного подхода к топологически-семантическому анализу изображения предлагается применить теорию Морса [2]. Теория Морса, т. е. изучение критических точек функций и функционалов, играет значительную роль в современных топологических исследованиях.

Изображение как функция Морса

Представим изображение в виде гладкой, неотрицательной функции $u(x, y)$, заданной в некоторой области Q на плоскости и определяющей полутоновую яркость изображения.

Возможность приближенного представления дискретного цифрового изображения с помощью гладкой функций гарантирует теорема Вейерштрасса [4], которая утверждает, что непрерывную

функцию нескольких переменных $u(x, y)$ на замкнутом ограниченном множестве Q можно равномерно приблизить последовательностью полиномов: для любого $\xi > 0$ существует такой многочлен $P(x, y)$, что максимум его отклонения от $u(x, y)$ на Q не превосходит данного ξ :

$$\max_Q |u(x, y) - P(x, y)| < \xi \quad (1)$$

Таким образом, при анализе цифрового изображения неявно используется теорема Вейерштрасса для приближенного отображения реального дискретного изображения в виде гладкой поверхности. Среди многообразия возможных гладких поверхностей следует выделить класс поверхностей, который будет представлять все остальные гладкие функции. В качестве такого класса целесообразно использовать класс функций Морса. Можно считать, что поверхности, принадлежащие классу функций Морса, наиболее «просто» устроены с математической точки зрения [1]. Эти функции имеют минимально возможный набор типов критических точек, а именно точки локальных минимумов, максимумов, а также седловые точки (рис. 1).

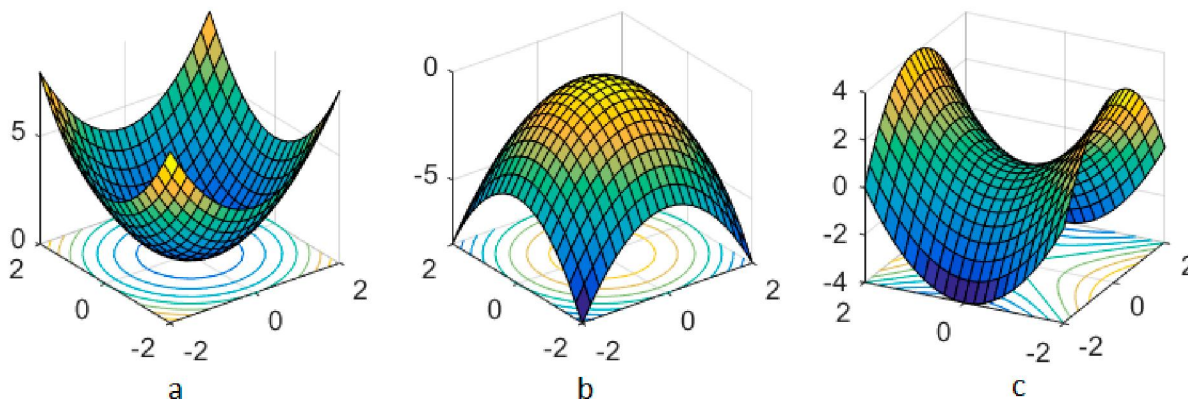


Рисунок 1 – Критические точки функции: а – точка минимума, б – точка максимума, с – седловая точка

Анализ цифрового изображения на основе теории Морса

На практике цифровое изображение представляет собой дискретную неотрицательную функцию, заданную в узлах сетки. Так как при передаче изображения по каналам связи оно подвергается различным искажениям, перед вычислением критических точек проведем очистку цифрового изображения от шума с помощью метода медианного сглаживания. Данный алгоритм широко используется в обработке сигналов, статистике. Фильтрация функции яркости позволит снять влияние случайных выбросов и поможет выявить закономерные признаки изучаемой функции.

Для обработки одного из цветовых каналов тестового изображения (рис. 2) определим размер окна усреднения размером 5×5 пикселей, а именно в два пикселя по сторонам от рассматриваемой точки. Используемая сетка представлена на рисунке 3.

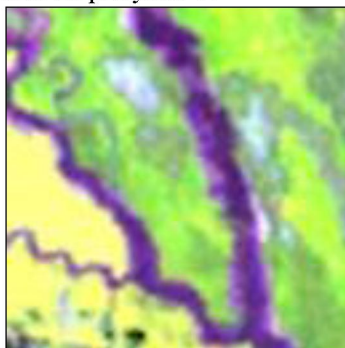


Рисунок 2 – Тестовое изображение

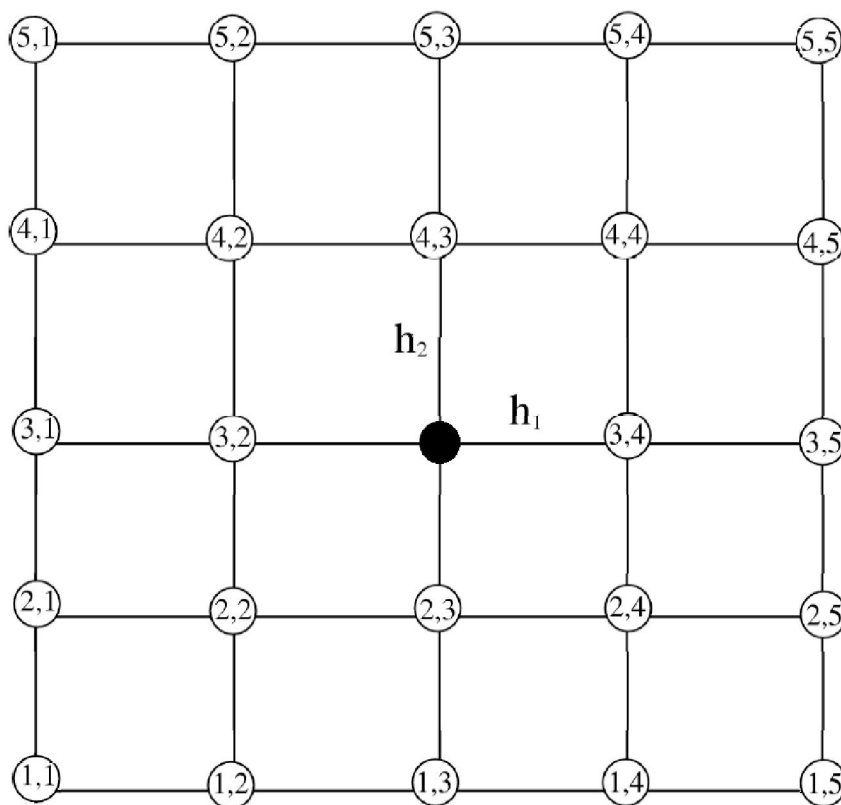


Рисунок 3 – Окно усреднения

Введем понятия статистически значимых точек локального минимума, локального максимума, локальных седловых точек. Данные точки определим как критические точки, значения которых отличаются от срединного значения рассматриваемой выборки на величину, превышающую стандартное отклонение элементов массива.

На рисунке 4 отображены статистически значимые точки, вычисленные для тестового изображения.

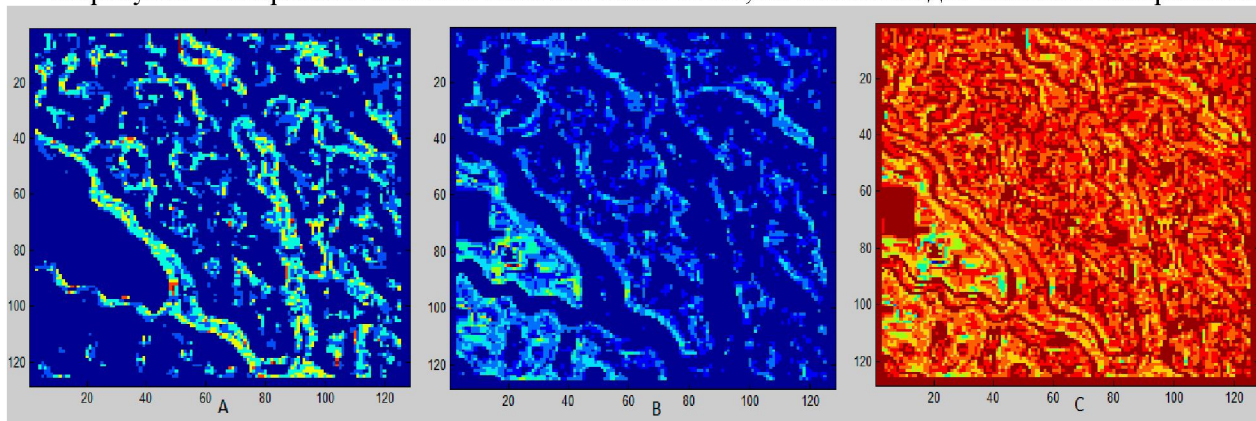


Рисунок 4 – Статистически значимые точки: А – локального минимума, В – локального максимума, С – локальные седловые точки

Заключение

В результате выполненных работ по вычислению топографических характеристик и разработке программного модуля в среде Matlab были разработаны и реализованы алгоритмы обработки цифрового изображения на основе теории Морса, а именно определены и вычислены статистически значимые критические точки цифрового изображения.

Результаты работы могут найти применение при решении прикладных задач обработки цифровых сигналов. Разработанный программный комплекс в системе Matlab может быть использован как в учебных целях, так и в дальнейших исследованиях по обработке цифровых изображений.

Литература

1. Жуков, Ю. Н. Математические инструменты описания картографического отображения рельефа Земли [Текст] / Ю. Н. Жуков // Навигация и гидрография. – 2011. – №3 2. – С. 60–69.
2. Милнор, Дж. Теория Морса [Текст] / Дж. Милнор – Москва : Издательство ЛКИ, 2008. – 186 с.
3. Самарина, О. В. Геометрические методы в решении задач обработки изображений [Текст] / О. В. Самарина, В. В. Славский. – Germany : Lambert Academic Publishing, 2015. – 52 с.
4. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст] : в 3 ч. Ч. 3. / Г. М. Фихтенгольц. – Москва : Физмалит, 2001. – 662 с.