

УДК 372.4

<https://doi.org/10.36906/KSP-2021/48>

Жмакина Н.Л.

ORCID: 0000-0003-4588-8069, канд. пед. наук

Здоровенко К.С.

ORCID: 0000-0002-7141-7714

Нижневартровский государственный университет

г. Нижневартовск, Россия

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. В статье рассматриваются теоретические основы формирования умений решать задачи младшими школьниками: раскрываются структура умения решать задачи, классификация задач по различным основаниям, способы решения задач, приемы, используемые педагогами при обучении младших школьников решению задач, соотношение познавательных универсальных учебных действий с этапами решения задач.

Ключевые слова: познавательные универсальные учебные действия; задача; умение решать задачи.

Zhmakina N.L.

ORCID: 0000-0003-4588-8069, Ph.D.

Zdorovenko K.S.

ORCID: 0000-0002-7141-7714

Nizhnevartovsk State University

Nizhnevartovsk, Russia

THE THEORETICAL STUDY OF THIRD-GRADERS' COGNITIVE UNIVERSAL LEARNING SKILLS FORMATION TO SOLVE PROBLEMS IN MATH LESSONS

Abstract. This article shows theoretical basis of third-graders' cognitive universal learning skills formation to solve problems. It describes the structure of problem-solving skill, classification of problems, solutions of problems, techniques that are used by primary school teachers, coordination between cognitive universal learning skills and stages of problem solving.

Key words: cognitive universal learning skills; problem; skill to solve problems

Особая значимость математического развития отражена в Концепции развития математического образования в Российской Федерации, в которой обозначено, что «в

процессе изучения математики развиваются познавательные способности человека, логическое мышление, поэтому математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе» [12]. В начальной школе предмет «Математика» является фундаментом для развития у обучающихся познавательных универсальных учебных действий (УУД), которые включают действия исследования, поиска, отбора и структурирования необходимой информации, моделирование изучаемого содержания.

По мнению Т.Ф. Есенкова, познавательные УУД учат младших школьников работать и обрабатывать информацию самостоятельно, что немало важно для младшего школьника, так как ученик учиться решать сам учебные задачи и принимать решения: «...построения самостоятельного процесса поиска», что позволяет сделать следующий вывод: одним из важнейших познавательных универсальных действий является умение решать проблемы или задачи (<https://clck.ru/ZRoYM>).

Л.М. Фридман считает, что любая задача представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в ней. Автор связывает понятие «задача» с понятием «проблемная ситуация». По словам автора, решить математическую задачу, значит выполнить математическое действие [14].

А.Н. Менчинская определила умение решать задачи как владение учащимися рядом правил, «знание которых должно быть приобретено учащимися в собственном практическом опыте». Перечень этих правил включает: не начинай вычислять, пока не изучил внимательно условия задачи в целом; решая трудную задачу, используй различные способы; закончив решение, вернись к вопросу задачи, проверь, можешь ли ты дать исчерпывающий ответ на этот вопрос [7].

При рассмотрении задачи как текстовой структуры принято выделять ее характерные признаки: условие, вопрос, данные, искомое. В текстах стандартной формы условие выражено повествовательным предложением и предшествует вопросу, который выражен вопросительным предложением [3].

Разные исследователи в своих работах выделяют группы умений, необходимые для решения задач младшими школьниками. В таблице 1 представлены два варианта таких умений – В.А. Мизюк и Л.В. Селькиной [8, с. 7; 13, с. 12-13].

Таблица 1

Структура умений решать текстовые задачи

Структура умений решать текстовые задачи (В.А. Мизюк)		Структура умений решать текстовые задачи (Л.В. Селькина)	
Умения	Операционный состав умений	Умения	Операционный состав умений
Умение анализировать задачу	1. Проводить первичный анализ текста (представление задачной ситуации). 2. Выделять условия и требования, опорных слов. 3. Выделять известные, неизвестные, искомые величины.	Умения, связанные с пониманием и анализом условия задачи	1. Проверять принадлежность конкретного текста к группе задач по ряду существенных признаков. 2. Математизировать жизненные явления, описанные в задаче. 3. Выявлять отношения, в которых находятся компоненты задачи и

Структура умений решать текстовые задачи (В.А. Мизюк)		Структура умений решать текстовые задачи (Л.В. Селькина)	
Умения	Операционный состав умений	Умения	Операционный состав умений
	4. Устанавливать связи между данными и искомыми 5. Конструировать модели задачной ситуации (предметные, схематические, графические) и соотносить элементы задачи с элементами модели. 6. Устанавливать полноту данных задачи (достаточность, недостаточность, избыточность). 7. Узнавать типы задач		соотносить данные элементы с искомыми. 4. Устанавливать полноту (достаточность, недостаточность, избыточность) и непротиворечивость данных задачи. 5. Расчленять задачу на подзадачи. 6. Переформулировать условие задачи. 7. Составлять различные виды краткой записи условия.
Умение проводить поиск плана решения задачи	1. Раскладывать составную задачу на простые. 2. Переводить зависимость данных и искомого на математический язык. 3. Выбирать рациональные способы решения задач. 4. Проводить рассуждения аналитическим и синтетическим способом. 5. Активизировать необходимые для решения задачи теоретические знания.	Умения, связанные с составлением плана решения	1. Использовать (схемы, таблицы, символы, чертежи, графы в качестве вспомогательных моделей). 2. Мобилизовать память для актуализации имеющихся в распоряжении субъектов и необходимых для решения задач знаний в целях выбора способа решения и действий, его реализующих. 3. Переводить заданную ситуацию на язык математических отношений и зависимостей и, наоборот, символическое или графическое толкование задачи - на язык обыкновенного текста. 4. Проверять соответствие плана решения условию задачи. 5. Фиксировать план решения задачи.
Умение реализовать найденный план решения задачи	1. Устанавливать адекватность построенной математической модели исходной задаче. 2. Рационально выбирать математические связи между величинами. 3. Устанавливать соответствие промежуточных и конечного результатов. 4. Оформлять решение.	Умения, связанные с реализацией плана решения	1. Выбирать соответствующие содержанию задачи математические операции и правильно их выполнять. 2. Видеть вариативность решения задачи на основе знания условий, при которых это возможно. 3. Решать задачу разными способами. 4. Оформлять решение в различных формах и записывать ответ. 5. Исследовать возможные частные и особые случаи решения задачи.
Умение осуществлять контроль и коррекцию решения	1. Определять соответствие полученных результатов исходной задаче. 2. Выполнять проверку решения разными способами. Найти другие способы решения задачи. 3. Оценивать полученные при решении результаты.	Умения, связанные с контролем	1. Опережающий контроль (прикидка, проверка реальности условия). 2. Текущий контроль (сопоставление условия и намеченного плана решения в процессе его реализации).

Структура умений решать текстовые задачи (В.А. Мизюк)		Структура умений решать текстовые задачи (Л.В. Селькина)	
Умения	Операционный состав умений	Умения	Операционный состав умений
	4. Обобщать результаты решения.		3. Итоговый контроль (выполнение проверки решения разными способами. 4. Оценивание результатов решения (правильность, рациональность, значимость).

Умения, выделяемые авторами, содержательно близки в обеих классификациях, а пооперационный состав умений при наличии части одинаковых пооперационных умений в целом отличается. Авторы в делают акцент на детализацию выполняемых действий: В.А. Мизюк – в ходе формирования умения проводить поиск плана решения задачи, а Л.В. Селькина – при формировании умения, связанного с пониманием и анализом - условия задачи. Л.В. Селькина уделяет больше внимания фиксации результатов на разных этапах решения задачи. В ряде исследований была предпринята попытка создать классификацию текстовых задач, т. к., по мнению исследователей, это позволило бы выявить особенности методики обучения решению задач каждого типа [5, с. 72]. В общей классификации задачи делят на простые и составные [3, с. 210].

М.И. Моро и А.И. Пышкало предлагают деление задач на группы в зависимости от тех понятий, которые формируются при их решении. С этой точки зрения выделяют четыре группы задач [10]:

1. Простые задачи на усвоение конкретного смысла арифметических действий: задачи на нахождение суммы двух чисел, на нахождение остатка, по содержанию и др.

2. Задачи, раскрывающие связи между компонентами и результатами арифметических действий: задачи на нахождение неизвестного слагаемого, уменьшаемого, множителя, делимого, делителя.

3. Задачи, раскрывающие отношения между числами: 6 видов задач, связанных с понятием отношения и 6 видов задач, связанных с понятием разности (задачи на разностное сравнение, увеличение числа на несколько единиц и др.; простые задачи, связанные с понятием кратного отношения: задачи на кратное сравнение чисел и увеличение числа в несколько раз).

4. Задачи, раскрывающие связи между величинами. При решении задач этой группы дети усваивают названия величин и связи между величинами: цена, количество, стоимость; масса одного предмета, количество предметов, общая масса; скорость, время, расстояние; длина, ширина, площадь прямоугольника и др.

N.A. Nohda классифицирует задачи на «открытые» и «закрытые» (табл. 2) [16]. Характеристику обеих групп задач автор делает в соответствии с планом работы над задачей.

Таблица 2

Характеристика задач закрытого и открытого типа

Параметр	«Закрытые» задачи	«Открытые» задачи
Условие	Данных достаточно, чтобы решить задачу, в условии нет лишних данных.	Исходных данных для решения задачи может быть недостаточно или, наоборот, избыточное количество.
Постановка вопроса	Найдите (искомое или алгоритм построения); Докажите (данное утверждение, о котором уже известно, что оно верное).	Верно ли данное утверждение? Что можно, а что нельзя найти по данным задачи? Нельзя ли ослабить условие?
Ход решения	Теоретических знаний учащихся достаточно, чтобы решить задачу; существует единственное, ограниченное количество ходов решения задачи.	Задания для решения задачи недостаточно, обучающемуся необходимо решать подзадачи, накапливая необходимую информацию (опыт); методов решения задачи может быть много.
Результат	Существует только одно решение задачи.	«Правильных» решений в задаче может быть несколько, в зависимости от того, какой ход решения задачи выбрал обучающийся.

Л.В. Селькина делит задачи на традиционные (стандартные) и нестандартные. «Нестандартные» задачи для обучающихся в начальной школе автор выделяет среди арифметических (задачи «на предположение», на движение мимо объектов с учетом их протяженности, на движение в одном направлении и др.), комбинаторных (на выбор подмножеств и их упорядочение; на определение количества различных вариантов и др.), логических (на активный перебор вариантов; на планирование деятельности и др.) [13, с. 10].

Анализ работ И.И. Александрова, А.И. Александрова и В.С. Овчинниковой позволяет выделить, представленные в таблице 3 способы решения задач и описать их характеристику.

Таблица 3

Способы решения арифметических задач

Способ	Характеристика
выделены И.И. Александровым, А.И. Александровым [1, с. 35]	
1. Способ арифметического вычисления	Особенность способа заключается в записи решения с помощью числового выражения и подсчёта результатов. Прямо указано, какие действия нужно выполнить, и в каком порядке.
2. Способ «обратности» или решаемые с конца	Способ, при котором чтобы найти неизвестное число, нужно над конечным результатом выполнить обратные действия и в обратном порядке. Пример: Я задумал число. Если его увеличить в 5 раз, к результату прибавить 125 и результат разделить на 6, то получим 115. Какое число я задумал?
3. Способы исключения неизвестных	При решении задачи, обучающиеся могут объединить несколько условий в одно. Сравнение двух условий с помощью вычитания. Замена одного неизвестного другим. Уравнивание неизвестных или данных.
4. Разложение трудной задачи	Обучающий раскладывает трудную задачу на ряд подготовительных задач, которые нужно решить предварительно.
5. Способ решения задачи «подбором»	Способ, где обучающиеся путём подбора выбирают ход решения, лучше данный способ использовать для прикидки результата.
выделены М.В. Овчинниковой [11, с. 21]	

Способ	Характеристика
Графический способ	Способ решения представляет собой получение результата путем применения различных схем и геометрической интерпретации задачи. Решение задач графическим способом можно осуществлять и при помощи отрезков.
Способ схематического моделирования	Схема может выступать как способ решения задачи, так и как форма записи решения задачи. Схематическое моделирование позволяет при помощи пропорциональных отрезков изображать данные в задачах отношения.

В ходе исследования было проанализировано содержание учебников математики (УМК «Школа России» [9]) и выделены разнообразные задания, которые выполняют младшие школьники при решении задач (таблица 4).

Таблица 4

Варианты заданий для формирования познавательного универсального учебного действия – умения решать задачи у младших школьников

Класс	Варианты предлагаемых заданий по
1	Используя схему, дополни текст нужными числами и ответи на вопрос; составь задачу, которая решается так: $5+2=7$; составь задачи по каждой картинке и реши их; закончи вопрос и реши задачу; составь задачу по краткой записи и реши её; для ответа на вопрос задачи заполни таблицу.
2	Измени вопрос так, чтобы задача решалась вычитанием, реши эту задачу; дано условие задачи, закончи вопрос задачи и реши её; поставь вопрос и реши задачу; составь задачу и реши её по данным кратким записям; поставь вопрос так, чтобы задача решалась двумя действиями и реши её; Катя решила задачу так, а Дима так, объясни как рассуждал каждый; выбери решение этой задачи, составь задачу по другому решению.
3	Используя рисунки вверху и на полях, составь по выражению задачи и реши их; реши задачу разными способами; объясни, что узнаешь, выполнив вычисления; поставь вопрос так, чтобы задача решалась в 2 действия; реши задачу разными способами; поставь вопрос и реши задачу.
4	Устно составь и реши две задачи, обратные данной; составь похожую задачу о ...; реши задачу разными способами; реши задачу, составив выражение; измени вопрос задачи, чтобы она решалась так; используя слово «больше» или «меньше» в условии или в вопросе, составь задачи по выражениям; измени числа так, чтобы задача решалась двумя способами, сравни эти способы; составь задачу по таблице и реши её; дополни условие, чтобы чертёж к задаче был таким; измени условие задачи, чтобы чертёж стал таким.

Анализ, предлагаемых в учебниках заданий, позволяет констатировать, что авторами предлагаются разнообразные формулировки заданий, направленные на формирование умений решать задачи. При этом ведется работа по решению задач разного вида, разными способами анализа текста, способами решения и формами записи решаемых задач. Педагогами при систематизации собственного опыта выделяются наиболее эффективные, на их взгляд, приемы обучения решению задач младшими школьниками. Сущность выделенных приемов представлена в таблице 5.

Проведенная работа по изучению теоретических основ формирования и развития умений младших школьников решать задачи позволила соотнести формируемые в начальной школе у обучающихся познавательные УУД с этапами решения задачи (табл. 6).

Таблица 5

Анализ опыта учителей по формированию умений решать задачи

Приёмы	Сущность приёма
выделены А.К. Мендыгалиевой [6, с. 43].	
1. Приём сравнения	Используется для приобретения опыта математического анализа текстов учебных заданий; лежит в основе обобщения и систематизации знаний; установления более глубоких связей ранее изученного материала с новым; поиска общих признаков при формировании понятий; поиска закономерностей.
2. Приём выбора, выбор решения задачи, выбор данных к условию задачи из её решения, выбор схемы к задаче.	Практикуется для формирования умения обосновывать свои суждения, используя для этого математическое содержание задания. Позволяет осознать сущность формируемых понятий, общих способов действий и содержательную зависимость между ними.
3. Приём конструирования; поиск и выделение необходимой информации; составление вопроса задачи; дополнение условия задачи	Способствует формированию умения самостоятельно устанавливать соответствия между предметными, графическими и символическими моделями, преобразовывать их в математические.
выделены Г.П. Калининой [4, с. 36].	
Общий приём решения задач.	Основывается на сформированности логических операций. Позволяет самостоятельно анализировать и решать различные типы задач.
Абстрагирование числа от сюжета задачи. Повторение задачи по логическим частям.	Реализация предполагает выбор знаково-символических средств для построения схемы, таблицы, адекватной математическому содержанию задачи. Используется на начальном этапе работы с задачей либо при повторении задачи с незнакомым сюжетом.
выделены О.Б. Шелыгиной [15].	
Психологический прием мысленного составления плана и выделения смысловых опорных пунктов.	Прием составления алгоритма для поиска путей решения любой задачи; чтение разными способами (детей следует специально знакомить с ними), драматизация, обыгрывание, представление жизненной ситуации, перефразирование и переформулировка и др.

Таблица 6

Соотношение познавательных универсальных учебных действий с этапами решения задач

Познавательные УУД	Умения решать задачи
Общеучебные УУД	
1. Выделение и формулирование познавательной цели	Процесс изучения условия задачи и определение цели.
2. Поиск и выделение необходимой информации	Анализ текста задачи, поиск плана решения.
3. Выбор наиболее эффективных способов решения задачи в зависимости от конкретных условий	Поиск плана решения задачи, проверка полученных результатов.
4. Самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении задачи	Процесс составления плана решения задачи. Запись математических выражений, согласно правильной последовательности.
5. Рефлексия способов и оценка процесса и результатов деятельности.	Проверка решения задачи, изучение и корректировка полученных результатов.
Знаково-символические УУД	

Познавательные УУД	Умения решать задачи
6. Моделирование (структурирование задачи)	Выделение компонентов задачи, составление краткой записи, поиск плана решения задачи, осуществление плана решения задачи, проверка полученных результатов (обратная задача, проверка решения).
7. Преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область.	Анализ структуры задачи, составление краткой записи, выделение компонентов в задаче, поиск плана решения задачи. Составление обратной задачи.
Логические УУД	
1. Основы смыслового чтения (выделение существенной информации из текста) Сравнение	Изучение условия задачи, выделение главных компонентов задачи, сравнение условий с обратной задачей, сравнение результатов.
2. Осуществление анализа объектов (выделение существенных признаков)	Анализ заданных условий в схематической записи, поиск плана решения задачи, проверка полученных результатов. Выделение главных компонентов задачи, построение плана решения задачи. Анализ условия задачи (например, когда надо подобрать выражение к схематической краткой записи).
3. Осуществление сравнения, сериации, классификации.	Анализ условия задачи (обучающиеся могут выделить тип задачи и классифицировать, при выборе числового выражения к заданным условиям)
4. Установление причинно-следственных связей (обобщение, доказательство, выведение следствий, аналогий, доказательства)	Анализ текста задачи, выделение структурных компонентов и их взаимосвязь. Изучение полученных результатов и проверка полученного ответа. Выполнение проверки решения задачи (составление обратной задачи).

Изучение теоретических основ формирования у младших школьников умения решать задачи позволяет определить критерии и показатели уровня сформированности познавательного универсального учебного действия, в частности решения проблем/ умения решать задачи (табл. 7) [2].

Таблица 7

Критерии и показатели сформированности умений решать задачи у младших школьников

Критерии	Показатели
Анализ текста задачи	Умение выбирать смысловые единицы текста и устанавливать отношения между ними; умение создавать структуры взаимосвязей смысловых единиц текста (выбор и организация элементов информации); умение выделять обобщенные схемы типов отношения и действий между единицами; умение выделять формальную структуру задачи; умение записывать решение задачи в вид.
Перевод текста на язык математики с помощью вербальных и невербальных средств	Умение выражать смысл ситуации различными средствами (рисунки, символы, схемы, знаки); умение выражать структуру задачи разными средствами.
Установление отношений между данными и вопросом	Умение устанавливать отношения между: данными условия; данными требования (вопроса); данными условия и требованиями задачи
Составление плана решения	Умение определить способ решения задачи, выделить содержание способа решения, определить последовательность действий.
Осуществление плана решения	Умение выполнять операции со знаками и символами, которыми были обозначены элементы задачи и отношения между ними.

Критерии	Показатели
Проверка и оценка решения задачи	Умение составлять задачу, обратную данной, и на основании ее решения делать вывод о правильности решения исходной задачи; умение выбирать, сопоставлять и обосновывать способы решения; умение проводить анализ способов решения с точки зрения их рациональности и экономичности; умение выбирать обобщенные стратегии решения задачи

Таким образом, на основе анализа и обобщения психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, можно сделать следующие выводы:

1. В начальной школе предмет «Математика» является основой формирования и развития у обучающихся познавательных универсальных учебных действий.
2. Одним из познавательных универсальных учебных действий является умение решать проблемы/ задачи. Умение решать задачи состоит из ряда частных умений, таких как: понимать и анализировать текст задачи, проводить поиск способа решения задачи и составления плана решения, реализовать найденный план решения задачи, осуществлять контроль и корректировку найденного решения.
3. Применение моделирования, вариативного подхода к решению задач, позволяет разнообразить формы работы на уроке, активизировать работу учащихся, улучшить качество обучения. Задачи дают возможность связать теорию с практикой, а обучение с жизнью. Таким образом, решение задач позволяет углубить и расширить представления детей о жизни, формируя у них практические умения.

Литература

1. Александров И.И., Александров А.И. Методы решений арифметических задач. М.: Учпедгиз, 1953. 76 с.
2. Асмолов А.Г., Бурменская Г.В., Володарская И.А., Карабанова О.А., Салмина Н.Г. Молчанов С.В. Как проектировать универсальные учебные действия: от действия к мысли. М.: Просвещение, 2014.
3. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах М.: Ассоциация XXI век. 2006. 251 с.
4. Калинина Г.П. Формирование общего приема решения задач // Специальное образование. 2015. № 3. С. 35-45.
5. Малыхина В.В. Методика формирования младших школьников умения решать текстовые задачи в системе развивающего образования: дис. ... д-ра канд. пед. наук. М., 1998. 140 с.
6. Мендыгалиева А.К. Методические приёмы при обучении решению задач в начальной школе // Начальная школа плюс до и после: научно-методический журнал. 2013. № 10. С. 43-46.
7. Менчинская Н.А. Интеллектуальная деятельность при решении арифметических задач // Известия АПН РСФСР. 1946. Вып. III. С. 99-134.

8. Мизюк В.А. Формирование умений учащихся начальной школы решать текстовые задачи: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Киев, 2000. 21 с.
9. Моро М.И., Волкова С.И., Степанова С.В. Математика. Рабочие программы. Предметная линия учебников системы «Школа России». 1-4 классы: 2-е изд. перераб. М.: Просвещение, 2016. 124 с.
10. Моро М.И., Пышкало А.М. Методика обучения математике в I-III классах. М.: Просвещение, 1975. 304 с.
11. Овчинникова В.С. Методика обучения решению задач в начальной школе. М., 2003. 191 с.
12. Распоряжение правительства РФ от 24.12.2013 г. об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации // Вестник образования России. 2014. № 3. Февраль. С. 9–17.
13. Селькина Л.В. Решение нестандартных задач в начальном курсе математики как средство формирования субъекта учебной деятельности: автореф. дис. ... канд. пед. наук. Пермь, 2001. 21 с.
14. Фридман Л.М. Формирование самосознания учащихся // Журнал прикладной психологии. 2003. № 3. С. 31-43 // Психология обучения. 2004. № 5.
15. Шелыгина О.Б. Приемы формирования мыслительных операций при обучении младших школьников решению арифметических задач // Концепт. 2014. № S32. С. 6-10.
16. Nohda N. A Study of “open-approach” method in school mathematics teaching: paper presented at the 10th ICME by N. Nohda. Makuhari, 2000. pp. 39-51.

© Жмакина Н.Л., Здоровенко К.С., 2021