

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ПЕРЕЛЕТ ЗЕМЛЯ — МАРС — ЗЕМЛЯ

Т.В. Тузов, Е.А. Перелыгин

Тольяттинский политехнический колледж, Тольятти, Россия

Обоснование. Одно из перспективных направлений развития космонавтики является посещение и исследование человеком поверхности Марса.

Цель — рассмотреть задачу эскизного проектирования космического аппарата (КА) для осуществления экспедиции Земля — Марс — Земля за минимально возможное время.

Методы. Для планирования экспедиции важно не только рассчитать полет космического корабля на Марс и возвращение на Землю, но и обеспечение условий, в которых экипаж был здоров и работоспособен. Требуется предусмотреть способы решения всех проблем, с которыми столкнутся в полете члены экипажа. Проблема голода и жажды легко решается в Земных условиях, но каждый день пребывания в межпланетном пространстве одного человека требует нескольких килограмм пищи, воды для питья и гигиенических процедур, что существенно увеличит массу экспедиционного комплекса. И это при условии использования регенерированной воды и сублимированных продуктов. Кроме того, требуется предусмотреть утилизацию продуктов жизнедеятельности и предметов гигиены, а также расходные материалы для систем регенерации воздуха и воды.

Космическое излучение это один из самых опасных факторов во время перелета, так как оно будет воздействовать на человека весь полет. Здесь тоже возможно применение различных систем защиты и активных, с использованием отклоняющего электромагнитного поля, и пассивных.

В любом случае и с любой точки зрения сокращение длительности экспедиции положительно скажется на здоровье космонавтов и сокращении массы необходимых запасов еды и воды. Поэтому мы выбрали оптимальное быстродействие как основной критерий оптимальности.

Упрощенная массовая модель аппарата содержит сумму масс возвращаемой части с экипажем, исследовательского аппарата, остающегося на поверхности планеты назначения, массу рабочего тела вместе с системами подачи и хранения, массу источников энергии и двигательных систем и массу конструкции.

Задачи оптимизации межпланетных траекторий перелета сводились к вариационным задачам определения оптимального управления. Движение КА описывалось следующими уравнениями, в плоской полярной системе координат, приведенными к нормальному виду (1).

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= V_r \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{V_\varphi}{r}, \\ \frac{dV_r}{dt} &= \frac{V_\varphi^2}{r} - \frac{1}{r^2} + \frac{a_0}{r^2} \cos \lambda, \\ \frac{dV_\varphi}{dt} &= -\frac{V_r V_\varphi}{r} - \frac{a_0}{r^2} \sin \lambda. \end{aligned} \quad (1)$$

В соответствии с формализмом принципа максимума Понтрягина вводился вектор сопряженных переменных $\bar{P} = (P_r, P_\varphi, P_{V_r}, P_{V_\varphi})^T$ и составлялся гамильтониан $H = \left(\frac{d\bar{X}}{dt} \right)^T \cdot \bar{P}$, где $\bar{X} = (r, \varphi, V_r, V_\varphi)^T$ — вектор фазовых координат системы (1). Из условия максимума гамильтониана найдено оптимальное управление, обеспечивающее минимальную длительность перелета:

$$\sin \lambda = \frac{P_{V_\varphi}}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2}}, \quad \cos \lambda = \frac{P_{V_r}}{\sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2}}. \quad (2)$$

При не фиксированной угловой дальности, с учетом условия трансверсальности $P_\varphi(T) = 0$ и уравнений для оптимального управления (2), система дифференциальных уравнений для сопряженных множителей имеет вид:

$$\frac{dP_r}{dt} = P_{V_r} \left(\frac{V_\varphi^2}{r^2} - \frac{2}{r^3} \right) - P_{V_\varphi} \frac{V_r V_\varphi}{r^2} + \frac{2a_0}{r^3} \sqrt{P_{V_r}^2 + P_{V_\varphi}^2},$$

$$\frac{dP_\varphi}{dt} = 0 \Rightarrow P_\varphi \equiv 0,$$

$$\frac{dP_{V_r}}{dt} = -P_r + P_{V_\varphi} \frac{V_\varphi}{r},$$

$$\frac{dP_{V_\varphi}}{dt} = \frac{P_{V_\varphi} V_r - 2P_{V_r} V_\varphi}{r}.$$
(3)

Таким образом, задача об оптимальном по быстродействию перелете между круговыми, компланарными орбитами сводится к следующей двухточечной двухпараметрической краевой задаче. Требуется найти такие начальные значения параметров $\lambda_0 = \arctg \frac{P_{V_r}}{P_{V_\varphi}}$ и $P_r (\sqrt{P_{V_r}(t_0)^2 + P_{V_\varphi}(t_0)^2} = 1$ — из условия нормировки), чтобы на концах оптимальной траектории выполнялись начальное и конечное условия:

$$\bar{X}(t_0) = (r_0 = 1, \varphi_0 = 0, V_{r_0} = 0, V_{\varphi_0} = 1), \quad \bar{X}(T) = \left(r_k, \varphi_k - \text{unfixe}, V_{rk} = 0, V_{\varphi_k} = \frac{1}{\sqrt{r_k}} \right).$$
(4)

Результаты. Приведенная выше методика позволила рассчитать оптимальные по быстродействию перелеты Земля — Марс и Марс — Земля и получить оптимальную схему замкнутого межпланетного перелета для КА со следующими параметрами: конечная масса КА (120 т), номинальная тяга двигателей (300 Н), скорость истечения (70 км/с). Считалась, что стартовая геоцентрическая орбита круговая высотой 400 км и целевая ареоцентрическая орбита высотой 300 км.

Выводы. В результате решения задачи получено время перелета 673 дня при расходе рабочего тела в 56 т, и стартовой массы экспедиционного комплекса 400 т.

Ключевые слова: голод; гигиена; космическое излучение; оптимальный перелет.

Сведения об авторах:

Тимофей Витальевич Тузов — студент, группы ВП-21, специальность информационные системы и программирование; Тольяттинский политехнический колледж, Тольятти, Россия. E-mail: timofejtuzov4@gmail.com

Евгений Александрович Перелыгин — научный руководитель коллектива авторов; Тольяттинский политехнический колледж, Тольятти, Россия.