

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ ОБЛИГАЦИЙ

Я.В. Конкина, А.Н. Маляров

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

Обоснование. Одним из эффективных методов создания пассивного дохода является формирование портфеля из фондовых инструментов. Наиболее консервативным и надежным инструментом инвестиций являются облигации [1, 2]. Они широко представлены на Московской бирже.

Цель — разработка модели и метода оптимизации инвестиционного портфеля наибольшей доходности, состоящего из облигаций с фиксированными купонными выплатами и удовлетворяющего требованиям инвестора.

Методы. Целевой функцией является доходность за установленное инвестором время владения портфелем T^0 до его ликвидации: $F(T^0, \{P_i\}, \{E_i\}, \{N_i\}, \{t_i\}, \{x_i\}) \rightarrow \max$, где P_i — рыночная цена, E_i — доходность, N_i — номинал, t_i — время до погашения, x_i — искомое целочисленное количество облигаций i -го выпуска в портфеле, $\forall i$.

Инвестор может установить ограничения по одному, нескольким или всем выпускам:

1⁰. $E_i \geq E^0 \forall i$, где E^0 — наименьшая доходность;

2⁰. $x_i \leq n_i^0 \forall i$, где n_i^0 — допустимое число облигаций в портфеле;

3⁰. $\sum_{i=1}^N D_i x_i \leq D^0 \forall i$, где D_i — дюрация, x_i — доля i -го выпуска, D^0 — наибольшая дюрация портфеля;

4⁰. $D_i x_i \leq D^0 \forall i$, где рыночная цена облигации i -го выпуска, S^0 — средства для покупки облигаций в портфеле;

5⁰. $T_i^{0-} \leq t_i; T_i^{0+} \geq t_i$, где T_i^{0-} и T_i^{0+} — допустимые границы времени до погашения i -го выпуска, $\forall i$.

Для решения оптимизационной задачи на первом этапе в биржевом терминале QUIK отсеиваются котировки по времени жизни и дюрации облигаций, затем они сортируются по числу предлагаемых облигаций по лучшей цене. Полученные данные экспортируются в таблицу Excel. Расчетная таблица дополняется допустимым числом облигаций каждого выпуска.

На втором этапе определяется текущая доходность к погашению, так как в таблице торгов доходность представлена по последней сделке. Для этого предлагается использовать текущее значение дюрации

$$\frac{dP_i}{dE_i} \cdot \frac{1}{P_i} = -\frac{1}{1+E_i} \cdot D_i \quad [3].$$

При погашении облигации ранее установленного срока владения T^0 на полученные средства необходимо приобрести облигации по доходности на момент погашения. Если срок погашения позже T^0 , то облигацию нужно продать раньше, и ее доходность будет иной, чем при погашении. На основе прогноза доходности в первом случае находим будущую рыночную цену каждой облигации в момент ликвидации портфеля S_{1i} , во втором S_{2i} — цену ранее срока погашения.

На последнем этапе решается линейная оптимизационная задача. При отсутствии связанных ограничений по нескольким облигациям задача решается путем сортировки цен и упорядоченного выбора наиболее доходных из них с учетом независимых ограничений. При наличии связанных ограничений задача трансформируется в известную «задачу о рюкзаке» с целочисленными переменными.

Результаты. Получен портфель с оптимальным числом облигаций x_i в каждом выпуске на выделенную сумму, при этом учтены ограничения по риску, выраженному показателем дюрацией, по времени погашения и числу облигаций.

Выводы. На основе разработанной модели инвестор может самостоятельно составлять портфель из облигаций, учитывающий индивидуальные предпочтения и требования. Решение оптимизационной задачи не выходит за рамки возможностей, предоставляемых табличным процессором, оно доступно любому инвестору.

Ключевые слова: дюрация; инвестиции; математическая модель; облигация; портфель; риски.

Список литературы

1. Шарп У.Ф., Гордон А.Д., Бэйли Д.В. Инвестиции. Москва: Инфра-М, 2001. 1027 с.
2. Фабоцци Ф.Дж. Рынок облигаций: Анализ и стратегии / пер. с англ. Москва: Альпина Бизнес Букс, 2007. 1200 с.
3. Маляров А.Н. Теория и практика финансовых расчетов: учебник. Самара: СамГТУ, 2013. 376 с.

Сведения об авторах:

Яна Владимировна Конкина — студентка 4-го курса, направление «Прикладная математика и информатика», Институт автоматизации и информационных технологий; Самарский государственный технический университет, Самара, Россия. E-mail: yana.k_5@mail.ru

Анатолий Николаевич Маляров — научный руководитель, кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная математика и информатика». E-mail: gman53@yandex.ru