

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛОВ

Н.А. Михайлова, А.Б. Пузанкова

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

Обоснование. Фрактальная графика [5] широко применяется во многих сферах жизнедеятельности человека, в том числе и в электротехнике для описания форм электромагнитных полей при разработке многодиапазонных и широкополосных антенн с заданными характеристиками [1, 3].

Фрактальные антенны — это относительно новый класс электрических малых антенн, существенно отличающихся своей формой от известных прототипов, имеющих более сложную форму, отвечающих требованиям для беспроводных коммуникационных устройств и мобильных гаджетов [3]. В антенных решениях используются не подлинные фракталы, а лишь несколько первых их итерационных форм, получивших в геометрии название кривых, заполняющих пространство (SFC) или плоскость (PFC) [1, 2]. Из них очень популярны в качестве излучающих элементов: треугольник Серпинского и ковер Серпинского, кривые Гильберта, кривые Коха, джулианские структуры и формы Contor [2].

Фрактальные технологии на основе ломанных линий позволяют уменьшить габариты антенн и увеличить полосу пропускания, снизить их взаимное влияние с помощью увеличения межэлементного зазора и расширить сектор сканирования благодаря более плотной установке антенных элементов в дипольных решетках. Антенна, выполненная на основе структуры Серпинского, способна заменить несколько антенн, работающих в различных диапазонах частот и имеет хороший уровень согласования на резонансных частотах [1–3]. На рис. 1. показана данная антенна.

Математическое моделирование — инструмент для расчета параметров фрактальных антенн [1].

Цель — реализовать фрактал Серпинского в программе Visual Studio 2019 на языке C#.

Методы. Рассмотрим последовательность построения треугольника Серпинского (ТС): строим большой внешний треугольник, затем треугольник, получившийся при соединении середин сторон внешнего треугольника, аналогично строим другие треугольники [4]. Алгоритм показан на рис. 2. Теперь напишем код фрактала Серпинского на языке C#.

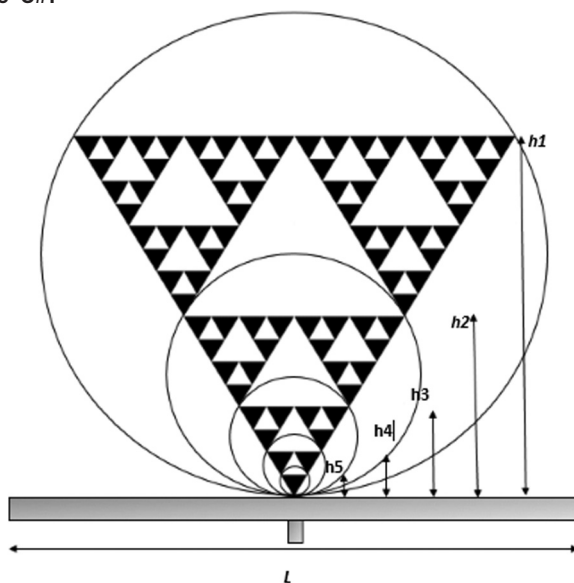


Рис. 1. Многополосная фрактальная антенна монопольного типа Серпинского

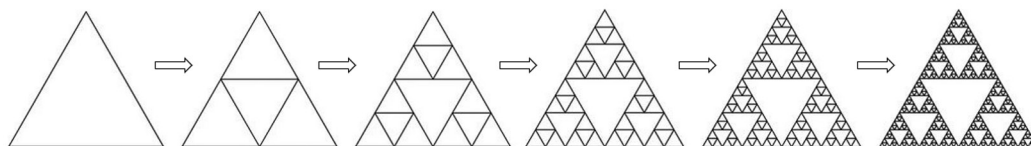


Рис. 2. Алгоритм построения треугольник Серпинского

```
class triangle
{
    public void DrawTriangle(int n, PointF osn, PointF right, PointF left,
Graphics g, Pen pen)
    {
        // строим внешний треугольник
        g.DrawLine(pen, osn, left);
        g.DrawLine(pen, osn, right);
        g.DrawLine(pen, left, right);

        // рассчитываем середины сторон треугольника
        var leftSred = SredPoint(osn, left);
        var rightSred = SredPoint(osn, right);
        var topSred = SredPoint(left, right);

        // рекурсивно вызываем функцию для построения меньших треугольников
        if (n > 0)
        {
            DrawTriangle(n - 1, osn, leftSred, rightSred, g,pen);
            DrawTriangle(n - 1, leftSred, left, topSred, g,pen);
            DrawTriangle(n - 1, rightSred, topSred, right, g,pen);
        }

        //функция вычисления координат средней точки
        private PointF SredPoint(PointF p1, PointF p2)
        {
            return new PointF((p1.X + p2.X) / 2, (p1.Y + p2.Y) / 2);
        }
    }
}
```

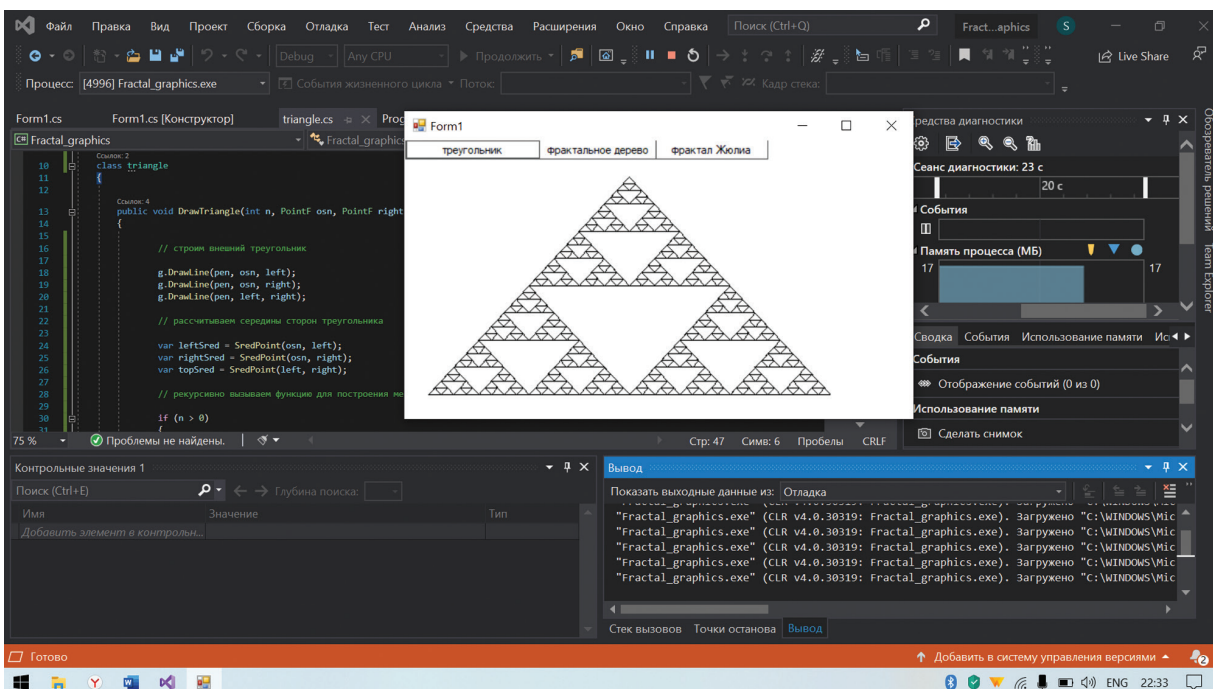


Рис. 3. Фигура, полученная в программе Visual Studio 2019

DrawTriangle — функция для построения треугольника, включающая в себя 6 аргументов, где n — количество итераций, osp — точка вершины, $right$ — правая точка основания, $left$ — левая точка основания, g — экземпляр класса Graphics, который представляет собой поверхность рисования [6, 7].

Результаты. Рассмотрен алгоритм построения фрактальной структуры для создания электрически малой антенны и реализован на языке C# в программе Visual Studio 2019. Преимущество программирования состоит в автоматической генерации изображений путем математических расчетов. Результаты написанного кода в данной программе представлены на рис. 3.

Выводы. Возможности фракталов, такие как уменьшение размеров и эффективное использование ограниченного пространства, дают явное преимущество фрактальных антенн перед антеннами евклидовой геометрии [2, 3]. Математическое моделирование в программировании позволяет порождать нетривиальные структуры с помощью несложных алгоритмов и строить изображения по уравнениям или по системе уравнений, меняя их коэффициенты, можно получить другую форму, что удобно для подбора параметров построения фрактальной антенны [1, 5].

Ключевые слова: фракталы; фрактальные антенны; математическое моделирование; треугольник Серпинского; язык C#; рекурсия.

Список литературы

1. Савочкин А.А., Нудьга А.А. Многодиапазонные антенны на основе фрактальных структур: монография. Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М. 2018. 125 с.
2. Chowdary P.S.R., Prasad A.M., Rao P.M., Anguera J. Design and Performance Study of Sierpinski Fractal Based Patch Antennas for Multiband and Miniaturization Characteristics // Wireless Pers Commun. 2015. Vol. 83. P. 1713–1730. DOI: 10.1007/s11277-015-2472-5
3. Dwivedi S. Design of Wideband PBG Antenna for New Generation Communication Systems through Simulation // Open J Antennas Propag. 2017. Vol. 5, No. 4. P. 169–179. DOI: 10.4236/ojapr.2017.54013
4. Иудин Д.И., Копосов Е.В. Фракталы: от простого к сложному. Нижний Новгород: ННГАСУ, 2012. 200 с.
5. Дробыш А.А., Ражнова А.В., Зуенок А.Ю. Компьютерная графика: электронный учебно-методический комплекс для студентов. Минск: Изд-во БНТУ, 2018. 121 с.
6. Медведев М.А., Медведев А.Н. Программирование на СИ#: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УрФу, 2015 64 с.
7. docs.microsoft.com [Электронный ресурс]. Документация по .NET // Microsoft [дата обращения 04.04.2022]. Доступ по ссылке: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/dotnet/>

Сведения об авторах:

Наталья Алексеевна Михайлова — студентка, группа 21НФ-115, направление автоматизация технологических процессов; филиал Самарского государственного технического университета в Новокуйбышевске, Россия. E-mail: natashka1333@gmail.com

Александра Борисовна Пузанкова — научный руководитель, кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Электроэнергетики, электротехники и автоматизации технологических процессов», филиал Самарского государственного технического университета в Новокуйбышевске, Россия. E-mail: abvfait@mail.ru