

ДИСКРЕТНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ ОСЦИЛЛЯТОРОВ И ЭФФЕКТ НЕЛИНЕЙНОГО РЕЗОНАНСА

Н.А. Кудряшкин

Самарский национальный исследовательский университет, Самара, Россия

Обоснование. Нелинейные явления в физических системах находятся в центре внимания современной науки и техники. Их исследование позволяет получить новые знания о законах окружающего мира и разработать технические устройства, функционирующие на новых физических принципах. Сложность нелинейных явлений определяет актуальность применения к ним метода математического моделирования. Поэтому разработке нелинейных математических моделей в настоящее время уделяется большое внимание исследователей.

Цель — проектирование дискретных во времени нелинейных динамических систем, отображающих характеристики резонанса в колебательной системе с нелинейной емкостью. Метод проектирования должен учитывать данные, полученные в ходе экспериментальных исследований.

Методы. Решение поставленной задачи основано на методах теории нелинейных колебаний и цифровой обработки сигналов. За основу были взяты результаты, полученные в работах [1, 2]. Следуя им, для дискретизации времени в аналоговом осцилляторе использован метод инвариантности импульсных характеристик (МИИХ). Метод находит широкое применение в теории и практике проектирования линейных дискретных фильтров. Он привлекателен с физической точки зрения, т. к. сохраняет временные характеристики отклика линейной системы на внешнее воздействие.

Исследование проводится в два этапа. На первом из них формулируется дифференциальная модель аналоговой системы — колебательного контура с барьерной емкостью обратносмещенного p – n -перехода, в малосигнальном режиме определяется зависимость резонансной частоты Ω_r контура от напряжения смещения.

На втором этапе проводится дискретизация времени в дифференциальной модели нелинейного осциллятора. В результате получается разностное уравнение:

$$y[n] - 2\alpha \cos(2\pi\Omega_r(y[n-1])) y[n-1] - \alpha^2 y[n-2] = \varepsilon x[n-1], \quad (1)$$

где $y[n]$ — осциллирующая переменная, функция дискретного времени, α и ε — параметры потерь и внешнего воздействия. Сформированное таким образом уравнение (1) и есть искоемое дискретное отображение нелинейного осциллятора. Являясь итерируемым отображением, оно дает простой алгоритм генерации временного ряда $y[n]$ под внешним воздействием $x[n]$. Компьютерный анализ характеристик ряда $y[n]$ целесообразно проводить методами цифровой обработки сигналов. В качестве объекта теории колебаний в дискретном времени систему, определяемую отображением (1), можно также обозначать как дискретный осциллятор Дюффинга.

Результаты. Проанализированы резонансные характеристики контура с барьерной емкостью p – n -перехода при гармоническом внешнем воздействии. Показано, что зависимости амплитуд колебаний от частоты внешнего воздействия асимметричны относительно резонансной частоты линейного контура и могут содержать гистерезисные участки. Наличие гистерезиса характерно и для зависимости от амплитуды внешнего воздействия. Показано, что результаты математического моделирования находятся в хорошем соответствии с данными эксперимента.

Выводы. В работе предложено моделировать нелинейные эффекты в колебательных системах методом дискретных отображений с учетом экспериментально установленных характеристик нелинейных элементов, составляющих систему. Для численного анализа осцилляций следует использовать методы цифровой обработки сигналов.

Ключевые слова: нелинейные колебания; математические модели; дискретные отображения; временные ряды.

Список литературы

1. Зайцев В.В. Дискретный осциллятор Ван дер Поля: конечные разности и медленные амплитуды // Известия вузов. ПНД. 2017. Т. 25, № 6. С. 70–78. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-25-6-70-78
2. Зайцев В.В., Карлов А.В. Томсоновские автогенераторы в дискретном времени: синтез динамических систем // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2022. № 3. DOI: 10.30898/1684-1719.2022.3.1

Сведения об авторе:

Назар Андреевич Кудряшкин — студент, группа 4301-030302D, физический факультет; Самарский национальный исследовательский университет, Самара, Россия. E-mail: nazar.kudryashkin@mail.ru