

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ МЕЖПЛАНЕТНОГО
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ ТЯГОЙ ПРИ ПЕРЕЛЕТЕ ЗЕМЛЯ – МАРС

А.Ю. Демина, Т.А. Баяндина

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Обоснование. Солнечный парус — приспособление, использующее давление солнечного света на отражающую поверхность для приведения в движение космического аппарата (КА) [1].

С помощью солнечных парусов КА может продолжать ускоряться до тех пор, пока на него давит свет. В солнечной системе давление света на парус происходит на протяжении всего перелета. Это означает, что КА, движимые солнечными парусами (КАСП), могут достигать таких скоростей, которых практически невозможно достичь с помощью химических ракет.

Активное управление положением солнечного паруса необходимо для регулировки силы давления солнечного излучения для изменения траектории и управления орбитой.

Цель — разработать процедуру определения оптимальной функции включения-выключения управления КАСП при минимальном времени перелета.

Методы. Стартовой орбитой является круговая гелиоцентрическая траектория, совпадающая с орбитой Земли.

Для описания гелиоцентрического движения КАСП используется плоская полярная система координат.

Рассмотрим солнечный парус с идеально отражающей поверхностью со сторонами a и b , а также с наличием управляющих поверхностей шириной h и длиной a . В таком случае будет 2 варианта работы управляющих поверхностей. При $\delta = -1$ управляющие поверхности полностью поглощают фотоны. При $\delta = +1$ пленка полностью прозрачна и, соответственно, идеально отражающая поверхность. При $\delta = 0$ обе поверхности находятся в одинаковом состоянии и, следовательно, управляющего момента не возникает. Таким образом, попеременным включением и выключением соответствующих поверхностей на парусе появляется возможность совершать необходимые для межпланетного перелета маневры.

Система дифференциальных уравнений, описывающих управляемое движение КАСП имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dr}{dt} = V_r; \\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V_\varphi}{r}; \\ \frac{dV_r}{dt} = \frac{V_\varphi^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} + P_a \cdot \frac{ab}{M} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \cos^3 \lambda; \\ \frac{dV_\varphi}{dt} = -\frac{V_r V_\varphi}{r} + P_a \cdot \frac{ab}{M} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \cos^2 \lambda \cdot \sin \lambda; \\ \frac{d\lambda}{dt} = \omega_z - \frac{V_\varphi}{r}; \\ \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{M_{\text{вн.сил}} \delta}{I_z} = \frac{3P_a \cdot h \cdot b}{M \cdot a^2 r^2} \cdot (a-h) \cos \lambda \cdot \delta. \end{array} \right.$$

Здесь r — текущее расстояние от КА до притягивающего центра, φ — текущая угловая дальность КА, V_r — проекция скорости КА на радиус вектор, V_φ — проекция скорости КА на трансверсальное направление, μ — величина гравитационного параметра Земли, a_r , a_φ — компоненты управляющего ускорения,

λ — угол между радиус-вектором гравитационный центр – КА и нормалью к плоскости паруса, ω_z — текущая угловая скорость КА, ξ_z — угловое ускорение.

Задача баллистической оптимизации сформулирована следующим образом [2].

Определить вектор функции управления $\bar{u}(t) \in U$ и вектор баллистических параметров перелета $\bar{b} \in B$, доставляющие при заданной массе космического аппарата с солнечным парусом минимальное время перелета и обеспечивающие выполнение целевой задачи проекта, описываемой множеством допустимых фазовых координат аппарата $\bar{x}(t) \in X$:

$$\dot{O}_{opt} = \min_{\bar{u} \in U, \bar{b} \in B} T(M_0 = \text{fixe}, \bar{x}(t) \in X, \bar{u}(t), \bar{b}).$$

Для определения оптимального закона изменения угла управления вектором ускорения $\bar{u}(t)$, а следовательно функции включения-выключения управляющих плоскостей δ_{opt} требуется перейти к вариационной задаче об оптимальных по быстродействию перелетах между круговыми компланарными орбитами.

Найдем максимальное по быстродействию управление в соответствии с принципом максимума Понтрягина.

$$\delta_{opt} \rightarrow \max H \Rightarrow \delta_{opt} = \begin{cases} \Psi_{\omega_z} > 0 \Rightarrow \delta = +1; \\ \Psi_{\omega_z} < 0 \Rightarrow \delta = -1. \end{cases}$$

Рассмотрим задачу пролета орбиты Марса без выравнивания скорости.

$$\begin{cases} r = r_0 = 1 \text{ a.e.}; \\ \varphi = \varphi_0; \\ V_r = V_{r_0} = 0; \\ V_\varphi = V_{\varphi_0} = 1; \\ \lambda = \lambda_0; \\ \omega_z = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \Psi_r = y_1; \\ \Psi_\varphi = 0; \\ \Psi_{V_r} = y_2; \\ \Psi_{V_\varphi} = y_3; \\ \Psi_\lambda = y_4; \\ \Psi_{\omega_z} = y_5. \end{cases} \quad \begin{matrix} t \rightarrow \min \\ r = r_i; \\ \varphi = \text{unfix}; \\ V_r = \text{unfix}; \\ V_\varphi = \text{unfix}; \\ \lambda = \text{unfix}; \\ \omega_z = \text{unfix}. \end{matrix} \quad \begin{cases} \Psi_r = \text{unfix}; \\ \Psi_\varphi = 0; \\ \Psi_{V_r} = 0; \\ \Psi_{V_\varphi} = 0; \\ \Psi_\lambda = 0; \\ \Psi_{\omega_z} = 0. \end{cases}$$

$$t = T_K = y_6 \rightarrow \min$$

И перелета к орбите Марса с выравниванием скорости.

$$\begin{cases} r = r_0 = 1 \text{ a.e.}; \\ \varphi = \varphi_0; \\ V_r = V_{r_0} = 0; \\ V_\varphi = V_{\varphi_0} = 1; \\ \lambda = \lambda_0; \\ \omega_z = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \Psi_r = y_1; \\ \Psi_\varphi = 0; \\ \Psi_{V_r} = y_2; \\ \Psi_{V_\varphi} = y_3; \\ \Psi_\lambda = y_4; \\ \Psi_{\omega_z} = y_5. \end{cases} \quad \begin{matrix} t \rightarrow \min \\ r = r_i; \\ \varphi = \text{unfix}; \\ V_r = V; \\ V_\varphi = V_i; \\ \lambda = \text{unfix}; \\ \omega_z = \text{unfix}. \end{matrix} \quad \begin{cases} \Psi_r = \text{unfix}; \\ \Psi_\varphi = 0; \\ \Psi_{V_r} = \text{unfix}; \\ \Psi_{V_\varphi} = \text{unfix}; \\ \Psi_\lambda = 0; \\ \Psi_{\omega_z} = 0. \end{cases}$$

$$t = T_K = y_6 \rightarrow \min$$

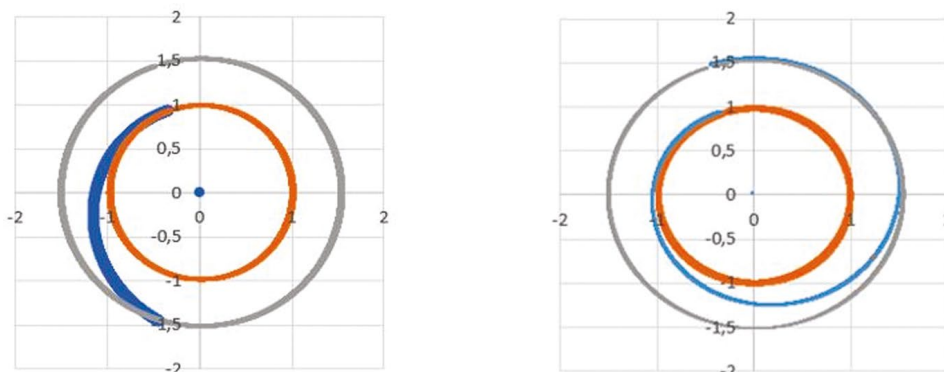


Рис. 1. Траектория КАСП при пролете Марса и при выравнивании скорости на орбите Марса

Результаты.

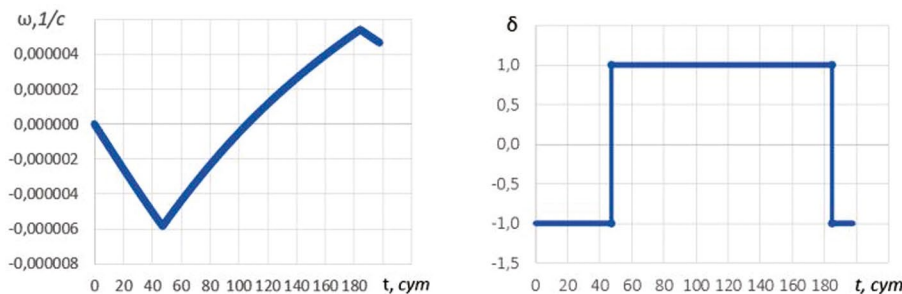


Рис. 2. Изменение угловой скорости ω и функции включения-выключения управляющих плоскостей δ при пролете Марса

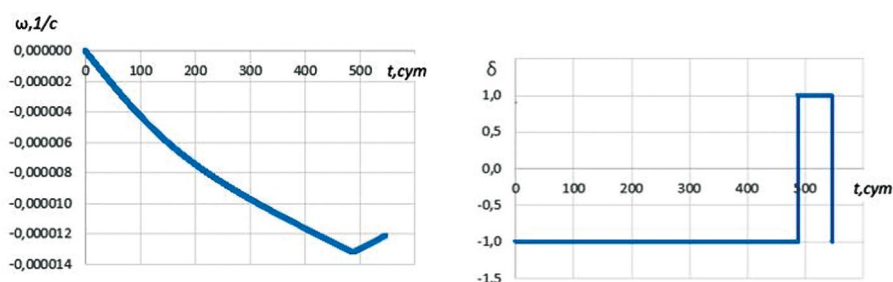


Рис. 3. Изменение угловой скорости ω и функции включения-выключения управляющих плоскостей δ при выравнивании скорости на орбите Марса

Выводы. В работе описана математическая модель управляемого движения КАСП при использовании управляющих поверхностей. Описана математическая модель углового движения КАСП, необходимого для осуществления оптимального перелета с орбиты Земли на орбиту Марса. Проведен баллистический расчет пролета КАСП орбиты Марса, а также перелета к Марсу с выравниванием скорости.

Ключевые слова: космический аппарат с солнечным парусом; межпланетный перелет; управление движением; математическая модель.

Список литературы

1. Поляхова Е.Н. Космический полет с солнечным парусом / под ред. В.А. Егорова. Москва: Либроком, 2011. 320 с.
2. Старинова О.Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007. 196 с.

Сведения об авторах:

Алена Юрьевна Демина — студентка, группа 1607-240501D, институт авиационной и ракетно-космической техники; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия. E-mail: aldem16298@gmail.com

Тамара Александровна Баяндина — научный руководитель, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры динамики полета и систем управления; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия.