

Исследование колебаний космической тросовой системы при изменении длины троса

Д.В. Бакулин, А.С. Ледков

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Обоснование. Космические тросовые системы — это комплекс соединенных тросами спутников, совершающий орбитальный полет. Многие задачи, связанные с их применением, включают этап свертывания троса. Такая необходимость может возникнуть при завершении активной фазы работы тросовой системы; для доставки груза, пристыковавшегося к нижнему концу троса, на космическую станцию; для транспортировки космического мусора, захваченного гарпуном или сетью, в режиме жесткой сцепки [1, 2]. Задача свертывания троса является более сложной, чем развертывания, поскольку из-за влияния силы Кориолиса происходит раскачка троса на конечном этапе свертывания. Существует много различных законов управления процессом свертывания троса [3]. Свертывание с постоянной скоростью является наиболее простым из возможных законов и обеспечивает наибо́льшее решение задачи, при этом на конечном этапе наблюдается переход тросовой системы во вращение [4].

Цель — изучение колебаний космической тросовой системы при равномерном свертывании троса, получение приближенного аналитического решения для амплитуды колебаний троса.

Методы. С помощью уравнений Лагранжа второго рода с учетом того, что изменение длины троса происходит с постоянной скоростью, получено дифференциальное уравнение, описывающее колебания космической тросовой системы на круговой орбите (рис. 1):

$$r_A \sin(\theta) \left(\frac{\mu}{\left((r_A^2 - 2r_A \cos(\theta)(l_0 - kt) + (l_0 - kt)^2 \right)^{3/2}} - \omega^2 \right) - 2k(\dot{\theta} + \omega) + \ddot{\theta}(l_0 - kt) = 0, \tag{1}$$

где k — скорость свертывания троса; θ — угол отклонения троса от местной вертикали; ω — угловая скорость спутника «А»; r_A — модуль радиус-вектора спутника «А»; μ — гравитационный параметр Земли; l_0 — начальная длина троса. В силу малости угла θ уравнение (1) было линеаризовано. Далее был произведен переход к новым переменным — амплитуде x и фазе y , и применен метода Ван-дер-Поля для систем с медленным временем. Проведено усреднение уравнений и получено аналитическое решение для амплитуды колебаний механической системы (2):

$$x = x_0 \exp \left(\frac{k}{2l_0} \left(-\ln(\mu - \omega^2(r_A + kt - l_0)^3 + 3\ln(r_A + kt - l_0)) + \ln \left(\omega^2(l_0 - r_A)^3 + \mu \right) - 3\ln(r_A - l_0) + \frac{(k - 2l_0)\ln(kt - l_0)}{k} - \frac{(k - 2l_0)\ln(-l_0)}{k} \right) \right), \tag{2}$$

где x_0 — значение амплитуды в момент времени $t = 0$.

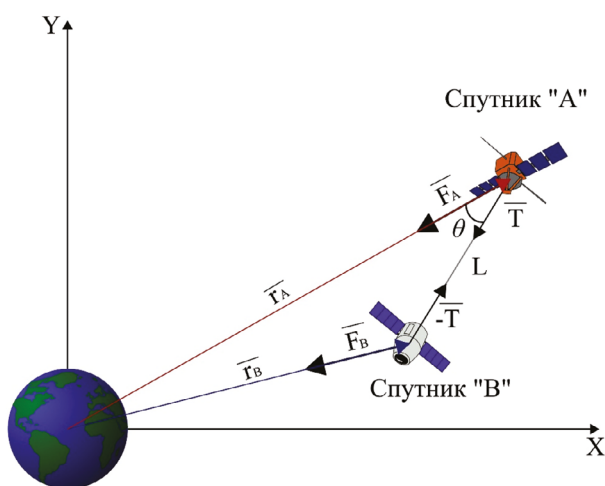


Рис. 1. Механическая система

Результаты. Разработана математическая модель колебаний космической тросовой системы в процессе равномерного свертывания, получено приближенное аналитическое решение для амплитуды колебаний. С помощью разработанной математической модели была произведена серия расчетов с различными значениями параметра k . Сравнение численного решения уравнения (1) в Wolfram Mathematica с аналитическим решением (2) с параметрами $r_A = 6\,671\,000$ м, $l_0 = 20\,000$ м представлено на рис. 2.

Выводы. При равномерном свертывании троса наблюдается переход колебаний космической тросовой системы во вращение на конечном этапе свертывания. Аналитическое решение для амплитуды, полученное

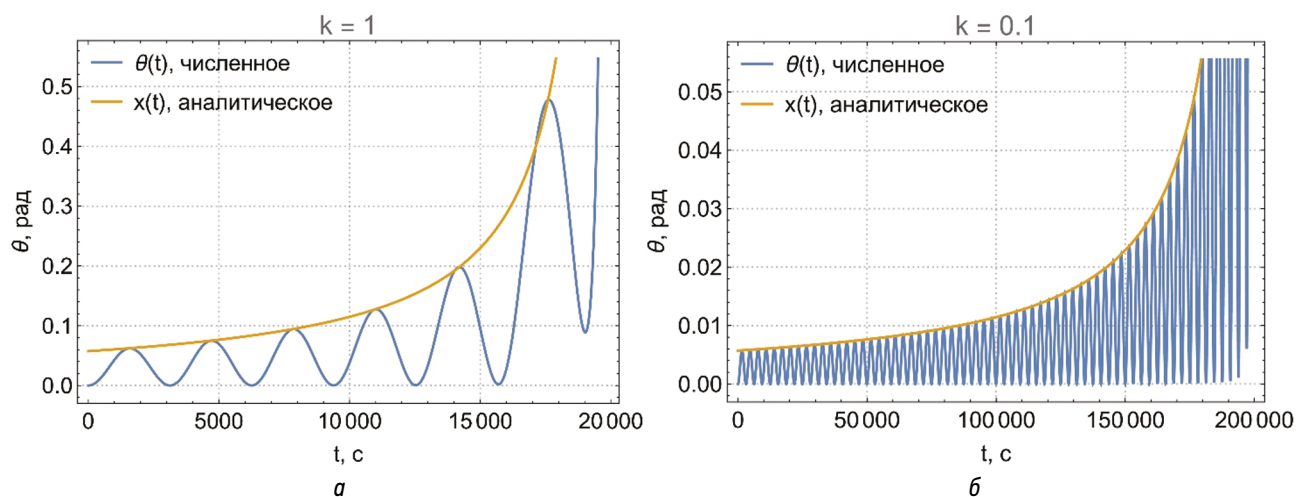


Рис. 2. Графики численного решения уравнения (1) и аналитического решения амплитуды (2):
 a — при значении параметра $k = 1$; b — при значении параметра $k = 0,1$

методом Ван-дер-Поля, хорошо согласуется с результатами, полученными путем численного интегрирования. При уменьшении значения параметра k на начальном этапе свертывания уменьшается амплитуда колебаний космической тросовой системы.

Ключевые слова: теоретическая механика; орбитальное движение; космические тросовые системы; колебания; метод Ван-дер-Поля.

Список литературы

1. Huang P., Zhang F., Chen L., et al. A review of space tether in new applications // *Nonlinear Dyn.* 2018. Vol. 94, No. 1. P. 1–19. DOI: 10.1007/s11071-018-4389-5
2. Пикалов Р.С., Юдинцев В.В. Обзор и выбор средств увода крупногабаритного космического мусора // *Труды МАИ.* 2018. № 100. С. 2.
3. Chen Y., Huang R., He L., et al. Dynamical modelling and control of space tethers // *Nonlinear Dyn.* 2014. Vol. 77, No. 4. P. 1077–1099. DOI: 10.1007/s11071-014-1390-5
4. Ledkov A.V., Pikalov R.S. Nonlinear control of tether retrieval in an elliptical orbit // *Russian Journal of Nonlinear Dynamics.* 2023. Vol. 19, No. 2. P. 201–218. DOI: 10.20537/nd230401

Сведения об авторах:

Данил Вадимович Бакулин — студент, группа 1305-010303D, институт авиационной и ракетно-космической техники; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия. E-mail: danilrazdol@gmail.com

Александр Сергеевич Ледков — научный руководитель, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия. E-mail: ledkov@inbox.ru