

Расчет прямоугольной пластины методом Власова – Канторовича

В.А. Шокуров, О.В. Ратманова

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

Обоснование. Одним из важных и распространенных элементов конструкций в строительстве, машиностроении, авиации и других областях являются материалы, представленные в виде различных тонкостенных пространственных конструкций. К такому роду относятся системы, представленные в виде пластин различной формы, наибольшую популярность набирает конструкция в виде прямоугольника, имеющая обширную область применения за счет свойств данных конструкций, таких как легкое воспроизведение формы, а также ее рациональное применение заключается в экономии материала, так как имеет высокую несущую способность. Пластины могут применяться как самостоятельный элемент либо быть составной частью конструкции.

Цель — на основе метода Власова – Канторовича для прямоугольных пластинок получить дифференциальные уравнения и численные значения прогиба с учетом граничных условий и начальных параметров в виде равномерно распределенной нагрузки, цилиндрической жесткости, толщины, координатной функции по соответствующему виду загрузки. Получить графические зависимости прогиба заданной пластинки с ее координатными значениями с помощью разработанной программы в системе Mathcad.

Методы. В данной работе был проведен расчет прямоугольной пластины с размерами $a \times b$ с жестким защемлением по всем сторонам. В основу положено уравнение Лагранжа. Прогиб представляет собой произведение двух функций от соответствующих им координат (x, y) :

$$w(x, y) = W_1(y) f_1(x),$$

где f_1 — заданная функция; $W_1(y)$ — искомая функция.

Для того чтобы задать определенную функцию, используется статический метод расчета. А именно предполагается выделение из конструкции бесконечно узкого элемента в виде полосы заданной размерностью $d(y)$ под действием приложенной нагрузки, тем самым мы можем определить уравнение изгиба балки по соответствующей оси. Уравнение изогнутой линии оси представляется в безразмерной форме, называемой «функция поперечного распределения прогиба».

Главное условие заданной функции — это удовлетворение краевым условиям:

При $x = 0$ и $x = a$, $f_1(0) = 0$, и $f_1(a) = 0$; и ее вторая производная:

$$df_1(x) = \frac{2\pi}{a} \sin\left(x \frac{2\pi}{a}\right), \quad ddf_1(x) = \frac{4\pi^2}{a^2} \cos\left(x \frac{2\pi}{a}\right),$$

при $x = 0$ и $x = a$, $\ddot{f}_1(0) = 0$ и $\ddot{f}_1(a) = 0$.

Система n линейных обыкновенных дифференциальных уравнений равновесия имеет вид:

$$\sum_{(i=0)}^n [a_{ji} W_i^{IV} - 2b_{ji} W_i^{II} + c_{ji} W_i] = \frac{G_j}{D}.$$

Коэффициенты и свободный член уравнения определяются следующим образом:

$$a_{11} W_1^{IV} - 2b_{11} W_1^{II} + c_{11} W_1 = \frac{G_1}{D},$$

$$a_{11} = \int_0^a (f_1(x))^2 dx,$$

$$b_{11} = \int_0^a (f_1(x))^2 dx,$$

$$c_{11} = \int_0^a (ddf_1(x))^2 dx,$$

$$G = q \times \int_0^a (f_1(x))^2 dx.$$

Для решения принимаем один член ряда:

$$W_1(y) = W_{11} \sin\left(\frac{y\pi}{a}\right).$$

Определяем прогиб пластинки путем подстановки в выражение прогиба численных значений координат середины пластинки:

$$w(x,y) = W_1(y) f_1(x),$$

$$w(0.5,0.5) = -8.32 \cdot 10^{-7}.$$

Результаты. При использовании системы компьютерного анализа Mathcad и полученного численным методом значение прогиба стальной пластинки с учетом ее граничных условий были выведены следующие графические зависимости прогиба от координатных значений при их значениях по осям X и Y принятые равными 0,25 и 0,5 (рис. 1).

Выводы. В отличие от других методов расчета вариационный метод расчета Власова – Канторовича является преимущественным, главным отличием является понижение краевой задачи. Разбивая пластину на полосы, в виде балок по осям ox и oy прогиб задается определенной функцией, подразумевающей под собой обобщенной перемещение. Тем самым, имея искомые коэффициенты разложения, получаем точное замкнутое решение.

Ключевые слова: замкнутое решение; граничные условия; прямоугольная пластина; метод Власова – Канторовича; прогиб.

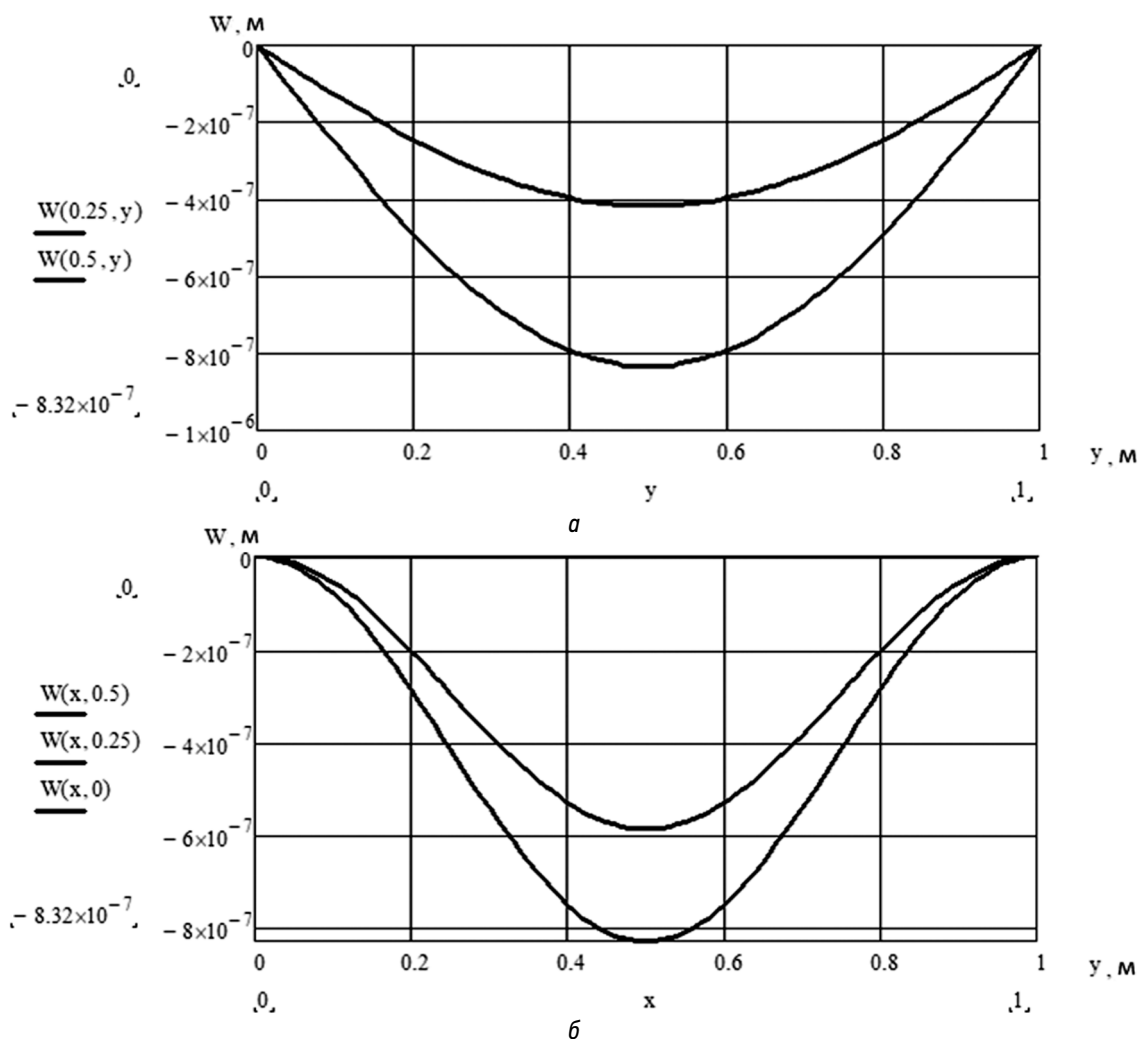


Рис. 1. Результат численного анализа

Список литературы

1. Иванов С.П. Изгиб прямоугольных пластин: учебное пособие. Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, 2011. С. 48–54.

Сведения об авторах:

Владислав Андреевич Шокуров — студент, группа 20п-4, факультет промышленного и гражданского строительства; Самарский государственный технический университет, Самара, Россия. E-mail: ya.dezender73@gmail.com

Олеся Викторовна Ратманова — научный руководитель, кандидат технических наук, доцент; Самарский государственный технический университет, Самара, Россия. E-mail: ratmanova654@mail.ru