

Синтез управления мостовым краном при разгоне и торможении

П.Л. Артемьев, С.А. Козак, С.И. Шевченко

Самарский государственный технический университет, филиал в городе Сызрань, Россия

Обоснование. При возрастающих скоростях грузоподъемных кранов значительно увеличивается время обрабатываемости грузов из-за увеличения амплитуды его раскачивания, возникающего при пуске и торможении механизмов. Одним из направлений снижения амплитуды раскачивания груза при торможении является применение приборов и тормозных устройств, способных изменять тормозной момент по ступенчатой или плавно-нарастающей характеристике. Изучение данных процессов торможения и разработка законов рационального торможения рассмотрены в работах Л.Я. Будикова, В.Ф. Гайдамаки, О.В. Григорова, Н.Дресиг, С.А. Казака, Н.А. Лобова, М.М. Рунова, М. Scheffler и др.

Цель — разработать метод определения закона изменения управляющей силы как функции от времени при торможении мостового крана с учетом минимизации амплитуды раскачивания его груза.

Методы. Для описания движения мостового крана была принята следующая расчетная схема (рис. 1). Мостовой кран представлен как тележка массой m_1 на колесах. К ее центру масс на жестком невесомом стержне длиной l подвешен груз массой m_2 [1]. Управляющая сила F толкает и останавливает тележку. Движение данной механической системы определяется в координатах перемещения тележки x угла отклонения стержня от вертикали φ .

В данной модели мы пренебрегли силами трения. Тогда уравнения движения данной системы запишется в виде:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2(\ddot{\varphi}\cos\varphi - \dot{\varphi}^2\sin\varphi) = F, \\ m_2l\ddot{x}\cos\varphi + m_2l^2\ddot{\varphi} + m_2gl\sin\varphi = 0. \end{cases} \quad (1)$$

На практике угол φ не превышает 15° , поэтому его можно считать сравнительно малым, тогда:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \mu\ddot{\varphi} = u, \\ \ddot{x} + l\ddot{\varphi} + g\sin\varphi = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $\mu = m_2/(m_1 + m_2)$, $u = F/(m_1 + m_2)$.

Вычитая из первого уравнения второе, получим:

$$\ddot{\varphi} + \omega^2\varphi = -\frac{u}{(1-\mu)l} \quad (3)$$

где $\omega^2 = g/((1-\mu)l)$.

Данное линейное неоднородное уравнение (3) имеет решение (4), в котором постоянные и функции (5), (6) можно получить методом варьирования постоянных Лагранжа.

$$\varphi = q_1(t)\cos\omega t + q_2(t)\sin\omega t \quad (4)$$

$$q_1(t) = \varphi(0) + \frac{1}{(1-\mu)l} \int_0^t u(t) \cdot \sin\omega t \, dt \quad (5)$$

$$q_2(t) = \frac{\dot{\varphi}(0)}{\omega} + \frac{-1}{(1-\mu)l} \int_0^t u(t) \cdot \cos\omega t \, dt. \quad (6)$$

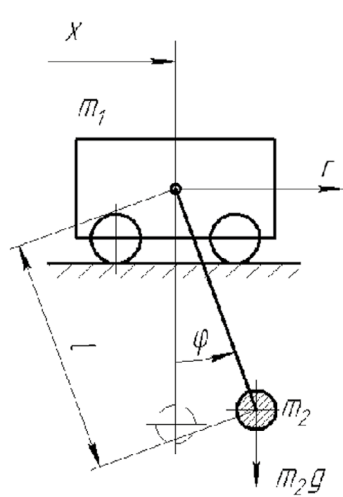


Рис. 1. Расчетная схема

В качестве целевой функции принимаем величину, пропорциональную механической энергии груза в момент остановки τ тележки мостового крана:

$$I(u) = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2(\tau) + \frac{1}{2} \omega^2 \varphi^2(\tau) \quad (7)$$

Подставляя решение (4), (5) и (6) в функционал (7), получаем следующее выражение:

$$I(u) = \left(\varphi(0) + \frac{1}{(1-\mu)l} \int_0^\tau u(t) \cdot \sin \omega t \, dt \right)^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}(0)}{\omega} + \frac{-1}{(1-\mu)l} \int_0^\tau u(t) \cdot \cos \omega t \, dt \right)^2 \quad (8)$$

На функцию (8) наложено ограничение (9), заключающееся в том, что в момент остановки скорость тележки равна нулю.

$$\dot{x}(\tau) - \dot{x}(0) = -\dot{x}(0) = \int_0^\tau \ddot{x} \, dt = \int_0^\tau (u - \mu l \ddot{\varphi}) \, dt \quad (9)$$

Подставляя (4) и (5) в (9), получаем выражение:

$$\int_0^\tau \left(1 + \frac{\mu}{1-\mu} \cos \omega(\tau-t) \right) \cdot u(t) \, dt = -(\dot{x}(0) + \mu l (\dot{\varphi}(0) \cdot (1 - \cos \omega \tau) - \omega \sin \omega \tau)) . \quad (10)$$

Для минимизации функционала $I(u)$ при учете ограничения (10) применяется конечно-разностный метод Эйлера [2, 3]. То есть функция $u(t)$ ищется в виде конечного ряда значений $\{u_k\}$, соответствующих моментам времени $t = k \cdot h$, где $h = (\tau/N)$ — шаг разбиения отрезка времени $[0, \tau]$, k и N — целые неотрицательные числа, $k \leq N$. В промежуточные моменты времени искомая функция $u(t)$ определена следующим образом:

$$u(k \cdot h + \Delta t) = u_k + \left(\frac{u_{k+1} - u_k}{h} \right) \Delta t \quad (11)$$

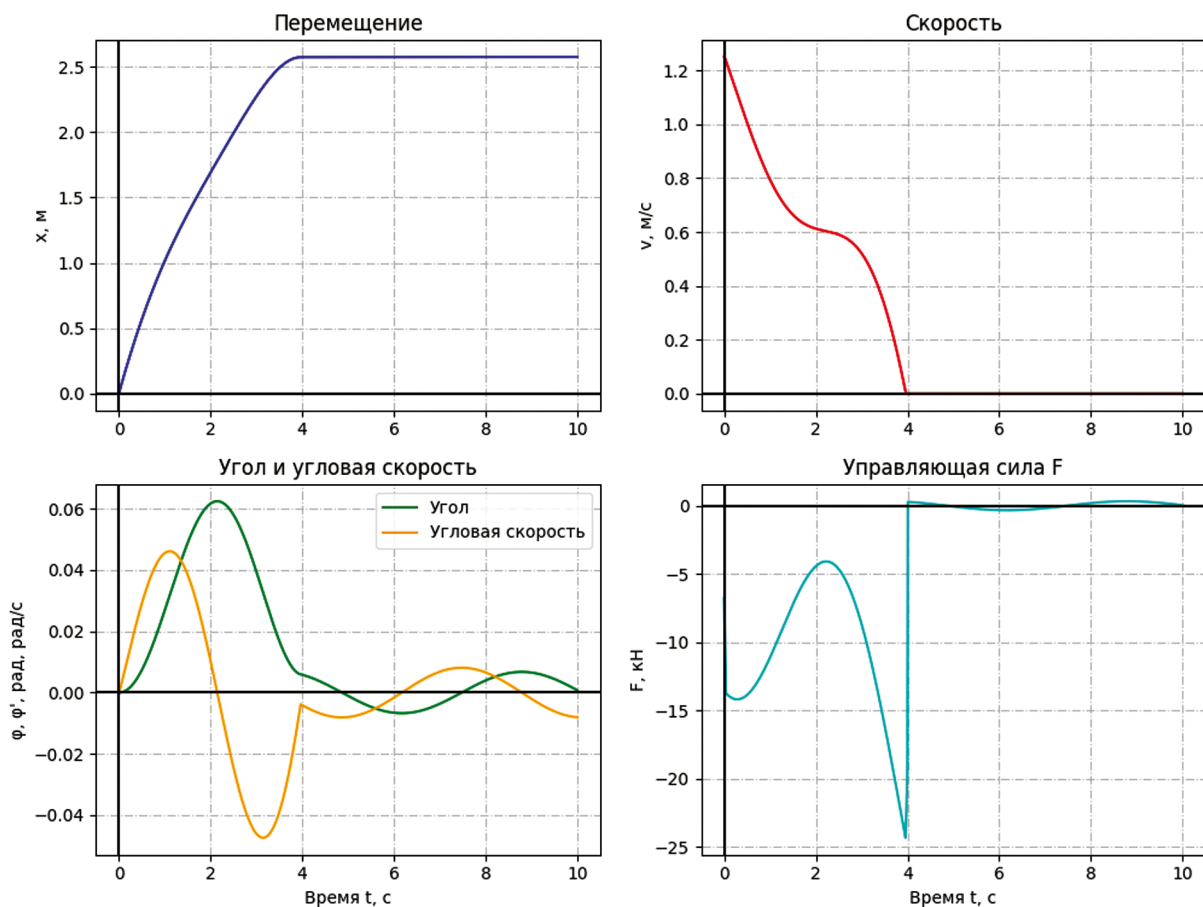


Рис. 2. Графики решения системы уравнений (2)

Подставляя выражение (11) в функционал (8) и ограничение (10), мы получаем квадратичную форму (12) и линейную форму (13):

$$I(u) = \left(\varphi(0) + \sum_{k=0}^n u_k s_k \right)^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}(0)}{\omega} + \sum_{k=0}^n u_k c_k \right)^2 \quad (12)$$

$$\sum_{k=0}^n u_k d_k = -(\dot{x}(0) + \mu l(\dot{\varphi}(0) \cdot (1 - \cos \omega \tau) - \omega \sin \omega \tau)), \quad (13)$$

где интегралы заменяются соответствующими функциями.

Из исходной задачи мы получили задачу минимизации квадратичной формы $I(u)$ от переменных u_k с линейным ограничением на переменные. Решая эту задачу минимизации, мы получаем искомое приближенное решение $\{u_k\}$. Данное решение может быть построено с помощью метода множителей Лагранжа либо с помощью метода локальных вариаций [4].

Результаты. С помощью разработанного метода было смоделировано торможения мостового крана грузоподъемностью 15 тонн со следующими исходными данными:

$$\begin{cases} m_1 = 28\,000 \text{ кг} \\ m_2 = 5\,000 \text{ кг} \\ l = 8 \text{ м} \\ x(0) = 1,25 \text{ м/с} \\ \varphi(0) = \dot{\varphi}(0) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

В результате была получена последовательность $\{u_k\}$, при этом система (2) была проинтегрирована численно. Результаты численного моделирования приведены на рис. 2.

Выводы. В ходе выполнения работы был разработан метод нахождения управляющей тормозной силы как функции от времени при торможении мостового крана с учетом минимизации амплитуды раскачивания груза после его остановки. В результате моделирования процесса торможения при указанных выше исходных данных угол отклонения груза от вертикали не превышает 0,063 рад, что положительно влияет на обрабатываемость груза.

Ключевые слова: мостовой кран; торможение; амплитуда раскачивания груза; оптимальное управление; угол отклонения груза.

Список литературы

1. Лобов Н.А. Динамика грузоподъемных кранов. Москва: Машиностроение, 1987. 160 с.
2. Цлаф Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. Москва: Наука, 1966. 176 с.
3. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Москва: Наука, 1969. 424 с.
4. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления (Численные методы). Москва: Наука, 1973. 240 с.

Сведения об авторах:

Павел Леонидович Артемьев — студент, группа М-19; «Самарский государственный технический университет» филиал в г. Сызрани, Сызрань, Россия. E-mail: nibetne@mail.ru

Светлана Андреевна Козак — студентка, группа ХТ-22; «Самарский государственный технический университет» филиал в г. Сызрани, Сызрань, Россия. E-mail: 20svetlana04@mail.ru

Сергей Иванович Шевченко — доцент, кафедра «Технология машиностроения»; «Самарский государственный технический университет» филиал в г. Сызрани, Сызрань, Россия. E-mail: tms@sfsamgtu.ru