

О дополняемости некоторых подпространств в пространствах Лоренца

Я.А. Хорохорина

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

Обоснование. Система функций Хаара играет важную роль в теории симметричных пространств и ее изучение поэтому актуально.

Цель — найти условия дополняемости подпространств, порожденных подпоследовательностями системы Хаара.

Методы. Дается определение системы Хаара $\{\chi_n^k\}$ и ортопроектора. В [1] установлено, что при определенных условиях ортопроектор на подсистему $\{\chi_n^1\}$ в пространстве L_1 не ограничен. В связи с этим возникает вопрос о его ограниченности в пространстве Лоренца $\Lambda(\phi)$.

Обозначим через Φ множество возрастающих вогнутых на $[0, 1]$ функций, удовлетворяющих условиям: $\phi(0) = 0$, $\phi(1) = 1$.

Всякая функция $\phi \in \Phi$ порождает пространство Лоренца $\Lambda(\phi)$ с нормой

$$\|x\|_{\Lambda(\phi)} = \int_0^1 x(t) d\phi(t),$$

где $x^*(t)$ — невозрастающая перестановка функции $|x(t)|$.

Для $\forall \alpha > 0$ определим функцию $\phi_\alpha \in \Phi$ такую, что $\exists C > 0$:

$$\forall t \in [0, 1] \quad C^{-1} \log_2^{-\alpha}(2/t) \leq \phi_\alpha(t) \leq C \log_2^{-\alpha}(2/t).$$

Результаты. Получена следующая теорема об ограниченности ортопроектора P на систему $\{\chi_{n_k}^1\}_{k=1}^\infty$ в пространстве Лоренца $\Lambda(\phi_\alpha)$:

Теорема: Пусть возрастающая последовательность натуральных чисел n_k удовлетворяет условию

$$\sup_{k=1,2,\dots} n_{k+1} / n_k < \infty,$$

P — ортопроектор на подсистему $\{\chi_{n_k}^1\}$ и $\alpha > 0$. Для того чтобы P был ограничен в пространстве Лоренца $\Lambda(\phi_\alpha)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\sup_{k=1,2,\dots} n_k \sum_{j=k}^\infty 1/n_j < \infty$$

Выводы. Найдены условия дополняемости подпространств, порожденных подпоследовательностями системы Хаара в одном классе пространств Лоренца.

Ключевые слова: система Хаара; ортопроектор; пространство Лоренца.

Список литературы

1. Семенов Е.М., Уксусов С.Н. Мультипликаторы рядов по системе Хаара // Сибирский математический журнал. 2005. Т. 46, № 1, С. 130–138.

Сведения об авторах:

Яна Александровна Хорохорина — студентка, группа 4541-010501D, механико-математический факультет; Самарский национальный исследовательский университет имени Королева, Самара, Россия. E-mail: horohorina-yana@mail.ru

Сергей Владимирович Асташкин — научный руководитель, доктор физико-математических наук, профессор; Самарский национальный исследовательский университет имени Королева, Самара, Россия. E-mail: astash56@mail.ru