

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.396.674

Сингулярные интегральные уравнения в теории конформных цилиндрических полосковых излучающих структур

Д.С. Клюев, В.А. Неганов

В статье предложена электродинамическая теория конформных цилиндрических полосковых излучающих структур. В ее основу положен математический аппарат сингулярных интегральных уравнений с ядрами Гильберта и Коши. Данный подход позволяет обобщить предложенную теорию на более сложные излучающие цилиндрические структуры. В статье представлен большой объем численных результатов: графики распределения действительной и мнимой составляющей поверхностных токов, зависимости входных импедансов от геометрических размеров, диаграммы направленности.

Введение

При анализе действующих антенн, а особенно при разработке новых типов антенн перед специалистами встает задача определения параметров излучателей: входного сопротивления, сопротивления излучения, диаграммы направленности (ДН) и др. Кроме того, часто необходимо знание и структуры поля в ближней зоне антенны. Определение достоверных (самосогласованных) значений напряженности электрического и магнитного полей особенно актуально при решении проблем электромагнитной совместимости и электромагнитной экологии.

Существующие в настоящее время программы расчета антенн на ПЭВМ (в основном зарубежного производства), основанные на общих численных методах и уравнениях Максвелла, продаются как готовый «закрытый» продукт, внутреннее содержание которого, как правило, не раскрывается. Поэтому оценка погрешности расчетов с помощью таких программ, требующих громадных затрат вычислительных ресурсов, практически невозможна. Более того, общие алгоритмы, построенные на основе общих вычислительных методов, зачастую могут быть неустойчивыми.

Задачу расчета параметров любой антенны обычно решают в два этапа. На первом этапе

(внутренняя задача анализа антенны) определяют поверхностные электрические или магнитные токи некоторой виртуальной поверхности, которую в дальнейшем будем называть поверхностью излучения. На втором этапе (внешняя задача анализа антенны) по найденным токам на поверхности излучения определяют электромагнитное поле в любой точке пространства. К настоящему моменту решение внешней задачи по известному распределению токов для большинства известных излучателей особой проблемы не представляет. Почти все проблемы, связанные с построением адекватных моделей излучающих систем, относятся к внутренним задачам анализа. В работе рассматриваются внутренние задачи анализа для одиночных и связанных цилиндрических и планарных полосковых рамочных антенн, а также одиночного и связанных полосковых вибраторов, конформно расположенных на соосных цилиндрических поверхностях.

Характерной особенностью большинства работ, посвященных рамочным антеннам, является использование заданных распределений тока, как вдоль антенного провода, так и по его поперечному сечению, т.е. поставленная задача является несамосогласованной. В самосогласованной постановке в [1] рассмотрена задача о распределении тока в рамочной антенне, находящейся в анизотропной плазме и представляющей собой бесконечно тонкую идеально проводящую узкую ленту, свернутую в кольцо. Получены приближенные сингулярные интегральные уравнения (СИУ)

Д.С. Клюев, В.А. Неганов

г. Самара, Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики

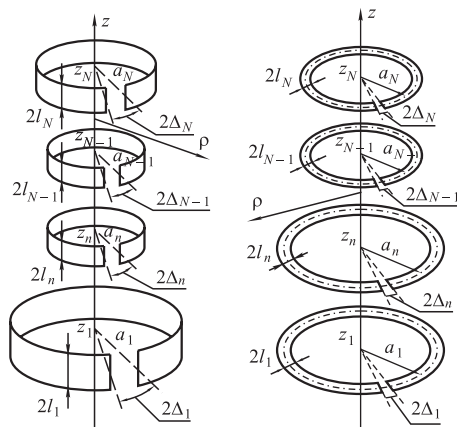


Рис. 1

с логарифмическими и сингулярными ядрами, а также приближенные выражения для распределения тока и импеданса антенны, имеющие узкую область применимости. К сожалению, в [1] отсутствуют численные результаты. В [2] распределение тока по кольцевому проводнику ищется в виде ряда Фурье по азимутальным гармоникам, коэффициенты которого, зависящие от поперечной координаты, определяются из СИУ с особенностью типа Коши. В работе приведены комплексные распределения тока по кольцевому проводнику и зависимости входного сопротивления антенны от нормированного радиуса рамки.

Работ, посвященных расчету полосковых вибраторов, конформно расположенных на цилиндрической поверхности, автором найдено не было. Есть работы, посвященные расчету плоских полосковых вибраторов. В частности, в работах [3,4] задача о распределении тока на вибраторе сведена к интегральному уравнению Фредгольма первого рода. Здесь уместно заметить, что нахождение численных решений интегральных уравнений Фредгольма первого рода представляет собой некорректно поставленную задачу [5]. В [6] развит метод сингулярных интегральных уравнений с ядрами Коши, с помощью которых в строгой самосогласованной постановке решена задача о распределении тока по плоскому полосковому вибратору. В [7] предложен метод сингулярного интегрального представления электромагнитного поля, позволяющий подойти корректно к вопросам постановки задач и расчету электромагнитных полей вблизи радиотехнических устройств (в ближних зонах).

Расчет связанных электрических вибраторов производится, как правило, с помощью системы

интегральных уравнений Фредгольма первого рода [8,9].

Поэтому возникает необходимость построения строгих электродинамических и математических моделей, а также устойчивых алгоритмов решения внутренних и внешних электродинамических задач для базовых излучающих структур, таких как одиночные рамка и электрический вибратор, а также связанные рамки и электрические вибраторы. Разработка таких моделей и алгоритмов позволит создавать принципиально новые быстродействующие САПР, позволяющие рассчитывать характеристики антенн данного типа с точностью, существенно превышающей максимально возможную в существующих САПР.

1. Сингулярные интегральные уравнения с особенностью Гильберта в теории полосковых рамочных антенн

Рассмотрим следующие излучающие структуры. Первая представляет собой N связанных соосных цилиндрических полосковых рамочных антенн. Вторая — N связанных соосных планарных полосковых рамочных антенн. При решении внутренних задач анализа для таких структур будем использовать следующие физические модели. Каждая отдельная цилиндрическая рамочная антенна представляет собой бесконечно тонкий идеально проводящий полосковый проводник шириной $2l_n$, свернутый в кольцо радиуса a_n . Каждая отдельная планарная полосковая рамочная антенна представляет собой бесконечно тонкий идеально проводящий диск радиуса $a_n + l_n$ с отверстием в центре радиуса $a_n - l_n$. Под воздействием сторонних гармонических ЭДС, приложенных к зазорам с угловой шириной $2\Delta_n$, в рамках возникают поверхностные токи, которые создают электромагнитное поле, удовлетворяющее уравнениям Максвелла и условию излучения на бесконечности. Электрический ток на поверхности проводника вместе с эквивалентным магнитным током в зазоре заменим некоторым эквивалентным электрическим током непрерывным в области зазора.

Для таких структур справедливо следующее выражение, связывающее вектор напряженности электрического поля в данной точке пространства с вектором электродинамического потенциала в этой точке [10].

$$\vec{E} = -i\omega\mu_a \vec{A} + \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \text{grad div } \vec{A}, \quad (1)$$

где $\vec{A}$ — векторный электродинамический потенциал, равный

$$\vec{A}(p) = \int_s \vec{\eta}(q) \cdot G(p, q) dq, \quad (2)$$

где $\vec{\eta}(q)$ — поверхностная плотность тока, $G(p, q)$ — функция Грина.

Будем считать, что рамочные антенны возбуждаются сторонним электрическим полем, имеющим только азимутальную составляющую. На поверхности каждого излучателя наводится потенциал, равный суперпозиции потенциала, создаваемого собственным током, и потенциалов, создаваемых токами остальных рамок. Можно записать следующие скалярные выражения для составляющих E_ϕ , связывающие ее с азимутальными и радиальными составляющими векторного электродинамического потенциала: для цилиндрических

$$i\omega\epsilon_a E_{\phi p}^\Pi = k^2 A_{\phi p}^\Pi + \frac{1}{a_p^2} \left(\frac{\partial A_{\phi p}^\Pi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 A_{\phi p}^\Pi}{\partial \phi^2} \right), p = \overline{1, N}; \quad (3a)$$

и планарных рамок

$$i\omega\epsilon_a E_{\phi p}^\Pi = k^2 A_{\phi p}^\Pi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_{\phi p}^\Pi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial A_{\phi p}^\Pi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 A_{\phi p}^\Pi}{\partial \phi^2} \right), p = \overline{1, N}; \quad (3b)$$

где

$$A_{\phi p}^{\Pi, \Pi} = \sum_{n=1}^N A_{\phi n p}^{\Pi, \Pi}, A_{\phi p}^{\Pi, \Pi} = \sum_{n=1}^N A_{\phi n p}^{\Pi, \Pi}. \quad (4)$$

(Здесь и далее индекс «ц» означает, что выражение относится к системе цилиндрических рамочных антенн, а индекс «п» — к системе планарных рамочных антенн).

На поверхностях антенн справедливы следующие граничные условия.

$$E_{\phi p}^\Pi = -E_{\phi p}^{\Pi, \text{CT}}(\phi, z) = \begin{cases} e_{\phi p}^{\Pi, \text{CT}}(\phi, z) & \text{при } |\phi| \leq \Delta_p, |z - z_p| \leq l_p, \\ 0 & \text{при } \phi \in (\Delta_p, 2\pi - \Delta_p), |z - z_p| \leq l_p; \end{cases} \quad (5a)$$

$$E_{\phi p}^\Pi = -E_{\phi p}^{\Pi, \text{CT}}(\phi, \rho) = \begin{cases} e_{\phi p}^{\Pi, \text{CT}}(\phi, \rho) & \text{при } |\phi| \leq \Delta_p, |\rho - a_p| \leq l_p, \\ 0 & \text{при } \phi \in (\Delta_p, 2\pi - \Delta_p), |\rho - a_p| \leq l_p. \end{cases} \quad (5b)$$

Тангенциальная составляющая (в данном случае азимутальная) электрического поля на поверхностях излучателей равна нулю всюду кроме области зазора, где она равна стороннему возбуждающему полю. Выражения для азимутальных и радиальных составляющих векторного электродинамического потенциала имеют вид для цилиндрических рамок

$$\begin{aligned} A_{\phi n p}^\Pi &= -a_n \int_0^{2\pi} \int_{z_n - l_n}^{z_n + l_n} \eta_{\phi n}^\Pi(\phi', z') \sin(\phi' - \phi) \times \\ &\times G_{n p}^\Pi(\rho = a_p, \phi, z; \rho' = a_n, \phi', z') d\phi' dz', \\ A_{\phi n p}^\Pi &= a_n \int_0^{2\pi} \int_{z_n - l_n}^{z_n + l_n} \eta_{\phi n}^\Pi(\phi', z') \cos(\phi' - \phi) \times \\ &\times G_{n p}^\Pi(\rho = a_p, \phi, z; \rho' = a_n, \phi', z') d\phi' dz'; \end{aligned} \quad (6a)$$

а для планарных

$$\begin{aligned} A_{\phi n p}^\Pi &= - \int_0^{2\pi} \int_{a_n - l_n}^{a_n + l_n} \eta_{\phi n}^\Pi(\phi', \rho') \sin(\phi' - \phi) \times \\ &\times G_{n p}^\Pi(z = z_p, \phi, \rho; \phi', \rho', z' = z_n) \rho' d\rho' d\phi', \\ A_{\phi n p}^\Pi &= \int_0^{2\pi} \int_{a_n - l_n}^{a_n + l_n} \eta_{\phi n p}^\Pi(\phi', \rho') \cos(\phi' - \phi) \times \\ &\times G_{n p}^\Pi(z = z_p, \phi, \rho; \phi', \rho', z' = z_n) \rho' d\rho' d\phi', \end{aligned} \quad (6b)$$

где G — функция Грина свободного пространства, записанная в цилиндрической системе координат [10]:

$$G_{n p}^\Pi(\rho = a_p, \phi, z; \rho' = a_n, \phi', z') = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\phi' - \phi)} \times \int_0^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{\chi^2 - k^2}|z' - z|}}{\sqrt{\chi^2 - k^2}} J_m(\chi a_n) J_m(\chi a_p) \chi d\chi; \quad (7a)$$

$$G_{n p}^\Pi(\phi, \rho, z = z_p; \phi', \rho', z' = z_n) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-im(\phi - \phi')} \times \int_0^{\infty} \frac{\chi e^{-\sqrt{\chi^2 - k^2}|z_n - z_p|}}{\sqrt{\chi^2 - k^2}} J_m(\chi \rho) J_m(\chi \rho') d\chi. \quad (7b)$$

Для достаточно узких полосок справедливо квазистатическое приближение для поперечного относительно полоска распределения поверхностной плотности тока. Поэтому поверхностную плотность тока можно представить в виде следующих выражений:

— для цилиндрической рамки:

$$\eta_{\phi n}^\Pi(\phi, z) = \frac{f_n^\Pi(\phi)}{\sqrt{1 - ((z - z_n)/l_n)^2}}, \quad (8a)$$

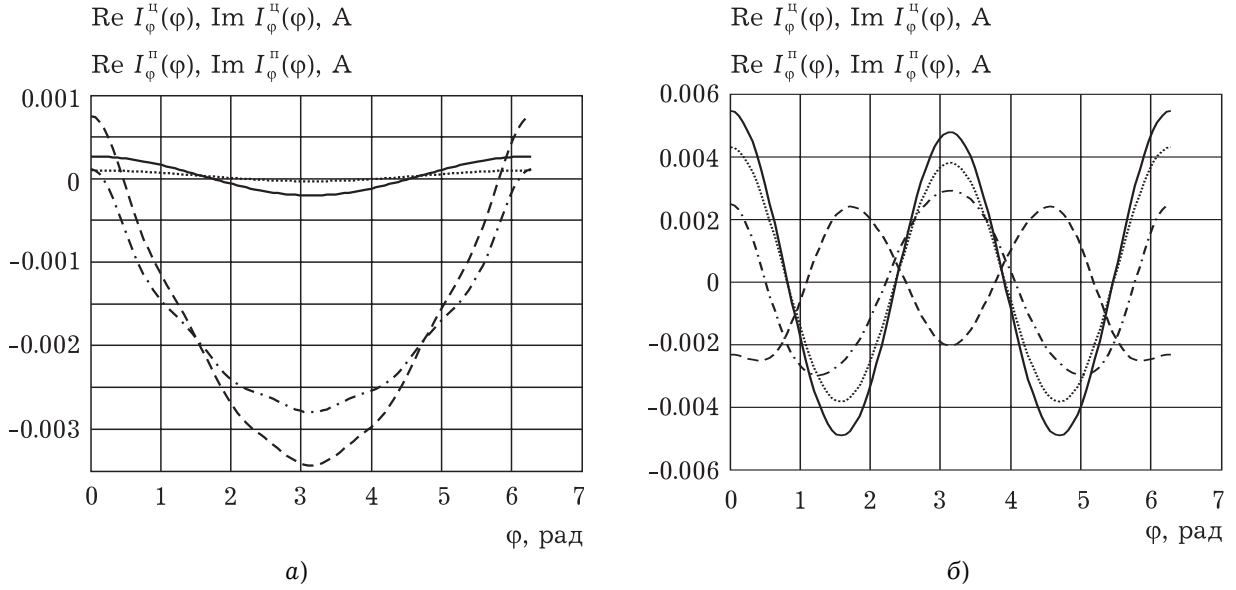


Рис. 2

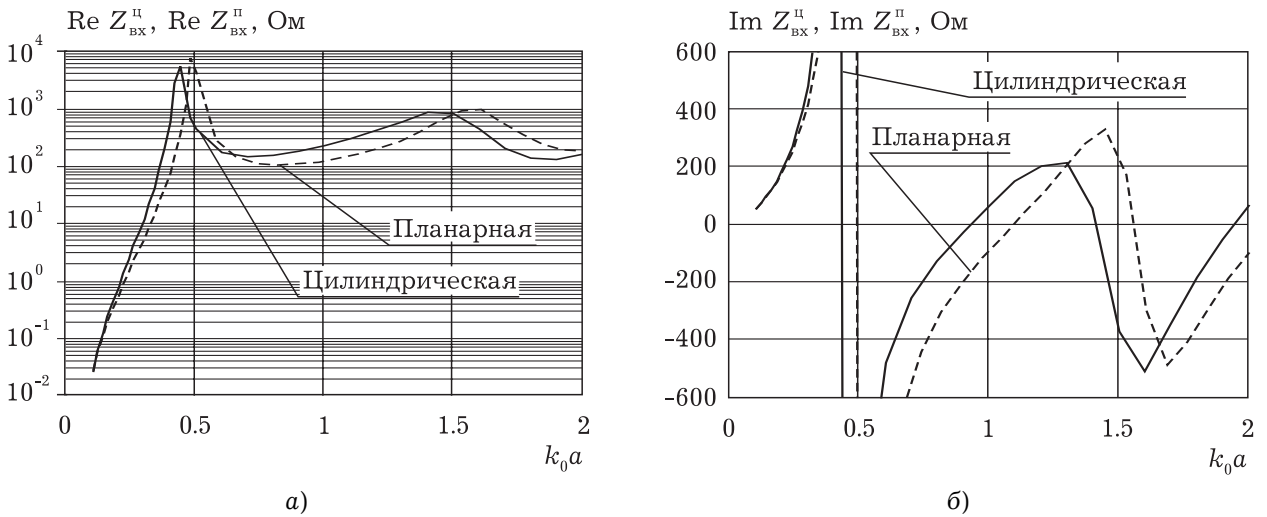


Рис. 3

— для планарной рамки:

$$\eta_{\varphi n}^{\Pi}(\varphi, z) = \frac{f_n^{\Pi}(\varphi)}{\sqrt{1 - ((\rho - a_n)/l_n)^2}}, \quad (8б)$$

где $f_n^{\Pi}(\varphi)$ — функции, описывающие продольные распределения поверхностных плотностей токов на излучателях. Подставляя выражения (6а,б) в (3а,б) с учетом (7а,б) и (8а,б) соответственно и выполняя несложные математические преобразования, получаем систему интегральных уравнений первого рода относительно неизвестных производных функций $f_n^{\Pi, \Pi'}(\varphi') = df_n^{\Pi}(\varphi')/d\varphi'$.

$$-2i\omega\epsilon_a a_p E_{\varphi p}^{\Pi, \Pi, \text{CT}}(\varphi) =$$

$$= \sum_{n=1}^N \int_0^{2\pi} f_n^{\Pi, \Pi'}(\varphi') T_{np}^{\Pi, \Pi}(\varphi, \varphi') d\varphi', \quad (9)$$

где $T_{np}^{\Pi, \Pi}$ — довольно громоздкие ядра уравнений. Выделяя в явном виде в ядрах особенности Гильберта, запишем следующую систему сингулярных интегральных уравнений

$$\begin{aligned} -2i\omega\epsilon_a a_p E_{\varphi p}^{\Pi, \Pi, \text{CT}}(\varphi) = \\ = \sum_{n=1}^N \int_0^{2\pi} f_n^{\Pi, \Pi'}(\varphi') R_{np}^{\Pi, \Pi}(\varphi, \varphi') d\varphi' + \\ + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_p^{\Pi, \Pi'}(\varphi') \text{ctg}\left(\frac{\varphi' - \varphi}{2}\right) d\varphi', \end{aligned} \quad (10)$$

где $R_{np}^{\Pi, \Pi}(\varphi, \varphi')$ — регулярные части ядер.

Решения систем сингулярных интегральных уравнений можно представить в виде разложения искомых функций в ряд по синусам

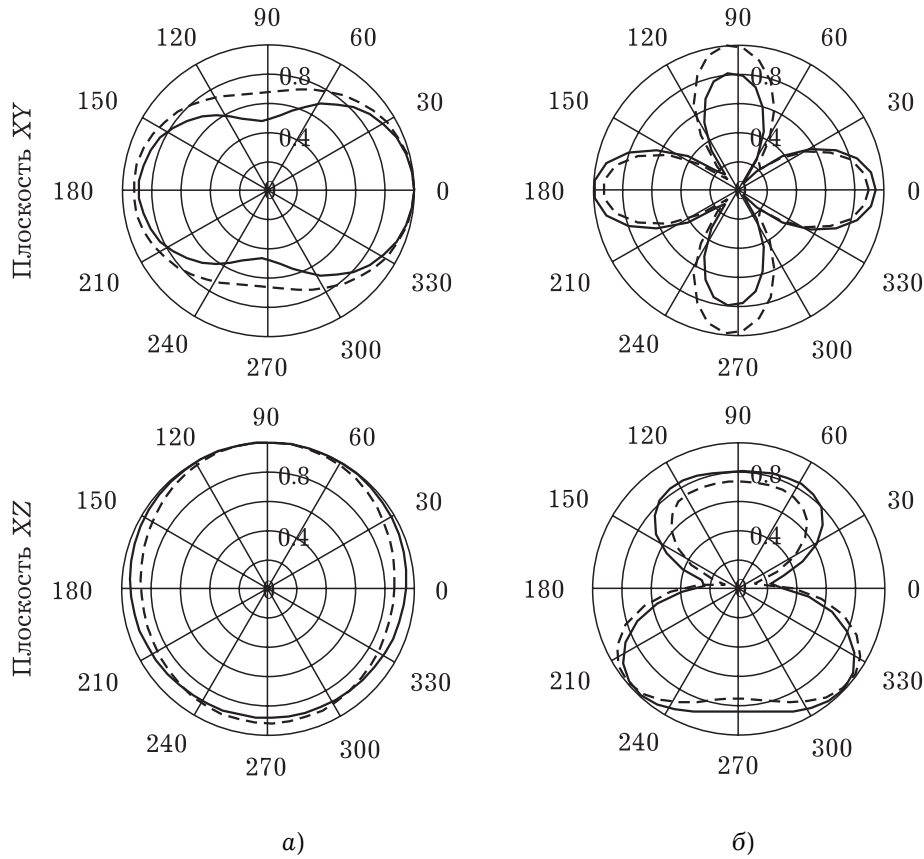


Рис. 4

$$f_n^{u,v}(\varphi) = \sum_{v=1}^{\infty} B_{nv}^{u,v} \sin(v\varphi). \quad (11)$$

Распределения токов по антеннам можно определить по формулам

$$I_{\varphi n}^u(\varphi) = \int_{z_n - l_n}^{z_n + l_n} \eta_{\varphi n}^u(\varphi, z) dz = \int_{z_n - l_n}^{z_n + l_n} \frac{f_n^u(\varphi)}{\sqrt{1 - ((z - z_n)/l_n)^2}} dz = \pi l_n f_n^u(\varphi), \quad (12a)$$

$$I_{\varphi n}^{\pi}(\varphi) = \int_{a_n - l_n}^{a_n + l_n} \eta_{\varphi n}^{\pi}(\varphi, z) d\rho = \int_{a_n - l_n}^{a_n + l_n} \frac{f_n^{\pi}(\varphi)}{\sqrt{1 - ((\rho - a_n)/l_n)^2}} d\rho = \pi l_n f_n^{\pi}(\varphi). \quad (12b)$$

Диаграммы направленности систем определяются по формулам:

$$F_n^{u,\pi}(\theta, \varphi) = \frac{|E_{\varphi}^{u,\pi,\infty}(\theta, \varphi)|}{\max |E_{\varphi}^{u,\pi,\infty}(\theta, \varphi)|}, \quad (13)$$

где $E_{\varphi}^{u,\pi,\infty}$ — азимутальная составляющая напряженности электрического поля в дальней зоне, определяемая формулой

$$E_{\varphi}^{u,\pi,\infty} = \frac{-i2\pi}{\lambda} Z_c A_{\varphi}^{u,\pi,\infty}, \quad (14)$$

где $A_{\varphi}^{u,\pi,\infty}$ — азимутальная составляющая векторного потенциала в дальней зоне, равная суперпозиции векторных потенциалов $A_{\varphi n}^{u,\pi,\infty}$, создаваемых в данной точке токами отдельных рамок.

$$A_{\varphi}^{u,\pi,\infty} = \sum_{n=1}^N A_{\varphi n}^{u,\pi,\infty}, \quad (15)$$

$$A_{\varphi n}^{u,\infty} = \frac{\exp(-ikR)}{4R} a_n l_n \sum_{v=0}^{\infty} \frac{A_{nv}^u}{\delta_{0,v} + v} \times J_0\left(2\pi \frac{l_n}{\lambda} \cos \theta\right) \exp\left\{i2\pi \frac{z_n}{\lambda} \cos \theta\right\} \times \int_0^{2\pi} \cos(n\varphi') \cos(\varphi' - \varphi) \times \exp\left\{i2\pi \frac{a_n}{\lambda} \sin \theta \cos(\varphi' - \varphi)\right\} d\varphi'; \quad (16a)$$

$$A_{\varphi n}^{\pi,\infty} = \frac{\exp(-ikR)}{4R} \exp\{ikz_n \cos \theta\} \times \times l_n^2 \sum_{v=0}^{\infty} \frac{A_{nv}^{\pi}}{\delta_{0,v} + v} \int_0^{2\pi} \left[\frac{a_n}{l_n} J_0\left(2\pi \frac{l_n}{\lambda} \zeta(\theta, \varphi)\right) + \right.$$

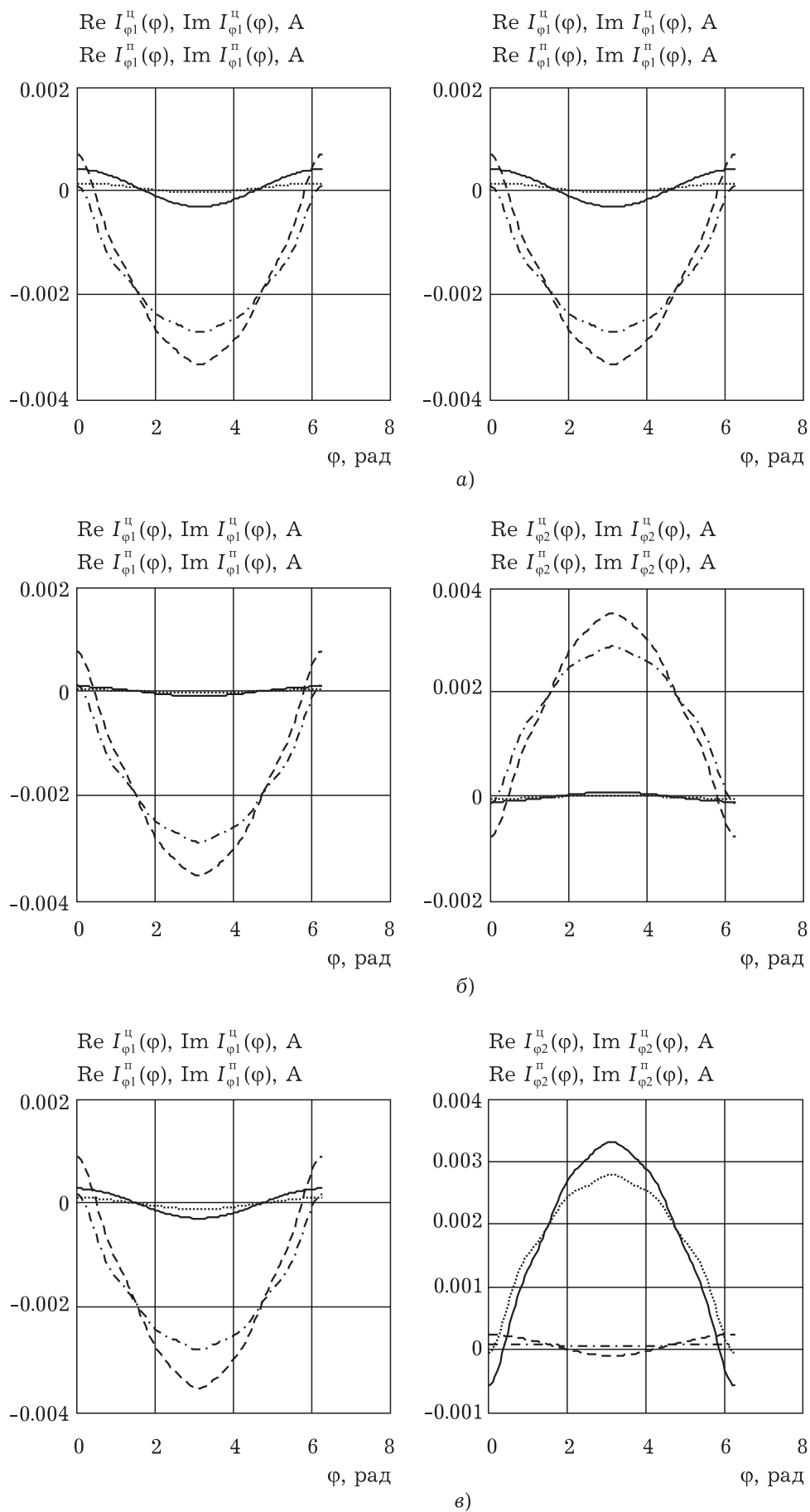


Рис. 5

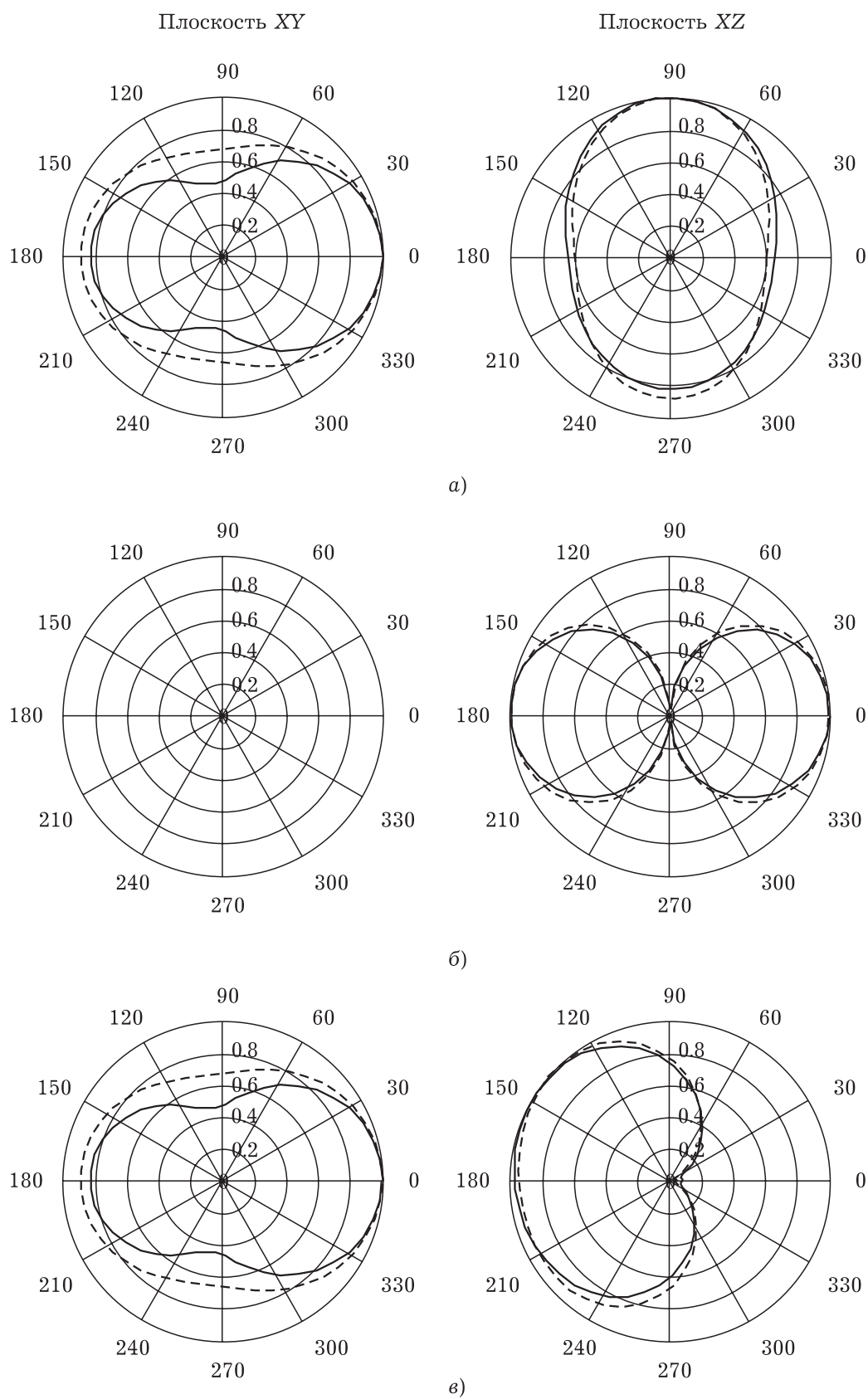


Рис. 6

$$+iJ_1\left(2\pi\frac{l_n}{\lambda}\zeta(\theta,\varphi)\right)\exp\left\{i2\pi\frac{a_n}{\lambda}\zeta(\theta,\varphi)\right\}\times$$

$$\times\cos(n\varphi')\cos(\varphi'-\varphi)d\varphi', \quad (166)$$

где $\zeta(\theta,\varphi)=\sin\theta\cos(\varphi'-\varphi)$.

На рис. 2 представлены комплексные распределения токов при $l/\lambda=0.5$ и $\Delta=0.01$ (a — $ka=0.5$, b — $ka=2$), сплошной линии соответствуют распределения действительной, а штриховой — мнимой частей для цилиндрической рамочной антенны, точкам соответствуют распределения действительной, а штрихпунктирной — мнимой частей для планарной рамочной антенны. На рис. 3 представлены зависимости входного сопротивления от параметра ka при тех же значениях l/λ и Δ (a — действительная часть, b — мнимая часть). Как видно из графиков, резонанс в антеннах наступает при $ka \approx 0.5, 1, 1.5, 2$. В планарной рамочной антенне резонанс наступает при немного больших значениях ka . На рис. 4 показаны диаграммы направленности одиночных рамочных антенн (a — $ka=0.5$, b — $ka=2$). На рис. 5 представлены распределения токов в двух связанных планарных и цилиндрических полосковых рамочных антеннах ($ka=0.5$) при различных типах возбуждения: a — синфазном, b — противофазном, $в$ — квадратурном. Расстояние между рамками — $\lambda/4$. На рис. 6 представлены диаграммы направленности, также при различных типах возбуждения (a — синфазное, b — противофазное, $в$ — квадратурное). При противофазном возбуждении диаграмма направленности поворачивается на $\pi/2$, в плоскости ХУ излучение отсутствует. В случае квадратурного возбуждения получается направленное излучение.

2. Сингулярные интегральные уравнения с особенностью Коши в теории конформных полосковых цилиндрических вибраторов

Теперь рассмотрим следующую излучающую структуру (рис. 7). Она представляет собой N связанных полосковых вибраторов, конформно расположенных на соосных цилиндрических поверхностях. Каждый отдельный вибратор представляет собой бесконечно тонкую идеально проводящую полосу угловой шириной $2\Delta_n$ и длиной $2l_n$, конформно расположенную на цилиндрической поверхности радиуса a_n . Каждый вибратор возбуждается сторонней гармонической

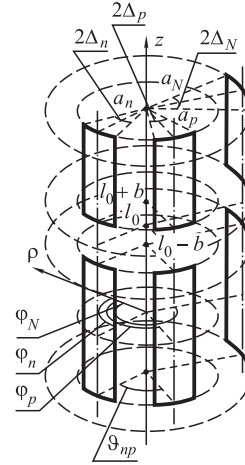


Рис. 7

ЭДС, приложенной к области разрыва шириной $2b_n$. Под воздействием ЭДС на поверхностях вибраторов возникают токи, создающие электромагнитное поле, удовлетворяющее уравнениям Максвелла и условию излучения на бесконечности. Электрический ток на плечах вибратора и эквивалентный магнитный ток в зазоре заменим эквивалентным электрическим током, непрерывным в области разрыва. Предполагая, что возбуждающее поле имеет только продольную составляющую, запишем следующее выражение, связывающее эту составляющую с продольной составляющей векторного электродинамического потенциала.

$$i\omega\epsilon_a E_{zp} = k^2 A_{zp} + \frac{\partial^2 A_{zp}}{\partial z^2}, \quad p = \overline{1, N}. \quad (17)$$

На поверхностях вибраторов справедливы следующие граничные условия. Тангенциальная составляющая напряженности электрического поля на поверхностях вибраторов равна нулю всюду кроме области зазора, где она равна стороннему возбуждающему полю.

$$E_{zp}(\varphi, z) = -E_{zp}^{\text{ст}}(\varphi, z) =$$

$$= \begin{cases} e_{zp}^{\text{ст}}(\varphi, z) & \text{при } \varphi \in [\varphi_p - \Delta_p, \varphi_p + \Delta_p], \\ & z \in [l_{0p} - b_p, l_{0p} + b_p], \\ 0 & \text{при } \varphi \notin [\varphi_p - \Delta_p, \varphi_p + \Delta_p], \\ & z \notin [l_{0p} - b_p, l_{0p} + b_p]. \end{cases} \quad (18)$$

Векторный потенциал на поверхности каждого вибратора представляет собой суперпозицию потенциала, наводимого собственным током, а также потенциалов, наводимых токами всех остальных вибраторов.

$$A_{z_p} = \sum_{n=1}^N A_{z_{np}}, \quad p = \overline{1, N}. \quad (19)$$

Выражение для векторного электродинамического потенциала имеет вид:

$$A_{z_{np}} = a_n \int_{\varphi_n - \Delta}^{\varphi_n + \Delta} \int_{-l}^l \eta_{zn}(\varphi', z') \times \\ \times G(\rho = a_p, \varphi, z; \rho' = a_n, \varphi', z') dz' d\varphi', \quad (20)$$

где G — функция Грина свободного пространства, записанная в цилиндрической системе координат. В данном случае ее удобно записать в виде:

$$G(\rho = a_p, \varphi, z; \rho' = a_n, \varphi', z') = \\ = \frac{1}{8\pi i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-im(\varphi - \varphi')} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ih(z - z')} \times \\ \times \begin{cases} J_m(va_n) H_m^{(2)}(va_p) & \text{для } a_n < a_p \\ H_m^{(2)}(va_n) J_m(va_p) & \text{для } a_n > a_p \end{cases} dh, \quad (21)$$

где $v = i\sqrt{h^2 - k^2}$.

Также как и для рамочных полосковых антенн будем использовать квазистатическое приближение поперечного распределения поверхностной плотности тока

$$\eta_{zn}(\varphi, z) = \frac{f_n(z)}{\sqrt{1 - ((\varphi - \varphi_n)/\Delta_n)^2}}, \quad (22)$$

где $f_n(z)$ — функции, характеризующие ее продольное распределение. Подставляя (2.2) в (2.1) с учетом выражений (2.3) и (2.4) и выполняя несложные математические преобразования, получаем следующую систему интегральных уравнений относительно производных неизвестных функций $f_n(z)$:

$$-i\omega \epsilon_a E_{z_p}^{\text{ст}}(t) = \sum_{n=1}^N \int_{-1}^1 a_n f'_n(t') T_{np}(t, t') dt', \quad (23)$$

где T_{np} — довольно громоздкие ядра уравнений.

Выделяя в ядрах в явном виде особенности Коши, запишем следующую систему сингулярных интегральных уравнений

$$\frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^{\infty} \Delta_n \frac{J_0(m\Delta_n) \cos(m\vartheta_{np})}{a_n^2 (1 + \delta_{0,m})} \frac{1}{\sqrt{a_p/a_n}} \times \\ \times \int_{-1}^1 \frac{a_n f'_n(t') (l/a_n) (t - t')}{(a_p/a_n - 1)^2 + (l/a_n)^2 (t - t')^2} dt' = \\ = \sigma_p \epsilon_p(t) + \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^{\infty} \Delta_n \frac{J_0(m\Delta_n) \cos(m\vartheta_{np})}{a_n^2 (1 + \delta_{0,m})} \times$$

$$\times \int_{-1}^1 f'_n(t') K_m(t, t') dt', \quad (24)$$

где K_m — регулярная часть ядра уравнений.

Решение системы можно представить в виде разложения в ряд по полиномам Чебышева первого рода

$$f'_n(t) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{A_{nv} T_v(t)}{\sqrt{1 - t^2}}. \quad (25)$$

Распределения токов по вибраторам можно определить по формуле

$$I_{zn}(t) = a_n \int_{\varphi_n - \Delta}^{\varphi_n + \Delta} \eta_{zn}(\varphi, t) d\varphi = \\ = a_n \int_{\varphi_n - \Delta}^{\varphi_n + \Delta} \frac{f_n(t)}{\sqrt{1 - ((\varphi - \varphi_n)/\Delta)^2}} d\varphi = a_n \Delta \pi f_n(t). \quad (26)$$

Диаграмму направленности системы вибраторов можно определить по формуле

$$F(\theta, \varphi) = \frac{|E_{\theta}^{\infty}(\theta, \varphi)|}{\max |E_{\theta}^{\infty}(\theta, \varphi)|}, \quad (27)$$

где $E_{\theta}^{\infty}(\theta, \varphi)$ — θ -составляющая электрического поля системы в дальней зоне, равная

$$E_{\theta}^{\infty} = \frac{-i2\pi}{\lambda} Z_c A_{\theta}^{\infty}, \quad (28)$$

где

$$A_{\theta}^{\infty} = -A_z^{\infty} \sin \theta, \quad (29)$$

$$A_z^{\infty} = \sum_{n=1}^N A_{zn}^{\infty}, \quad (30)$$

$$A_{zn}^{\infty} = -\frac{\exp(-ikR)}{8\pi R} \frac{ia_n l}{(l/\lambda) \cos \theta} \times$$

$$\times \sum_{v=1}^{\infty} i^v v J_v(2\pi(l/\lambda) \cos \theta) A_{nv} \times$$

$$\times \int_{\varphi_n - \Delta}^{\varphi_n + \Delta} \frac{\exp\left\{i \frac{2\pi a_n}{\lambda} \sin \theta \cos(\varphi' - \varphi)\right\}}{\sqrt{1 - ((\varphi' - \varphi_n)/\Delta)^2}} d\varphi'. \quad (31)$$

На рис. 8 представлены комплексные распределения токов на поверхностях одиночных симметричного (а — $l/\lambda = 0.25$, $a/\lambda = 0.5$; б — $l/\lambda = 0.5$, $a/\lambda = 0.5$) и несимметричного вибраторов (в — $l/\lambda = 0.25$, $a/\lambda = 1$, $l_0/l = 0.5$; г — $l/\lambda = 0.5$, $a/\lambda = 1$, $l_0/l = 0.5$) при $b/l = 0.01$, $\Delta = 0.1$. На рис. 9 представлены зависимости входного сопротивления от параметра l/λ при $a/\lambda = 0.1$,

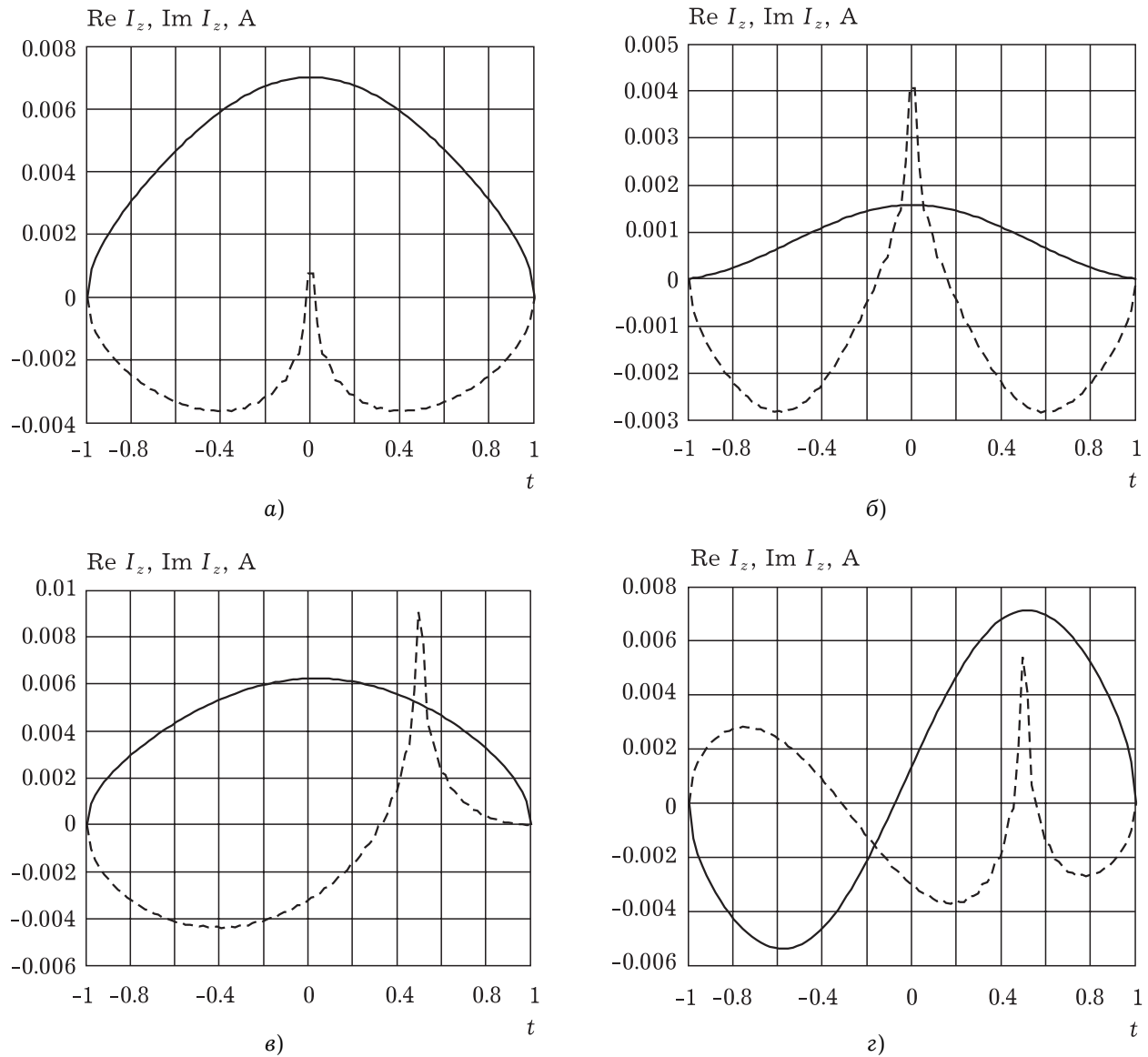


Рис. 8

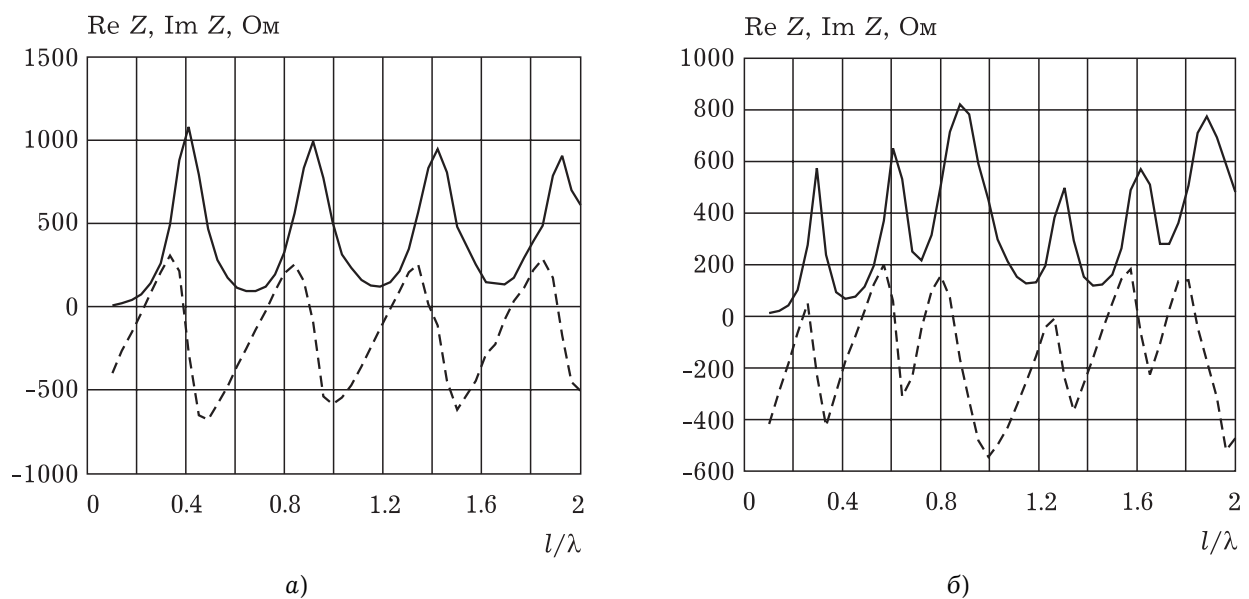


Рис. 9

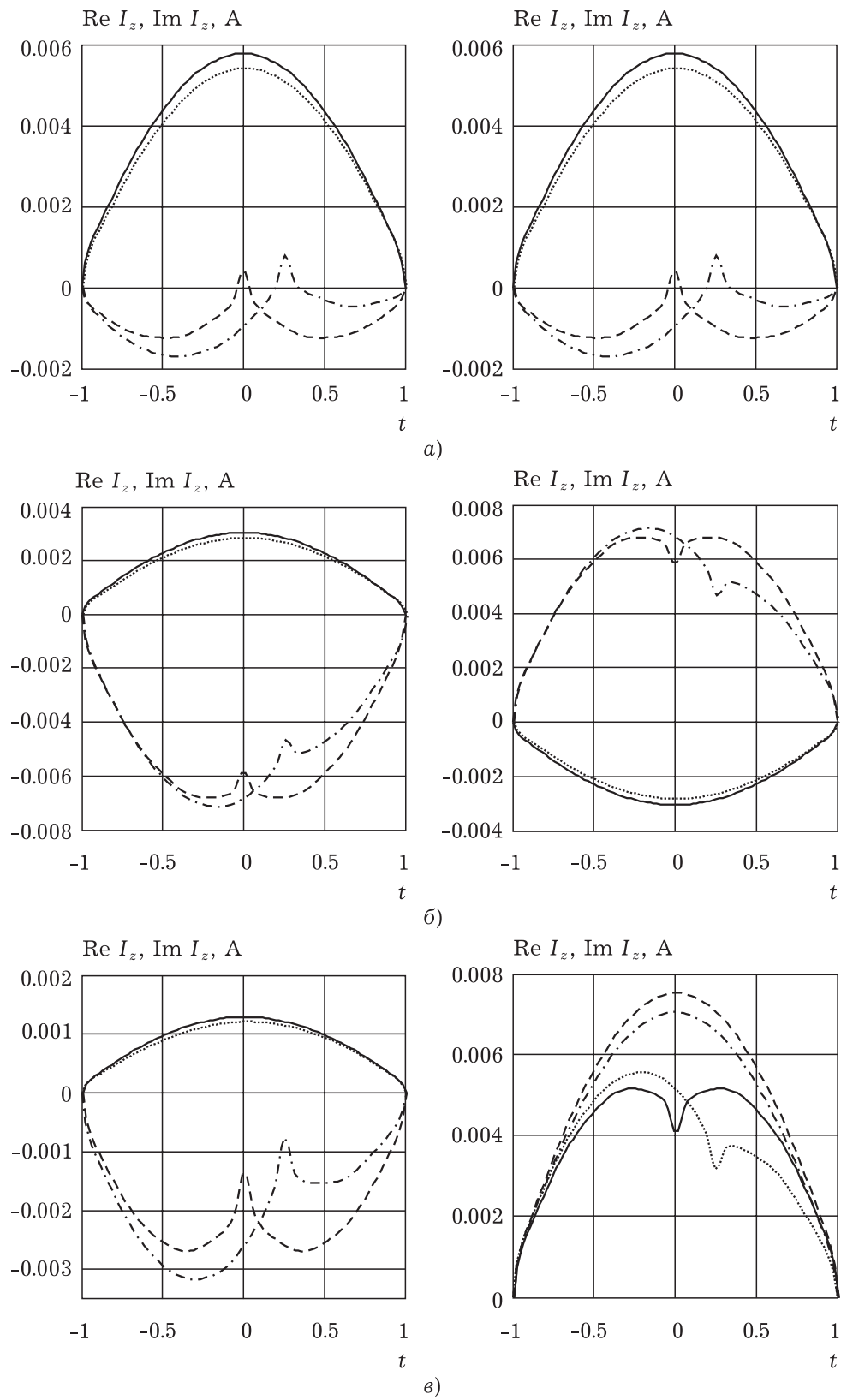


Рис. 10

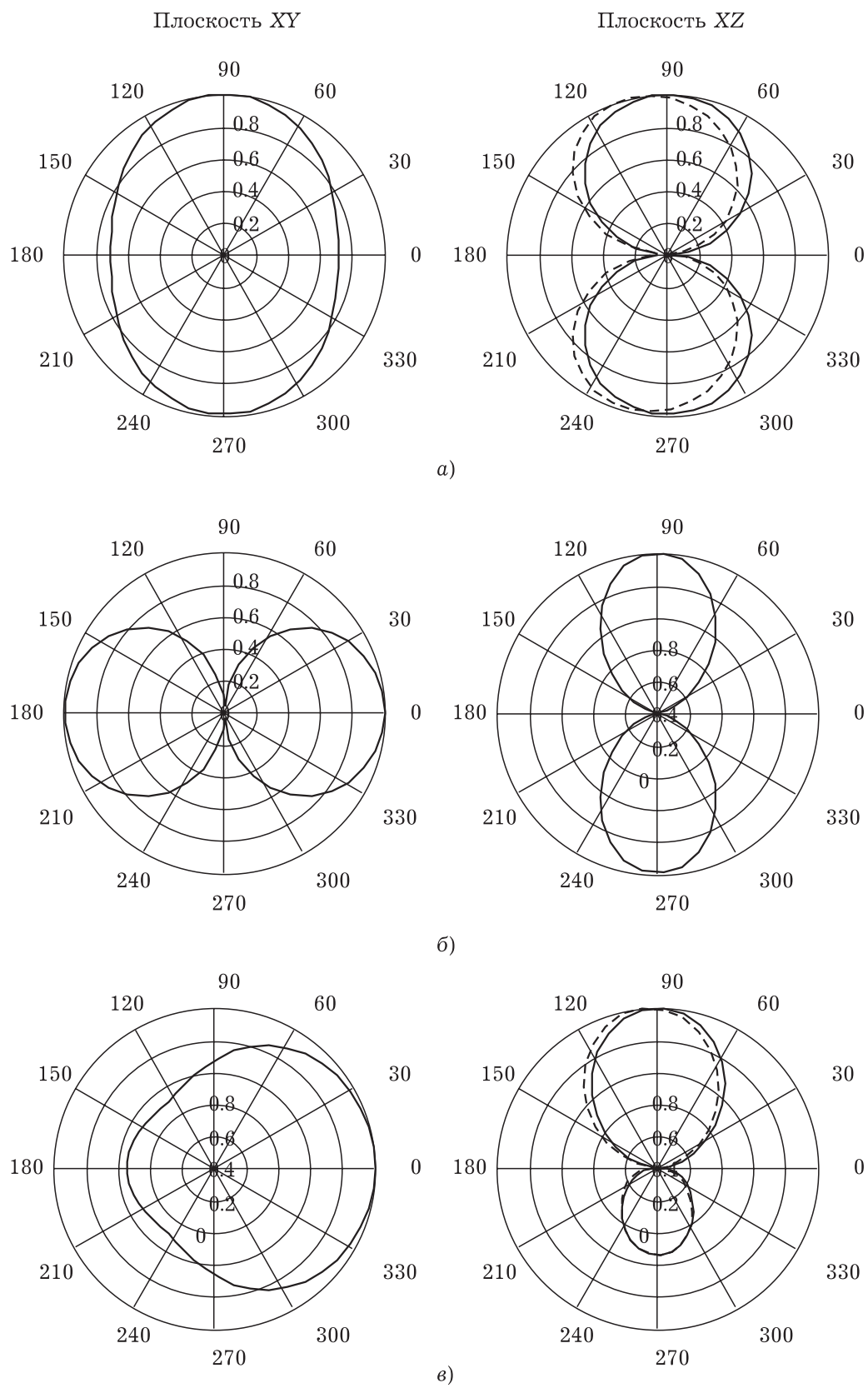


Рис. 11

$b/l = 0.01$, $\Delta = 0.1$ (а — симметричного вибратора $l_0/l = 0$, б — несимметричного $l_0/l = 0.5$). Из графиков видно, что у конформного полоскового цилиндрического вибратора мнимая часть входного сопротивления обращается в ноль при $l/\lambda = 0.25$, как и у тонкого проволочного вибратора. На рис. 10 представлены комплексные распределения токов на двух связанных симметричных и несимметричных полосковых вибраторах, конформно расположенных на цилиндрической поверхности радиуса a , при различных типах возбуждения: а — синфазном, б — противофазном и в — квадратурном (сплошной линии соответствует действительная часть, а штриховой — мнимая часть тока для симметричного вибратора, точкам — действительная, а штрихпунктирной линии — мнимая часть тока для несимметричного вибратора). На рис. 11 представлены диаграммы направленности двух связанных вибраторов при различных типах возбуждения (а — синфазное, б — противофазное в — квадратурное) при $l/\lambda = 0.25$, $a/\lambda = 0.125$, $b/l = 0.01$, $\Delta = 0.1$, угловое расстояние между вибраторами равно π . Сплошной линией показана диаграмма направленности двух симметричных вибраторов ($l_0/l = 0$), пунктирной — двух несимметричных ($l_0/l = 0.25$). При противофазном возбуждении, как и у системы двух связанных тонких проволочных вибраторов [9], диаграмма направленности поворачивается на угол $\pi/2$. При квадратурном возбуждении получается направленное излучение, но при учете взаимного влияния токов вибраторов друг на друга видно, что небольшая часть энергии все-таки излучается в обратную сторону.

В заключение можно сказать следующее:

1. В квазистатическом приближении поперечного распределения поверхностной плотности тока разработаны новые самосогласованные математические модели одиночных и связанных цилиндрических и планарных полосковых рамочных антенн.

2. Впервые в теорию конформных цилиндрических рамочных антенн введены СИУ с ядрами Гильберта, численные решения которых являются математически корректной задачей.

3. В квазистатическом приближении поперечного распределения поверхностной плотности тока разработаны самосогласованные математические модели конформных цилиндрических полосковых одиночных и связанных электрических вибраторов.

4. Анализ связанных рамочных антенн и конформных цилиндрических электрических вибраторов проведен с использованием математического аппарата систем СИУ, нахождение числен-

ных решений которых является математически корректной задачей.

5. Проведены численные исследования комплексных распределений токов, зависимостей входных сопротивлений и диаграмм направленности при различных геометрических размерах для одиночных и связанных полосковых рамочных антенн (цилиндрической и планарной), а также конформных цилиндрических полосковых вибраторов. Полученные результаты позволяют дать рекомендации по настройке и оптимизации характеристик этих антенн.

6. Разработанный математический формализм решения самосогласованных внутренних задач анализа позволяет корректно подойти к расчету электромагнитного поля непосредственно вблизи антенн (в ближней зоне).

Литература

1. Заборонкова Т.М., Кудрин А.В., Петров Е.Ю. К теории рамочной антенны в анизотропной плазме // Известия вузов. Радиофизика. — 1998. — Т. 41. — № 3. — С. 358-373.
2. Неганов В.А., Корнев М.Г. Применение метода сингулярного интегрального уравнения к анализу рамочной антенны // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2003. — Т. 6. — № 1. — С. 41-45.
3. Чебышев В.В. Интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода для тока узкого полоскового вибратора и численный метод его решения // Машинное проектирование устройств и систем СВЧ. — М., 1979. — С. 204-215.
4. Панченко Б.А., Князев С.Т., Нечаев Ю.Б. и др. Электродинамический расчет характеристик полосковых антенн. — М.: Радио и связь, 2002. — 256 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
6. Неганов В.А., Корнев М.Г. Сингулярное интегральное уравнение для расчета тока на поверхности узкого полоскового вибратора // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2002. — Т. 5. — № 4. — С. 34-36.
7. Неганов В.А. Сингулярное интегральное представление электромагнитного поля электрического вибратора в его ближней зоне // ДАН. — 2004. — Т. 399. — № 5. — С. 617-619.
8. Филиппов В.С., Пономарев Л.И., Гринев А.Ю. и др. Антенны и устройства СВЧ. Проектирование фазированных антенных решеток: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Д.И. Воскресенского. — М.: Радио и связь, 1994. — 592 с.
9. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны: Учебник для студентов радиотехнических специальностей вузов. — М.: Энергия, 1975.
10. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. — М.-Л.: Энергия, 1967. — 376 с.

Singular Integral Equations in the Theory of Conform Cylindrical Strip Radiating Structures

D.S. Klyuev, V.A. Neganov

In paper the electrodynamic theory of conform cylindrical strip radiating structures is offered. The mathematical device of singular integral equations with Hilbert's and Cochi's kernels is put in its basis. The given approach allows to generalize the offered theory on more complex radiating cylindrical structures. In paper great volume of numerical results is submitted: schedules of distribution of the real and imaginary component of surface currents, dependences of input impedances on the geometrical sizes, diagrams of an orientation.



Клюев Дмитрий Сергеевич, 1980 года рождения. В 2002 году окончил Поволжскую государственную академию телекоммуникаций и информатики (ПГАТИ), специальность 200700 — Радиотехника. В этом же году поступил в дневную аспирантуру при ПГАТИ по специальности 01.04.03 — Радиофизика. В 2005 году защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. В настоящее время работает доцентом на кафедре основ конструирования и технологии радиотехнических

систем ПГАТИ. Автор более 20 научных трудов. Область научных интересов: линейная макроскопическая электродинамика, устройства СВЧ- и КВЧ-диапазонов, антенно-фидерные устройства.