

## Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.373.826

## Пространственная селективность динамических голограмм на тепловой нелинейности

В.В. Ивахник, В.И. Никонов, Т.Г. Харская

Методом функции размытия точки изучено качество обращения волнового фронта динамической голограммой в среде с тепловым механизмом нелинейности. Для различных схем записи проанализирована зависимость пространственной селективности динамической голограммы от угла между опорной и считывающей волнами, толщины нелинейного слоя, параметров опорной волны. Определено положение плоскости оптимальной фокусировки объектной волны, при котором достигается наиболее полное соответствие комплексных амплитуд объектной и восстановленной волн.

Тепловой механизм нелинейности по-прежнему является одним из основных механизмов записи динамических голограмм в среднем ИК-диапазоне длин волн [1-4]. При использовании динамических голограмм для получения волны с обращенным волновым фронтом (ОВФ) необходимо знать, насколько точно комплексная амплитуда восстановленной волны соответствует комплексной амплитуде объектной волны. Точность обращения волнового фронта ограничивает параметры неоднородной среды, которые могут быть скомпенсированы при вторичном прохождении через неоднородную среду волны с ОВФ [5,6].

Одним из наиболее распространенных методов оценки точности ОВФ является метод, основанный на нахождении функции размытия точки (ФРТ) [7-10]. В приближении заданного поля по опорной и считывающей волнам система уравнений, описывающая запись и считывание динамической голограммы, для большинства нелинейных сред, в том числе и для сред с тепловым механизмом нелинейности, линеаризуется относительно комплексных амплитуд объектной ( $A_3$ ) и восстановленной ( $A_4$ ) волн, поэтому соответствие этих амплитуд полностью описывается интегральным выражением вида:

$$A_4(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} A_3^*(\vec{r}_1) G(\vec{r}, \vec{r}_1) d\vec{r}_1.$$

Здесь  $G(\vec{r}, \vec{r}_1)$  — функция размытия точки;  $\vec{r}(\vec{\rho}, z)$  — радиус-вектор.

В настоящей работе с использованием метода ФРТ анализируется точность ОВФ динамической голограммой на тепловой нелинейности с учетом направления распространения считывающей волны, пространственной структуры опорной волны.

Пусть в плоском слое с тепловой нелинейностью толщиной  $l$  распространяются опорная и считывающая волны с комплексными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$ , объектная и восстановленная волны.

Стационарное волновое уравнение, описывающее взаимодействие волн в нелинейной среде, есть

$$\left\{ \nabla^2 + \left[ k^2 \left( 1 + \frac{2}{n_0} \frac{dn}{dT} \delta T \right) - 2ik\alpha \right] \right\} \left( \sum_{j=1}^4 A_j + \text{к.с.} \right) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $n_0$  — среднее значение показателя преломления;  $k$  — волновое число;  $\alpha$  — коэффициент поглощения;  $\delta T$  — изменение температуры, обусловленное выделением тепла при поглощении излучения.

Уравнение (1) необходимо дополнить уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \delta T + \frac{\alpha}{\Lambda c_p \nu} \left| \sum_{j=1}^4 A_j + \text{к.с.} \right|^2 = 0, \quad (2)$$

где  $\Lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $c_p$  — удельная теплоемкость;  $\nu$  — объемная плотность вещества.

Как показано в работе [11], в приближение заданного поля по плоской опорной волне

В.В. Ивахник, В.И. Никонов, Т.Г. Харская

г. Самара, Самарский государственный университет

( $A_1 = A_{10} \exp\{-i\vec{k}_1 \vec{r}\}$ ) при условии отвода тепла от граней нелинейной среды ( $\delta T(z=0) = \delta T(z=l)$ ) составляющая температуры ( $\delta T = \delta T_0 + \delta T_{31}$ ), характеризующая ее быстрое изменение в пространстве, имеет вид:

$$\begin{aligned} \delta T_{31}(\vec{\rho}, z) = f \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_3^*(\vec{k}_3) \frac{e^{-i\vec{k}_T \vec{\rho}}}{\beta^2 - \kappa_T^2} \times \\ \times \left\{ \left[ \frac{1}{2sh\kappa_T l} \left\{ e^{-\kappa_T z} \left[ e^{\kappa_T l} - e^{-\beta l} \right] \right\} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2sh\kappa_T l} \left\{ e^{\kappa_T z} \left[ e^{-\beta l} - e^{-\kappa_T l} \right] \right\} - e^{-\beta z} \right\} d\vec{k}_T. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $f = \alpha A_{10} / \Lambda c_p v$ ;  $\vec{k}_T = \vec{k}_1 - \vec{k}_3$ ;  $\kappa_T = |\vec{k}_T|$ ;  $\beta = 2\alpha + i(k_{1z} - k_{3z})$ ;  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_3$ ,  $k_{1z}$  и  $k_{3z}$  — поперечные и продольные составляющие волновых векторов  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_3$ ;  $A_{10}$  — амплитуда опорной волны на передней грани нелинейного слоя;  $\tilde{A}_3(\vec{k}_3)$  — амплитуда пространственного спектра объектной волны на передней грани нелинейного слоя.

Используя выражение (3), для плоской считывающей волны ( $A_2 = A_{20} \exp\{-i\vec{k}_2 \vec{r}\}$ ) в схеме с попутными опорной и считывающей волнами (рис. 1, а) связь между амплитудами пространственных спектров объектной и восстановленной волн на задней грани нелинейного слоя  $\tilde{A}_4(\vec{k}_4, z=l)$  с точностью до постоянного множителя имеет вид:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_4(\vec{k}_4, z=l) = \frac{f A_{20} \tilde{A}_3^*(\vec{k}_3)}{\beta^2 - \kappa_T^2} \left\{ \frac{[e^{\kappa_T l - ipl} - 1][e^{-\beta l} - e^{\kappa_T l}]}{2sh\kappa_T l [\kappa_T + ip]} + \right. \\ \left. + \frac{[e^{-\kappa_T l - ipl} - 1][e^{-\beta l} - e^{-\kappa_T l}]}{2sh\kappa_T l [\kappa_T - ip]} + \frac{[e^{-2\alpha l} - 1]}{2\alpha} \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $p = (k_{4z} - k_{2z})$ ,  $A_{20}$  — амплитуда считывающей волны;  $\vec{k}_2$  и  $\vec{k}_4$ ,  $k_{2z}$  и  $k_{4z}$  — поперечные и продольные составляющие волновых векторов  $\vec{k}_2$  и  $\vec{k}_4$ .

В схеме со встречными опорной и считывающей волнами (рис.1, б) выражение, связывающее амплитуду пространственного спектра восстановленной волны  $\tilde{A}_4(\vec{k}_4, z=0)$  с амплитудой пространственного спектра объектной волны на передней грани нелинейного слоя, совпадает с выражением (4) при замене параметра  $p$  на  $-p$ .

Пусть объектная волна распространяется от точечного источника, расположенного на расстоянии  $z_3$  от передней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки сигнальной волны):  $A_3(\vec{\rho}, z_3) = \delta(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0)$ . Будем рассматривать поле восстановленной волны на расстоянии  $z_4$

от задней грани нелинейного слоя (плоскость фокусировки восстановленной волны) в схеме с попутными опорной и считывающей волнами, на расстоянии  $z_4$  от передней грани нелинейного слоя в схеме со встречными опорной и считывающей волнами.

С учетом (4) выражение для функции размытия точки динамической голограммы на тепловой нелинейности в центре поля зрения ( $\vec{\rho}_0 = 0$ ) в параксиальном приближении примет вид:

$$\begin{aligned} G(\vec{\rho}, z_3, z_4, \vec{k}_1, \vec{k}_2) = f A_{20} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta^2 - \kappa_T^2} \times \\ \times \left\{ \frac{[e^{\kappa_T l - ipl} - 1][e^{-\beta l} - e^{\kappa_T l}]}{2sh\kappa_T l [\kappa_T + ip]} + \right. \\ \left. + \frac{[e^{-\kappa_T l - ipl} - 1][e^{-\beta l} - e^{-\kappa_T l}]}{2sh\kappa_T l [\kappa_T - ip]} + \right. \\ \left. + \frac{[e^{-2\alpha l} - 1]}{2\alpha} \right\} e^{i\frac{\kappa_4^2}{2k} z_4 - i\frac{\kappa_3^2}{2k} z_3 - i\kappa_4 \vec{\rho}} d\vec{k}_4, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_4$ . Выражение (5) полностью описывает качество ОВФ динамической голограммы. Характерный вид функции размытия точки изображен на рис. 2.

В качестве количественной меры качества ОВФ может выступать разрешающая способность, оцениваемая по ширине модуля ФРТ.

Направление координатных осей  $OX$  и  $OY$  выберем таким образом, чтобы ось  $OX$  лежала в плоскости волнового вектора опорной волны и точечного источника объектной волны, а ось  $OY$  была направлена перпендикулярно этой оси. Введем понятие ширины модуля ФРТ в направлении осей  $OX$  и  $OY$  ( $\Delta x = |x_1 - x_2|$ ,  $\Delta y = |y_1 - y_2|$ ), где  $x_{1,2}$  и  $y_{1,2}$  определяются из условий

$$|G(x_{1,2}, y=0)| = \frac{1}{2} G_{\max}, \quad (6)$$

$$|G(y_{1,2}, x=0)| = \frac{1}{2} G_{\max}. \quad (7)$$

Здесь  $G_{\max}$  — максимальное значение модуля ФРТ.

Численный анализ выражения функции размытия точки проводился для излучения  $CO_2$ -лазера ( $\lambda = 10.6$  мкм). В качестве нелинейной среды использовался сероуглерод ( $n_0 = 1.6$ ,  $\alpha = 0.0001$  мкм $^{-1}$ ). Расчеты показывают, что при фиксированном положении плоскости фокусировки объектной волны существует оптимальное положение плоскости фокусировки восстановлен-

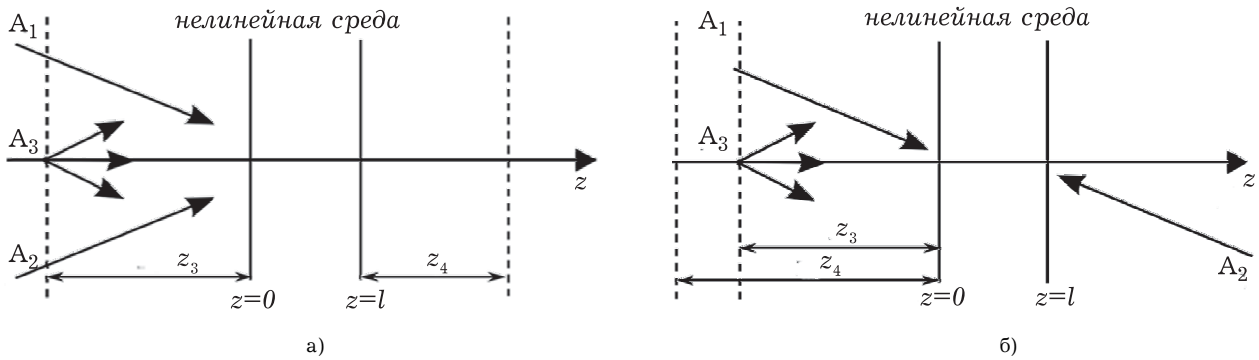


Рис. 1. Схемы записи, стирания динамической голограммы с попутными опорной и считывающей волнами (а); со встречными опорной и считывающей волнами (б)

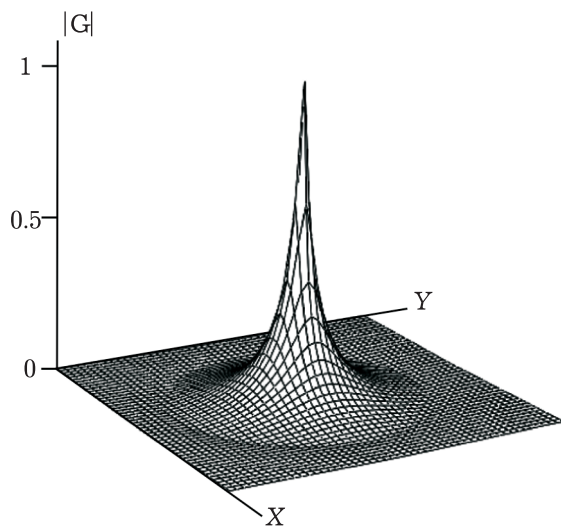


Рис. 2. Зависимость модуля ФРТ от поперечных координат

ной волны (плоскость оптимальной фокусировки), в пределах которой ширина модуля ФРТ минимальна. Положения плоскостей оптимальной фокусировки преобразованной волны при рассмотрении ширины модуля ФРТ в направлениях, задаваемых осями  $OX$  ( $z_{4opt//}$ ) и  $OY$  ( $z_{4opt\perp}$ ), различны.

На рис. 3 приведены характерные графики зависимости ширины модуля ФРТ в направлении оси  $OX$  в плоскостях оптимальной фокусировки, от направления распространения считывающей и опорной волн как в схеме с попутными, так и со встречными опорной и считывающей волнами. Считалось, что волновой вектор считывающей волны расположен в плоскости  $XOZ$ . Ширина модуля ФРТ в направлении оси  $OY$  отличается от ширины модуля ФРТ в направлении оси  $OX$  менее чем на 1%. Минимальное значение ширины модуля ФРТ наблюдается при со-

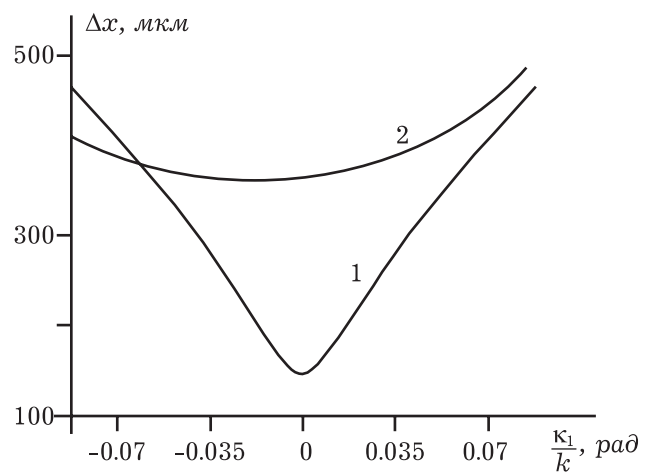


Рис. 3. Зависимость ширины модуля ФРТ в направлении оси  $OX$  в плоскости оптимальной фокусировки от направления распространения опорной волны при  $al=0.3$ ; для схем со встречными опорной и считывающей волнами (1); с попутными опорной и считывающей волнами (2)

впадении направлений распространения считывающей и опорной волн в схеме с попутными опорной и считывающей волнами и при распространении считывающей волны строго навстречу опорной волне в схеме со встречными опорной и считывающей волнами. По мере отклонения направления распространения считывающей волны от направления распространения опорной волны наблюдается монотонное увеличение ширины модуля ФРТ. Скорость изменения ширины модуля ФРТ по мере отклонения направления распространения считывающей волны от направления распространения опорной волны в схеме со встречными опорной и считывающей волнами выше, чем в схеме с попутными опорной и считывающей волнами.

Пространственная селективность динамической голограммы на тепловой нелинейности с ростом толщины нелинейного слоя увеличивается быст-

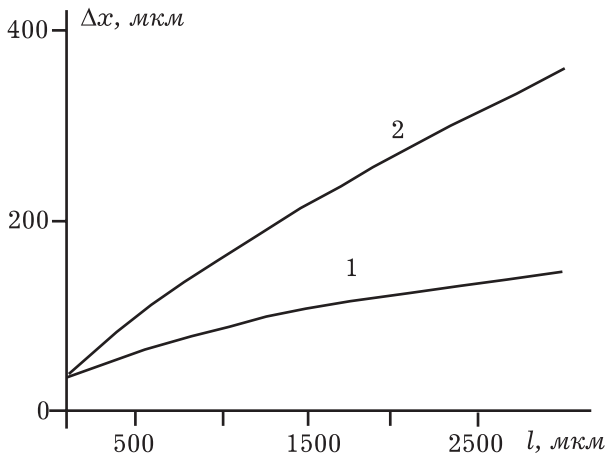


Рис. 4. Зависимость ширины модуля ФРТ в направлении оси  $OX$  в плоскости оптимальной фокусировки от толщины нелинейного слоя в случае встречных опорной и считывающей волн (1); при попутных опорной и считывающей волнах (2)

рее в схеме с попутными опорной и считывающей волнами по сравнению со схемой с встречными опорной и считывающей волнами (рис. 4).

Как следует из выражения (5), при  $z_3 \neq 0$  по сравнению с  $z_3 = 0$  поворот считывающей волны относительно опорной приводит к смещению ФРТ в поперечном направлении на величину  $(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2)z_3/k$ , возникает постоянный фазовый набег, равный  $(\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2)^2 z_3/k$ . Смещение положения максимума модуля ФРТ относительно положения исходной точки ( $\Delta\bar{\rho}$ ), как и для динамической голограммы в среде с керровской нелинейностью [12], хорошо описывается выражением

$$\Delta\bar{\rho} = \frac{\bar{\kappa}_1 + \bar{\kappa}_2}{k} \left( z_3 + \frac{l}{2n_0} \right).$$

Рассмотрим схему со встречными волнами на качки, когда и опорная и считывающая волны распространяются строго вдоль оси  $OZ$ . В этом случае ширина модуля ФРТ вдоль осей  $OX$  и  $OY$  совпадает.

Для схемы со встречными опорной и считывающей волнами положение плоскости оптимальной фокусировки совпадает с положением плоскости фокусировки объектной волны.

Пусть считывающая волна является плоской, а амплитуда опорной волны меняется по гауссову закону:

$$A_1(\vec{r}) = \left[ \frac{1}{a^2} + i \frac{k}{2R} \right]^{-\frac{1}{2}} e^{-\rho^2 \left[ \frac{1}{a^2} + i \frac{k}{2R} \right] - ikz}, \quad (8)$$

$$A_2(\vec{r}) = e^{ikz}.$$

Здесь  $2a$  — диаметр опорного пучка;  $R$  — радиус кривизны волнового фронта. Выражение (8) может быть использовано для оценки влияния

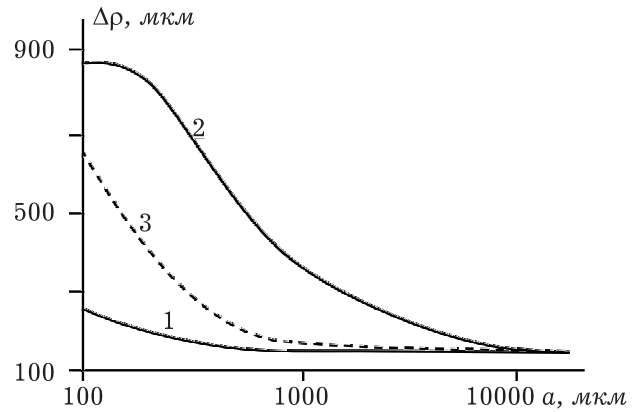


Рис. 5. Зависимость ширины модуля ФРТ от диаметра опорного пучка при  $al=0.3$ ;  $z_3/l=0$  (1), 7 (2,3)

на вид ФРТ самовоздействия гауссовой опорной волны, приводящего к изменению кривизны волнового фронта.

При учете пространственной структуры опорной и считывающей волн ФРТ динамической голограммы есть когерентная сумма функций размытия точки, соответствующих плоским опорной и считывающей волнам:

$$G(\bar{\rho}, z_3, z_4) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\bar{\rho}, z_3, z_4, \bar{\kappa}_1, \bar{\kappa}_2) d\bar{\kappa}_1 d\bar{\kappa}_2. \quad (9)$$

С учетом (5), (8) выражение для ФРТ с точностью до постоянного множителя примет вид:

$$G(\bar{\rho}, z_3, z_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta^2 - \kappa_T^2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{2sh\kappa_T l} \frac{[e^{-\beta l} - e^{\kappa_T l}]}{[\kappa_T + ip]} [e^{\kappa_T l - ip l} - 1] + \right. \quad (10)$$

$$\left. + \frac{[e^{-\kappa_T l - ip l} - 1]}{2sh\kappa_T l} \frac{[e^{-\beta l} - e^{-\kappa_T l}]}{[\kappa_T - ip]} + \frac{[e^{-2\alpha l} - 1]}{2\alpha} \right\} \times$$

$$\times e^{-\frac{\kappa_1^2}{4} \left[ \frac{1}{a^2} + i \frac{k}{2R} \right]^{-1}} e^{i \frac{\kappa_4^2}{2k} z_4 - i \frac{\kappa_3^2}{2k} z_3 - i \kappa_4 \bar{\rho}} d\bar{\kappa}_1 d\bar{\kappa}_2.$$

На рис. 5 и 6, а, б сплошными линиями приведены характерные графики зависимости ширины модуля ФРТ от диаметра опорного пучка, кривизны волнового фронта, полученные при численном анализе выражения (10). Уменьшение ширины опорной волны, увеличение кривизны ее волнового фронта приводит к увеличению расходимости опорной волны и, как следствие, к увеличению ширины модуля ФРТ динамической голограммы. По мере удаления плоскости фокусировки объектной волны от передней грани

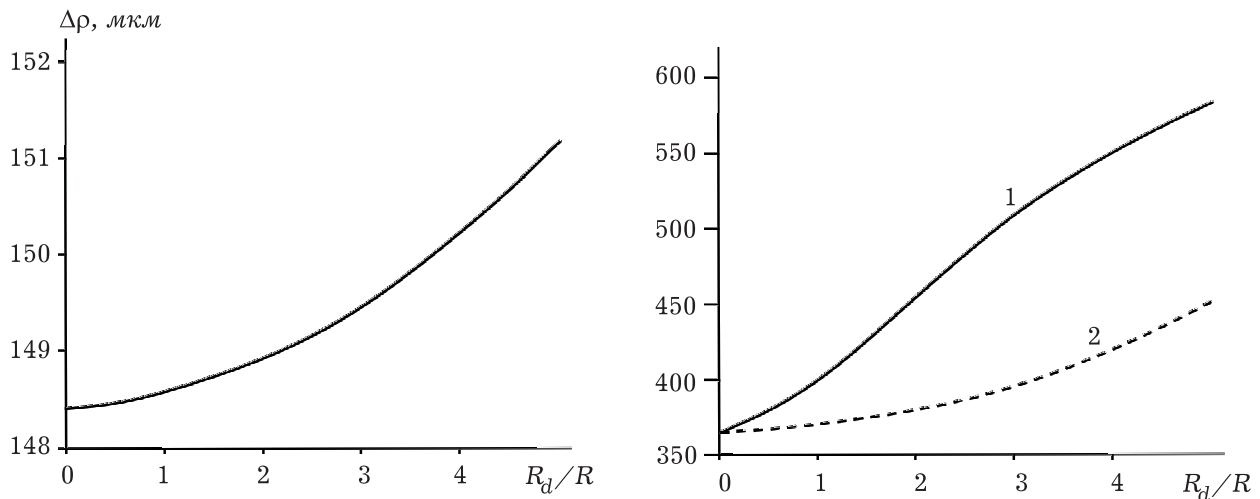


Рис. 6. Зависимость ширины модуля ФРТ от кривизны волнового фронта опорного пучка при  $al=0.3$ ;  $z_3/l=0$  (а), 7 (б)

нелинейного слоя скорость изменения ширины модуля ФРТ с увеличением расходимости опорной волны возрастает.

Для качественного анализа влияния пространственной структуры опорной волны на качество ОВФ заменим ФРТ динамической голограммы с плоскими опорной и считывающей волнами в плоскости оптимальной фокусировки гауссовой функцией:

$$G_1(\bar{\rho}, z_3, z_4, \bar{\kappa}_1) = \frac{1}{b_0} e^{-\frac{1}{b_0^2} \left( \bar{\rho} - \frac{\bar{\kappa}_1}{k} \left( z_3 + \frac{l}{2n_0} \right) \right)^2 + i \frac{\kappa_1^2}{2k} \left( z_3 + \frac{l}{2n_0} \right)}. \quad (11)$$

Здесь  $b_0$  — параметр, характеризующий ширину модуля ФРТ в случае плоских опорной и считывающей волн, распространяющихся строго навстречу друг другу.

Тогда приближенное выражение для модуля ФРТ с точностью до постоянного множителя примет вид:

$$|G_2(\rho)| = e^{-\frac{\rho^2}{b_0^2} \left[ 1 - \frac{\tanh\left(\frac{1}{1+\xi^2} + \eta\right)}{\left(\frac{1}{1+\xi^2} + \tanh\right)^2 + \left(\frac{\xi}{1+\xi^2} + \eta\right)^2} \right]}, \quad (12)$$

где

$$R_d = \frac{ka^2}{2}, R_y = \frac{kb_0^2}{2}, \xi = \frac{R_d}{R}, t = \frac{z_3 + l/2n_0}{R_y}, \eta = \frac{z_3 + l/2n_0}{R_d}.$$

Приближенные выражения для ширины модуля ФРТ в двух предельных случаях: 1) опорная волна с плоским волновым фронтом ( $R = \infty$ ); 2) опорная волна от точечного источника ( $a = 0$ ) есть

$$\Delta\rho_1 = 2b_0 \sqrt{\ln 2} \left[ 1 - \frac{\tanh(1 + \tanh)}{(1 + \tanh)^2 + \eta^2} \right], \quad (13)$$

$$\Delta\rho_2 = 2b_0 \sqrt{\ln 2} m t^2 + m (t^2 + 1)^{-1}, \quad (14)$$

где  $m = (1 + R/(z_3 + l/2n_0))^2$ .

Из выражения (14) следует, что максимальное увеличение ширины модуля ФРТ при изменении кривизны волнового фронта опорной волны наблюдается при расположении точечного источника опорной волны на передней грани нелинейного слоя:

$$\Delta\rho_2(R=0) = (1 + t^2) \Delta\rho_2(R=\infty).$$

Штриховыми линиями на рис. 5 и 6, б изображены графики зависимости ширины модуля ФРТ, полученные с использованием выражения (12). Наблюдается качественное соответствие зависимостей ширины модуля ФРТ, полученных как с использованием точного, так и приближенного выражений для ФРТ. Отличие значений ширины модуля ФРТ, полученных с использованием точного и приближенного выражений, по-видимому, связано с наличием у ФРТ, рассчитанной по формуле (5), широких «хвостов», которые не учитываются при аппроксимации функции размытия точки гауссовой функцией.

В заключение сформулируем основные результаты работы:

1. В случае плоских опорной и считывающей волн как для схемы с попутными, так и для схемы со встречными опорной и считывающей волнами получены зависимости ширины модуля ФРТ, характеризующей разрешающую способность динамической голограммы, от толщины нелинейного слоя, направления распространения считывающей и опорной волн.

2. Для схемы динамической голограммы со встречными опорной и считывающей волнами получены зависимости ширины модуля ФРТ от параметров опорной волны, положения плоскости фокусировки объектной волны. Показано, что по мере удаления плоскости фокусировки объектной волны от передней грани нелинейного слоя качество ОВФ ухудшается.

### Литература

1. *Petersen P.M.* // JOSA. В. — 1991. — V.8. — № 8. — P. 1716-1722.
2. *Agrawal G.P.* // Opt. Commun. — 1981. — V. 39. — № 4. — P. 272-276.
3. *Гюламирян А.Л., Мамаев А.В., Пилипецкий Н.Ф. и др.* // Квантовая электроника, 1981. — Т. 8. — № 1. — С. 196-197.
4. *Бетин А.А., Жуков Е.А., Митропольский О.В.* // Квантовая электроника, 1985. — Т. 12. — № 9. — С. 1890-1894.
5. *Ильинский Ю.А., Петникова В.М.* // Квантовая электроника, 1980. — Т. 7. — № 2. — С. 439-441.
6. *Воронин Э.С., Ивахник В.В., Петникова В.М. и др.* // Квантовая электроника, 1980. — Т. 7. — № 7. — С. 1543-1547.
7. *Воронин Э.С., Петникова В.М., Шувалов В.В.* // Квантовая электроника, 1981. — Т. 8. — № 5. — С. 917-935.
8. *Ивахник В.В., Некрасова Г.Э., Никонов В.И.* // Оптика и спектроскопия, 1990. — Т. 68. — В. 3. — С. 620-624.
9. *Ивахник В.В., Никонов В.И.* // Оптика и спектроскопия, 1997. — Т. 82. — В.1. — С.55-59.
10. *Ивахник В.В., Никонов В.И., Харская Т.Г.* // Известия ВУЗов. Приборостроение, 2006. — Т. 49. — № 8. — С. 54-60.
11. *Ивахник В.В., Никонов В.И., Харская Т.Г.* // Компьютерная оптика, 2006. — В. 30. — С. 4-6.
12. *Глушенкова О.П., Ивахник В.В., Никонов В.И.* // Квантовая электроника, 1985. — Т. 12. — № 2. — С. 439-441.

---

## Spatial Selectivity of Dynamic Holograms are Recorded in a Medium with Thermal Nonlinearity

*T.G. Harskaya, V.V. Ivakhnik, V.I. Nikonov*

Quality of phase conjugation via a dynamic hologram is recorded in a medium with thermal nonlinearity is studied by the method of the point spread function. Dependence of spatial selectivity of the dynamic hologram on the angle between the scanning wave and the recording wave, size of the nonlinear region and parameters of the recording wave is analyzed. Position of the plane of the optimal focusing of the probe wave is found.

---

**Ивахник Валерий Владимирович**, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии, декан физического факультета. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.

**Харская Татьяна Геннадьевна**, 1981 года рождения. В 2004 году окончила Самарский государственный университет. В настоящее время является аспирантом на кафедре оптики и спектроскопии в Самарском государственном университете. Область научных интересов: нелинейная оптика.

**Никонов Владимир Иванович**, 1959 года рождения, к.ф.-м.н., доцент кафедры оптики и спектроскопии. Область научных интересов: нелинейная оптика, динамическая голография.