2012 г. Том 15, № 1

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.372.8

Анализ модового состава прямоугольного волновода с двумя перекрывающимися L-выступами

Г.Ф. Заргано, В.В. Земляков, В.В. Кривопустенко

Южный федеральный университет
344006, Россия, г. Ростов-на-Дону,
ул. Большая Садовая, 105/42

Представлен электродинамический расчет и моделирование на ЭВМ структуры электромагнитных полей H- и E-волн в прямоугольном волноводе с двумя перекрывающимися L-выступами с воздушным заполнением без потерь. Задача решена численно-аналитическим методом частичных областей (МЧО) с учетом особенности поведения электромагнитного поля на ребре. Рассчитаны критические волновые числа, волновое сопротивление основной волны и структура электромагнитных полей различных типов H- и E-волн в критическом режиме.

Ключевые слова: прямоугольный волновод, перекрывающиеся L-выступы, метод частичных областей, критическое волновое число, волновое сопротивление.

Введение

В настоящее время волноводы сложного сечения (ВСС) находят самое разнообразное применение при конструировании различных СВЧ-устройств, таких как антенны, фильтры, поляризаторы, мультиплексоры и др. Применение ВСС позволяет создавать устройства, превосходящие по своим параметрам их аналоги на прямоугольных и круглых волноводах. Среди применяемых конфигураций ВСС важную роль играют так называемые гребневые волноводы, к которым относятся П- и Н-волноводы, а также прямоугольные волноводы с одним и двумя Т-выступами [1–5]. Включение продольных металлических прямоугольных и Т-образных выступов в прямоугольный волновод позволило улучшить ряд его характеристик, в частности, существенно расширить полосу частот одномодового режима работы.

Проводимые в последнее время исследования в области поиска новых ВСС показали, что существует семейство потенциально широкополосных гребневых волноводов – прямоугольные волноводы с двумя регулярными металлическими L-выступами: разделенными и перекрывающимися [6–9]. Проведенная замена прямоугольных и Т-образных выступов L-гребнями позволяет получить ВСС с практически более широкой зоной отсечки одномодового режима работы, с расширенной областью однородного электромагнитного поля для основной волны и с лучшими массогабаритными показателями.

Однако для разработки СВЧ-устройств с применением различных L-гребневых волноводов необходимо предварительно разработать эффективный алгоритм расчета, моделирования и визуализации электромагнитных полей собственных волн в таких сложных волноведущих структурах. На современном этапе развития компьютерных технологий и математического аппарата возможно получить не только достаточно точное численное решение поставленной краевой задачи, но и располагать выражениями для электромагнитных полей в аналитическом виде, необходимыми в дальнейшем для электродинамического расчета параметров проектируемых СВЧ-устройств.

В данной работе рассчитывается модовый состав H- и E-волн в прямоугольном волноводе с двумя перекрывающимися металлическими L-выступами (рис. 1).

Известно, что задача поиска собственных значений и собственных функций для такой сложной области поперечного сечения прямоугольного волновода с двумя перекрывающимися L-гребнями не имеет точного решения и может быть решена лишь приближенно с использованием сеточных либо численно-аналитических методов решения. Использование сеточных методов позволяет достичь достаточно высокой точности определения собственных значений,

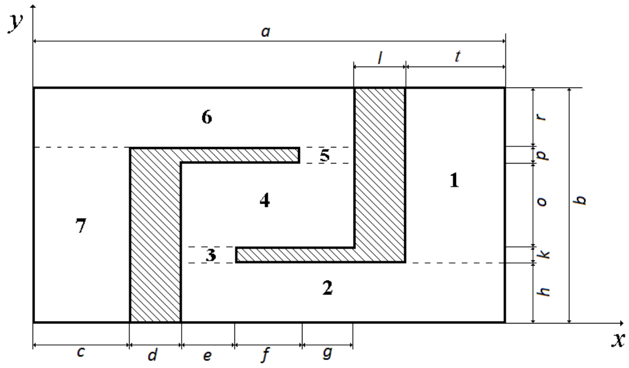


Рис. 1. Поперечное сечение прямоугольного волновода с двумя перекрывающимися L-гребнями с частичными областями

однако большие временные и аппаратные затраты на поиск решения и отсутствие возможности получения выражений для полей в аналитическом виде делают актуальной задачу разработки численно-аналитических алгоритмов решения таких краевых задач. В данном случае краевая задача еще более усложняется, так как на контуре поперечного сечения ВСС присутствуют шесть острых металлических ребер, вблизи которых определенные компоненты электромагнитного поля приобретают сингулярные особенности, то есть при приближении к ребру они стремятся к бесконечности. При таком количестве особых точек, в которых электромагнитное поле имеет особенность на ребре [2], использование алгоритмов решения краевых задач без учета этих особенностей должно сопровождаться существенными погрешностями результата.

Дополнительную сложность в решении поставленной задачи создает полное отсутствие симметрии в структуре поперечного сечения волновода.

Таким образом, сложность геометрии и приближенное решение краевой задачи для волноводов такого типа делает актуальной задачу электродинамического моделирования и визуализации в них структур электромагнитных полей Н- и Е-волн. Данное исследование дает полную информацию о параметрах сложной волноводной структуры и характере существующих в ней волн, что необходимо знать при проектировании фильтров и устройств многомодового режима работы [10].

Учитывая все вышесказанное, расчет собственных чисел и компонент электромагнитных полей Н- и Е-волн в исследуемом волноводе будем проводить с использованием метода частичных областей с учетом особенности поведения электромагнитного поля на ребре [2]. Особенности формы поперечного сечения и отсутствие плоскостей симметрии у исследуемого прямоугольного волновода с двумя перекрывающимися L-выступами не позволяют напрямую использовать ранее полученные в работах [1−4] результаты, так как у данной геометрии отсутствует возможность разбиения сложного поперечного сечения на простые Г- или Т-образные области. Указанные сложности приводят к необходимости разработки индивидуального алгоритма решения задачи поиска критических волновых чисел Н- и Е-волн.

В соответствии с МЧО с учетом особенности поведения электромагнитного поля на ребре разбиваем область поперечного сечения волновода на семь частичных прямоугольных областей так, как это показано на рис. 1. В каждой частичной области ищем решение двумерного уравнения Гельмгольца в виде рядов с неопределенными коэффициентами по собственным функциям частичных областей:

$$F_q(x,y) = \sum_{m=0}^{M} X_{mq}(x-\varphi_q)\times \times\Big[\,A^1_{mq}Y^1_{mq}(y-\psi^1_q)+A^2_{mq}Y^2_{mq}(y-\psi^2_q)\,\Big], \tag{1}$$

где

$$F_q(x,y) = \begin{cases} H_{zq}(x,y) & \text{для Н-волн;} \\ E_{zq}(x,y) & \text{для Е-волн;} \end{cases}$$

$q = 1 \div 7$ − номер частичной области.

Для частичных областей с $q = 1,2,6,7$ коэффициенты $A^2_{mq} = 0$.

1. Н-волны

Собственные функции для всех частичных областей в соответствии с граничными условиями имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} &X_{mq}(x) = \left[(2-\delta_{0m})/\nu_q\right]^{1/2}\cos k_{xq}(x-\varphi_q); \\ &k_{xq} = m\pi/\nu_q; \\ &Y^{1,2}_{mq}(y) = \cos\ k_{yq}(y-\psi^{1,2}_q); \\ &k_{yq} = (k_c^2-k_{xq}^2)^{1/2}\ ; \end{aligned} \tag{2}$$

где $k_c = 2\pi/\lambda_н$; $\lambda_н$ − критическая длина Н-волны; δ_{0m} − символ Кронекера.

Переменные величины для частичных областей, входящие в формулы (1) и (2) приведены в табл. 1.

Неизвестные коэффициенты $A^{1,2}_{mq}$ разложения (1) определяются через значения неизвестных функций $f_i(x) = \partial H_z(x,y)/\partial y \sim E_x(x,y)$, заданных на всех линиях раздела частичных областей. Так, на границах:

$$
\begin{aligned}
&y = h,\\
&f_7(x) = \begin{cases} f_1(x) \sim E_x(x,h), \\ c+d+e+f+g+l \le x \le a; \\ 0, \\ c+d+e \le x \le c+d+e+f+g+l; \\ f_2(x) \sim E_x(x,h), \\ c+d \le x \le c+d+e; \end{cases}\\
&y = h+k,\\
&f_3(x) \sim E_x(x,h+k),\\
&c+d \le x \le c+d+e;\\
&y = h+k+o,\\
&f_4(x) \sim E_x(x,h+k+o),\\
&c+d+e+f \le x \le c+d+e+f+g;\\
&y = h+k+o+p,\\
&f_8(x) = \begin{cases} f_5(x) \sim E_x(x,h+k+o+p), \\ c+d+e+f \le x \le c+d+e+f+g; \\ 0, \\ c \le x \le c+d+e+f; \\ f_6(x) \sim E_x(x,h+k+o+p), \\ 0 \le x \le c; \end{cases}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Из условия непрерывности $H_{zq}(x,y)$ компоненты поля на линиях раздела частичных областей $y=h$, $y=h+k$, $y=h+k+o$, $y=h+k+o+p$ получаем систему интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода с ядрами, имеющими логарифмическую особенность относительно неизвестных функций f_i, где $i = 1 \div 6$.

Решаем полученную систему интегральных уравнений методом Галеркина с учетом особенностей поведения электромагнитного поля на острых ребрах граничной поверхности волновода, то есть исходя из условия на ребре [2].

В соответствии с методом Галеркина представляем неизвестные функции $f_i(x)$ в виде разложения в ряд с неизвестными коэффициентами по полной и ортогональной системе функций с весовым множителем, учитывающим особенность на соответствующем ребре:

$$
f_i(x) = \sum_{n=0}^{N} U_n^i \left\{1 - \left[(x-\eta_i)/\tau_i\right]^2\right\}^{-1/3} \times C_{2n}^{1/6}\left[(x-\eta_i)/\tau_i\right],
\tag{4}
$$

где U_n^i – неизвестные коэффициенты разложения; $C_{2n}^{1/6}$ – четные полиномы Гегенбауэра [2].

Значения переменных величин η_i и τ_i для соответствующих смежных границ частичных областей представлены в табл. 1.

В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), имеющую в матричном виде трехточечную ленточную структуру:

$$
\begin{cases}
\sum\limits_{n=0}^{N}\left[U_n^1 D_{nj}^{11} + U_n^2 D_{nj}^{12}\right] = 0;\\
\sum\limits_{n=0}^{N}\left[U_n^1 D_{nj}^{21} + U_n^2 D_{nj}^{22} + U_n^3 D_{nj}^{23}\right] = 0;\\
\sum\limits_{n=0}^{N}\left[U_n^2 D_{nj}^{32} + U_n^3 D_{nj}^{33} + U_n^4 D_{nj}^{34}\right] = 0;\\
\sum\limits_{n=0}^{N}\left[U_n^3 D_{nj}^{43} + U_n^4 D_{nj}^{44} + U_n^5 D_{nj}^{45}\right] = 0;\\
\sum\limits_{n=0}^{N}\left[U_n^4 D_{nj}^{54} + U_n^5 D_{nj}^{55} + U_n^6 D_{nj}^{56}\right] = 0;
\end{cases}
\tag{5}
$$

$j = 0,\ 1,\ 2,\ ...,\ N.$

Матричные элементы СЛАУ (5) после подстановки собственных функций частичных областей (2) и выполнения соответствующих преобразований имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
D_{nj}^{11} = &-K^H T_n^H T_j^H \times\\
&\times\left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x1}})\ t^{2/3}\mathrm{ctg}k_{y1}(k+o+p+r)}{k_{y1}}\times\right.\\
&\times W_n(k_{x1}t)W_j(k_{x1}t) +\\
&+\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x2}})\ t^{5/3}\mathrm{ctg}k_{y2}h}{(e+f+g+l+t)k_{y2}}\times\\
&\left.\times W_n(k_{x2}t)W_j(k_{x2}t)\right\};
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
D_{nj}^{12} = &-K^H T_n^H T_j^H \times\\
&\times\sum_{m=0}^{M}\frac{(-1)^{\mathrm{m}}(2-\delta_{0k_{x2}})\mathrm{t}^{5/6}e^{5/6}\mathrm{ctg}k_{y2}h}{(e+f+g+l+t)k_{y2}}\times\\
&\times W_n(k_{x2}t)W_j(k_{x2}e);
\end{aligned}
$$

$$
D_{nj}^{21} = D_{nj}^{12};
$$

$$
\begin{aligned}
D_{nj}^{22} = &-K^H T_n^H T_j^H \times\\
&\times\left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x2}})\ e^{5/3}\mathrm{ctg}k_{y2}h}{(e+f+g+l+t)k_{y2}}\times\right.\\
&\times W_n(k_{x2}e)W_j(k_{x2}e) +\\
&+\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x3}})\ e^{2/3}\mathrm{ctg}k_{y3}k}{k_{y3}}\times\\
&\left.\times W_n(k_{x3}e)W_j(k_{x3}e)\right\};
\end{aligned}
$$

$$D_{nj}^{23}=K^H T_n^H T_j^H \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x3}})\ e^{2/3}}{k_{y3}\sin k_{y3}k}\times$$
$$\times W_n(k_{x3}e)W_j(k_{x3}e);$$
$$D_{nj}^{32}=D_{nj}^{23};$$
$$D_{nj}^{33}=-K^H T_n^H T_j^H \left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x3}})e^{2/3}\mathrm{ctg}k_{y3}k}{k_{y3}}\times\right.$$
$$\times W_n(k_{x3}e)W_j(k_{x3}e)+$$
$$\left.+\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x4}})\ e^{5/3}\mathrm{ctg}k_{y4}o}{(e+f+g)k_{y4}}\times W_n(k_{x4}e)W_j(k_{x4}e)\right\};$$
$$D_{nj}^{34}=K^H T_n^H T_j^H \times$$
$$\times\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k4})(-1)^{\mathrm{m}}\ e^{5/6}g^{5/6}}{(e+f+g)k_{y4}\sin k_{y4}o}\times$$
$$\times W_n(k_{x4}e)W_j(k_{x4}g);$$
$$D_{nj}^{43}=D_{nj}^{34};$$
$$D_{nj}^{44}=-K^H T_n^H T_j^H \times$$
$$\times\left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x4}})\mathrm{g}^{5/3}\mathrm{ctg}k_{y4}o}{(e+f+g)k_{y4}}\times\right.$$
$$\times W_n(k_{x4}g)W_j(k_{x4}g)+$$
$$+\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x5}})g^{2/3}\mathrm{ctg}k_{y5}p}{k_{y5}}\times$$
$$\left.\times W_n(k_{x5}g)W_j(k_{x5}g)\right\};$$
$$D_{nj}^{45}=K^H T_n^H T_j^H \sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k5})g^{2/3}}{k_{y5}\sin k_{y5}p}\times$$
$$\times W_n(k_{x5}g)W_j(k_{x5}g);$$
$$D_{nj}^{54}=D_{nj}^{45};$$
$$D_{nj}^{55}=-K^H T_n^H T_j^H \times$$
$$\times\left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x5}})\mathrm{g}^{2/3}\mathrm{ctg}k_{y5}p}{k_{y5}}\times\right.$$
$$\times W_n(k_{x5}g)W_j(k_{x5}g)+$$
$$+\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x6}})\mathrm{g}^{5/3}\mathrm{ctg}k_{y6}r}{(c+d+e+f+g)k_{y6}}\times$$
$$\left.\times W_n(k_{x6}g)W_j(k_{x6}g)\right\};$$
$$D_{nj}^{56}=-K^H T_n^H T_j^H \times$$
$$\times\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x6}})g^{5/6}\mathrm{c}^{5/6}\mathrm{ctg}k_{y6}r}{(c+d+e+f+g)k_{y6}}\times$$
$$\times W_n(k_{x6}g)W_j(k_{x6}c);$$
$$D_{nj}^{65}=D_{nj}^{56};$$
$$D_{nj}^{66}=-K^H T_n^H T_j^H \times$$
$$\times\left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x6}})\ c^{5/3}\mathrm{ctg}k_{y6}r}{(c+d+e+f+g)k_{y6}}\times\right.$$
$$\times W_n(k_{x6}c)W_j(k_{x6}c)+$$
$$+\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x7}})\mathrm{c}^{2/3}\mathrm{ctg}k_{y7}(h+k+o+p)}{k_{y7}}\times$$
$$\left.\times W_n(k_{x7}c)W_j(k_{x7}c)\right\};\qquad(6)$$
$$K^H=\pi^2/(2^{1/3}\Gamma^2(1/6));$$
$$T_n^H=(-1)^n\Gamma(2n+1/3)/(2n)!;$$
$$T_j^H=(-1)^j\Gamma(2j+1/3)/(2j)!;$$
$$W_n(k_{xq}e)=J_{2n+1/6}(k_{xq}e)/k_{xq}^{1/6};$$
$$W_j(k_{xq}e)=J_{2j+1/6}(k_{xq}e)/k_{xq}^{1/6};$$

где $J_{2n+1/6}(k_{qx}e)$ − функция Бесселя 1-го рода; Γ − гамма-функция.

Приравнивая определитель $\det(D_{nj}(\mathrm{k_c a}))$ однородной СЛАУ (5) к нулю, получаем трансцендентное уравнение для определения нормированных критических волновых чисел $k_c a$ для Н-волн.

Неизвестные коэффициенты U_n^i с точностью до постоянного множителя определялись из решения неоднородной СЛАУ, которую получали из СЛАУ (5), отбрасывая первое уравнение и перенося первый столбец в правую часть системы. Постоянный множитель находился из условия нормировки мощности падающей волны в поперечном сечении волновода.

2. Е-волны

Собственные функции частичных областей в соответствии с граничными условиями для Е-волн и табл. 1 имеют следующий вид:

$$X_{mq}(x)=(2/\nu_q)^{1/2}\sin k_{xq}(x-\varphi_q);$$
$$k_{xq}=n\pi/\nu_q;$$
$$\mathrm{Y}_{mq}^{1,2}(y)=\sin k_{yq}(y-\psi_q^{1,2});\qquad(7)$$
$$k_{yq}=(k_c^2-k_{xq}^2)^{1/2};$$

Неизвестные коэффициенты $A_{mq}^{1,2}$ в решении (1) определяются через значения неизвестных функций $f_i(x)=E_z(x,y)$, заданных на линиях раздела частичных областей в соответствии с выражениями (3), в которых $E_x(x,y)$ компоненты электромагнитного поля заменяются $E_z(x,y)$ компонентами.

Из условия непрерывности $\partial E_z(x,y)/\partial y \sim H_x(x,y)$ компоненты поля на смежных границах частичных областей приходим к аналогичной системе интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода с ядрами, имеющими логарифмическую особенность относительно неизвестных функций $f_i(x)$.

В соответствии с методом Галеркина, существующими особенностями на острых ребрах граничных поверхностей и табл. 1 представляем $f_i(x)$ в следующем виде:

$$f_i(x) = \sum_{n=0}^{N} U_n^i \left\{1 - \left[(x-\eta_i)/\tau_i\right]^2\right\}^{2/3} \times \times C_{2n+1}^{7/6}\left[(x-\eta_i)/\tau_i\right], \tag{8}$$

где $C_{2n+1}^{7/6}$ – нечетные полиномы Гегенбауэра [2].

В результате полученная однородная СЛАУ имеет блочную структуру (5), матричные элементы которой описываются следующими выражениями:

$$D_{nj}^{11} = K^E T_n^E T_j^E \times \left\{\sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x1}})k_{y1}\mathrm{ctg}k_{y1}(k+o+p+r)}{t^{4/3}} \times \times W_n(k_{x1}t)W_j(k_{x1}t) + + \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x2}})k_{y2}\mathrm{ctg}k_{y2}h}{(e+f+g+l+t)t^{1/3}} \times \times W_n(k_{x2}t)W_j(k_{x2}t)\right\};$$

$$D_{nj}^{12} = K^E T_n^E T_j^E \times \sum_{m=0}^{M} \frac{(-1)^{\mathrm{m}}(2-\delta_{0k_{x2}})k_{y2}\mathrm{ctg}k_{y2}h}{(e+f+g+l+t)\mathrm{t}^{1/6}e^{1/6}} \times \times W_n(k_{x2}t)W_j(k_{x2}e);$$

$$D_{nj}^{21} = D_{nj}^{12};$$

$$D_{nj}^{22} = K^E T_n^E T_j^E \times \left\{\sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x2}})k_{y2}\mathrm{ctg}k_{y2}h}{(e+f+g+l+t)e^{1/3}} \times \times W_n(k_{x2}e)W_j(k_{x2}e) + + \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x3}})k_{y3}\mathrm{ctg}k_{y3}k}{e^{4/3}} \times \times W_n(k_{x3}e)W_j(k_{x3}e)\right\};$$

$$D_{nj}^{23} = -K^E T_n^E T_j^E \times \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x3}})k_{y3}}{e^{4/3}\sin k_{y3}k} \times \times W_n(k_{x3}e)W_j(k_{x3}e);$$

$$D_{nj}^{32} = D_{nj}^{23};$$

$$D_{nj}^{33} = K^E T_n^E T_j^E \times \left\{\sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x3}})k_{y3}\mathrm{ctg}k_{y3}k}{e^{4/3}} \times \times W_n(k_{x3}e)W_j(k_{x3}e) + + \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x4}})k_{y4}\mathrm{ctg}k_{y4}o}{(e+f+g)e^{1/3}} \times \times W_n(k_{x4}e)W_j(k_{x4}e)\right\}; \tag{9}$$

$$D_{nj}^{34} = -K^E T_n^E T_j^E \times \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k4})(-1)^{\mathrm{m}}k_{y4}}{(e+f+g)e^{1/6}g^{1/6}\sin k_{y4}o} \times \times W_n\left(k_{x4}e\right)W_j\left(k_{x4}g\right);$$

$$D_{nj}^{43} = D_{nj}^{34};$$

$$D_{nj}^{44} = K^E T_n^E T_j^E \times \left\{\sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x4}})k_{y4}\mathrm{ctg}k_{y4}o}{(e+f+g)\mathrm{g}^{1/3}} \times \times W_n(k_{x4}g)W_j(k_{x4}g) + + \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x5}})k_{y5}\mathrm{ctg}k_{y5}p}{g^{4/3}} \times \times W_n(k_{x5}g)W_j(k_{x5}g)\right\};$$

$$D_{nj}^{45} = -K^E T_n^E T_j^E \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k5})k_{y5}}{g^{4/3}\sin k_{y5}p} \times \times W_n(k_{x5}g)W_j(k_{x5}g);$$

$$D_{nj}^{54} = D_{nj}^{45};$$

$$D_{nj}^{55} = K^E T_n^E T_j^E \times \left\{\sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x5}})k_{y5}\mathrm{ctg}k_{y5}p}{g^{4/3}} \times \times W_n(k_{x5}g)W_j(k_{x5}g) + + \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x6}})k_{y6}\mathrm{ctg}k_{y6}r}{(c+d+e+f+g)g^{1/3}} \times \times W_n(k_{x6}g)W_j(k_{x6}g)\right\};$$

$$D_{nj}^{56} = K^E T_n^E T_j^E \times \sum_{m=0}^{M} \frac{(2-\delta_{0k_{x6}})k_{y6}\mathrm{ctg}k_{y6}r}{(c+d+e+f+g)g^{1/6}\mathrm{c}^{1/6}} \times \times W_n(k_{x6}g)W_j(k_{x6}\mathrm{c});$$

$$D_{nj}^{65} = D_{nj}^{56};$$

$$D_{nj}^{66} = K^E T_n^E T_j^E \times$$
$$\times\left\{\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x6}})k_{y6}\mathrm{ctg}k_{y6}r}{(c+d+e+f+g)c^{1/3}}\times\right.$$
$$\times W_n(k_{x6}c)W_j(k_{x6}c)+$$
$$+\sum_{m=0}^{M}\frac{(2-\delta_{0k_{x7}})\ k_{y7}\mathrm{ctg}k_{y7}(h+k+o+p)}{c^{1/3}}\times$$
$$\left.\times W_n(k_{x7}c)W_j(k_{x7}c)\right\};$$
$$K^E = \pi^2/(2^{7/3}\Gamma^2(7/6));$$
$$T_n^E = (-1)^n\Gamma(2n+10/3)/(2n+1)!;$$
$$T_j^E = (-1)^j\Gamma(2j+10/3)/(2j+1)!;$$
$$W_n(k_{xq}e) = J_{2n+13/6}(k_{xq}e)/k_{xq}^{7/6};$$
$$W_j(k_{xq}e) = J_{2j+13/6}(k_{xq}e)/k_{xq}^{7/6};$$

где $J_{2n+13/6}(k_{xq}e)$ – функция Бесселя 1-го рода; Γ – гамма-функция.

Трансцендентные уравнения для расчета нормированных критических волновых чисел $k_c a$ и неизвестные коэффициенты U_n^i разложения (8) для Е-волн определяются, как и в случае Н-волн.

3. Расчет волнового сопротивления

Волновое сопротивление Z_H для основной Н-волны прямоугольного волновода с двумя L-выступами определяется классическим методом [2] с использованием максимального «напряжения» бегущей волны U в сечении волновода и передаваемой по волноводу мощности P по формуле

$$Z_H = U^2/(2P); \tag{10}$$

Запишем выражения для передаваемой мощности P и «напряжение» U бегущей волны так:

$$P = \frac{1}{2}\int_s (E_x H_y^* - E_y H_x^*)ds =$$
$$= \left(\frac{k}{k_c}\right)^2\left(\frac{Z_0}{2}\right)\left(1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2\right)^{1/2}\int_s |H_z|^2 ds, \tag{11}$$

$$U = \int_L \vec{E}(x,y)dl, \tag{12}$$

где k – волновое число свободного пространства; $Z_0 = 376.7$ Ом;

$$S = \sum_{q=1}^{7} S_q$$

– площадь поперечного сечения волновода; L – кривая, вдоль которой рассчитывается максимальное «напряжение».

Исходя из картины электромагнитного поля основной Н-волны [9], максимальное «напряжение» будет наблюдаться на линии $x = a/2$, причем на этой линии $E_x(a/2, y) = 0$ и в выражении (12) будет присутствовать только $E_y(a/2, y)$ компонента поля.

Удобно привести формулу (10) к следующему виду:

$$Z_H = \frac{Z_\infty}{\sqrt{1-(k_c/k)^2}};$$
$$Z_\infty = \frac{Z_0\left[\int_{h+k}^{h+k+o}\left(\partial H_z(x,y)/\partial x\,|_{x=a/2}\right)dy\right]^2}{k_c^2\int_s |H_z|^2 ds}. \tag{13}$$

В этом случае величина Z_∞ не зависит от частоты и есть волновое сопротивление волновода при $k = \infty$.

4. Анализ результатов расчетов

Разработанные алгоритмы реализованы в виде программного кода для ПЭВМ, что позволяет проводить расчеты нормированных критических волновых чисел $k_c a$ всего спектра волн, волнового сопротивления для основной распространяющейся Н-волны и моделирование структуры электромагнитных полей. С помощью разработанной программы было проведено моделирование и визуализация картин электромагнитных полей Н- и Е-волн в критическом режиме для прямоугольного волновода с двумя перекрывающимися L-выступами с размерами:

$$b/a = 0.5,\quad c/a = t/a = 0.04,\quad d/a = l/a = 0.1,$$
$$e/a = g/a = 0.31,\quad f/a = 0.1,\quad h/a = r/a = 0.2,$$
$$k/a = p/a = 0.025,\quad o = 0.05.$$

В табл. 2 приведены результаты численного исследования сходимости метода по параметрам ограничения (M – число членов в рядах матричных элементов, N – порядок решаемой СЛАУ) для первых четырех соответственно Н- и Е-волн. Значения нормированных критических волновых чисел сходятся монотонно, причем имеют место следующие зависимости: для Н-волн критические волновые числа возрастают с ростом N и убывают с ростом M, для Е-волн их значения, наоборот, убывают с ростом N и возрастают с ростом M. Величины $k_c a$, полученные в четвертом ($N = 4$) и пятом ($N = 5$) приближениях метода, совпадают с точностью не менее 10^{-3}.

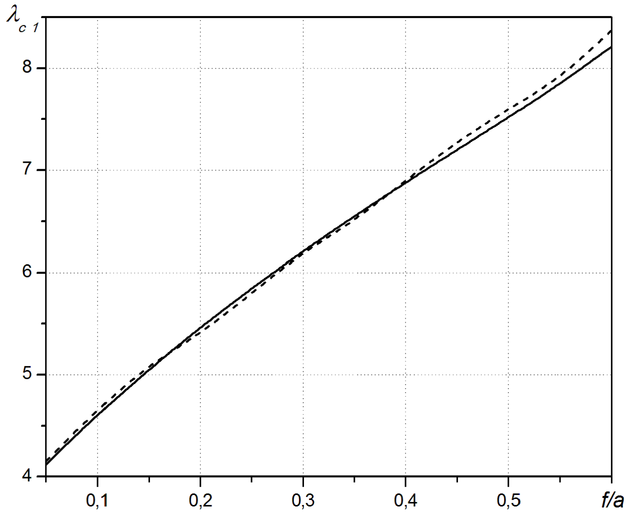


Рис. 2. Зависимость критической длины волны основной моды, от размера гребней (f/a) волновода, полученная с помощью МЧО с учетом особенности поля (сплошная линия) и на основе метода Ритца–Галеркина (штриховая линия) [8]

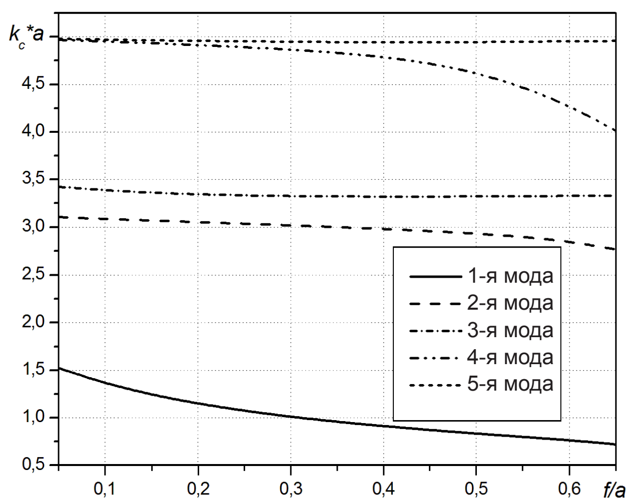


Рис. 3. Зависимости нормированных критических волновых чисел первых пяти Н-волн от размера гребней (f/a)

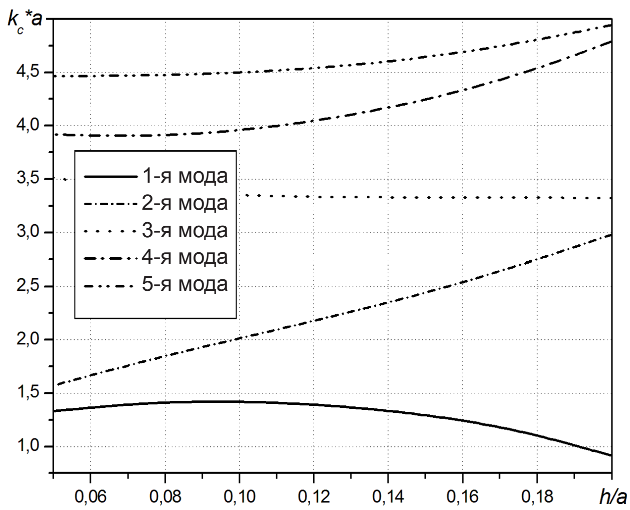


Рис. 4. Зависимость нормированных критических волновых чисел первых пяти Н-волн от размеров ($h/a = r/a$) гребней

При изменении числа членов в рядах матричных элементов – M и при фиксированном порядке СЛАУ – N третий знак после запятой стабилизируется уже при $M = 150$. Поэтому все расчеты проводились при значениях $N = 3$, $M = 150$. Сравнение полученных $k_c a$ с результатами, приведенными в работе [8], показывают совпадение значений нормированных критических волновых чисел с графической точностью.

В табл. 3 представлены значения критических волновых чисел первых двадцати Н- и Е-волн, полученных с помощью разработанного метода. Анализ спектра Н- и Е-волн исследуемого волновода показывает, что спектр Н-волн содержит две моды (четвертая и пятая), критические волновые числа которых совпадают с точностью 10^{-2}, а спектр Е-волн вообще состоит практически полностью из парных мод, значения критических волновых чисел которых могут отличаться менее чем на 10^{-7}. Возможность численного разделения этих значений показывает высокую эффективность разработанных алгоритмов. Стоит отметить, что значения критических волновых чисел Е-волн значительно превосходят критические волновые числа Н-волн, и ни при каких изменениях размеров L-гребней они не оказывают влияния на полосу одномодового режима работы волновода.

На рис. 2 сплошной линией представлены рассчитанные длины Н-волн первой моды, обратно отнесенные (λ_1/a) к ширине волновода a, в зависимости от одновременного изменения размеров f/a и e/a ($e/a = g/a$). Все остальные размеры волновода остаются без изменений. Штриховой линией представлены значения длин Н-волн, полученных методом Ритца–Галеркина и представленных в [8]. Приведенное сравнение графика показывает совпадение результатов с графической точностью.

На рис. 3 приведены в виде графиков зависимости нормированных критических волновых чисел первых пяти Н-волн от изменения размера f/a между L-гребнями волновода. Как видно, полоса одномодового режима работы при варьировании указанного размера растет примерно до значения $f/a = 0.55$, после чего значение критического волнового числа первой высшей моды начинает убывать немного быстрее, чем убывает значение критического волнового числа первой моды, что приводит к некоторому сужению ширины одномодового режима. Критические волновые числа третьей и пятой моды очень мало зависят от изменения указанного размера, зато

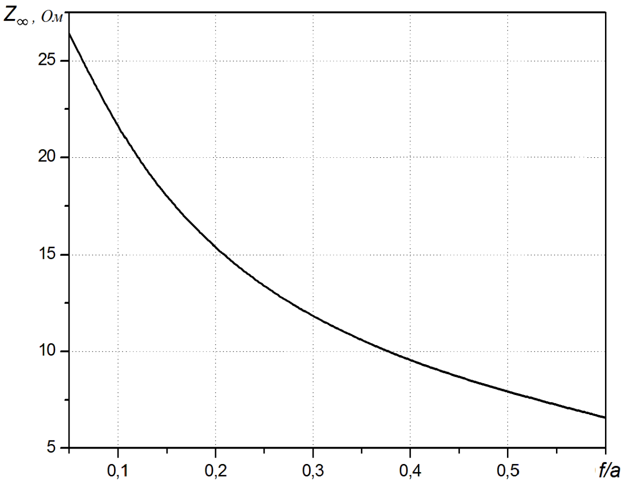


Рис. 5. Зависимости волнового сопротивления основной волны от зазора между перекрывающимися L-гребнями прямоугольного волновода

при его росте снимается вырождение между четвертой и пятой модами.

При анализе результатов расчетов нормированных критических волновых чисел первых пяти H-волн в зависимости от одновременного изменения размеров o/a и h/a ($h/a = p/a$) выяснилось (рис. 4), что $k_c a$ основной волны с увеличением зазора между L-гребнями имеет максимум своего значения при $h/a = 0.95$, а слева и справа от этой точки критическое волновое число первой моды имеет меньшее значение, при этом полоса пропускания одномодового режима монотонно расширяется. Скорость расширения одномодового режима существенно возрастает при прохождении точки максимума критического волнового числа первой моды.

На рис. 5 представлены результаты расчета волнового сопротивления Z_∞ (13) в зависимости от изменения зазора f/a между L-гребнями волновода. Из графика видно, что значение Z_∞ прямо пропорционально уменьшается с увеличением зазора f/a.

Для визуализации картин электромагнитных полей в критическом режиме применялся метод построения изолиний, согласно которому задача построения силовых линий для H-волн сводится к нахождению изолиний z-й компоненты магнитного поля этих волн $H_z(x,y) = \mathrm{const}$, а для E-волн – изолиний z-й компоненты электрического поля этих волн $E_z(x,y) = \mathrm{const}$ [2]. При этом каждому значению константы соответствует своя силовая линия. Задавая набор констант, получаем семейство силовых линий, плотность которых пропорциональна напряженности электромагнитного поля.

В табл. 4 представлены картины электрических полей в поперечном сечении исследуемого волновода в критическом режиме для первых четырех H-волн и магнитных полей – для первых четырех E-волн. Как видно из рисунка, электрическое поле основной волны волновода (H-1) практически полностью сосредоточено в зазоре между гребнями и имеет однородную структуру. Электрическое поле второй (H-2) моды, наоборот, полностью вытеснено из этого зазора и концентрируется в боковых областях волновода. Электрическое поле третьей (H-3) моды равномерно распределено по всей площади поперечного сечения волновода с некоторым повышением плотности в зазоре между гребнями. Такие особенности структуры электромагнитного поля первой высшей H-волны позволяют сделать вывод, что в сложном волноводе данной конфигурации при работе на основной H-волне влияние первой высшей моды минимально и возможно, используя специальные методы, расширить полосу одномодового режима работы до третьей моды (H-3), практически до полосы пропускания 2.8 : 1 [8].

Анализ структуры электромагнитных полей представленных E-волн показывает, что магнитные поля сосредоточены в боковых областях волновода и отсутствуют в зазоре между гребнями. Для «парных» E-волн картины магнитных полей имеют идентичную структуру, но с противоположными направлениями векторов электромагнитного поля.

Таким образом, сопоставление результатов, полученных с помощью МЧО с учетом особенности поведения электромагнитного поля на ребре, с результатами, полученными другими методами, подтверждает высокую точность, быстроту расчетов и возможность использования МЧО для анализа достаточно сложной структуры – прямоугольного волновода с двумя перекрывающимися L-гребнями, при этом удается построить эффективный и быстрый алгоритм решения задачи.

Представленные результаты теоретического исследования всесторонне иллюстрируют характер и особенности модового состава перспективного типа широкополосных волноводов, дают возможность моделировать и визуально изучать структуры электромагнитных полей и определять их характерные особенности, знание которых необходимо для эффективной практической реализации СВЧ-устройств на новых волноводных структурах.

Таблица 1

Переменные величины для частичных областей (q) и смежных границ (i)

q	φ_q	ψ_q^1	ψ_q^2	ν_q	η_i	τ_i	i
1	a	b	0	t	a	t	1
2	a	0	0	$e+f+g+l+t$	$c+d$	e	2
3	$c+d$	$h+k$	h	e	$c+d$	e	3
4	$c+d+e+f+g$	$h+k+o$	$h+k$	$e+f+g$	$c+d+e+f+g$	g	4
5	$c+d+e+f+g$	$h+k+o+p$	$h+k+o$	g	$c+d+e+f+g$	g	5
6	0	b	0	$c+d+e+f+g$	0	c	6
7	0	0	0	c	–	–	–

Таблица 2

Сходимость МЧО с учетом особенности на ребре для первых четырех Н- и Е-волн прямоугольного волновода с двумя L-гребнями

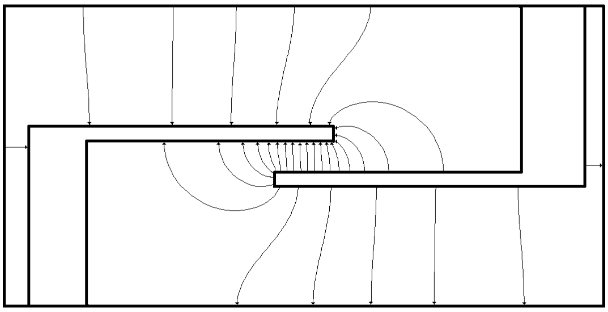
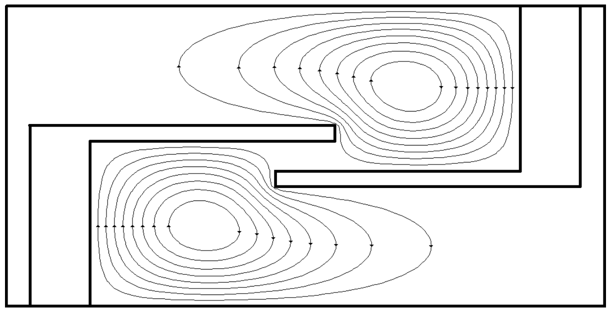
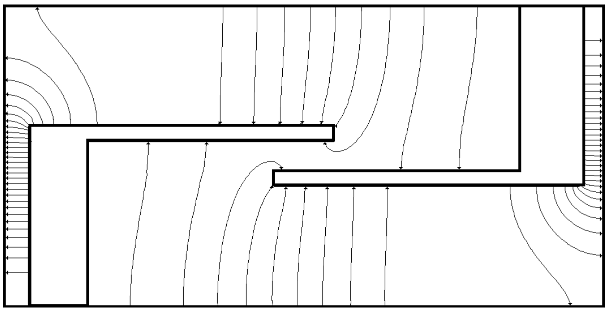
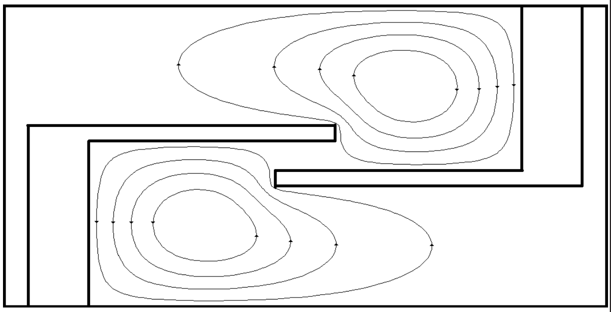
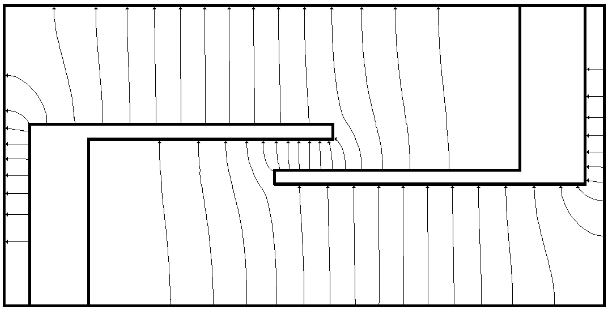
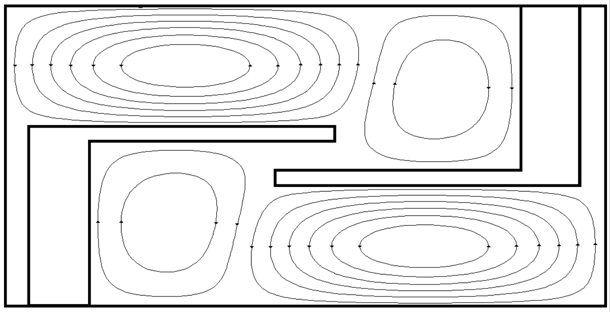
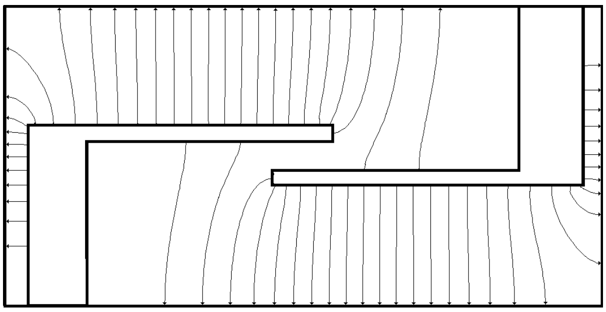
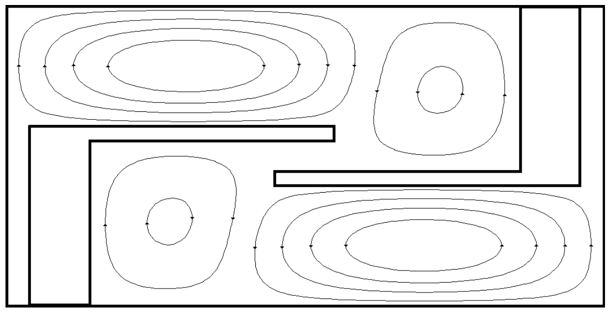
N	M							
	50		100		200		400	
	H	E	H	E	H	E	H	E
1	1.189506	14.189616	1.189365	14.196233	1.189309	14.198867	1.189287	14.199911
	3.056817	14.189688	3.056444	14.196305	3.056310	14.198939	3.056253	14.199983
	3.331688	16.606293	3.331259	16.606804	3.331103	16.607010	3.331036	16.607092
	4.923974	16.606300	4.921203	16.606810	4.920203	16.607016	4.919769	16.607099
2	1.357355	14.144138	1.356141	14.147658	1.355659	14.149038	1.355468	14.149582
	3.086364	14.144180	3.085830	14.147699	3.085640	14.149079	3.085563	14.149623
	3.380386	16.548191	3.379822	16.548266	3.379615	16.548292	3.379529	16.548302
	4.953994	16.548191	4.951503	16.548266	4.950637	16.548292	4.950266	16.548302
3	1.364282	14.142271	1.362634	14.145959	1.361987	14.147378	1.361732	14.147934
	3.087218	14.142310	3.086594	14.145997	3.086375	14.147416	3.086290	14.147971
	3.385711	16.546916	3.385007	16.546960	3.384751	16.546978	3.384648	16.546984
	4.954853	16.546916	4.952170	16.546961	4.951261	16.546978	4.950886	16.546985
4	1.364764	14.141707	1.363122	14.145425	1.362487	14.146819	1.362239	14.147358
	3.087353	14.141745	3.086733	14.145461	3.086503	14.146854	3.086415	14.147394
	3.386666	16.546849	3.385928	16.546901	3.385644	16.546923	3.385532	16.546931
	4.954978	16.546849	4.952372	16.546902	4.951395	16.546924	4.951008	16.546932
5	1.364856	14.141439	1.363240	14.145294	1.362630	14.146695	1.362395	14.147230
	3.087415	14.141476	3.086780	14.145329	3.086548	14.146731	3.086458	14.147265
	3.386927	16.546833	3.386145	16.546891	3.385847	16.546915	3.385728	16.546924
	4.955114	16.546833	4.952452	16.546892	4.951456	16.546915	4.951051	16.546924

Таблица 3

Спектр первых двадцати Н- и Е-волн прямоугольного волновода с двумя L-гребнями

№	Н-волны	Е-волны	№	Н-волны	Е-волны
1	1.3626808971	14.1463961044	11	12.1147009440	24.7047058697
2	3.0865773904	14.1464319862	12	13.1709132059	24.7048226792
3	3.3857371270	16.5469165904	13	13.3667315233	26.2406196086
4	4.9517299162	16.5469170264	14	13.9324791041	26.2406232368
5	4.9707891382	18.4060768504	15	15.3713086785	29.1782253062
6	7.5808088825	18.4060779088	16	16.1572165045	29.1782811929
7	7.6041269760	20.6362459353	17	16.4415712052	29.9601121927
8	10.3790943901	20.6362608113	18	16.6516763276	29.9604059157
9	11.0490730106	23.1975595873	19	17.8593547668	31.8499283750
10	11.4951589866	23.1976004627	20	18.3411291108	31.8499402977

Таблица 4

	Н-волны	Е-волны
1		
2		
3		
4		

Список литературы

1. Применение метода частичных областей с учетом особенности на ребре к задаче о волноводах П-образного и крестообразного сечения / Г.Ф. Заргано [и др.] // Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22. № 10. С. 2068–2073.
2. Волноводы сложных сечений / Г.Ф. Заргано [и др.]. М.: Радио и связь, 1986. 124 с.
3. Заргано Г.Ф. Исследование электромагнитных волн в прямоугольном волноводе с двумя Т-выступами // Волноводные устройства и линии передачи: межвуз. научн. сб. Саратов: Саратовск. политехн. ин-т, 1985. С. 18.
4. Евтушенко О.И., Насыров В.Г., Чекрыгина И.М. Расчет электродинамических параметров прямоугольных волноводов с одним и двумя Т-выступами // Автоматизированное проектирование устройств СВЧ: межвуз. сб. научн. тр. М.: МИРЭА, 1991. С. 73.
5. Rong Y., Zaki K.A. Characteristics of generalized rectangular and circular ridge waveguides // IEEE Trans. 2000. V. MTT-48. № 5. P. 258–265.
6. Saha P.K., Guha D. New broadband rectangular waveguide with L-shaped septa // IEEE Trans. 1992. V. MTT-40. № 4. P. 777–781.

7. Saha P.K., Guha D. Impedance, attenuation and power-handling characteristics of double L-septa waveguides // IEEE Trans. 1993. V. MTT-44. № 5. P. 881–884.
8. Saha P.K., Guha D. Bandwidth and dispersion characteristics of a new rectangular waveguide with two L-shaped septa // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 1. P. 87–92.
9. Заргано Г.Ф., Земляков В.В., Кривопустенко В.В. Электродинамическое моделирование электромагнитных полей в прямоугольном волноводе с двумя L-выступами // Электромагнитные волны и электронные системы. 2008. Т. 13. № 5. С. 54–59.
10. Заргано Г.Ф., Земляков В.В., Синявский Г.П. Электродинамический анализ и синтез селективных устройств на тонких диафрагмах в гребневых волноводах // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 4. С. 401–410.

Analysis of eigenmodes in rectangular waveguide with two antipodal L-shaped septa

G.F. Zargano, V.V. Zemlyakov, V.V. Krivopustenko

The method of electrodynamics calculation and PC modelling of the electromagnetic field structure of TE- and TM-waves in air filled lossless rectangular waveguide with two antipodal L-shaped septa is derived. The problem is solved by the method of partial regions including field singularity at the edge. The cutoff wave numbers, the electromagnetic field structures of different types of TE- and TM-waves of dominant mode of the waveguide are calculated.

Keywords: rectangular waveguide, antipodal L-shaped septa, method of partial regions, cutoff wave number, wave impedance.