

Раздел 2. НАУЧНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

УДК 538.31.001.2

К. Е. Воеводский, В. М. Стрепетов

Санкт-Петербургский государственный университет
Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I

ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДВЕСА

Дата поступления 19.06.2015

Решение о публикации 03.07.2015

Дата публикации 28.03.2016

Аннотация: Рассматривается система ЭДП, в которой первичный источник поля (электромагнит) движется по прямой, параллельной поверхности путевого полотна, а его скорость совершает малые колебания около некоторого среднего значения. Принято приближение бесконечно широкого путевого полотна, в качестве первичного источника электромагнитного поля выступает так называемый периодический источник. Рассматриваемая задача представляет собой частный случай общей проблемы о скорости протекания переходных процессов в системе ЭДП, вызванных неравномерностью движения. Названную скорость определяют величины имеющие смысл постоянных времени, причем, в отличие от простейшего случая одномерного линейного осциллятора, систему электродинамического подвешивания характеризует не одна постоянная времени, а бесконечный набор таких величин.

Разработан метод расчета сил подъема и торможения, действующих при таком колебательном движении на экипажный электромагнит, причем для расчета названных сил получены простые явные формулы.

На основе расчета постоянных времени проведена оценка скорости протекания переходных процессов в системе электродинамического подвешивания, вызванных неравномерностью движения. По разработанной методике выполнены расчеты сил подъема и торможения. Полученные результаты позволяют очертить границы применимости так называемого квазистатического приближения, которое заключается в том, что неравномерно движущийся электромагнит, заменяется сопутствующим, то есть, таким же электромагнитом, так же расположенным и движущимся равномерно со скоростью, совпадающей с мгновенным значением продольной скорости реального электромагнита. В квазистатическом приближении колебания сил подъема и

торможения синфазны колебаниям и скорости, а амплитуды колебаний сил не зависят от частоты колебаний скорости. Как показали расчеты, в действительности между колебаниями сил и колебаниями скорости имеется фазовый сдвиг, зависящий от частоты колебаний. Амплитуды колебаний сил подъема и торможения также зависят от частоты колебаний, причем для каждого значения скорости существует резонансная частота, при которой они достигают наибольшего значения.

Ключевые слова: электродинамический подвес, продольные колебания, переходные процессы, амплитудно-частотные характеристики, резонансная частота, квазистатическое приближение.

Constantine E. Voevodskii, Vladimir M. Strepetov

St. Petersburg State University

Petersburg State Transport University

LONGITUDINAL VIBRATIONS IN ELECTRODYNAMICS SUSPENSION SYSTEM

Abstract: A system of electrodynamic suspension (EDS) in which the primary source of the field (electromagnet) is moving in a straight line parallel to the surface of the track and his speed makes small oscillations around a mean value is considered. The approximation of an infinitely wide track is allowed, the primary source of the electromagnetic field acts as a so-called periodic source. This problem is a special case of the general problem of the rate of the transients in the EDS, caused by uneven movement. Named speed determines the amount of time constants that make sense, and in contrast to the simplest case of a one-dimensional linear oscillator system EDS characterizes not by a single time constant, but by infinite set of values.

The method of calculation of levitation and braking forces acting in this oscillatory motion on carriage electromagnet is worked out and simple explicit formulas to calculate these forces are got.

On the basis of the calculation of time constants the rate of the transients in the EDS, caused by uneven movement is assessed. The calculations of levitation and braking forces according to the developed technique are made. The results obtained allow to delimit the applicability of the so-called quasi-static approach which consists in that the irregularly moving of electromagnet replaced by concurrent, i.e., the same electromagnet, similarly disposed and uniformly moving with a speed coinciding with the instantaneous value of the actual longitudinal speed of the electromagnet. In the quasi-static approximation, fluctuations of levitation and braking forces are in phase with oscillations of speed and amplitude of the forces oscillations do not depends on the frequency of the speed oscillation. The calculations show that in reality there is phase shift between the forces oscillations and speed oscillations depending on the frequency. Amplitudes of levitation and braking forces oscillations also depend on the oscillation frequency, and for each speed value a resonance frequency exists at which they reach the maximum value.

Keywords: electrodynamic suspension, longitudinal oscillations, transients, frequency response, resonant frequency, quasi-static approximation.

1. НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ.

Пусть плоский слой $-T < z < 0$ (путевое полотно) заполнен однородной проводящей средой с удельной проводимостью σ , и в полупространстве $z > 0$ в направлении оси x на расстоянии h от поверхности полотна поступательно движется первичный источник поля (электромагнит). Это движение происходит по закону $x = X(t)$, где x – координата электромагнита (точнее, некоторой выделенной его точки), $x = X(t)$ – заданная функция времени.

Нужно найти силу взаимодействия электромагнита с вихревыми токами, наведенными в путевом полотне.

В качестве первичного источника в настоящей работе рассматривается так называемый периодический источник [9], весьма удобный для исследования. Это система токов, распределенных в плоскости $z = h$ с поверхностной плотностью $\mathbf{J} = \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{e}_x - \frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{e}_y$, где $V(x, y) = I \cos px \cos qy$. В этой системе линии тока замыкаются вокруг точек с координатами $(n\pi/p; n\pi/q)$, а полярности чередуются в шахматном порядке. Согласно [10], такая система может служить моделью электромагнита, с намагничивающей силой I и размерами $n\pi/p \times n\pi/q$.

Как установлено авторами, силы, действующие на такую систему токов при описанном выше движении, определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F_z(t) &= -\frac{I^2 \pi^2 \mu_0 k^2}{2pq} e^{-2kh} \operatorname{Re} \gamma, \\ F_x(t) &= -\frac{I^2 \pi^2 \mu_0 k}{2q} e^{-2kh} \operatorname{Im} \gamma, \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь F_z , F_x , – вертикальная и продольная составляющие силы в расчете на один пространственный период источника,

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= -1 + \frac{4k}{\mu_0 \sigma T} e^{ipX(t)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{y_n^2 e^{-t/\tau_n}}{2a + a^2 + y_n^2} \int_{-\infty}^t e^{-ipX(s)} e^{s/\tau_n} ds, \\ \text{где } a &= kT, \quad k = \sqrt{p^2 + q^2}, \quad \tau_n = \frac{\mu_0 \sigma T^2}{a^2 + y_n^2}, \quad y_n \text{ – корень уравнения} \\ 2 \operatorname{ctg} y &= y/a - a/y \end{aligned} \quad (2)$$

из промежутка $n\pi < y_n < (n+1)\pi$.

Отметим физический смысл величин τ_n . Он вытекает из структуры выражения (2), имеющего вид бесконечного ряда, n -й член которого содержит множитель e^{-t/τ_n} . Отсюда ясно, что величины τ_n играют роль постоянных времени, и их бесконечный набор характеризует продолжительность переходных процессов, вызванных неравномерностью движения. Постоянные времени убывают обратно пропорционально квадрату номера, так что дальние члены ряда быстро затухают со временем, и определяющую роль играют несколько первых τ_n .

Ценность величин $\{\tau_n\}$ для исследования определяется, с одной стороны, их физическим смыслом, с другой стороны, простотой их вычисления. Знание $\{\tau_n\}$ позволяет, даже не вдаваясь в расчет полей и сил для конкретного закона движения, оценить скорость затухания переходных процессов, а значит, пределы применимости квазистатического приближения. Так, для продольных колебаний его применимость требует, чтобы за время τ_0 (это наибольшее из τ_n) скорость движения существенно не изменялась. Или, что то же самое, должно выполняться неравенство $\tau \gg \tau_0$, где τ – характерное время заметного изменения скорости движения электромагнита. Конкретное значение τ зависит от требований к точности. Для колебательного движения τ естественно задавать как некоторую долю периода. При самом грубом подходе в качестве τ можно взять четверть периода (за это время скорость испытывает максимальное отклонение от стационарного значения), более высокие требования к точности можно учесть, взяв вместо четверти периода, ее m -ю часть. Итак, если частота колебаний скорости равна f , то четверть периода это $1/4f$, и условие применимости квазистатического приближения можно записать так: $1/4mf \gg \tau_0$, при этом параметр m задает требование к точности (бóльшие m означают более высокие требования). Если же это условие не выполняется для $m=1$, то квазистатическое приближение заведомо неприменимо к изучению колебаний в системе ЭДП.

2. МАЛЫЕ ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Предположим, что на равномерное движение электромагнита с постоянной скоростью v наложены продольные колебания малой амплитуды A . Такому движению отвечает зависимость $X(t)$ следующего вида:

$$X(t) = vt - A \cos \omega t \quad (3)$$

при этом колебания скорость задаются зависимостью

$$dX(t)/dt = v + A \sin \omega t, \quad (4)$$

а условие малости колебаний выражается неравенством

$$pA \gg 1, \quad (5)$$

смысл которого в том, что амплитуда много меньше характерного продольного размера первичного токового источника π/p .

Зависимость (3) нужно подставить в (2). Экспонента $e^{ipX(t)}$ примет при этом вид $\exp(ip(vt - A\cos\omega t)) = e^{ipvt} \exp(-ipA\cos\omega t)$. Условие малости колебаний (5) позволяет заменить второй сомножитель двумя первыми членами разложения экспоненты в ряд Тейлора: $\exp(-ipA\cos\omega t) \approx 1 - ipA\cos\omega t$. Аналогично, можно преобразовать экспоненту под знаком интеграла:

$$e^{-ipX(s)} = \exp(-ip(vs - A\cos\omega s)) = e^{-ipvs} \exp(ipA\cos\omega s) \approx e^{-ipvs} (1 + ipA\cos\omega s).$$

Выполняя описанные подстановки, вычисляя интегралы, отбрасывая члены, пропорциональные $(pA)^2$, можно получить из (2) ряд, который удастся просуммировать. В результате для величины $\gamma(t)$ получается следующее представление.

$$\gamma(t) = \gamma_0 + \gamma_1(t) \quad (6)$$

$$\gamma_0 = i\mu_0 \sigma D(0) \quad (7)$$

$$\gamma_1 = \mu_0 \sigma \frac{pA}{2} \{ \cos\omega t [2D(0) - D(\omega) - D(-\omega)] + i \sin\omega t [D(\omega) - D(-\omega)] \}, \quad (8)$$

где $D(\omega) = (pv + \omega) / (\alpha^2 + k^2 + 2\alpha k \operatorname{cth}\alpha T)$, $\alpha^2 = k^2 - i\mu_0 \sigma (pv + \omega)$, причем, $\operatorname{Re}\alpha \geq 0$.

В сумме (6) слагаемое γ_0 отвечает невозмущенному равномерному движению со скоростью v , слагаемое $\gamma_1(t)$ описывает колебания с частотой ω . Следует заметить, что если при подстановке закона движения (3) в формулу (2) не ограничиться в разложении экспоненты двумя членами, а выписать полный ряд, вместо (6) мы получим бесконечную сумму, в которой n -е слагаемое описывает колебания с частотой $n\omega$. Таким образом, используемое здесь приближение малых колебаний равносильно учету лишь одной – главной – гармоники колебаний.

Соотношения (6)-(8) и формулы (1), выражающие искомые силы через величину $\gamma(t)$, позволяют найти амплитуды главных гармоник F_x и F_z и их фазовый сдвиг относительно колебаний скорости, описываемых уравнением (4).

Приведем итоговые формулы для названных величин:

$$a_x = \frac{pA}{2} \cdot \frac{\sqrt{M_x^2 + N_x^2}}{\operatorname{Re}D(0)}, \quad a_z = \frac{pA}{2} \cdot \frac{\sqrt{M_z^2 + N_z^2}}{\operatorname{Im}D(0)}, \quad \operatorname{tg}\varphi_x = \frac{M_x}{N_x}, \quad \operatorname{tg}\varphi_z = \frac{M_z}{N_z} \quad (9)$$

Здесь a_x , a_z , – амплитуды колебаний F_x , F_z отнесенные к стационарным значениям соответствующих компонент, φ_x , φ_z – фазовые сдвиги соответствующих компонент относительно колебаний скорости, то есть, относительно $\sin\omega t$. Таким образом,

$$\frac{F_{x,z} - F_{x,z}^0}{F_{x,z}^0} = a_{x,z} \sin(\omega t + \varphi_{x,z}), \quad (10)$$

где $F_{x,z}^0$ – невозмущенные значения сил (отвечающие движению с постоянной скоростью v). Величины $M_{x,z}$ и $N_{x,z}$ определяются равенствами:

$$M_x = \text{Im } M; \quad M_z = \text{Re } M; \quad N_x = \text{Re } N; \quad N_z = -\text{Im } N;$$

$$M = 2D(0) - D(\omega) - D(-\omega), \quad N = -D(\omega) - D(-\omega).$$

Полученные результаты поучительно сравнить с теми, которые основаны на квазистатическом приближении. В этом приближении зависимость величины γ от скорости дается первым слагаемым в (6), и при малых колебаниях скорости, описываемых формулой (4), можно написать:

$$\gamma(t) = \gamma_0 + d\gamma_0/dv A \sin \omega t \quad (11)$$

Вычисляя γ согласно (11) и подставляя в (1), можно получить следующие выражения для колебаний сил в квазистатическом приближении:

$$\frac{F_x - F_x^0}{F_x^0} = \frac{\text{Re} \left(\frac{d}{ds} \left(\frac{s}{m(s)} \right) \right)}{v \cdot \text{Re} (1/m(s))} \cdot A \omega \sin \omega t, \quad \frac{F_z - F_z^0}{F_z^0} = \frac{\text{Im} \left(\frac{d}{ds} \left(\frac{s}{m(s)} \right) \right)}{v \cdot \text{Im} (1/m(s))} \cdot A \omega \sin \omega t. \quad (12)$$

Здесь величины $m(s)$ и s определяются равенствами:

$$m(s) = 2 + is + 2\sqrt{1 + is} \text{cth}(kT\sqrt{1 + is}), \quad s = -\mu_0 \sigma v p / k^2.$$

Сравнение формул (12), отвечающих квазистатическому приближению, с формулами (9), (10), основанными на нестационарном подходе, указывает на следующие качественные различия.

1. В квазистатической теории колебания сил и вызывающие их колебания скорости строго *синфазны*. Нестационарная теория показывает, что между этими колебаниями есть *фазовый сдвиг*.

2. В формулах (12) множители перед $A \omega \sin \omega t$ не зависят от ω . Учитывая, что $A \omega$ это амплитуда колебаний скорости, отсюда можно сделать вывод, что при заданной амплитуде колебаний скорости амплитуды колебаний сил не зависят от частоты колебаний. В действительности, как это видно из (9), (10), имеет место дисперсия: амплитуды колебаний сил зависят и от амплитуды и от частоты колебаний скорости.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Во всех представленных ниже расчетных зависимостях в качестве неизменных приняты следующие параметры системы: толщина путевого полотна $T = 0,01\text{ м}$, его относительная магнитная проницаемость $\mu = 1$, удельное сопротивление $\rho = 3,2 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$ (это соответствует алюминию).

В расчетах сил размеры экипажного электромагнита принимались равными $0,79 \times 0,79\text{ м}$. Это соответствует пространственным частотам модельного периодического источника: $p = q = \pi/0,79 = 3,98\text{ м}^{-1}$, и $k = \sqrt{p^2 + q^2} = \pi\sqrt{2}/0,79 = 5,62\text{ м}^{-1}$.

3.1 Постоянные времени

На рис.1 даны расчетные зависимости первых четырех постоянных времени τ_0, \dots, τ_3 от параметра $a = kT$ в диапазоне $0,001 < a < 0,1$. Эти графики подтверждают качественные закономерности, которые можно получить на основе (2), здесь мы обратим внимание на главную постоянную времени τ_0 .

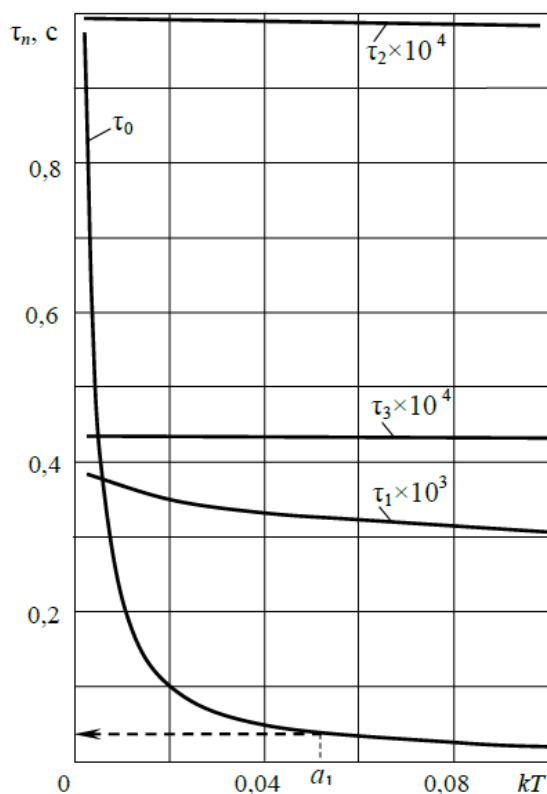


Рис. 1. Зависимость постоянных времени от параметра kT

Заметим, прежде всего, что во всем рассмотренном диапазоне изменения параметра kT величина τ_0 не менее чем на три порядка превосходит все последующие постоянные времени τ_n . Поэтому именно ею

определяется порог применимости квазистатического приближения. Оценим этот порог для параметра $kT = 5,62 \cdot 10^{-2}$, что отвечает указанным выше размерам электромагнита (на рисунке это значение переменной kT обозначено как a_1). Этому значению соответствует $\tau_0 = 3,5 \cdot 10^{-2}$ с. Подставив это значение в полученное выше условие применимости $1/4mf \gg \tau_0$, получим следующее ограничение для частоты колебаний: $f \ll 7,14/m$ Гц, где параметр точности m тем больше, чем большая требуется точность, и во всяком случае $m \geq 1$.

3.2 Амплитудно-частотные характеристики сил.

Амплитудно-частотные характеристики силы подъема представлены на рис.2, 3.

По оси абсцисс отложена частота колебаний в Гц, по оси ординат a_z – относительное значение амплитуды колебаний силы подъема при единичной (1м/с) амплитуде колебаний скорости. За единицу силы принято стационарное значение силы, отвечающее данной скорости (имеется в виду невозмущенное значение скорости, то есть, то значение, вокруг которого происходят колебания скорости). Разные кривые отвечают разным значениям скорости.

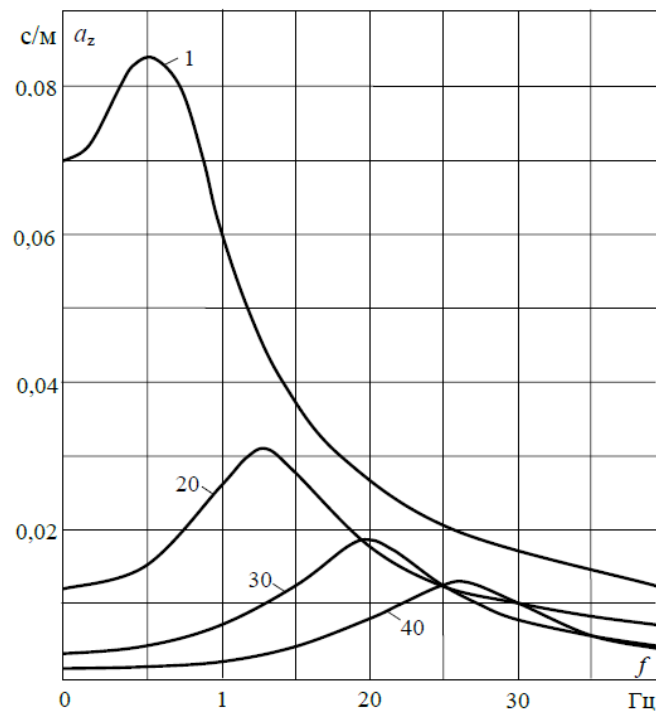


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики силы левитации

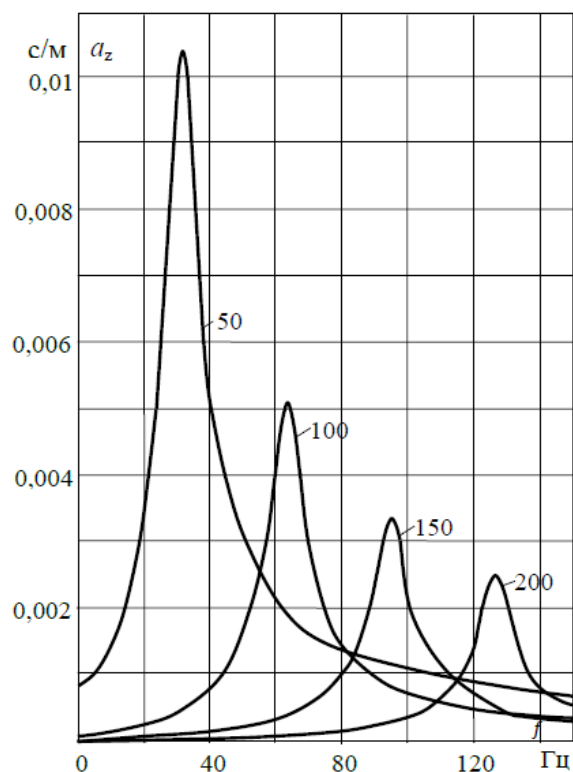


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики силы левитации

Как видно из графиков, для каждого значения скорости существует определенная резонансная частота, при которой амплитуда колебаний силы достигает наибольшего значения. При совсем низких скоростях (для рассмотренных входных данных это скорости ниже 5 м/с) амплитуда убывает с ростом частоты во всем диапазоне. На рисунках соответствующие кривые не представлены.

Как показали расчеты, квазистатическое приближение дает значения, которые на представленных выше кривых отвечают нулевой частоте.

Диапазон низких частот, в котором оно применимо, можно приближенно оценить с помощью представленного выше условия $f \ll 7,14/m$ Гц.

Сравнивая эту оценку с представленными графиками, можно заметить, что упомянутое условие работает с тем большей надежностью, чем больше скорость.

Аналогичные зависимости для тормозной силы имеют такой же качественный вид.

3.3 Зависимость резонансной частоты от скорости.

Для обеих составляющих силы эти зависимости оказались весьма близкими к линейным, начиная со скорости около 15 м/с, причем с одинаковым угловым коэффициентом, равным 0,634 Гц/(м/с). Если перейти от частоты f к циклической частоте ω , то этот коэффициент станет равным $2\pi \cdot 0,634 \text{ м}^{-1}$, что с точностью до погрешности вычислений совпадает с пространственной частотой p , отвечающей источнику того размера, который заложен в расчеты. Это приближенное соотношение получено на основе численных расчетов, и степень его универсальности – насколько оно сохраняет силу для других численных значений входных параметров – еще предстоит выяснить.

3.3 Фазово-частотные характеристики сил.

Фазово-частотные характеристики обеих компонент силы представлены на рис. 4.

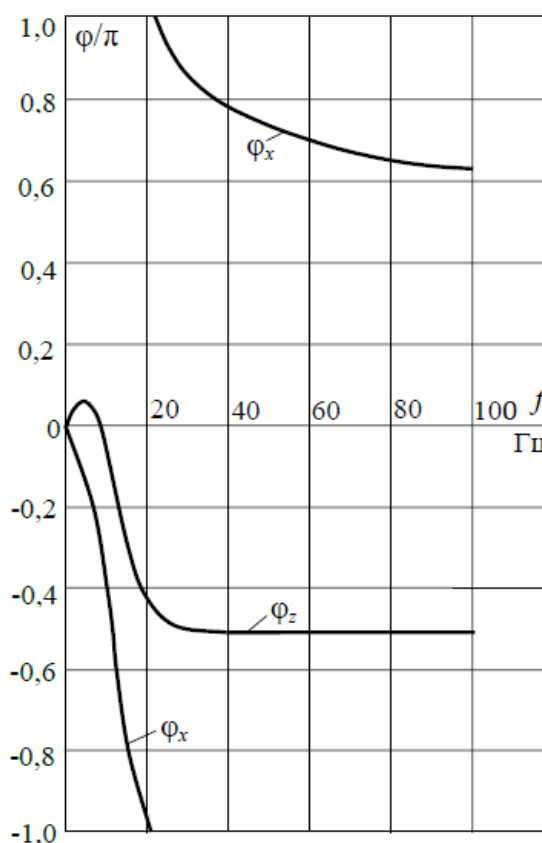


Рис. 4. Фазово-частотные характеристики торможения и левитации (скорость 20 м/с)

По оси абсцисс отложена частота колебаний в Гц, по оси ординат φ_z и φ_x – сдвиг фазы главной гармоники колебаний подъемной и тормозной сил по отношению к колебаниям скорости. Обе кривые начинаются из нуля, то есть, при малых частотах колебания сил синфазны колебаниям скорости. С ростом частоты появляется сдвиг, причем φ_z и φ_x демонстрируют разное поведение.

Фазовый сдвиг по оси z-компоненты силы (φ_z) сначала растет, при некоторой сравнительно малой частоте достигает максимума, потом переходит через нулевое значение, далее убывает, оставаясь в пределах 4-й четверти, и при больших частотах стремится к $-\pi/2$.

Фазовый сдвиг по оси x-компоненты силы (φ_x) с ростом частоты строго убывает, достигает значения $-\pi$ (при этом колебания тормозной силы и колебания скорости находятся в противофазе), продолжает убывать, переходя во 2-ю четверть, и при больших частотах стремится к $\pi/2$.

Представленные кривые относятся к одному значению скорости – 20 м/с. При других заданных значениях скорости качественный вид этих зависимостей сохраняется, изменяются лишь значения характерных точек: все они (максимум φ_z точки смены знака, и пересечения границ четвертей, а также точки начала «насыщения») с ростом скорости смещаются вправо по оси частоты.

Выводы

1. Колебания подъемной и тормозной сил, возникающие вследствие колебаний транспортного объекта, могут быть достаточно значительными для того, чтобы их было необходимо учитывать при расчете и проектировании системы ЭДП.

2. Квазистатический подход к изучению колебаний, не требующий существенно новой теории, применим лишь при низкой частоте. Предварительную оценку порога применимости этого подхода можно получить с помощью постоянных времени.

3. Для каждого значения скорости движения имеется резонансная частота, при которой амплитуды сил подъема и торможения достигают максимума. Эта частота растет с ростом скорости. Этого необходимо учитывать, чтобы избежать нежелательных резонансных явлений.

4. В данной работе, движение транспортного объекта считалось заданным. Понятно, что это лишь первое приближение к постановке и решению самосогласованной задачи, в которой разработанные здесь методы расчета сил, вместе с законами механики позволили бы исчерпывающим образом описать движение объекта.

Библиографический список

1. Voevodskii K. E. Theory of superconducting magnet suspension: main results survey // «Cryogenics». – 1981. – № 12. – pp. 719–728.
2. Астахов В. И. Движение проводящей полосы в магнитном поле // Известия вузов «Электромеханика». – 1977 г. – №8. – С. 846–847.
3. Кочетков В. М. О расчете сил, действующих на электродинамический подвес произвольной конфигурации // «Электричество». – 1978. – №9. – С. 56 – 59.
4. Байко А. В., Кочетков В. М. Система левитации и тяги на переменном токе // Известия вузов «Электромеханика». – 1985 г. – №11. – С. 40 – 47.
5. Стрепетов В. М. Комбинированная система левитации и тяги на переменном токе. Основные результаты. Труды I Международной научной конференции СПб, 29-31 октября 2013. «Магнитолевитационные транспортные системы и технологии МТСТ'13», СПб.: ПГУПС. – 2013 г. – С. 82–92.
6. Соколов О. Б., Заикин С. М. Исследование силовых характеристик систем электродинамического подвеса высокоскоростных поездов // «Транспорт Урала». – 2013. – №4 (39). – С. 97–100.
7. Bayko A. V. Vertical Unstable Stability of Electrodynamics Suspension of High-Speed Ground Transport / A. V. Bayko, K. E. Voevodskii, V. M. Kochetkov // «Cryogenics». – 1980, – no 5, – pp. 271.
8. Байко А. В., Воеводский К. Э., О вертикальных колебаниях в системе электродинамического подвешивания экипажа ВСНТ. м // Известия вузов «Электромеханика». – 1979. – №11. – С. 983–990.
9. Воеводский К. Э., Мелик-Бархударян В. К. О расчете магнитного поля заданной системы токов // Известия Академии наук СССР «Энергетика и транспорт». – 1989. – №4. – С.166 – 169.
10. Lee S.V., Menendez R. C. Forces at Low and High-speed Limits Magnetic Levitation. – J. Appl. Phys., – 1975, – vol.46, – no 1, – p.72.

References

1. Voevodskii K. E. & Kochetkov V. M. *Cryogenics*, 1981, no. 12, pp. 719-728.
2. Astakhov V. I. *Izvestiia vuzov "Electromekhanika" - Proceedings of the universities "Electro mechanics"*, 1977, no. 8, pp. 846-847.
3. Kochetkov V. M. *Electrichestvo – Electricity*, 1978, no.9, pp. 56-59.
4. Bajko A. V. & Kochetkov V. M. *Izvestiia vuzov "Electromekhanika" - Proceedings of the universities "Electromechanics"*, 1985, no. 11, pp. 40-47.

5. Strepetov V. M. Kombinirovannaia sistema levitacii i tiagi na peremennom toke. Osnovnye rezultaty (AC Levitation and Traction Combined System. Base results). *Trudy I Mezhdunarodnoi konferencii "Magnitolevitatsionnye transportnye sistemy i tehnologii"* [Proceedings of the I International conference "Magnetolevitation Transport Systems and Technologies"]. St. Petersburg, 2013, pp. 82-92.
6. Sokolov O. B. & Zaikin S. M. *Transport Urala - Transportation of Urals*, 2013, no. 4 (39), pp. 97-100.
7. Bayko A. V., Voevodskii K. E. & Kochetkov V. M. *Cryogenics*, 1980, no. 5, p. 271.
8. Bajko A.V. & Voevodskii K.E. *Izvestiia vuzov "Electromekhanika" - Proceedings of the universities "Electromechanics"*, 1979, no. 11, pp. 983-990.
9. Voevodskii K. E. & Melik-Barkhudaryan V. K. *Izvestia Akademii nauk SSSR "Energetika i transport" - Proceedings of the USSR Academy of Sciences "Energy and transport"*, 1989, no. 4, pp.166-169.
10. Lee S.-V. & Menendez R. C. *J. Appl. Phys.*, 1975, vol. 46, no 1, p.72.

Сведения об авторах:

ВОЕВОДСКИЙ Константин Эммануилович, кандидат технических наук, доцент кафедры высшей геометрии Санкт-Петербургского государственного университета, E-mail: kv5832@mail.ru

СТРЕПЕТОВ Владимир Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Электромеханические комплексы и системы» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I, E-mail: strepetov.vm@mail.ru

Information about authors:

Constantine E. VOEVODSKII, Ph.D., assistant professor of the department "Higher geometry" at St. Petersburg State University, E-mail: kv5832@mail.ru

Vladimir M. STREPETOV, PhD, assistant professor "Electromechanical systems and systems" of Petersburg State Transport University of Emperor Alexander I, E-mail: strepetov.vm@mail.ru