МТСТ Магнитолевитационные транспортные системы и технологии

МЕТОД УСЛОВНОЙ ГРАНИЦЫ

К. Э. Воеводский, В. М. Стрепетов
Санкт-Петербургский государственный университет
Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I
(Санкт-Петербург, Россия)

THE METHOD OF CONDITIONAL BOUNDARY

K. E. Voevodskii, V. M. Strepetov
St. Petersburg State University
Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University
(St. Petersburg, Russia)

Рассматривается задача расчета квазистационарного электромагнитного поля в проводящей среде (вообще говоря, неоднородной) под действием заданного распределения токов, расположенных вне среды. Предлагается трансформация этой задачи, которая сохраняет все существенные результаты и в то же время облегчает расчеты для ряда случаев, представляющих практический интерес.

Пусть *D* – область, занятая проводником (на рисунке закрашена), *T* – свободное пространство, Σ – их граница. Заданные токи – первичный источник поля – находятся в области *T*. Традиционная постановка задачи включает уравнения Максвелла (в пренебрежении токами смещения) для областей *D* и *T*, условия на бесконечности, и условия контакта на Σ – непрерывность вектора магнитной индукции и тангенциальных компонент вектора напряженности электрического поля [1].

Мысленно отделим от *T* некоторую ее частьT_i, оставшуюся часть *T* обозначим как T_e, их границу – через Γ (условная граница). Граница проводник-вакуум разобьется на части Σ_e и Σ_i (см. рисунок). К области T_i (помимо условий достаточной гладкости) предъявляется одно существенное требование – в ней не должно быть первичных токовых источников. Уравнения, имеющие силу для *T*, будем теперь рассматривать по отдельности в областях T_e и T_i, а в дополнение к упомянутым выше условиям контакта на их границе Γ потребуем выполнения условия E_n , где E_n – нормальная компонента напряженности электрического поля со стороны T_i. Все прочие соотношениям традиционной формулировки оставим без изменений.

Оказывается, описанное нововведение приведет к следующему изменению результата. К вектору напряженности электрического поля в свободной области *T* добавится потенциальное слагаемое, а вектор магнитной индукции не изменится. Поскольку для расчета всех величин, представляющих окончательный интерес, достаточно знания магнитной индукции, новую задачу можно считать равносильной исходной.

Заметим далее, что на Σ_e (это часть реальной границы проводник-вакуум) условие $E_n=0$ (со стороны проводника) выполняется автоматически (его смысл – отсутствие тока через границу). Поэтому условие $E_n=0$ можно распространить на всю границу между областями T_e и $D'=D\cup T_i$ без изменения результата. Далее, уравнения для областей D, T_i и условия контакта на их границе Σ_i можно преобразовать таким образом, что они примут форму системы уравнений для объединенной области D', в которой удельная проводимость зависит от координат и, в частности, равна 0 в T_i. При этом содержащиеся в уравнениях дифференциальные операции следует рассматривать в смысле обобщенных функций [2]. Это преобразование задачи на результатах не сказывается.

В итоге описанной трансформации задача приобретает такой вид, как если бы проводником была занята область D' (можно сказать, что реальному проводнику условно передается часть свободного пространства). Цель этой трансформации иллюстрируется приведенным рисунком. Для изображенной там конфигурации новая «условная» форма проводника проще исходной (реальной). В ряде случаев это позволяет усовершенствовать методы расчета.

Описанной трансформации можно придать следующую физическую интерпретацию. Допустим, в области T_i, действительно, находится проводящая среда. Тогда Γ – это реальная граница проводник-вакуум, и на ней выполняется условие $E_n=0$.

Решим задачу с описанной проводящей вставкой и в полученном решении устремим проводимость вставки к 0. Очевидно, условие $E_n=0$ будет выполнено и в пределе, остальные же соотношения дадут в пределе традиционную постановку задачи. Таким образом, можно сказать, что новая задача отвечает тому случаю, когда в области Ti, находится очень плохой проводник. Наличие, проводимости (пусть малой) обеспечивает пропорциональность электрического поля и плотности вихревых токов (в чем и заключается физическая причина условия $E_n=0$). В то же время малость проводимости влечет за собой слабость вихревых токов в T_i, а значит, незначительность их влияния на результирующую магнитную индукцию.

Библиографический список

1. Voevodskii K. E., Kochetkov V. M. Theory of superconducting magnet suspension: main results survey // «Cryogenics». 1981. №12. p. 719-728.

2. Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции и действия над ними. – М: Физматгиз, 1959. – 470 с.

References

1. Voevodskii K. E. & Kochetkov V. M. Cryogenics, 1981, no. 12, pp. 719-728.

2. Gel'fand I. M. & Shilov G. E. Obobshennye funkcii I deistviya nad nimi [Generalized functions and operations on them]. Moskou, 1959, 470 p.

Сведения об авторах:
Воеводский Константин Эммануилович, E-mail: kv5832@mail.ru
Стрепетов Владимир Михайлович, E-mail: strepetov.vm@mail.ru
Information about authors:
Konstantin E. Voevodskii, E-mail: kv5832@mail.ru
Vladimir M. Strepetov, E-mail: strepetov.vm@mail.ru