УДК 53.01:53.06.

А. Г. Сыромятников

ООО «Спектр – микро»

ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЙ ПРЕДЕЛ ДЛЯ КЕРАМИКИ НА МЕДИ ДЛЯ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МАГНИТНОЙ ЛЕВИТАЦИИ

Дата поступления 12.12.2016
Решение о публикации 14.12.2016
Дата публикации 26.12.2016

Аннотация: В статье рассказано о свойствах высокотемпературной керамики на меди для транспортных систем на магнитолевитационной основе.

Введение: По методу вторичного квантования в диаграмной технике [1] для четырехфермионного взаимодействия с потенциалом с твердым керном вида [2-3] рассмотрена задача о фазовом переходе при высоких температурах. Суммирование диаграмм теории возмущений произведено в самом общем виде. Переход к высокотемпературному пределу произведен непосредственно в основном уравнении сверхпроводимости для энергетической щели, что приводит данное уравнение к виду линейного интегрального уравнения. Последнее решено точно. Удвоенная величина керна отождествлена с параметром решетки для ряда соединений на меди. Приведены результаты применения данного подхода при различных критических температурах.

Цель: Разработка теории высокотемпературной керамики на меди для транспортных систем на магнитолевитационной основе.

Метод: Для достижения поставленной цели использовался метод вторичного квантования в диаграмной технике [1] для четырехфермионного взаимодействия с потенциалом с твердым керном вида [2-3]. Удвоенная величина керна отождествлена с параметром решетки для ряда соединений на меди. Параметры решетки и др. взяты из книги [4]. Переход к высокотемпературному пределу произведен непосредственно в основном уравнении сверхпроводимости для щели, что приводит данное уравнение к виду линейного интегрального уравнения. Последнее решено точно. Определение энергетической выгодности образования такого конденсата производится путем расчета корреляционного термодинамического потенциала.

Результаты:

1. получено точное решение основного уравнения сверхпроводимости для энергетической щели в высокотемпературном пределе в объёме, распределенное (сосредоточенное) на сфере некоторого радиуса обратно пропорционального критической температуре; расчет корреляционного термодинамического потенциала показал энергетическую выгодность образования такого конденсата;
2. данное точное решение основного уравнения сверхпроводимости для энергетической щели допускает дополнительно целую серию решений с меньшими в целое число раз температурами как в табл. 18 книги [4];
3. приведены результаты детального расчета параметров для четырех видов высокотемпературной керамики на меди при различных критических температурах; постоянная эффективного взаимодействия $g_э$ имеет порядок постоянной Ферми слабого взаимодействия на три порядка слабее электромагнитного.

Заключение: В результате проведенных исследований была разработана теория

высокотемпературной керамики на меди для транспортных систем на магнитолевитационной основе. Сверхпроводящий конденсат локализован на поверхности сфер дискретного радиуса обратно пропорционально критической температуре. Установлено, что отношение глубины ямы U = $g_э/R_э$ к критической температуре во всех случаях унифицируется к постоянной величине, равной 0.880 в пределах допустимого разброса 0.11.

Ключевые слова: керамика на меди, магнитная левитация, дискретность критической температуры, дискретная структура энергетической щели.

A. G. Syromyatnikov
OOO “Spectrum-micro”

HIGH TEMPERATURE LIMIT FOR CERAMICS ON THE COPPER FOR TRANSPORT SYSTEMS BASED ON MAGNETIC LEVITATION

Annotation: The article talked about the properties of high-temperature ceramics to copper for transport systems on a magnetolevitation basis.

Introduction: On the method of secondary quantization in the diagram technique [1] for the four Fermion interaction with potential with a solid core of [2-3] considered the phase transition at high temperatures. Summation of diagrams of perturbation theory was in its most general form. The transition to the high temperature limit is produced directly in the main equation of superconductivity for the energy gap, which causes this equation to a linear integral equation. Most solved exactly. Twice the value of core wired with lattice parameter for the number of compounds on copper. Shows the results of applying this approach in various critical temperatures.

Objective: Development of the theory of high-temperature ceramics to copper for transport systems on a magnetolevitation basis.

Method: In order to achieve this goal have been used the method in the diagram technique [1] for the four Fermion interaction with potential with a solid core of [2-3]. Twice the value of core wired with lattice parameter for the number of compounds on copper. Lattice parameters, etc. taken from the book [4]. The transition to the high temperature limit is produced directly in the main equation of superconductivity for the energy gap, which causes this equation to a linear integral equation. Most solved exactly. Definition of energy formation benefit this condensate is produced by calculating the correlative thermodynamic potential.

Results:

1. the exact solution is obtained for the basic equation of superconductivity for energy gap in high temperature limit in volume, distributed (focused) on a sphere with some radius which is in back proportional to the critical temperature; the calculation of correlation for thermodynamic potential showed energy advantage formation such a condensate;

2. the exact solution of the basic equation of superconductivity for energy gap allows a whole series of further decisions with less in an integer times temperatures as in table 18 in book [4];

3. presents the results of detailed calculation of parameters for four types of high-temperature ceramics on copper at different critical temperatures; the effective interaction coupling g_e has order of the Fermi weak interactions coupling in three orders of magnitude weaker than the electromagnetic one.

Conclusion: As a result of the research was developed the theory of high-temperature ceramics to copper for transport systems on a magnetolevitation basis. Superconducting condensate is localized at the surface of spheres of a discrete radius which is in inversely proportional to the critical temperature. Found that the pit depth ratio $U = g_e/R_e$ to the critical temperature is incorporated in all cases to a constant value equal to 0.880 within allowable dispersion of 0.11.

Keywords: ceramics to copper, magnetic levitation, discreteness critical temperature, discrete structure of energy gap.

Введение

Научные и практические разработки технологии создания грузового магнитолевитационного транспорта [5-14] ведутся с применением высокотемпературной керамики на меди. Свойства данных соединений еще не достаточно изучены. В настоящей работе проводится их теоретическое изучение в высокотемпературном пределе, когда задача может быть решена точно. Для достижения поставленной цели использовался метод вторичного квантования в диаграмной технике [1] для четырехфермионного взаимодействия с потенциалом с твердым керном вида [2-3]. Удвоенная величина керна отождествлена с параметром решетки для ряда соединений на меди. Параметры решетки и др. взяты из книги [4]. Переход к высокотемпературному пределу произведен непосредственно в основном уравнении сверхпроводимости для щели, что приводит данное уравнение к виду линейного интегрального уравнения. Последнее решено точно. Определение энергетической выгодности образования такого конденсата производится путем расчета корреляционного термодинамического потенциала.

1. Базовая модель

Рассмотрим систему электронов с четырех- фермионным взаимодействием вида экранированного кулоновского взаимодействия потенциал с твердым керном

$$\phi = -\frac{g}{a}\ln\left(\frac{1}{1+\frac{a}{r}}\right) \tag{1}$$

При малом радиусе $r < |a|$ сила (2) –

$$F = -\frac{g}{ar} \tag{2}$$

эквивалентна силе притяжения протяженной массивной нити.

Потенциал (1) интересен тем, что именно потенциалы такого вида способны обеспечить конденсацию газа по уравнению Ван-Дер-Ваальса [1]. Модель твердых шаров, как известно далека от реальности трехмерного пространства.

Цель данного раздела состоит в определении природы экранирования на основе применения формализма функций Грина [1] к фазовому переходу к сверхпроводимости (SQ) при высоких температурах.

1.1. Метод функций Грина при нулевой температуре в приближении Хартри-Фока

Гамильтониан

$$H = \int d^3x \Psi^+_\alpha(x) H^{(1)} \Psi_\alpha(x) + \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1+2s)} \iint d^3x d^3y \Psi^+_\alpha(x) \Psi^+_\beta(y) V_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \Psi_{\alpha'}(y) \Psi_{\beta'}(x), \tag{3}$$

α, β… – спинорные индексы, там где их нет они подразумеваются, по повторяющимся спиновым индексам производится суммирование с учетом спинового нормировочного множителя *(1 + 2s)* по спину фермионов s = *1/2*,

коммутационные соотношения $\{\Psi(x)\Psi^+(x')\} = \delta^3(x - x')$,

оператор числа частиц –

$$N = \int d^3x \Psi^+(x) \Psi(x).$$

При приведении гамильтониана (3) к нормальному виду мы применим каноническое преобразование [1] «частица – дырка», при котором множество всех уровней α разбивается на две группы 1, 2 и вводятся операторы b_α, b_α^+ [1, дополнительная литература].

$$b_\alpha = a_\alpha, b_\alpha^+ = a_\alpha^+, \alpha \in 1, \varepsilon_\alpha \geq \varepsilon_F;$$

$$b_\alpha = a_\alpha^+, b_\alpha^+ = a_\alpha, \alpha \in 2, \varepsilon_\alpha < \varepsilon_F.$$

Тогда разложение по полной ортонормированной системе $\varphi_{k\alpha}(x)$ собственных функций оператора одночастичной энергии (3) записывается в следующем виде:

$$\Psi_\alpha(x) = \sum_\alpha \left(\chi_1(\alpha) b_\alpha + \chi_2(\alpha) b_\alpha^+\right) \varphi_\alpha(x),$$
$$\Psi_\alpha^+(x) = \sum_\alpha \left(\chi_1(\alpha) b_\alpha^+ + \chi_2(\alpha) b_\alpha\right) \varphi_\alpha^*(x),$$

(4)

где $\chi_{1,2}$ –*характеристические функции* множеств 1, 2 соответственно:

$$\chi_1(\alpha) = 1, \alpha \in 1;$$
$$\chi_1(\alpha) = 0, \alpha \in 2;$$
$$\chi_2(\alpha) = 1, \alpha \in 2;$$
$$\chi_2(\alpha) = 0, \alpha \in 1;$$

для коэффициентов разложения (4) при квантовании получаются стандартные перестановочные соотношения операторов рождения – уничтожения:

$$\{a_n, a_{n'}^+\} = \delta_{nn'}, \{a_n, a_{n'}\} = 0, \{a_n^+, a_{n'}^+\} = 0$$

и аналогично для операторов рождения и уничтожения b_k, b_k^+ в фоковском пространстве.

Основное состояние при отсутствии дискретных уровней с $\varepsilon = \varepsilon_F$ - внутри сферы Ферми, а если есть дискретные уровни с $\varepsilon = \varepsilon_F$, тогда основное состояние вырождено с кратностью 2^n, n – число состояний с $\varepsilon = \varepsilon_F$.

$$\Psi_0^{(0)} : a_\alpha \Psi_0^{(0)} = 0.$$

Поскольку взаимодействие (2) в (3) мало, то рассматриваемая система сходна с идеальным газом, в котором есть определенные уровни, заполненные до уровня Ферми $\varepsilon(p_F) = \mu$ (μ – химический потенциал).

Приведение гамильтониана (3) к нормальному виду производится согласно общему выражению для нормального произведения операторов [1].

$$A_1 ... A_{n+1} = A_1 A_2 ... A_n a_{n+1} + (-1)^n b_{n+1} A_1 ... A_n + \sum_{k=1}^{n} (-1)^{n-k} n_{21}{}^b (x_k, x_{n+1}) [A_1 ... A_n]_k ,$$

$$A_i = a(x_i) + b(x_i),$$

$$n_{21}{}^b (x_k, x_{n+1}) = a(x_k) b(x_{n+1}) + b(x_{n+1}) a(x_n),$$

роль операторов здесь играют операторы рождения и уничтожения (индекс k справа у квадратной скобки в обозначении проф. А.Н. Васильева означает отсутствие оператора A_k), *путем последовательного применения формулы N_b – произведения для пары операторов-*

$$\Psi_\beta{}^+(x) \Psi_{\beta'}(y) = N_b \left(\Psi_\beta{}^+(x) \Psi_{\beta'}(y) \right) + \rho^b{}_{\beta\beta'}(x, y),$$

свертки

$$\underbrace{\Psi_\alpha^+(x) \Psi_\beta(y)} = \rho^b{}_{\beta\alpha}(y, x)$$

определяют матрицу плотности (с индексом 21, который здесь и далее опущен)

$\rho^b{}_{\beta\alpha}(x, y) = \delta_\beta^\alpha \sum_{\alpha'} \chi_2(\alpha') \varphi_{\alpha'}(y) \varphi_{\alpha'}^*(x) = \delta_\beta^\alpha n^b(x, y)$, φ_α – волновые функции в формализме чисел заполнения;

В энергетическом представлении

$$\rho^b{}_{\beta\alpha}(x, t, y, t') = \frac{-i}{2\pi} \delta_\beta^\alpha \int dE \sum_{\alpha'} \left[\frac{\chi_2}{E + \varepsilon_{\alpha'} - \mu + i0} + \frac{\chi_1}{E + \varepsilon_{\alpha'} - \mu - i0} \right]$$

$$\varphi_{\alpha'}{}^*(x) \varphi_{\alpha'}(y) \exp iE(t' - t).$$

В результате приведения гамильтониана (3) к нормальному виду (5):

E_1 – это C – число.

$$E_1 = \int d^3x d^3y V(x - y) \left[n^b(y, y) n^b(x, x) - \frac{1}{2} n^b(x, y) n^b(y, x) \right],$$

$$\vartheta_{HF} \varphi_\alpha(\vec{x}) = \int d^3y V(\vec{x} - \vec{y}) \Big(2\big((\chi_1(\alpha))^2 - (\chi_2(\alpha))^2 \big) n^b(\vec{y}, \vec{y}) \varphi_\alpha(\vec{x}) - + (\chi_2(\alpha))^4 n^b(\vec{y}, \vec{x},) \varphi_\alpha(\vec{y}) \Big), \qquad (5)$$

для случая газа с парным взаимодействием с потенциалом (2):

$$V_{\alpha\alpha'\beta\beta'}(\vec{x}-\vec{y}) = V(\vec{x}-\vec{y})\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}, V(\vec{x}) = \phi(\vec{x}). \tag{6}$$

Постоянная взаимодействия g будет определена ниже.

Корреляционное взаимодействие

$$NH_I = \iint d^3x d^3y V(\vec{x}-\vec{y}) \sum_{\alpha,\beta} \left[b_\alpha{}^+ b_\beta{}^+ b_\beta b_\alpha \left((\chi_1(\alpha))^2 \left((\chi_1(\beta))^2 - (\chi_2(\beta))^2 \right) \right) \right.$$
$$\cdot \varphi_\alpha{}^*(\vec{x}) \varphi_\beta{}^*(\vec{y}) \varphi_\alpha(\vec{x}) \varphi_\beta(\vec{y}) -$$
$$\left. - b_\beta{}^+ b_\alpha{}^+ b_\alpha b_\beta (\chi_2(\alpha))^2 \left((\chi_1(\beta))^2 + (\chi_2(\beta))^2 \right) \varphi_\alpha{}^*(\vec{x}) \varphi_\beta{}^*(\vec{y}) \varphi_\alpha(\vec{x}) \varphi_\beta(\vec{y}) \right],$$
$$(\chi_1(\beta))^2 + (\chi_2(\beta))^2 = 1.$$

Суммирование по поляризациям здесь произведено. Вклады всех других членов зануляются независимо от поляризации за счет множителя вида $\chi_1(\beta)\chi_2(\beta) \equiv 0.$

После перестановки коммутирующих операторов все выражение приводится к симметричному виду:

$$NH_I = \iint d^3x d^3y V(\vec{x}-\vec{y}) \sum_{\alpha,\beta} b_\alpha{}^+ b_\beta{}^+ b_\beta b_\alpha$$
$$\left((\chi_1(\alpha))^2 \left((\chi_1(\beta))^2 - (\chi_2(\beta))^2 \right) - (\chi_2(\alpha))^2 \left((\chi_1(\beta))^2 + (\chi_2(\beta))^2 \right) \right) \cdot$$
$$\cdot \varphi_\alpha{}^*(\vec{x}) \varphi_\beta{}^*(\vec{y}) \varphi_\alpha(\vec{x}) \varphi_\beta(\vec{y}),$$
$$(\chi_1(\beta))^2 + (\chi_2(\beta))^2 = 1.$$

Химический потенциал Ферми – газа:

$$\mu = \frac{1}{2m}\left(3\pi^2 \frac{N}{\Omega}\right)^{2/3}. \tag{7}$$

$$\rho_{\alpha\beta}(x,y) = \delta_{\alpha\beta} n^b(\vec{x}-\vec{y}), \tag{8}$$

хартри – фоковский потенциал (6) для дырок из группы 2

$$\vartheta_{HF}\varphi_\alpha(\vec{x}) = \int d^3y V(\vec{x}-\vec{y}) \left(2n^b(0)\varphi_\alpha(\vec{x}) - n^b(\vec{x}-\vec{y})\varphi_\alpha(\vec{y}) \right). \tag{9}$$

$$2n^b(0) = \frac{2}{(2\pi)^3}\int d^3p \Theta(\vec{p}_F - \vec{p}) = \nu = \frac{N}{\Omega}, \tag{10}$$

N – число частиц, Ω – объём. В однородной системе волновые функции определены через спиноры

$$\varphi_\sigma(\vec{x}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} u_\sigma.$$

В случае кулоновского взаимодействия первый член (9)

$$\varepsilon_{HF} = 2\int d^3y V(\vec{x}-\vec{y}) n^b(0) \tag{11}$$

расходится и относится к бесконечному сдвигу основного уровня энергии. Однако, для потенциала (2) в случае $a < 0$ область интегрирования в (12) разбивается на две несвязные части $r < a$ и $r > a$. Внутри сферы радиуса а интеграл (12) сходится к

$$\varepsilon_{HF}^{1}=\nu\int\limits_{|\vec{x}-\vec{y}|\le a}d^{3}y\frac{g}{a}\ln\left(\frac{1}{\left|\frac{a}{|\vec{x}-\vec{y}|}-1\right|}\right)=2\pi a^{2}\nu g.$$

(12)

Эту часть энергии Хартри–Фока естественно включить в одночастичный гамильтониан, а остаток интегрирования отнести к сдвигу основного уровня энергии как обычно. Такого рода добавка появляется в собственно–энергетической части Σ.

Учет обменного интеграла в (9) дает спектр одночастичного взаимодействия

$$\varepsilon(p)=\frac{\vec{p}^{\,2}}{2m}+\varepsilon_{HF}^{(1)}+\vartheta_{1}(p).$$

(13)

Поскольку $\vartheta_1(p)$ есть оператор умножения, то решение уравнения Хартри–Фока есть плоская волна

$$\varphi_{\vec{p},\sigma}(\vec{k})\sim\delta^{3}(\vec{p}-\vec{k})u_{\sigma.}$$

Таким образом, волновая функция системы фермионов со взаимодействием (2) есть плоская волна с законом дисперсии (14), рассматриваемым как чисто квантовый эффект обменного взаимодействия.

Химический потенциал

$$\mu_{0}=\frac{p_{F}^{2}}{2m}+\varepsilon_{HF}^{(1)}+\vartheta_{1}(p_{F}).$$

(14)

Вычисление $\vartheta_1(p)$:

$$\vartheta_{1}(p)=\frac{1}{(2\pi)^{3}}\int e^{i\vec{p}\vec{x}}\frac{g}{a}\ln\frac{1}{\left|1-\frac{a}{|\vec{x}|}\right|}\frac{1}{(2\pi)^{3}}e^{i\vec{k}\vec{x}}\Theta(\vec{p}_{F}-\vec{k})d^{3}kd^{3}x=$$

$$=\frac{g}{(2\pi)^{3}}\int F(\vec{p}-\vec{k})\Theta(\vec{p}_{F}-\vec{k})d^{3}k, \qquad (15)$$

где F – фурье–образ потенциала (2):

$$F\left(\vec{k}\right)=\frac{4\pi}{(2\pi)^{3}}\int\limits_{0}^{\infty}dx\cdot x\cdot\frac{\sin kx}{k}\frac{1}{a}\ln\left(\frac{1}{\left|1-\frac{a}{x}\right|}\right)= \qquad \bar{k}=ka. \qquad (15A)$$

$$=\frac{4\pi}{(2\pi)^{3}}\frac{a^{2}}{\bar{k}\sqrt{2\pi}}\frac{d}{d\bar{k}}I(\bar{k}),$$

Интеграл (15А) определяется через табличный интеграл:

$$I(k)=-\lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^\infty dx\cos kx\ln\left|\frac{x+\varepsilon}{x-1}\right|=$$

$$=\frac{1}{k}\left\{\frac{\pi}{2}(1-\cos k)-\cos kSi(k)+\sin kCi(k)\right\},$$

$$Ci(k)=-\int_k^\infty dx\frac{\cos x}{x},Si(k)=\int_0^k dx\frac{\sin x}{x}-$$

– интегральный косинус и синус соответственно.

При малых импульсах и при учете малости a –

$$F(k)\cong\frac{4g\pi}{k^2}\left[1+\frac{\pi}{4}ka+\frac{a^2k^2}{3}\left(\frac{4}{3}-C-\ln(ak)\right)+...\right] \qquad (16)$$

$C = 0.577…$ – постоянная Эйлера.

$$\vartheta_{HF}=2\pi a^2 g\nu+\vartheta_{1.} \qquad (17)$$

Точное соотношение между импульсом Ферми и длиной экранирования в критической точке (см. ниже):

$$a=\frac{\pi^2\sqrt{12}}{p_F}. \qquad (18)$$

Постоянная взаимодействия g определяется через импульс Ферми с помощью расчетного соотношения типа (17), в котором параметр экранирования a отождествлен с параметром длины кристаллической ячейки, например, для сверхпроводящей керамики на меди типа 1 : 2 : 3 $a \equiv 0.38$ *нм.* Тогда по формуле (17) можно оценить величину константы взаимодействия порядка 10^{-5} в системе единиц $c = \hbar = m_p = 1$ (m_p - масса протона. В эту формулу следует подставлять эффективную массу электрона в решетке, определенную как обычно с учетом перенормировки через обменный интеграл. В этом случае отрицательных a, введение добавки (12) к энергии Ферми по «a» от вакуумного сдвига оказывается очень существенным, поскольку без этого импульс Ферми в соотношении типа (18) для (17) падает в 3 раза по сравнению со случаем положительных a, и возможно энергия Ферми вообще положительна.

В любом случае сверхпроводящая система при высоких температурах характеризуется как плотная, поскольку пространственный Фурье – образ точного решения (см. ниже) основного уравнения сверхпроводимости в высокотемпературном пределе для энергетической щели оказался сосредоточенным на двумерной поверхности сферы. Переход к пределу высоких температур произведен непосредственно в основном уравнении для щели, так что все выполнено в самом общем виде.

1.2. Сжатые системы

Сумма связных диаграмм порядка *n* характеризуется двумя параметрами: $\beta = 4\pi gm/p_F = \pi^2/224.18 = 0.0440$ – сила взаимодействия, и $\eta = a\cdot p_F = 34.2$ – характеристика плотности состояний в критической точке при нулевой энергии Ферми. $1/\eta = 0.0292$ – малый параметр. Это позволяет использование теории возмущений после проведения суммирования и перенормировки с учетом среды.

Вычисление эффективного взаимодействия с учетом влияния среды приводит к потенциалу

$$V_{eff}(\vec{k},\omega) = \frac{V(\vec{k})}{1 - V(\vec{k})\Pi(\vec{k},\omega)} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot g\left(1 + \frac{\pi}{4} kasign(a) + \frac{k^2 a^2}{3}\left(\frac{4}{3} - C - \ln(ka)\right)\right)}{\left[1 + \xi \frac{16mg}{\pi \cdot p_F}\left(\frac{4}{3} - C - \ln(ka)\right)\right] \cdot \left[k^2 + \xi \frac{4mgp_F(1 + \pi \frac{ka}{4} sign(a))}{1 + \xi \cdot \frac{16mg}{\pi \cdot p_F}\left(\frac{4}{3} - C - \ln(ka)\right)}\right]} \qquad (19)$$

вида экранированного кулоновского потенциала (31) $(\xi \sim -1)$, характеризуемого «дебаевским радиусом» $a/2$ и перенормировкой постоянной связи g. $\xi = +1$ для вакуумного состояния, $\xi \sim -1$ для заполненного состояния.

1.3. Высокотемпературная сверхпроводимость

Возникновение сверхпроводимости по методу функций Грина обусловлено образованием нового основного состояния при включении взаимодействия, что характеризуется меньшей симметрией. Отличие нового вакуума от старого после фазового перехода характеризуют аномальной функцией Грина. Для них строят уравнение, зависящее от них самих, и если после включения взаимодействия будет нетривиальное решение, то это позволит определить принципиальную возможность фазового перехода.

Основное уравнение сверхпроводимости для энергетической щели Ξ

$$\Xi(p^2) = -\frac{1}{(2\pi)^3}\int \frac{d^3p'\Xi(p')V(p')}{2\sqrt{\zeta^2 + \Xi^2}} th\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{\zeta^2 + \Xi^2}\right) \qquad (20)$$

$$\beta = \frac{\hbar}{kT}, \zeta(\vec{p}) = \varepsilon(\vec{p}) - \mu - \Sigma(\vec{p}),$$

$F = \dfrac{\Xi}{\zeta^2 - \varepsilon^2 - \Xi^2}$ - аномальная функция Грина

$$\langle \Psi_0 | T\{\psi_\alpha^{\pm}(x)\psi_\beta^{\pm}(y)\} | \Psi_0 \rangle = \pm i(\sigma_y)_{\alpha\beta} F(x - y).$$

В пределе высоких температур $\beta \to 0$

$$th\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{\zeta^2+\Xi^2}\right)\approx\frac{\beta}{2}\sqrt{\zeta^2+\Xi^2}$$

происходит сокращение этого множителя с корнем в знаменателе (20). В результате основное уравнение сверхпроводимости приводится к виду линейного уравнения

$$\Xi\left(p^2\right)=-\frac{2\pi\beta}{(2\pi)^3}\int_0^\infty p'^2dp'\Xi(p')V(p-p')\int_{-1}^{1}d(\cos\Theta). \tag{21}$$

Так как $k=\sqrt{p^2+p'^2-2pp'\cos\Theta}$, то

$$\Xi(y)=-\frac{2\pi\cdot g\beta f}{4\cdot(2\pi)^3}\int_0^8 x^2dx\Xi(x)\cdot\int_{a|y-x|}^{a|y+x|}\frac{\bar{k}d\bar{k}}{xy}\cdot\frac{1}{\bar{k}\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{d}{d\bar{k}}I(\bar{k})=$$

$$\frac{xdx}{y}\Xi(x)\cdot \tag{22}$$

$$=-\frac{\sqrt{2\pi}\cdot g\beta f}{4\cdot(2\pi)^3}\int_0^8\left(\frac{\frac{\pi}{2}(1-\cos\bar{k})+\sin\bar{k}Ci(\bar{k})-\cos(\bar{k})Si(\bar{k})}{\bar{k}}\right)\Bigg|_{a|y-x|}^{a|y+x|}$$

f – численный нормировочный коэффициент. Наиболее сингулярная часть (22) дает:

$$\Xi(y)=-\frac{2\pi\cdot g\beta}{(2\pi)^3}\cdot4\pi\int_0^\infty\frac{x}{y}dx\Xi(x)\ln\left|\frac{y+x}{y-x}\right|$$

(23)

Точное решение уравнения (23):

$$\Xi(y)=\frac{\sin by}{y}, \qquad \text{где } b=\frac{\beta\cdot g}{4}=\frac{\beta\cdot e^2}{4}. \tag{24}$$

Критическая температура T_c перехода к сверхпроводимости определяется условием обращения в нуль энергетической щели $\Xi = 0$:

$$T_к=\frac{e^2p_F}{4\pi\cdot l}=\frac{e^2}{4\pi\xi_c l}, l=1,2,... \tag{25}$$

Подстановка в эту формулу значения корреляционной длины *~ 6 нм* дает *Тк ~ 190 ˚К*. Дискретные зависимости вида (25) известны (см.[4]).

Пространственный фурье-образ щели (24) в действительности локализован на двумерной поверхности сферы *r = const*. Это можно показать с помощью теоремы Котельникова. Таким образом, сверхпроводящая энергетическая щель при высоких температурах сосредоточена на двумерной (квазидвумерной) пленке, как это и наблюдается в эксперименте. Приведение задачи к двумерной существенно облегчает анализ проявления сверхпроводимости, поскольку все известные модели высокотемпературной сверхпроводимости двумерные.

1.4. Расчет термодинамического потенциала ферми – газа с экранированным взаимодействием.

При вычислении добавки к термодинамическому потенциалу в данном случае достаточно учесть [1-2] вклады диаграмм третьего порядка от малых импульсов k при $w_n = 0$:

$$\Delta\Phi_c = \Phi - \Phi_0 = -\frac{\Omega}{(2\pi)^3 2\beta}\sum_n \int d^3k\{\ln(1-Q(k,w_n)) + Q(k,w_n)\} =$$

$$= -\frac{4\pi\Omega}{(2\pi)^3 2\beta}\int_0^\infty dkk^2\left\{\ln\left[1+\frac{\bar{a}\left(1-\frac{\pi}{4}ak\right)}{k^2}\right] - \left[\frac{\bar{a}\left(1-\frac{\pi}{4}ak\right)}{k^2}\right]\right\} + O\left(\frac{g^2\Omega}{T^4}\right) =$$

$$= \frac{4\pi\Omega}{(2\pi)^3 2\beta}\frac{2\bar{a}^2}{3}\int_0^\infty dk\frac{1}{\left[k^2+\bar{a}\left(1-\frac{\pi}{4}ak\right)\right]} = \frac{\Omega}{12\pi\beta}\frac{\bar{a}^2}{|x|}\ln\left|\frac{|x|-\frac{\pi}{8}|\bar{a}|a}{|x|+\frac{\pi}{8}|\bar{a}|a}\right| < 0,$$

$$x^2 = \frac{\pi^2 a^2 \bar{a}^2}{64}.$$

$$\Delta\Phi = \sqrt{\beta}\ln|\beta - \beta_c'|.$$

$$\bar{a} = 4\pi g\beta\nu - \textit{длинарассеяния}, \beta_c' = \beta_c\frac{1}{\pi^2}.$$

Где $\beta_c' = \frac{4\pi l}{|g|p_F} = \frac{4\pi l a}{|g|\pi^2\sqrt{12}}(l = 1,2,...)$, что приводит к определению импульса ферми согласно (18) в согласии с (25).

Данное выражение в силу отрицательности сдвига свободной энергии (как в случае бозе – газа) означает, что образование конденсата фермионов энергетически выгодно, причем выражение для теплоемкости данной трехмерной системы содержит логарифм Онзагера *двумерной* модели Изинга.

2. Результаты

В развитие методов квантовой теории [1] поля по методу вторичного квантования рассмотрена задача о фазовом переходе при высоких температурах для четырехфермионного взаимодействия с потенциалом вида [2-3] с твердым керном. Удвоенная величина керна отождествлена с параметром решетки для ряда соединений на меди. Суммирование диаграмм теории возмущений произведено в самом общем виде. Переход к высокотемпературному пределу произведен непосредственно в основном уравнении сверхпроводимости для щели, что приводит данное уравнение к виду линейного интегрального уравнения. Последнее решено точно, причем кроме нулевого нормального решения имеется нетривиальное решение в объёме, распределенное (сосредоточенное) на сфере некоторого радиуса обратно пропорционально критической температуре. Произведен расчет корреляционного термодинамического потенциала. Что показало энергетическую выгодность образования такого конденсата. Данное точное решение основного уравнения сверхпроводимости для щели допускает дополнительно целую серию решений с меньшими температурами в целое число раз как в табл. 18 книги [4] (это имеет место также в аналогичном подходе для мировой структуры энергетических щелей гравитационного сверхпроводящего конденсата, устанавливающей наблюдаемые границы спектра масс частиц и резонансов [15]). Ниже в табл. 1 приведены результаты детального расчета параметров для четырех видов сверхпроводящей керамики на меди при различных критических температурах. Параметры решетки и др. взяты из книги [4]. Постоянная эффективного взаимодействия имеет порядок постоянной Ферми слабого взаимодействия на три порядка слабее электромагнитного.

Таким образом, получено точное решение основного уравнения сверхпроводимости для энергетической щели в высокотемпературном пределе в объёме, распределенное (сосредоточенное) на сфере некоторого радиуса обратно пропорционального критической температуре; расчет корреляционного термодинамического потенциала показал энергетическую выгодность образования такого конденсата.

Данное точное решение основного уравнения сверхпроводимости для энергетической щели допускает дополнительно целую серию решений с меньшими в целое число раз температурами как в табл. 18 книги [4].

Приведены результаты детального расчета параметров для четырех видов высокотемпературной керамики на меди при различных критических температурах; постоянная эффективного взаимодействия $g_э$ имеет порядок постоянной Ферми слабого взаимодействия на три порядка слабее электромагнитного.

Таблица 1. Высокотемпературный предел сверхпроводимости.

Критическая температура T, °К	Сверх-провод-ник	Постоянная взаимо-действия экранирующего потенциала, g (e=mp=ħ=1)	Постоянная эффектив-ного потенциала, $g_э$	Удво-енная длина экрани-рова-ния как пара-метр решет-ки, нм	Эффектив-ный радиус экраниро-вания, $R_э$, Å	Отношение глубины ямы $U = g_э/R_э$ к критичес-кой температу-ре, T
18.3	Nb_3Sb m = 8 m_e	$2.3\cdot10^{-5}$	$2.3\cdot10^{-5}$	0.529	6.8	0.97
33	$La_{2-x}Sr_xCuO$ m=1.2 m_e	$3.4\cdot10^{-5}$	$4.8\cdot10^{-5}$	0.43	9.8	0.78
83	$La_{2-x}Sr_xCuO$ m=1.2 me	$8.55\cdot10^{-5}$	$8.07\cdot10^{-5}$	0.43	6.9	0.72

93	YBa_2Cu_3O m =1.2 m_e	$8.4\cdot10^{-5}$	$10.62\cdot10^{-5}$	0.93	6.57	0.91
280	Керамика на меди	$25.3\cdot10^{-5}$	$23.5\cdot10^{-5}$	0.38	4.3	1.02
Среднее						0.880 ± 0.11
Синергетика вакуума для удвоенной массы свободного электрона [2]						0.883

Заключение

В результате проведенных исследований была разработана теория высокотемпературной керамики на меди для транспортных систем на магнитолевитационной основе. Сверхпроводящий конденсат локализован на поверхности сфер дискретного радиуса обратно пропорционально критической температуре. Установлено, что отношение глубины ямы U = $g_э/R_э$ к критической температуре во всех случаях унифицируется к постоянной величине, равной 0.880 в пределах допустимого разброса 0.11.

Библиографический список

1. Васильев А. Н. Функциональные методы в квантовой теории поля и статистике. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1976. – 295 с.
2. Сыромятников А. Г. Физические эффекты конформной калибровочной теории тяготения. – LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co. KG, Saarbrucken, Germany, 2012. – 217 с.
3. Сыромятников А. Г. Взаимодействие в квантовых гравитирующих системах // Вестник Санкт – Петербургского университета. – Сер. 4. 2009. – Вып. 4. – С. 410-425.
4. Давыдов А. С. Высокотемпературная сверхпроводимость. – Киев: Наук. думка, 1990. – 176 с.
5. Зайцев А. А. Грузовая транспортная платформа на магнитолевитационной основе: опыт создания // Транспортные системы и технологии. – 2015. – Вып. 2(2). – С. 5-15. – URL: http://www.transsyst.ru/2razdel-1-1-zaitsev.html.html (дата обращения: 30.11.2016).
6. Зайцев А. А. Эффект сверхпроводимости ускорит развитие экономики страны // Гудок. – 2015. – № 23. – С. 5.
7. Антонов Ю. Ф. Криотурбогенератор КТГ-20: опыт создания и проблемы сверхпроводникового электромашиностроения / Ю. Ф. Антонов, Я. Б. Данилевич. – М.: ФИЗМАИЛИТ, 2013. – 60 с. – ISBN 978-5-9221-1521-6.
8. Антонов Ю. Ф. Узел левитации как обращенная асинхронная машина с короткозамкнутым ротором / Ю. Ф. Антонов, А. А. Зайцев, Е. И. Морозова // Магнитолевитационные транспортные системы и технологии: труды 2-й Междунар. научн. конф., Санкт-Петербург, 17–20

июня 2014. – Киров: МЦНИП, 2014. – С. 256-267. – URL: http://www.transsyst.ru/files/sbornik-trudov_mtst_2014-pdf.pdf (дата обращения 30.11.2016).

9. Антонов Ю. Ф. Исследование магнитодинамической левитации и электродинамического торможения грузовой транспортной платформы / Ю. Ф. Антонов, А. А. Зайцев, Е. И. Морозова // Известия ПГУПС. – 2014. – № 4 (41). – С. 5-15.

10. Антонов Ю. Ф. Фундаментальные исследования перманентной левитации и разработка технических средств обеспечения функциональной связи дискретно-конвейерных и магистрально-высокоскоростных грузовых транспортных систем / Ю. Ф. Антонов, А. А. Зайцев, А. Е. Андреева, Е. И. Морозова, Р. Р. Саттаров, Я. В. Соколова // Интеллектуальные системы на транспорте: тез. докл. V Междунар. науч.-практ. конф. «ИнтелелектТранс-2015». – СПб.: ПГУПС, 2015. – С. 6-7.

11. Зайцев А. А. Разработка и испытание унифицированного сверхпроводникового модуля для систем магнитной левитации, боковой стабилизации и линейной тяги грузового транспортного средства / А. А. Зайцев, А. Е. Андреева, Ю. Ф. Антонов, А. Г. Середа, Е. Г. Середа, Е. Н. Андреев, Е. Р. Запретилина, И. Ю. Родин // Интеллектуальные системы на транспорте: тез. докл. V Междунар. науч.-практ. конф. «ИнтелелектТранс-2015». – СПб.: ПГУПС, 2015. – С. 8-9.

12. Никитин В. В. Оценка совокупной массы электрооборудования комбинированной системы левитации и тяги на переменном токе с криогенной рефрижераторной системой / В. В. Никитин, Г. Е. Середа, В. М. Стрепетов // Магнитолевитационные транспортные системы и технологии: Труды 2-й международной научной конференции, Санкт-Петербург, 17-20 июня 2014 г. – Киров: МЦНИП, 2014. – С. 209-213. – URL: http://www.transsyst.ru/files/sbornik-trudov_mtst_2014-pdf.pdf. (дата обращения 30.11.2016).

13. Зайцев А. А. Разработка и испытание унифицированного сверхпроводникового модуля для систем магнитной левитации, боковой стабилизации и линейной тяги грузового транспортного средства / А. А. Зайцев, А. Е. Андреева, Ю. Ф. Антонов, А. Г. Середа, Е. Г. Середа, Е. Н. Андреев, Е. Р. Запретилина, И. Ю. Родин // Интеллектуальные системы на транспорте: тез. докл. V Междунар. науч.-практ. конф. «ИнтелелектТранс-2015». – СПб.: ПГУПС, 2015. – С. 8-9.

14. Амосков В. М. Исследование и разработка пространственных вычислительных моделей активных и пассивных элементов системы левитации и боковой стабилизации, обеспечивающей устойчивость транспортного средства в замкнутом и открытом пространствах / В. М. Амосков, Д. Н. Арсланова, А. М. Базаров, А. В. Белов, А. А. Зайцев // Интеллектуальные системы на транспорте: тез. докл. V Междунар. науч.-практ. конф. «ИнтелелектТранс-2015». – СПб.: ПГУПС, 2015. – С. 9-10.

15. Syromyatnikov A. G., The g - 2 muon anomaly in di-muon production with the torsion in LHC, Int. J. Geom. Methods Mod. Phys., vol. 13, no. 7 (2016) 1650093 (27 pages) DOI: 10.1142/S0219887816500936

References

1. Vasiliev A. N. Funkcionalnie metody v qvantovoi teorii polya i statistike [Functional methods in quantum field theory and statistics]. Leningrad, 1976. 295 p.

2. Syromyatnikov A. G. Fizicheskie effekti Konformnoi Kalibrovochnoi Teorii Tyagoteniya [Physical effects of Conformal gauge theory of gravitation]. Saarbrucken, 2012. 217 p.

3. Syromyatnikov A. G. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta – Vestnik St. Petersburg University*, 2009, vol. 4, no. 4, pp. 410–425.

4. Davidov A. S. Visokotemperatutnaya sverkhprovodimost [High temperature superconductivity]. Kiev, 1990. 176 p.

5. Zaitcev A. A. *Transportnie sistemi i tekhnologii – Transport systems and technologies*, 2015. no. 2(2). pp. 5–15. URL: http://www.transsyst.ru/2razdel-1-1-zaitsev.html.html.

6. Zaitcev A. A. *Gudok – Hooter*, 2015, no 23, p. 5

7. Antonov Yu. F. & Danilevich Ya. B. Krioturbogenerator KTG-20: opit sozdaniya i problem sverkhprovodnikovogo elektromashinostroeniya [Krioturbogenerator CTG-20: experience of creation and problems of superconductor electric machine]. Moskow, 2013. 60 p. ISBN 978-5-9221-1521-6.

8. Antonov Yu. F., Zaitcev A. A. & Morozova E. I. Uzel levitacii kak obrashchennaya asinhronnaya mashina s korotkozamknutym rotorom [Site of levitation how to request asynchronous machine with squirrel cage rotor]. *Trudy 2-j Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii "Magnitolevitacionnye transportnye sistemy i tekhnologii" MTST'14* (Proceedings of the 2nd International scientific conference "Magnetocavitation transport systems and technologies" MTST'14). Kirov, 2014. pp. 256–267. URL: http://www.transsyst.ru/files/sbornik-trudov_mtst_2014-pdf.pdf.

9. Antonov Yu. F., Zaitcev A. A. & Morozova E. I. *Izvestiya PGUPS – News PSUWC*, 2014, no. 4 (41), pp. 5–15.

10. Antonov Yu. F., Zaitcev A. A., Morozova E. I., Andreeva A E., Sattarov R. R. & Sokolova Ya. V. Fundamentalnie issledovaniya permanentnoi levitatcii i razrabotka tekhnicheskikh sredstv obespecheniya funktcionalnoi svyazi diskretno-konveiernikh i magistralno-visokoskorostnikh gruzovikh transportnikh system [Fundamental research of permanent levitation and the development of technical means to ensure the functional relationship of the discrete-conveyor and trunk high-speed freight transport systems]. *Intellektualnie sistemi na transporte: tez. dokl. V Mezdunarodnoi nauchno-*

prakticheskoi konf. "IntellektTrans-2015" (Intelligent transport systems: Proc. 5thInt.Sci.-Conf. «IntelelektTrans-2015»). St. Petersburg, 2015, pp. 6–7.

11. Zaitcev A. A., Andreeva A. E., Antonov Yu. F., Sereda A. G., Sereda E. G., Andreev E. N., Zapretilina E. R. & Rodin I. Yu. Razrabotka i ispitanie unifitcirovannogo sverkhprovodnikovogo modulya dlya system magnitnoi levitatcii, bokovoi stabilizatcii I lineinoi tyagi gruzovogo transportnogo sredstva [Development and testing of unified superconductor module for magnetic levitation systems, lateral stabilization and the linear traction freight vehicle]. *Intellektualnie sistemi na transporte: tez. dokl. V Mezdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konf. "IntellektTrans-2015"* (Intelligent transport systems: Proc. 5thInt.Sci.-Conf. «IntelelektTrans-2015»). St. Petersburg, 2015. pp. 8–9.

12. Nikitin V. V., Sereda G. E. & Strepetov V. M. Otcenka sovokupnoi massi electrooborudovaniya kombinirovannoi sistemi levitatcii i tyagi na peremennom toke s kriogennoi refrizeratornoi sistemoi [Score the total mass of the combined system of electrical traction and levitation on alternating current with Cryogenic freezing system]. *Trudy 2-j Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii "Magnitolevitacionnye transportnye sistemy i tekhnologii" MTST'14* (Proceedings of the 2nd International scientific conference "Magnetocavitation transport systems and technologies" MTST'14). Kirov, 2014. pp. 209–213. URL: http://www.transsyst.ru/files/sbornik-trudov_mtst_2014-pdf.pdf.

13. Zajcev A. A., Andreeva A. E., Antonov Y. F., Sereda A. G., Sereda E. G., Andreev E. N., Zapretilina E. R. & Rodin I. Y. Razrabotka i ispytanie unificirovannogo sverhprovodnikovogo modulya dlya sistem magnitnoj levitacii, bokovoj stabilizacii i linejnoj tyagi gruzovogo transportnogo sredstva [Development and testing of a uniform superconductor module for magnetic levitation systems, lateral stabilization and linear traction goods vehicle]. *Tez. dokl. V Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. "Intellektual'nye sistemy na transporte"* (Proc. rep. V Intern. scientific-practical. Conf. "Intelligent transport systems"). St. Petersburg, 2015, pp. 8–9.

14. Amoskov V. M., Arslanova D. N., Bazarov A. M., Belov A. V. & Zaitcev A. A. Issledovanie i razrabotka prostranstvennikh vichislitelnikh modelei aktivnikh I passivnikh elementov sistemi levitatcii I bokovoi stabilizatcii, obespechivayuschei ustoichivost transpotnogo sredstva v zamknutom I otkritom prostranstvakh [Research and development of spatial computer models of active and passive elements of levitation system and lateral stabilization, ensure vehicle stability in closed and open spaces]. *Intellektualnie sistemi na transporte: tez. dokl. V Mezdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konf. "IntellektTrans-2015"* (Intelligent transport systems: Proc. 5th Int. Sci.-Conf. «IntelelektTrans-2015»). St. Petersburg, 2015, pp. 9–10.

15. Syromyatnikov A. G. *Int.J.Geom.MethodsMod.Phys.,* 2012, vol. 13, no. 7, 27 p. DOI: 10.1142/S0219887816500936

Сведения об авторах:
СЫРОМЯТНИКОВ Александр Генрихович, ведущий научный сотрудник ООО «Спектр-микро»
E-mail: alsyromyatnikov@mail.ru

Information of authors:
Alexandr G. SYROMYATNIKOV, Lead sci. collaborator, OOO "Spectrum-micro”
E-mail: alsyromyatnikov@mail.ru

© СЫРОМЯТНИКОВ А. Г., 2016
УДК 69.002.5