

ПРИМЕНЕНИЕ НОВЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ К ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯ СЕЙСМИЧНОСТИ НА ПРИМЕРЕ РЕГИОНА ЯПОНИИ

© 2023 г. В. Ф. Писаренко^{1, *}, А. А. Скоркина^{1, **}, Т. А. Рукавишникова^{1, ***}

¹Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН,
г. Москва, Россия

*E-mail: v.f.pisarenko@mail.ru

**E-mail: anna@mitp.ru

***E-mail: tanyar@mitp.ru

Поступила в редакцию 16.12.2022 г.

После доработки 07.06.2023 г.

Принята к публикации 11.06.2023 г.

Настоящая работа посвящена применению некоторых новых статистических методов к анализу пространственной структуры сейсмического поля в высокосейсмичном регионе в окрестности Японии, ограниченном координатами: широта 28° – 50° N; долгота 130 – 150° E. Получены оценки поля интенсивности сейсмического потока по методу k -ближайших соседей для диапазона магнитуд $m \geq 5.2$. Наиболее высокие значения интенсивности порядка $10^{-4} \frac{1}{\text{год} \cdot \text{км}^2}$ сосредоточены на

глубинах до 100 км и проявляются в окрестности мегаземлетрясения Тохоку. Пространственное разрешение оценок интенсивности колеблется от 33–50 км на участках с высокой интенсивностью до 100 км и более в зонах слабой интенсивности. Показано, что параметры сейсмического поля – интенсивность λ , наклон графика повторяемости β , наибольшая возможная магнитуда m_1 – имеют разные масштабы пространственной изменчивости и, соответственно, к ним должны применяться разные масштабы пространственного осреднения. На основе модели усеченного распределения Гутенберга–Рихтера получены оценки наклона графика повторяемости (b -value) и верхней границы распределения m_1 . Предложен оригинальный метод определения оптимального радиуса осреднения для произвольной ячейки пространственной сетки. Метод основан на использовании статистического коэффициента вариации соответствующего параметра. Для рассмотренного региона получена оценка максимальной возможной магнитуды с учетом поправки на смещение $M_{\max} = 9.60 \pm 0.41$.

Ключевые слова: пространственная структура поля сейсмичности, разрешающая способность оценок, оценки параметров усеченного закона Гутенберга–Рихтера.

DOI: 10.31857/S0002333723060169, **EDN:** WFWZDB

ВВЕДЕНИЕ

Изучению структуры сейсмического поля в сейсмоактивных регионах и таких его характеристик, как интенсивность сейсмического потока, параметры закона повторяемости землетрясений, максимальная возможная региональная магнитуда, максимальные значения ускорения грунта и др., последнее время уделяется большое внимание [Marzocchi, Sandri, 2003; Kijko, 2004; Khan et al., 2011; Kijko, Singh, 2011; Holschneider et al., 2011; Kolathayar et al., 2012; Salahshoor, Lyubushin et al., 2018; Pisarenko, Rodkin, 2020; Taroni et al., 2021]. В ряде работ предложены новые статистические методы обработки сейсмических данных. К ним относятся работы по оценке интенсивно-

сти сейсмического потока с помощью метода k -ближайших соседей (k -nearest neighbors method) [Pisarenko V., Pisarenko D., 2022], статистические методы оценки параметров закона повторяемости землетрясений, основанные на теории экстремальных значений (Extreme Value Theory – EVT) [Pisarenko, Rodkin, 2010; Pisarenko et al., 2014; Beirlant et al., 2019], а также методы, учитывающие смещение стандартных оценок параметров усеченного распределения Гутенберга–Рихтера (Truncated Gutenberg-Richter distribution – TGR) [Писаренко, 2022; Pisarenko, Rodkin, 2022]. В настоящей статье эти и другие методы применены для статистического оценивания параметров сейсмического поля в регионе Японии, огра-

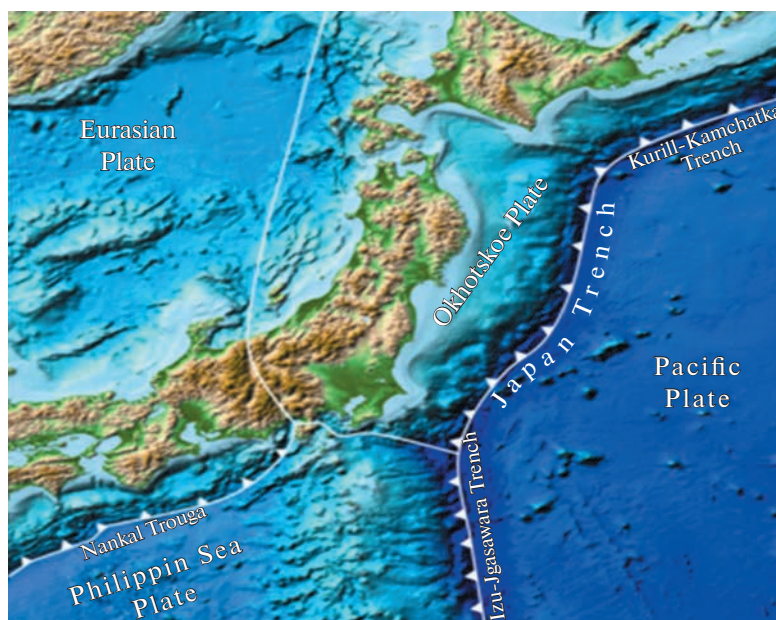


Рис. 1. Японский подводный желоб (Japan Trench).

ниченном координатами: широта 28° – 50° N; долгота 130° – 150° E. Этот регион включает в себя участки зоны субдукции с высоким уровнем сейсмичности, в том числе Японский желоб, показанный на рис. 1

В работе получены оценки пространственной структуры интенсивности сейсмического потока и параметров закона повторяемости землетрясений, а также оценена максимально возможная региональная магнитуда $M_{\max}$.

Мы пользовались данными из каталога CMT 1976–2022 гг. (www.globalcmt.org). Магнитуды m_w определялись из заданных в каталоге значений скалярных сейсмических моментов M_0 по общепринятой формуле Канамори [Kanamori, 1977]:

$$m_w = \frac{2}{3} \lg(M_0) - 10.6,$$

где M_0 — сейсмический момент в единицах дина-см. Поскольку значения $\lg(M_0)$ приведены в каталоге CMT с точностью до 0.01, можно считать, что соответствующие значения магнитуд заданы с той же точностью. Для анализа использовались землетрясения, произошедшие за период времени 01.01.1976–05.04.2022 гг. За это время в регионе, ограниченном указанными интервалами координат, произошло 3656 землетрясений с магнитудами $m_w = 4.65$ – 9.08 . На рис. 2 и рис. 3 показаны соответственно карта эпицентров и график повторяемости данных землетрясений.

Основная часть землетрясений сосредоточена в поверхностном слое толщиной 100 км (3181 землетрясение, 87%). Имеющихся в каталоге данных

явно недостаточно для детального пространственного анализа поля на глубинах, превышающих 100 км. Поэтому мы ограничимся изучением пространственной структуры сейсмичности только в поверхностном слое с глубинами очагов 0–100 км. Отметим, что этот слой является наиболее существенным для задач оценки сейсмической опасности и сейсмического риска. Для глубин, превышающих 100 км, мы приведем лишь некоторые характеристики интенсивности сейсмического потока.

ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ ПОЛЯ СЕЙСМИЧНОСТИ

В данной работе мы предполагаем, что сейсмический поток является стационарным, вариации сейсмичности по времени будут рассмотрены в других работах. В статистических оценках, рассмотренных в настоящей работе, существенны полные объемы выборок за весь период наблюдения. От объемов выборок зависит точность оценок.

Каталог землетрясений был предварительно декластеризован с использованием метода, изложенного в работе [Писаренко, Родкин, 2019]. После декластеризации из 3656 землетрясений осталось 2739 главных толчков (74.9%). Для выбора нижней границы представительной регистрации магнитуд мы воспользовались методикой, изложенной в работе [Писаренко и др., 2022]. Применяя данную методику, мы получили значения близкие к 5.2 почти для всех точек региона, в которых интенсивность больше 0.005 от максималь-

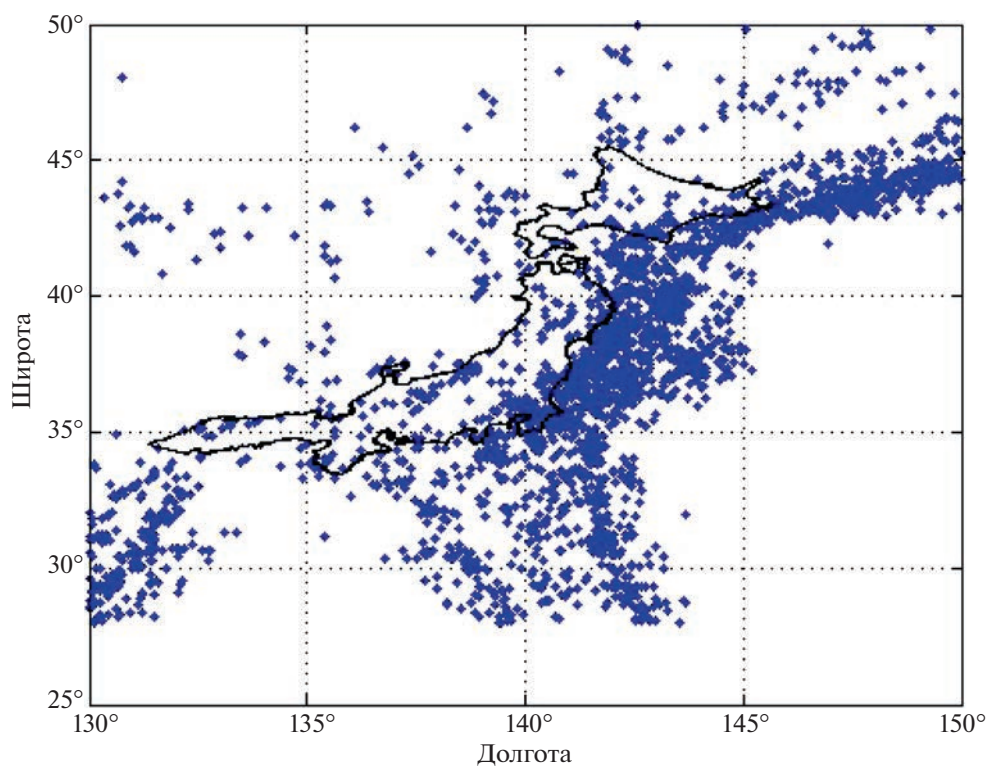


Рис. 2. Карта эпицентров землетрясений с магнитудами $m_W = 4.65\text{--}9.08$, произошедших в рассмотренном регионе за 1976–2022 гг.

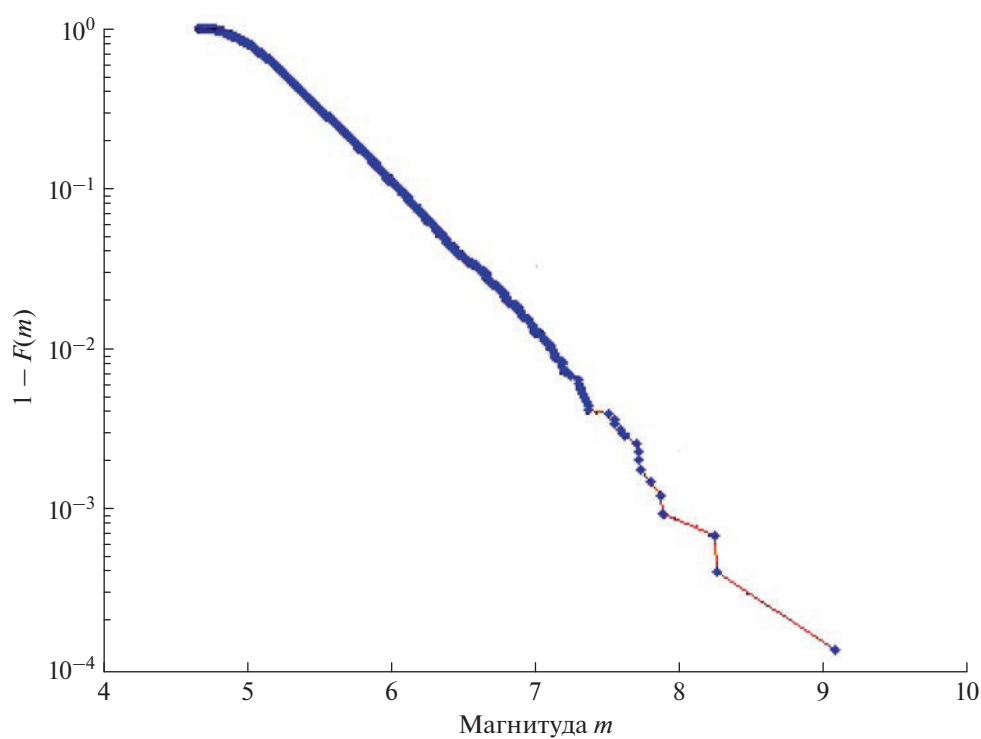


Рис. 3. График повторяемости землетрясений $1 - F(m)$ для выделенного участка (широта $28^\circ \div 50^\circ\text{N}$; восточная долгота $130^\circ\text{--}150^\circ\text{E}$), произошедших за 1976–2022 гг.

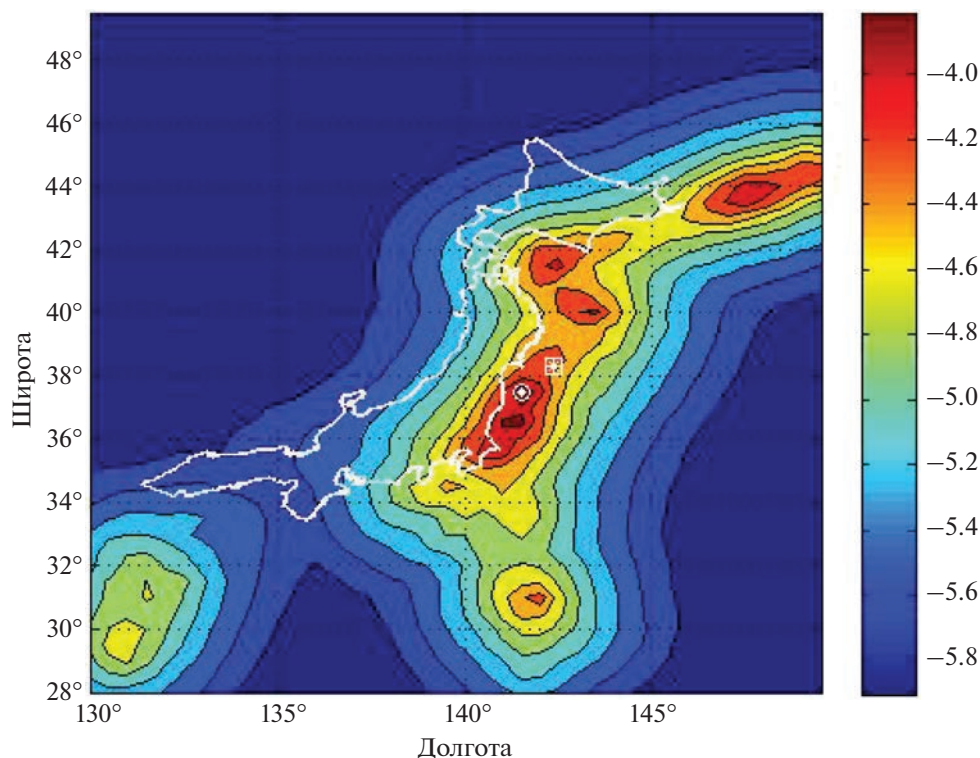


Рис. 4. Логарифмическая интенсивность $\lg(I(\lambda, \varphi))$ потока землетрясений с глубинами очага землетрясения 0–100 км, оцененная методом k -ближайших соседей, $k = 40$. Белым квадратиком отмечен эпицентр мегаземлетрясения Тохоку (11.03.2011 г.; $m = 9.1$; $h = 24.4$ км). Белым кружком указан максимум величины $\lg(I(\lambda, \varphi)) = -3.603$.

ного значения. Поэтому мы выбрали значение $m_0 = 5.2$ как единую нижнюю границу для всего региона. Превышают эту границу $n = 1591$ землетрясение. На рис. 4–рис. 6 показаны линии уровня интенсивности сейсмического потока в единицах $1/\text{год} \cdot \text{км}^2$ для 3-х интервалов глубин: 0–100 ($n = 1233$); 100–350 ($n = 156$); 350–700 км ($n = 202$). Интенсивности рассчитывались методом k -ближайших соседей как нормированное на время и площадь число событий в круге, определяемом расстоянием от узла сетки координат до k -ближайшего соседа. Сетка центров кругов имела масштаб по широте–долготе $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ (примерно $56 \text{ км} \times 43 \text{ км}$). Линии уровня на рисунках делят интервал значений поля от максимума до минимума на равные 10 промежутков. Для удобства построения графиков значения интенсивности меньше 0.005 от максимального значения заменялись на константу, равную данному порогу.

Из рис. 4–рис. 6 видно как по мере увеличения глубины пятна повышенной интенсивности меняют свое положение относительно эпицентра землетрясения Тохоку. В интервале глубин 0–100 км самые высокие значения $\lg(I(x, y))$ группируются в окрестности эпицентра мегаземлетрясения Тохоку. Оценки интенсивности, показанные на рис. 4–рис. 7, имеют разрешающую способность,

зависящую от координат. На рис. 7 показано поле радиусов осреднения, вычисленных по указанной методике. В данном методе радиус круга осреднения зависит от координат точки оценивания.

В зонах высокой интенсивности радиус уменьшается до 33 км, в местах слабой интенсивности он возрастает и всегда обеспечивает фиксированное количество наблюдений для усреднения (в данном случае 40). Как видно из рис. 7, в зонах, где уровень сейсмичности достаточно высок (зоны синего цвета), радиус круга осреднения метода k -ближайших соседей меняется от 33 км примерно до 100 км.

ОЦЕНКА НАКЛОНА ГРАФИКА ПОВТОРЯЕМОСТИ

Для дальнейшего описания структуры сейсмического поля мы будем использовать широко применяемую в сейсмологической практике модель усеченного распределения Гутенберга–Рихтера (УГР), см. работу [Писаренко, 2022]. Эта модель предполагает, что для распределения магнитуд справедлив усеченный закон Гутенберга–Рихтера. Функция распределения магнитуд F и плотность f усеченного распределения Гутенберга–Рихтера имеют вид:

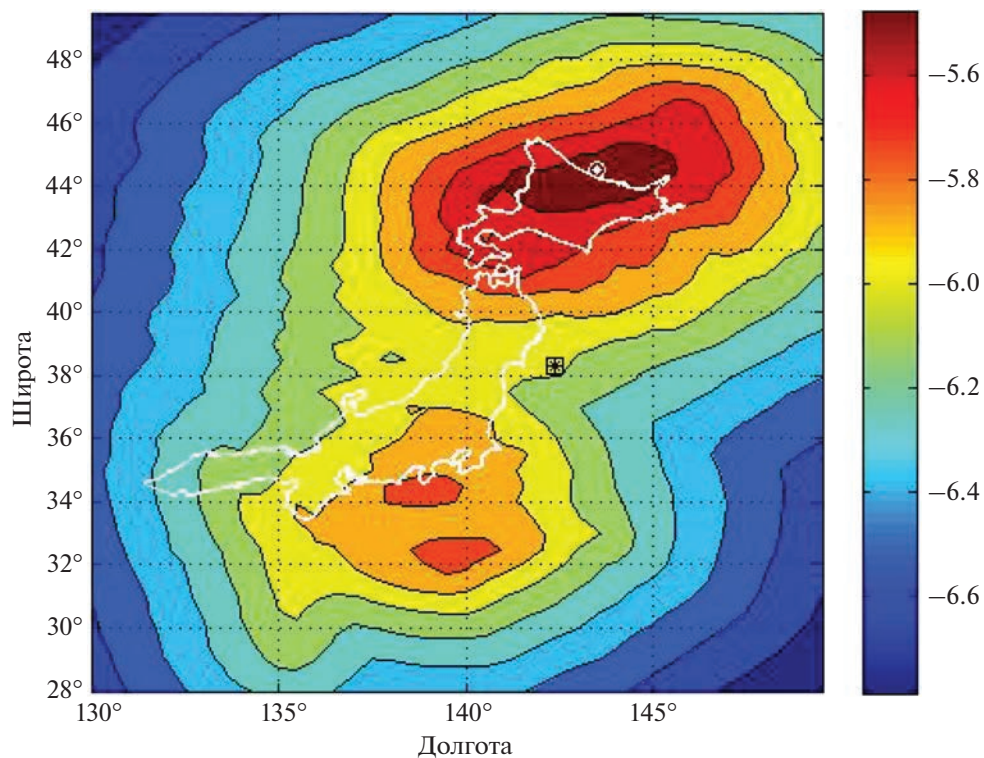


Рис. 5. Логарифмическая интенсивность $\lg(I(\lambda, \varphi))$ потока землетрясений с глубинами очага 100–350 км, оцененная методом k -ближайших соседей, $k = 40$. Черным квадратиком отмечен эпицентр мегаземлетрясения Тохоку. Белым кружком указан максимум величины $\lg(I(\lambda, \varphi)) = -5.348$.

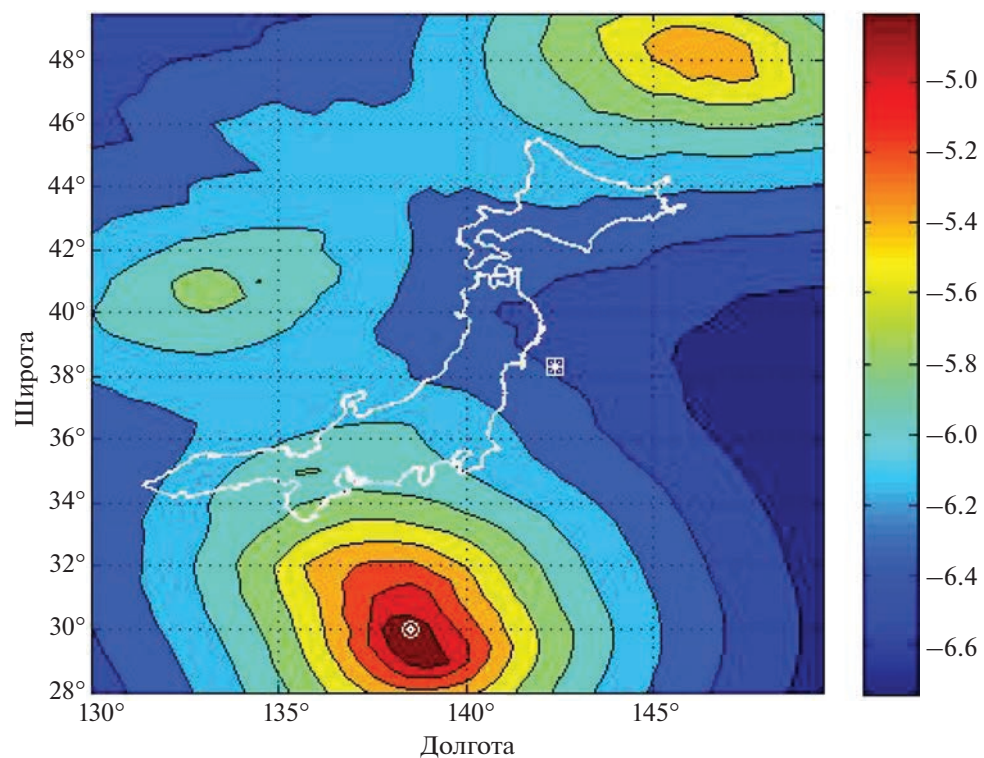


Рис. 6. Логарифмическая интенсивность $\lg(I(\lambda, \varphi))$ потока землетрясений с глубинами 350–700 км, оцененная методом k -ближайших соседей, $k = 40$. Белым квадратиком отмечен эпицентр мегаземлетрясения Тохоку. Белым кружком указан максимум величины $\lg(I(\lambda, \varphi)) = -4.612$.

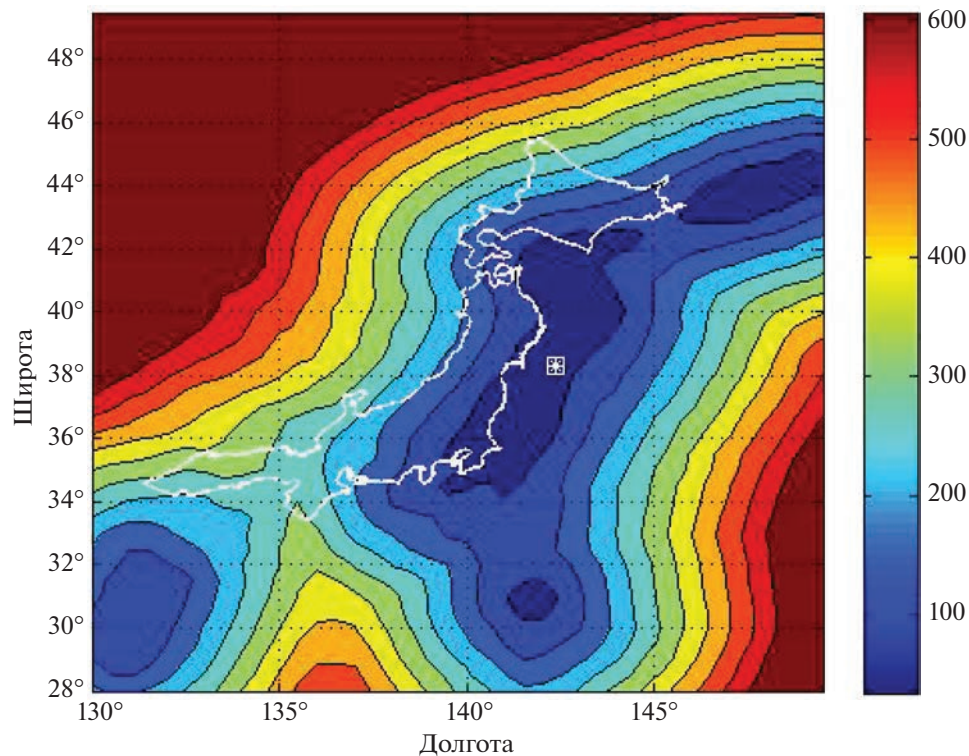


Рис. 7. Поле значений радиуса круга осреднения по методу k -ближайших соседей, $k = 40$, для землетрясений с глубинами 0–100 км. Белый квадратик – эпицентр мегаземлетрясения Тохоку.

$$F(m|\beta, m_1, m_0) = \frac{1 - \exp(-\beta(m - m_0))}{1 - \exp(-\beta(m_1 - m_0))}, \quad (1)$$

$$m_0 \leq m \leq m_1,$$

$$f(m|\beta, m_1, m_0) = \frac{\beta \exp(-\beta(m - m_0))}{1 - \exp(-\beta(m_1 - m_0))}, \quad (2)$$

$$m_0 \leq m \leq m_1,$$

где β – наклон графика повторяемости; m_0 – наименьшая возможная магнитуда и m_1 – наибольшая возможная магнитуда. Усеченный закон УГР широко используется в современной сейсмологической практике из-за своей простой формы и робастности. Часто его используют при оценивании максимально возможной региональной магнитуды $M_{\max}$. Ниже мы прокомментируем обоснованность такого подхода.

Исходный закон Гутенберга–Рихтера [Gutenberg, Richter, 1954] имеет вид:

$$\lg(N) = a - bm, \quad m \geq m_0, \quad (3)$$

где N – среднее число землетрясений с магнитудами, превосходящими m ; a , b – параметры закона. Параметры b и β связаны соотношением $b = \beta/\ln(10)$ ($\ln$ – натуральный логарифм, $\lg$ – десятичный логарифм). Землетрясения относятся к некоторому региону и занимают определенный интервал времени (от этого интервала и от регио-

на зависит параметр a). УГР содержит 3 неизвестных параметра: β , m_0 , m_1 . В качестве нижней границы m_0 , как отмечалось выше, была выбрана единая для всего региона граница $m_0 = 5.2$. Параметры β , m_1 оценивались стандартным методом максимального правдоподобия (ММП). При этом предполагалось, что магнитуды каталога имеют непрерывное распределение (1)–(2) и задаются без дискретизации, как это и делалось в классической работе [Aki, 1965]. В работе [Писаренко и др., 2023] показано, что учет дискретизации при оценке параметров УГР существен лишь, начиная с интервала магнитуды 0.1 и больше. Поскольку в нашем случае мы использовали каталог с дискретизацией порядка 0.01, учет дискретизации в нашем случае несуществен. Следует отметить, что вопросу введения поправок в ММП-оценки параметра β (b), учитывающей дискретизацию, посвящено большое количество работ (см. [Bender, 1983; Marzocchi, Sandri, 2003; Taroni et al., 2021] и цитированную там литературу). Однако эти поправки, как правило, малоэффективны и не универсальны. Между тем, функция правдоподобия без труда выписывается для произвольного дискретного распределения (см., например, [Cramer, 1940]) и имеет, в принципе, те же свойства асимптотической эффективности, что и для непрерывного случая. Дискретное распределение необязательно должно иметь равные

интервалы, к нему можно применять χ^2 -критерий и другие статистические критерии [Pisarenko, Rodkin, 2010; 2015]. Пример применения формул дискретного правдоподобия к группированным по магнитуде данным можно найти в работе [Писаренко и др., 2022].

Обозначим имеющуюся выборку магнитуд (каталог) $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$. Функция правдоподобия имеет вид:

$$L(\beta, m_1 | \mathbf{x}) = \prod_{k=1}^n f(x_k | \beta, m_1). \quad (4)$$

Как известно (см., например, [Pisarenko et al., 1996]), оценкой максимального правдоподобия для параметра m_1 при любом значении β является максимальная магнитуда наблюдаемой выборки μ_n :

$$\mu_n = \max(x_1, \dots, x_n). \quad (5)$$

Оценка максимального правдоподобия для параметра β находится как максимум правдоподобия, в котором параметр m_1 заменен на μ_n , т.е. как максимум функции от β :

$$L(\beta | \mu_n, \mathbf{x}) = \prod_{k=1}^n f(x_k | \beta, \mu_n). \quad (6)$$

При привязке параметра β к пространственным координатам возникают определенные трудности, которые обычно оставляют без внимания. Строго говоря, этот параметр относится не к точке пространства, а к некоторой области. Иногда эта область задается явно, например, в виде координатного прямоугольника или в виде круга заданного радиуса. Иногда, как например, в методе k -ближайших соседей, эта область (в виде круга) определяется расстоянием до k -ого ближайшего соседа и меняется от точки к точке. Для надежной оценки β необходимы землетрясения из достаточно большого диапазона магнитуд, а это требует значительных пространственных масштабов. Естественно, что с увеличением масштаба осреднения наряду с увеличением надежности происходит сглаживание поля значений β . В данном вопросе необходимо найти компромисс между этими двумя характеристиками. Со статистической точки зрения эту задачу можно сформулировать как стандартную задачу 2D-регрессии, где требуется оценить неизвестную функцию $\beta(x, y)$, искаженную двумерным, случайным шумом. Однако на практике такой подход не дает удовлетворительного решения проблемы. Неизвестную функцию $\beta(x, y)$ трудно аппроксимировать стандартными функциями с малым числом параметров, как это делается в обычных задачах регрессии, а теоретические модели поля $\beta(x, y)$ неизвестны. Поэтому обычно просто сглаживают поле оценок $\beta(x, y)$ тем или иным способом и отмечают повышенные и пониженные значения этого сглажен-

ного поля без строгого обоснования их статистической значимости [Bender, 1983; Ogata, Katsura, 1993]. Мы проводили сглаживание с помощью метода k -ближайших соседей, показавшего свою эффективность при оценке поля интенсивности ([Pisarenko V., Pisarenko D., 2022]). Масштаб сглаживания в этом методе определяется числом соседей k , чем больше k , тем больше радиус круга сглаживания. Для выбора значения k мы предлагаем использовать коэффициент изменчивости неотрицательных случайных величин V_β (*coefficient of variation*, см. работу [Cramer, 1940]):

$$V_\beta = \text{Std}(\bar{\beta}) / E(\bar{\beta}), \quad (7)$$

где $E(\bar{\beta})$, $\text{Std}(\bar{\beta})$ среднее значение и стандартное отклонение оценки $\bar{\beta}$. Коэффициент V_β показывает значимость среднего значения оценки параметра $E(\bar{\beta})$ при наличии разброса, характеризуемого стандартным отклонением $\text{Std}(\bar{\beta})$. Обычно считают оценку значимой (надежной), если $V_\beta \leq 0.2$ (среднее значение превосходит разброс, измеряемый стандартным отклонением, в 5 раз или больше). Мы используем выборочный коэффициент изменчивости (7), в котором теоретические среднее значение и стандартное отклонение оценки $\bar{\beta}$ заменены их выборочными аналогами. В нашем случае для некоторой конкретной ячейки сетки мы имеем выборку магнитуд объема k , состоящую из k -ближайших соседей $(y_1, \dots, y_k)$ и оценку максимального правдоподобия $\bar{\beta}$ (6), полученную по этой выборке. В качестве среднего мы берем саму оценку максимального правдоподобия $\bar{\beta}$, а для нахождения $\text{Std}(\bar{\beta})$ предлагается оригинальный метод, основанный на идее бутстрепа [Efron, 1979]. Выборка $(y_1, \dots, y_k)$ подвергается случайной перестановке, затем полученная выборка делится на 2 равные половины $(y_1, \dots, y_{k/2})$, $(y_{k/2+1}, \dots, y_k)$. Величины

$$(y_j - y_{k/2+j}), \quad j = 1, \dots, k/2 \quad (8)$$

имеют среднее значение 0 и дисперсию $2\sigma^2$ (σ^2 — дисперсия исходных величин y_k). Проведем r случайных перестановок и усреднив r полученных при этом квадратов разностей (8), получаем оценку величины $2\sigma^2$ и, соответственно оценку стандартного отклонения σ . Число усреднений r рекомендуется брать не менее 30 (его можно варьировать, учитывая разброс оценок дисперсии). Применив описанный метод, мы получаем стандартные отклонения и затем коэффициент изменчивости V_β (7). Для оценки коэффициента изменчивости интенсивности V_{INT} , полученного методом k -ближайших соседей, в работе ([Pisarenko V., Pisarenko D., 2022]) приводится формула

$$V_{INT} = 1/(k-2)^{1/2}. \quad (9)$$

Таблица 1. Коэффициенты изменчивости V_{INT} , V_β и минимальные значения радиуса круга осреднения R_{min}

Число ближайших соседей k	20	40	60	80	100
Коэффициент изменчивости V_{INT}	0.24	0.16	0.13	0.11	0.10
Коэффициент изменчивости V_β	0.50	0.30	0.23	0.19	0.17
Минимальный радиус осреднения R_{min} , км	11	33	51	64	74

При этом предполагается, что поле основных толчков является Пуассоновским по пространству. В табл. 1 для набора значений $k = 20; 40; 60; 80; 100$ приведены значения коэффициентов изменчивости V_{INT} , V_β , а также минимальные значения радиуса круга осреднения R_{min} .

Если принять указанный выше порог 0.2 в качестве верхней границы, обеспечивающей достаточную надежность оценок параметров, то для оценки интенсивности надо брать $k \geq 30-40$, а для параметра β соответственно $k \geq 70-80$. Оценки параметра β для очагов с глубинами 0–100 км при $k = 80$ показаны на рис. 8. Соответствующие радиусы осреднения приведены на рис. 9.

На рис. 8 мы видим следующие структурные особенности поля оценок параметра β . Наблюдается длинная, относительно узкая полоса темно-синего цвета (низкие значения $\beta \approx 1.5-1.8$), включающая мегаземлетрясение Тохоку и пересекаю-

щая остров Хонсю в его средней части с северо-запада на юго-восток. В северной части острова Хонсю и в районе острова Хоккайдо наблюдаются средние значения параметра $\beta \approx 2.0-2.3$. Наконец, южнее темно-синей полосы пониженных значений с резким градиентом проявляется область высоких значений $\beta \approx 2.3-2.7$. Как мы увидим ниже, похожая структура (с противоположным направлением возрастания) наблюдается и для параметра m_1 . Это неудивительно т.к. оценки этих параметров имеют отрицательный коэффициент корреляции порядка $-0.4...-0.6$.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА M_1

Параметр m_1 в модели УГР является максимально возможной магнитудой в области, для которой получена данная оценка, но следует сразу отметить, что для надежной интерпретации этого параметра в качестве максимальной, возможной

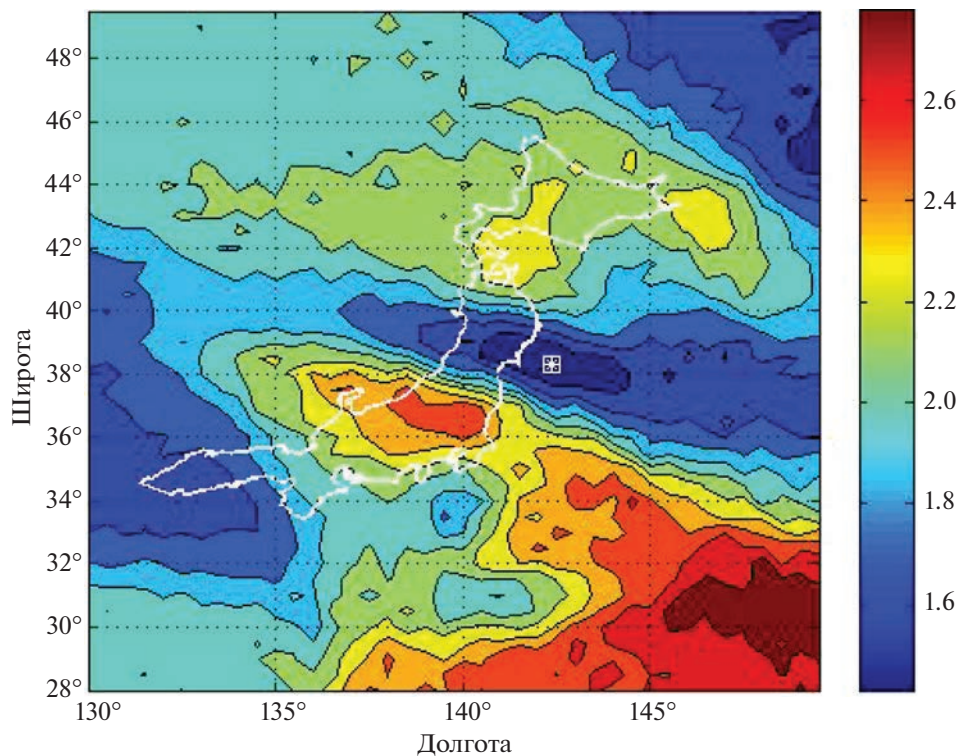


Рис. 8 Оценки параметра β для землетрясений с глубинами очага землетрясения 0–100 км. Белым квадратиком отмечен эпицентр мегаземлетрясения Тохоку.

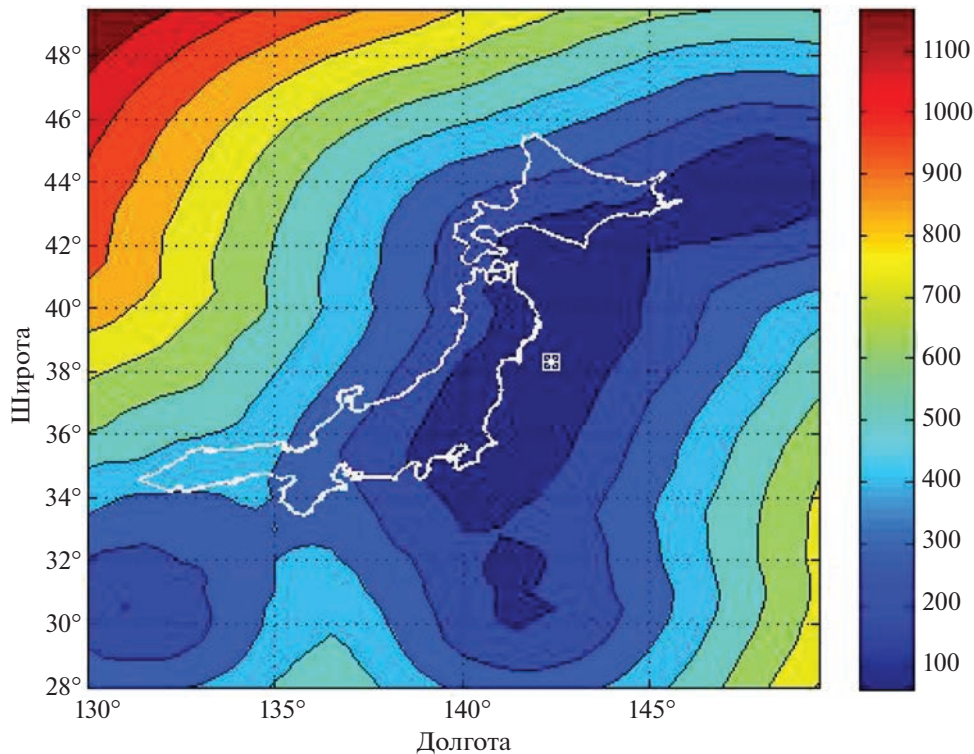


Рис. 9. Поле значений радиуса R км круга осреднения по методу k -ближайших соседей, $k = 80$ для землетрясений с глубинами 0–100 км Белый квадратик — эпицентр мегаземлетрясения Тохоку.

региональной магнитуды $M_{\max}$ требуются большие размеры рассматриваемой области, соизмеримые с размерами крупнейших геологических блоков данного региона, длительные наблюдения сейсмического поля и желательно также, исторические, сейсмо-археологические и геологические данные, относящиеся к рассматриваемому региону (см., например, [Писаренко и др., 2022]).

Оценка максимального правдоподобия для параметра m_1 в модели УГР равна максимальной наблюдаемой магнитуде μ_n независимо от значения параметра β . На рис. 10 показано поле оценок параметра m_1 для землетрясений с глубинами очага землетрясения 0–100 км, полученных методом k -ближайших соседей при $k = 80$.

Мы видим, что пространственная структура поля оценок параметра m_1 схожа со структурой поля оценок параметра β на рис. 8. Оценки этих параметров имеют отрицательный коэффициент корреляции порядка $-0.4 \dots -0.6$.

Так как оценка максимального правдоподобия для параметра m_1 в модели УГР равна максимальной наблюдаемой магнитуде μ_n , которая всегда удовлетворяет неравенству $\mu_n < m_1$, то эта оценка имеет систематическое отрицательное смещение. В работах [Писаренко, 2022; Pisarenko, Rodkin, 2022] подробно изложена методика получения

поправки к оценке μ_n , которая существенно уменьшает это смещение. Скорректированная оценка, обозначаемая $\underline{m}_1$, имеет вид:

$$\underline{m}_1 = \mu_n - [\lg(1 - u) + S_u], \quad (10)$$

где $S_u = u + \frac{u^2}{2} + \dots + \frac{u^n}{n}$; $u = 1 - \exp[-\beta_0(\mu_n - m_0)]$; β_0 — оценка максимального правдоподобия параметра β . Для всего региона, рассмотренного в данной работе, мы получили следующую оценку:

$$\underline{m}_1 = 9.60 \pm 0.41. \quad (11)$$

Оценка стандартного отклонения параметров $\underline{m}_1$ проводилась тем же методом бутстрепа, который описан выше для параметра β .

Полученные на координатной сетке оценки параметра m_1 некорректно трактовать как максимально возможные магнитуды в данной ячейке, хотя формально в модели УГР они обозначают верхнюю границу магнитуды. О максимальной возможной магнитуде естественно говорить, когда речь идет о большом регионе, измеряемом сотнями и тысячами километров. В сейсмологии для этой характеристики используют специальный термин *максимальная возможная региональная магнитуда* $M_{\max}$. Для надежной оценки $M_{\max}$ по сейсмическим каталогам требуется большое количество наблюдений, которое можеткратно

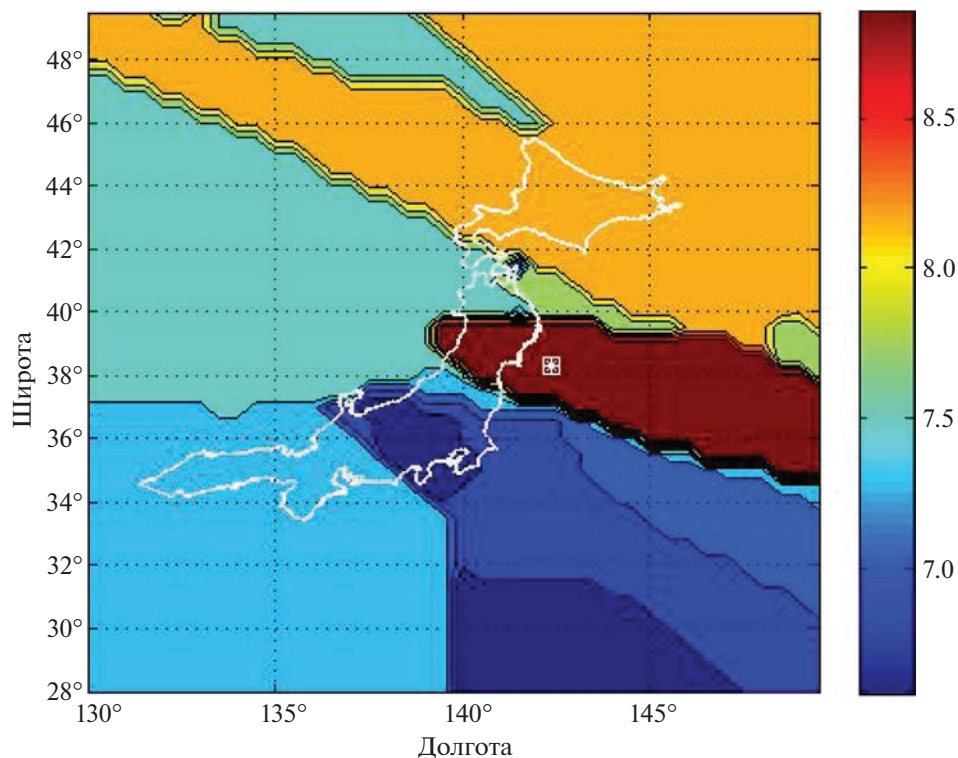


Рис. 10. Оценки параметра m_1 для землетрясений с глубинами очага землетрясения 0–100 км, полученные по методу k -ближайших соседей. Белым квадратиком отмечен эпицентр мегаземлетрясения Тохоку.

превосходить число наблюдений, попадающих в ячейку координатной сетки. Учитывая вышесказанное, в качестве адекватной оценки $M_{\max}$ мы рассмотрели оценку m_1 по всему региону в целом и не стали переходить к более подробной локализации. Исторические землетрясения региона Японии изучены достаточно полно (см. [Usami, 1979; Utsu, 1982]). В историческом каталоге [Usami, 1979] для региона Японии охвачен временной интервал 679–1881 гг., $m = 5.9$ –8.6; в более детальном историческом каталоге [Utsu, 1982] представлен интервал 1885–1925 гг., $m = 4.0$ –8.0. В инструментальном каталоге Японии JMA 1923–2022 гг. и в глобальном инструментальном каталоге ISC-GEM 1904–2022 гг. наибольшую магнитуду в данном регионе имеет землетрясение Тохоку $m = 9.1$. Во всех перечисленных каталогах максимальные магнитуды не превосходят имеющуюся в использованном нами каталоге максимальную магнитуду 9.1. Это дает нам основания с учетом данных исторических каталогов интерпретировать полученную для всего региона оценку $\underline{m}_1 = 9.60 \pm 0.41$ как адекватную оценку для максимальной, возможной региональной магнитуды $M_{\max}$.

Следует еще раз подчеркнуть, что указанные в табл. 1 оценки коэффициентов V_{INT} , V_{β} основаны на модели УГР и на предположении стационарности сейсмического режима.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Настоящая работа посвящена применению некоторых новых статистических методов к анализу пространственной структуры сейсмического поля в высокосейсмичном регионе в окрестности Японии, ограниченном координатами: широта 28° – 50° N; долгота 130° – 150° E. Проведенный анализ выявил следующие особенности. Параметры сейсмического поля – интенсивность λ , наклон графика повторяемости β и наибольшая возможная магнитуда m_1 – имеют разные пространственные масштабы изменчивости и, соответственно, к ним должны применяться различные масштабы пространственного осреднения. Наименьший из всех масштабов имеет сейсмическая интенсивность. Как видно из рис. 7 и табл. 1, в высокосейсмичных зонах радиус круга осреднения в методе k -ближайших соседей, обеспечивающий надежное осреднение, может принимать значения 33–100 км; в зонах пониженной сейсмичности значение радиуса увеличивается. Как отмечалось при изучении сейсмичности Байкальской рифтовой зоны (см. [Писаренко и др., 2022]), наблюдаемые пятна высокой сейсмичности являются отражением сегментации активных разломов в процессе сеймотектонической эволюции земной коры. Такие пятна повышенной сейсмичности могут существовать на временных интервалах порядка 50–200 лет. Полученные

оценки поля интенсивности сейсмического потока (рис. 4–рис. 6) показывают, что с изменением глубины пространственная область максимальных значений интенсивности может сдвигаться по горизонтали на расстояния порядка сотен километров, причем в разных направлениях на разных глубинах. Наиболее высокие значения интенсивности порядка $10^{-4} \frac{1}{\text{год} \cdot \text{км}^2}$ сосредоточены

в интервале глубин $0 \leq h \leq 100$ км и проявляются в окрестности мегаземлетрясения Тохоку. Следует отметить, что интенсивность сейсмического потока в исследованном диапазоне магнитуд $m \geq 5.2$ не коррелирована ни с параметром m_1 , ни с параметром β ; коэффициенты корреляции соответствующих оценок практически равны нулю. В то же время коэффициент корреляции оценок параметров β и m_1 значимо отличен от нуля и принимает отрицательные значения порядка $-0.4 \dots -0.6$.

Отметим также, что в отличие от интенсивности оценка параметров распределения (УГР или любого другого) требует для проведения нормирования четкого определения границ региона, для которого оценивается функция распределения. Это может вызвать некоторые неудобства, такие как включение или исключение частей региона с низкой интенсивностью. Оценка интенсивности по методике k -ближайших соседей лишена этого недостатка.

Наклон графика повторяемости β пространственно локализован не столь сильно, как сейсмическая интенсивность. Для надежной оценки β необходимо использовать крупные ячейки осреднения. В данной работе предложен оригинальный способ определения радиуса осреднения, основанный на использовании статистического коэффициента изменчивости V_β . Такой радиус определяется минимальным числом ближайших соседей k , которое приводит к коэффициенту изменчивости V_β меньше выбранного порога 0.2.

Для максимальной, возможной региональной магнитуды $M_{\max}$ по региону Японии (широта $28^\circ - 50^\circ$ N; долгота $130^\circ - 150^\circ$ E) мы получили с учетом поправки на смещение оценку $M_{\max} = 9.60 \pm 0.41$.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Государственного задания ИТПЗ РАН.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят А.В. Ландера за помощь при подготовке каталога землетрясений и Д.В. Писаренко за ценные указания. Авторы выражают искреннюю благодарность рецензентам этой статьи, замечания которых оказались очень полезными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Писаренко В.Ф. Статистическая оценка максимально-возможного землетрясения // *Физика Земли*. 1991. № 9. С. 38–46. English translation: *Pisarenko V.F. Statistical evaluation of maximum possible magnitude // Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 1991. V. 27. P. 757–763.
- Писаренко В.Ф., Родкин М.В. Декластеризация сейсмического потока, статистический анализ // *Физика Земли*. 2019. № 5. С. 38–52. English translation: *Pisarenko V.F., Rodkin M.V. Declustering of seismicity flow: statistical analysis // Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2019. V. 55. № 5. P. 733–745.
- Писаренко В.Ф., Родкин М.В., Рукавишникова Т.А. Стабильная модификация закона повторяемости землетрясений и перспективы ее применения в сейсмическом районировании // *Физика Земли*. 2020. № 1. С. 62–76. English translation: *Pisarenko V.F., Rodkin M.V., Rukavishnikova T.A. Stable modification of frequency-magnitude relation and prospects for its application in seismic zoning // Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. 2020. V. 56. № 1. P. 53–65.
- Писаренко В.Ф. Оценка параметров усеченного распределения Гутенберга–Рихтера (УГР) // *Физика Земли*. 2022. № 1. С. 90–99.
- Писаренко В.Ф., Ружич В.В., Скоркина А.А., Левина Е.А. Структура сейсмического поля Байкальской рифтовой зоны // *Физика Земли*. 2022. № 3. С. 1–19.
- Писаренко В.Ф., Скоркина А.А., Рукавишникова Т.А. Как выбирать интервал магнитуд для оценки наклона графика повторяемости // *Вулканология и сейсмология*. 2023. № 2. С. 1–9.
- Aki K. Maximum likelihood estimate of b in the formula $\lg(N) = a - bM$ and its confidence limits // *Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ*. 1965. V. 43. P. 237–239.
- Beirlant J., Kijko A., Reynkens T., Einmahl J. Estimating the maximum possible earthquake magnitude using extreme value methodology: the Groningen case // *Natural Hazards*. 2019. V. 98. P. 1091–1113.
- Bender B. Maximum likelihood estimation of b -values for magnitude grouped data // *BSSA* 1983. V. 73(3). P. 831–851.
- Cramer H. *Mathematical methods of statistics*. Princeton Univ. Press, Princeton. 1940. 575 p.
- Efron B. Bootstrap methods: another look at the jackknife // *Ann. Statist.* 1979. V. 7(1). P. 1–26.
- Gutenberg B., Richter C. *Seismicity of the Earth* // Princeton University Press. 1954. NY.
- Holschneider M., Zoller G., Hainzl S. Estimation of the maximum possible magnitude in the framework of the doubly truncated Gutenberg–Richter model // *BSSA*. 2011. V. 101(4). P. 1649–1659.
- Kanamori H. The Energy Release in Great Earthquakes // *J. Geophys. Res.* 1977. V. 82. P. 2981–2987.
- Khan P.A., Manoj G., Chakraborty P., Mukherjee D. Seismic b -value and the assessment of ambient stress in Northeast India // *Pure Appl. Geophys.* 2011. V. 168. P. 1693–1706.
- Kijko A. Estimation of the maximum earthquake magnitude $M_{\max}$ // *Pure Appl. Geophys.* 2004. V. 161. P. 1655–1681.
- Kijko A., Singh M. Statistical tools for maximum possible earthquake estimation // *Acta Geophys.* 2011. V. 59(4). P. 674–700.

- Kolathayar S., Sitharam T., Vipin K.* Spatial variation of seismicity parameters across India and adjoining areas // *Nat. Hazards*. 2012. V. 60. P. 1365–1379.
- Marzocchi W., Sandri L.* A review and new insights on the estimation of the b -value and its uncertainty // *Annals Geophysics*. 2003. V. 46(6). P. 1271–1282.
- Pisarenko V.F., Lyubushin A.A., Lysenko V.B., Golubeva T.V.* Statistical estimation of seismic hazard parameters: maximal possible magnitude and related parameters // *BSSA*. 1996. V. 86(3). P. 691–700.
- Pisarenko V.F., Rodkin M.V.* Heavy-tailed distributions in disaster analysis // *Mathematical Geosciences*, New York, Springer. 2010. V. 43. P. 501–502.
<https://doi.org/10.1007/s11004-011-9339-4>.
- Pisarenko V.F., Sornette A., Sornette D., Rodkin M.V.* Characterization of the tail of the distribution of earthquake magnitudes by combining the GEV and GPD descriptions of extreme value theory // *Pure Appl. Geophys.* 2014. V. 171. P. 1599–1624.
- Pisarenko V.F., Rodkin M.V.* The maximum earthquake in future T years: Checking by a real catalog // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2015. V. 74. P. 89–98.
- Pisarenko V.F., Rodkin M.V.* Statistics and spatial-temporal structure of ground acceleration caused by earthquakes in the North-Western Pacific // *Pure Appl. Geophys.* 2020. V. 177. P. 2563–2578.
- Pisarenko V.F., Pisarenko D.V.* A modified k -nearest neighbors method and its application to estimation of seismic intensity // *Pure Appl. Geophys.* 2022. V. 179. 4025–4036.
<http://orcid.org/10.1007/s00024-021-02717-y>
- Pisarenko V.F., Rodkin M.V.* Approaches to solving the maximum possible earthquake magnitude ($M_{\max}$) Problem // *Surveys in Geophysics*. 2022. V. 43. P. 561–595.
- Salahshoor H., Lyubushin A., Shabani E., Kazemian J.* Comparison of Bayesian estimates of peak ground acceleration ($A_{\max}$) with PSHA in Iran // *J. Seismology*. 2018. V. 22. P. 1515–1527.
- Talukdar P.* Seismic study and spatial variation of b -value in Northeast India // *IOSR J. Applied Physics (IOSR-JAP)*. 2013. V. 4. P. 31–40.
- Taroni M., Zhuang J., Marzocchi W.* High-definition mapping of the Gutenberg–Richter b -value and its relevance: a case study in Italy // *Seismol. Res. Lett.* 2021. V. 92. P. 3778–3784.
- Usami T.* Study of historical earthquakes in Japan // *Bull. of Earthquake Research*. 1979. V. 54. P. 399–439.
- Utsu T.* Catalog of large earthquakes of Japan from 1885 through 1925 // *Bull. Earthquake Research*. 1982. V. 57. P. 401–463.

Application of New Statistical Methods to Estimation of the Seismicity Field Parameters by an Example of the Japan Region

V. F. Pisarenko^{a, *}, A. A. Skorkina^{a, **}, and T. A. Rukavishnikova^{a, ***}

^a*Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

*e-mail: v.f.pisarenko@mail.ru

**e-mail: anna@mitp.ru

***e-mail: tanyar@mitp.ru

Abstract—This study is devoted to application of some new statistical methods to analysis of the spatial structure of the seismic field in the seismically active region in the Japan region bounded by the following coordinates: 28°–50° north latitude, 130°–150° east longitude. The estimates of the seismic flux by using the k nearest neighbors method for the magnitude interval $m \geq 5.2$. The highest values of intensity of about

$10^{-4} \frac{1}{\text{year} \cdot \text{km}^2}$ are located at depths of down to 100 km and manifest themselves in the neighborhood of

the Tohoku megathrust earthquake. The spatial resolution of the intensity estimates is ranging from 33–50 km in the regions with a high intensity to 100 km and larger in the zones of weak intensity. It has been shown that the seismic field parameters – intensity λ , slope of the graph of repetition β , maximum possible magnitude m_1 – have different scales of their spatial variability and, thus, it is necessary to apply different scales of spatial averaging to them. Based on the Gutenberg–Richter truncated distribution model, the estimates are obtained for the slope of the graph of repetition (b -value) and the upper boundary of the distribution m_1 . An original method is proposed for determining the optimal averaging radius for an arbitrary cell of the space grid. The method is based on the use of the statistical coefficient of variation of the corresponding parameter. For the considered region, the estimate of the maximum possible magnitude $M_{\max} = 9.60 \pm 0.41$ was obtained with consideration of the correction for bias.

Keywords: spatial structure of the seismicity field, estimate resolution, estimates of the truncated Gutenberg–Richter law parameters