

УДК 55.343.6

ИНСТАНТОННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФОРШОК—АФТЕРШОКОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

© 2025 г. Л. М. Богомолов^{1,*}, М. В. Родкин^{1,2,**}, В. Н. Сычев¹

¹Институт морской геологии и геофизики Дальневосточного отделения РАН, г. Южно-Сахалинск, Россия

²Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН, г. Москва, Россия

*E-mail: bleom@mail.ru

**E-mail: rodkin@mitp.ru

Поступила в редакцию 14.10.2024 г.

После доработки 01.12.2024 г.

Принята к публикации 25.12.2024 г.

В сейсмологии из практических и теоретических соображений весьма важно описание процессов форшоковой и афтершоковой активизации. Эмпирически установлена аналогия математических соотношений, описывающих характер прямого и обратного законов Омори—Утсу. Исследования обобщенной окрестности сильного землетрясения (ООСЗ) выявили еще более тесную аналогию свойств форшоков и афтершоков. Такая аналогия распространяется также на характеристики процесса активизации, в частности, на аномальные изменения наклона графика повторяемости. В качестве унифицирующей модели всего форшок—афтершокового процесса в данной работе предложено использовать кинетические уравнения, имеющие решения в виде локализованных во времени сильно выраженных максимумов, называемых инстантонами (по аналогии с солитонами — локализованными волнами). Наглядный образ инстантонного решения — график производной по времени от логистической зависимости, описывающей переходный процесс. Скорость такого процесса сначала значительно возрастает, достигает максимума, а затем асимптотически убывает до нуля.

Цель работы — продемонстрировать эффективность использования инстантонной модели, которая обобщает модель саморазвивающихся процессов (СРП), но не предусматривает развитие физически нереализуемой сингулярности, обычно моделирующей взрывной рост числа фор- и афтершоков в окрестности главного события. Сравнение новой модели с эмпирическими данными проводится на примере землетрясений в наиболее обеспеченной средствами регистрации южной части о-ва Сахалин за 2003–2023 гг. Показано удовлетворительное сходство теоретических и эмпирических временных зависимостей как для ООСЗ, построенной для территории в пределах (44.5°–50.5° с. ш., 141.5°–43.5° в. д.), так и для отдельных сильных землетрясений на Сахалине.

Ключевые слова: форшоки, афтершоки, обобщенная окрестность сильного землетрясения, активизация, математическая модель, кинетическое уравнение, инстантон, южная часть о. Сахалин.

DOI: 10.31857/S0002333725020045, EDN: DLIACW

ВВЕДЕНИЕ

Форшоковые и афтершоковые последовательности дают богатую информацию о закономерностях сейсмического процесса в том или ином регионе и традиционно привлекают к себе самое пристальное внимание [Родкин, 2020; Malyshev, Tikhonov, 2007; Zavyalov et al., 2020; 2022]. Эти последовательности отражают процесс деструкции среды в области вокруг очага землетрясения [Гольдин, 2003]. Но коли-

чественное описание форшоков и афтершоков проводилось, как правило, отдельно. Возможно, это обусловлено различием кинетических моделей, в которых форшоки были индикатором развития неустойчивости (в частности, нарастающей в режиме с обострением, быстрее экспоненциального роста [Малышев, Тихонов, 1991; Varnes, 1989]), а афтершоки — проявлением процессов релаксации после главного сейсмического события. Однако само сходство

хорошо известных математических выражений для прямого и обратного законов Омори (спадающие со временем степенные зависимости, если время отсчитывать от момента главного удара) свидетельствует, что общий, унифицированный подход к последовательностям форшоков и афтершоков возможен.

Еще более тесную аналогию между ними показали исследования обобщенной окрестности сильного землетрясения (ООСЗ), [Родкин, 2008]. Было убедительно показано, что сходство распространяется также на аномалии изменения наклона графика повторяемости (средней магнитуды землетрясения) и на ряд других характеристик процесса активизации [Родкин, 2020; Rodkin, Tikhonov, 2016]. При этом все выявляемые в ООСЗ аномалии допускают вполне определенную количественную параметризацию. Естественно, в разных случаях значения параметров соответствующих регрессионных соотношений и такие характеристики, как некое характерное отношение числа форшоков и афтершоков варьируют. Обобщения, полученные для ООСЗ, определяют требования к параметрам кинетических моделей для всего потока фор- и афтершоковых событий. Количество параметров, с очевидностью, должно быть больше, чем в законе Омори (исходно призванного описывать только динамику афтершоков).

Значительное продвижение к построению унифицированной модели форшоков и афтершоков достигнуто в работе [Faraoni, 2020], где предложен модельный сейсмический лагранжиан, в котором роль обобщенной координаты играет активность $n(t)$, т.е. число событий в единицу времени. В этой работе получено кинетическое нелинейное уравнение второго порядка:

$$d^2n/dt^2 + \frac{1}{2n}(dn/dt)^2 - \frac{5}{2}\sigma^2n^3 = 0, \quad (1)$$

где σ — параметр, который входит в закон Омори и определяет характерное время уменьшения $n(t)$ после момента максимума, отождествляемого с главным событием. Первый интеграл уравнения (1) можно записать в форме:

$$\frac{dn}{dt} = \pm \sigma n^2, \quad \sigma > 0, \quad (2)$$

совпадающей с известным уравнением первого порядка, решение которого описывает закон

Омори для афтершоков в случае знака “минус” $n(t) = 1/(c + \sigma t)$, $c = \text{const} > 0$, и обратный закон Омори для форшоков в случае знака “плюс” $n(t) = 1/(c + \sigma t)$, $t < c/\sigma$, [Смирнов, Пономарев, 2020]. При этом численные значения параметра σ и постоянной интегрирования c , вообще говоря, различаются для форшоков и афтершоков [Zavyalov et al., 2022].

Из (2) вытекает, что также справедливо уравнение $\frac{1}{n}(dn/dt)^2 - \sigma^2n^3 = 0$, приведенное в работе [Faraoni, 2020] при обсуждении аналогии с моделью Большого Взрыва в космологии. Если домножить это уравнение на неопределенный параметр Λ и вычесть из (1), легко показать, что любые решения кинетического уравнения (1) $n(t)$ также удовлетворяют семейству уравнений с параметром Λ наряду с (1):

$$d^2n/dt^2 + \frac{1-2\Lambda}{2n}(dn/dt)^2 - \frac{5-2\Lambda}{2}\sigma^2n^3 = 0, \quad (3)$$

$$\Lambda = \text{const}.$$

При $\Lambda = 1/2$ второй член в (3) обращается в нуль, а третий — отрицательный и (3) принимает форму уравнения “релаксатора”, т.е. нелинейного осциллятора с мнимой частотой $i\omega$ (зависящей от амплитуды, $\omega^2 \sim \sigma^2n^2$). Такие уравнения описывают релаксационный процесс.

Важно отметить, что уравнения первого порядка типа (2) с фиксированными значениями параметров в правой части, не могут адекватно описывать нарастающую и спадающую ветвь активности $n(t)$ из-за наличия особой точки типа устойчивый узел при максимальном значении $n(t)$. Этим как раз и определяется, что для построения унифицированной модели всего фор-афтершокового процесса необходим переход к уравнениям второго порядка.

Уравнение (1), как и (2), описывает неограниченный рост активности форшоков, т.е. сингулярность решения в момент главного события. Это не отвечает реальным наблюдениям да и вообще физически бессмысленно. Таким образом, модели с сингулярностью теряют применимость при приближении к главному событию, что является главным препятствием для построения общей кинетической модели. В обзоре [Zavyalov et al., 2022] описан другой подход к согласованию временных зависимостей форшоков и афтершо-

ков, в котором афтершоки описываются уравнением (2), а форшоки — логистическим уравнением Ферхюльста. Решения логистического уравнения описывают сравнительно плавное снижение скорости роста $n' = dn/dt$ и приближение $n(t)$ к новому стационарному уровню. А в момент главного события проводится “сшивку” с решением (2) — спадающим решением. Для обобщения этого подхода при описании более сложной временной зависимости потоков событий за несколько суток до и после главного события может использоваться логистическое уравнение общего вида:

$$dn/dt = \gamma n^k (n_s - n), \quad (4)$$

в котором γ , k , n_s постоянные параметры. Уравнение (4) переходит в уравнение Ферхюльста при $k = 1$, а в случае $k = 2$ оно использовалось для описания переходных сейсмических процессов [Смирнов, Пономарев, 2020]. За счет подбора параметров k , n_s можно аппроксимировать особенность форшоков для некоторых землетрясений в Сахалин-Курильском регионе (рис. 1, по материалам [Тихонов и др., 2008; Tikhonov, Kim, 2010]). Для этих событий наблюдается резкое уменьшение n' после “взрывного” роста активности форшоков (уравнение Ферхюльста описывает более плавное уменьшение).

Для рассматриваемого региона в работах [Малышев, Тихонов, 1991; Malyshev, Tikhonov, 2007] были установлены закономерности во временном потоке форшоков перед главным событием — рост активности происходит с на-

растающим темпом (в режиме с обострением по терминологии синергетики [Малинецкий, Потапов, 2002]), который довольно хорошо описывается уравнением саморазвивающихся процессов, СРП, [Малышев, Тихонов, 1991; Voight, 1989; Malyshev, Tikhonov, 2007]:

$$dn/dt = |An^\lambda - n_1^\lambda|^{\alpha/\lambda}, \quad (5)$$

где A , n_1 , α , λ — коэффициенты, которые подбираются при сравнении с эмпирическими данными для $n(t)$. С использованием модельного уравнения СРП был сделан заблаговременный прогноз Невельского землетрясения 02.08.2007 г., $M_w = 6.2$ [Tikhonov, Kim, 2010]. Однако решения уравнения саморазвивающихся процессов содержат сингулярность, из-за чего в цитированных работах А. И. Малышева и И.Н. Тихонова рост $n(t)$ искусственно ограничивается асимптотой (обрезание особенности по терминологии математической физики). Представляет несомненный интерес такое обобщение модели СРП, при котором устраняется физически бессмысленная сингулярность, но сохраняется соответствие с наблюдениями (как для случаев ряда отдельных форшоковых последовательностей (рис. 1), так и по результатам построения обобщенной окрестности сильного землетрясения [Родкин, 2008; 2020]. Одним из вариантов такого обобщения является инстантонная модель, описанию которой посвящена данная работа. Предлагаемые уравнения этой модели как альтернатива уравнению СРП могут быть полезны как для совершенствования подходов к предсказанию землетрясений, так

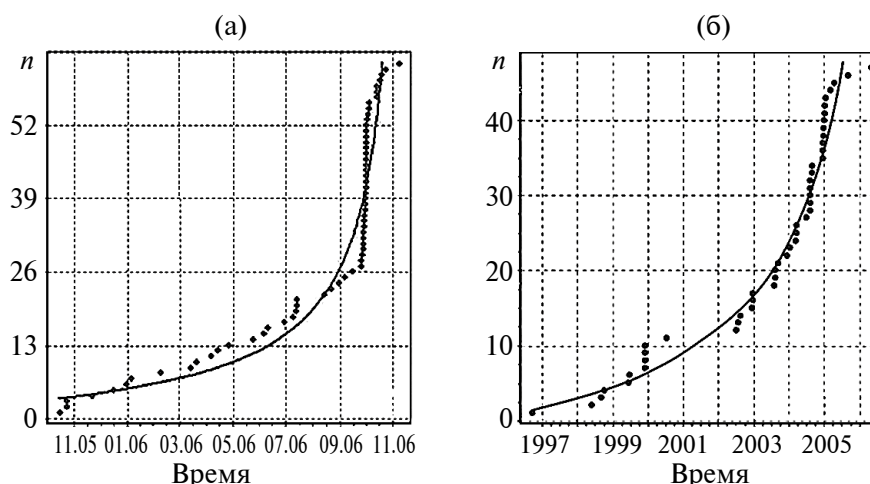


Рис. 1. Скорость накопления количества событий за месяц n , перед Симуширским землетрясением 15.11.2006 г., $M_s = 7.9–8.2$ (а), и Горнозаводским землетрясением 17.08.2006 г., $M = 5.6$ (б), по материалам работ [Тихонов и др., 2008; Tikhonov, Kim, 2010]. Линии регрессии с сингулярностью проведены согласно авторским работам.

и для понимания процесса развития сейсмической неустойчивости.

При построении обобщенной окрестности сильного землетрясения (ООСЗ) [Родкин, 2020] можно получить еще один пример нетривиальной зависимости активности $n(t)$ от времени с переходом от форшоков к афтершокам. На рис. 2 показана характерная зависимость суточного числа форшоков и афтершоков для в ООСЗ, построенной по каталогу ISC [Родкин, 2020]. На рис. 2 (левая панель) заметна тенденция замедления роста суточного числа событий в ближайшей окрестности перед совмещенной датой сильных событий. На графике точки отвечают плотности по времени для групп из 50 последующих в ООСЗ событий с шагом 25 событий, основные события исключены.

На графике для афтершоков (рис. 2, правая панель) на интервале длительностью несколько часов после главного события имеется участок квазиплато, а спад по закону Омори начинается позже. Это можно моделировать с использованием уравнений (2) и (4), если точку перехода от растущего решения к спадающему искусственно сместить вправо от времени главного события. Но унифицированного описания временной зависимости $n(t)$ в ООСЗ до и после главного события еще не проводилось.

В данной работе для унифицированного описания форшок–афтершоковых последовательностей (без перехода от одного управляющего уравнения к другому) рассматриваются кинетические уравнения второго порядка, сходные по форме с (1), (3), но имеющие непрерывные

решения в виде локализованных во времени всплесков $n(t)$. Такие решения, описывающие возмущения физических полей, называются инстантонами. Название “инстантоны” подчеркивает их аналогию с солитонами, т.е. пространственно-локализованными волновыми возмущениями, которая проявляется при замене в уравнениях для волновой формы текущей координаты x на время t . Инстантоны используются в ряде разделов теоретической физики как упрощенная модель переходных процессов (или переходов между состояниями системы в квантовой механике до и после туннелирования через барьер [Вайнштейн и др., 1982]). Однако математический аппарат квантовой механики для получения инстантонных решений чрезвычайно сложен. Вместе с тем имеется и наглядный образ инстантона — график производной по времени от логистической (S -образной) зависимости. Скорость такого процесса сначала значительно возрастает, достигает максимума, а затем асимптотически убывает до нуля. Простейшие два варианта выражения для инстантонов можно представить в форме:

$$y_1(t) = \frac{A_{1m}}{\text{ch}^2(t/t_s)}; \quad y_2(t) = \frac{A_{2m}}{1 + (t/t_s)^2}, \quad (6)$$

где параметры A_{1m} , A_{2m} определяют максимальную амплитуду, а параметр t_s — ширину интервала со всплеском величины $y(t)$, сопоставляемой здесь с числом сейсмических событий в единицу времени (обычно, сутки): $y \leftrightarrow n$. Действительно, при интегрировании выражений для y_1 , y_2 получаются “классические” логистические зависимости

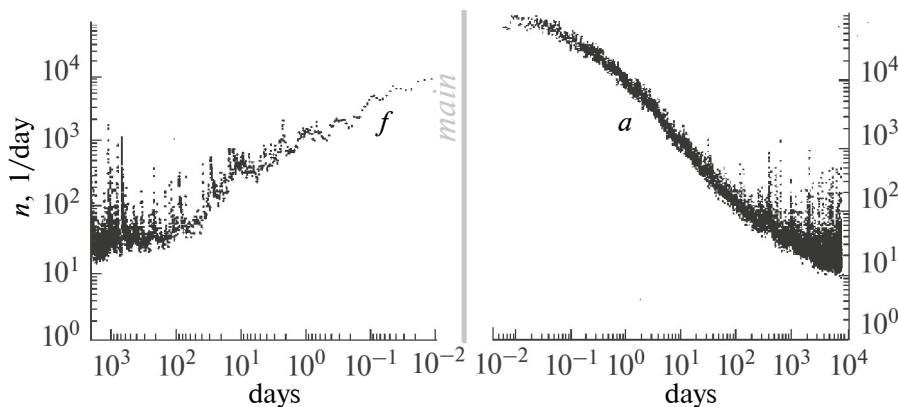


Рис. 2. Временная зависимость суточного числа форшоков и афтершоков в ООСЗ для каталога ISC по материалам работы [Родкин, 2020]. Точки отвечают средним значениям для последовательных по времени групп землетрясений, пояснения в тексте.

$$\begin{aligned} F_1(t) &= A_{1m} t_s (\text{th} t/t_s + 1), \\ F_2(t) &= A_{2m} t_s (\arctg t/t_s + \pi/2). \end{aligned} \quad (7)$$

Примечательно, что в формуле (6) $y_1(t)$ совпадает с решением “солитонного” уравнения Кортевега-де-Фриза при замене аргумента t/t_s на фазу волны $(x-vt)$, v — скорость волны.

В настоящей работе будем использовать возмущения (инстантоны) с более сложной формой и большим числом параметров, чем в (6). Цель — показать эффективность использования инстантонной модели форшок—афтершоковых последовательностей на примере землетрясений в южной части о. Сахалин.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сформулируем требование к модельным зависимостям $n(t)$ и описывающим их кинетическим уравнениям. При удалении от момента пиковой активности ход графиков $n(t)$ должен соответствовать обобщенному закону Омори—Утсу, [Utsu, 1961], $n(t) \sim 1/(c \pm t)^p$, где параметр c и показатель степени p — положительные величины, время t отсчитывается от момента главного события. Важно отметить, что для форшочков это подразумевает сходство с решениями уравнений Фойгта—Варнса [Varnes, 1989; Voight, 1989] и модели СРП [Тихонов и др., 2017; Malyshev, Tikhonov, 2007] вне некоторого интервала до главного события. Заметим также, что по результатам анализа обобщенной окрестности сильного землетрясения (рис. 2) число афтершоков сильно превышает число форшочков, и степенной рост числа форшочков происходит медленнее, чем спад числа афтершоков.

Рассмотрим сначала кинетические (дифференциальные) уравнения, решением которых являются пикированные зависимости (5), описывающие резкое нарастание модельной функции $y(t)$, прохождение локального максимума (пикового значения) и последующий резкий спад. Стоит подчеркнуть, что у зависимостей $y_1(t)$, $y_2(t)$ нарастающая и спадающая ветви зеркально симметричны относительно оси $t = 0$, и они не могут описывать различие графиков нарастания/спада активности (условно, форшок и афтершоковых зависимостей). Далее будем расширять параметризацию. Зависимости из (6) являются решениями следующего

нелинейного дифференциального уравнения первого порядка:

$$\begin{aligned} dy/dt &= \pm (2/t_s) y^\beta \sqrt{1-y}, \quad y = \frac{n}{n_m}, \\ n_m &= (n_{1m}, n_{2m}), \end{aligned} \quad (8)$$

что легко проверяется подстановкой $n = y_1(t)$ при значении коэффициента $\beta = 1$ и $n = y_2(t)$ при $\beta = 3/2$. В правой части (8) положительный знак соответствует нарастающей ветви решения (форшоки), отрицательный — спадающей (афтершоки). Уравнение (8) может быть использовано вместо (5) для описания эпизодов режима с обострением в сейсмических последовательностях, которые станут называться форшоками лишь в случае реализации главного события. Но оно еще не обеспечивает описание всей зависимости $n(t)$.

Пикированные зависимости из (6) также удовлетворяют дифференциальному уравнению второго порядка:

$$d^2 y/dt^2 - (dy/dt)^2 (\beta/y) + (2/t_s^2) y^{2\beta} = 0, \quad (9)$$

в котором первые два слагаемых имеют такую же форму, что и в уравнениях (1), (3), полученных при лагранжевом подходе, но отличаются от них коэффициентами. В случае $\beta = 3/2$ третье слагаемое в (9), как и в (1), пропорционально n^3 . А для случая $\beta = 1$ оно $\sim n^2$, т.е. несколько отличается от (1). Из (8), (9) вытекает, что выражения $y_1(t)$, $y_2(t)$ из (6) также являются решениями следующего семейства уравнений с параметром Λ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} - \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 (\beta + \Lambda/2)/y + 2y^{2\beta} (1 - \Lambda)/t_s^2 + \\ + 2(\Lambda/t_s^2) y^{2\beta-1} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

При выборе параметра $\Lambda = -2\beta$ или $\Lambda = 1$ уравнение (10) принимает упрощенную форму, что будет использовано в следующем разделе. Сопоставляя (9) и (1), (10) и (3), естественно допустить, что уравнения такого типа при расширении функциональной зависимости от активности $n = y n_m$ и возможном добавлении слагаемых могут моделировать варианты последовательностей сейсмических событий с различным отношением числа форшочков и афтершоков (мы коснемся этого вопроса в обсуждении). В следующем разделе решается задача отыскания и верификации обобщающего кинетического уравнения для зависимости $n(t)$.

КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ИНСТАНТОНОВ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Общую форму кинетического уравнения для унифицированного описания форшок–афтершоковых последовательностей можно вывести из следующих соображений. Рассмотрим вспомогательное выражение, имеющее минимум:

$$Z(t) = A_f e^{-ft} + A_a e^{at}, \quad (11)$$

в котором A_f, A_a, f, a — постоянные коэффициенты. Минимум этого выражения достигается при $t_m = (f + a)^{-1} \ln(A_f/aA_a)$ и равен $Z_{\min} = A_f^2 f(a+f)/(A_a^2 a^2) \exp[-f/(a+f)]$.

При выборе коэффициентов $fA_f = aA_a$ точка минимума приходится на $t = 0$, что удобно для дальнейшего, при этом минимальное значение $Z(0) = Z_{\min} = A_f + A_a$. Если сопоставить точку $Z_{\min}$ с моментом главного события, то монотонно растущая функция $F(Z)$ может описывать в общих чертах зависимость среднего времени между последовательными сейсмическими событиями: оно сначала уменьшается по мере приближения к главному событию, а потом, после него, начинает увеличиваться. Зависимость активности от времени при этом может моделироваться монотонной функцией от обратной величины $1/Z$, в частности, степенной функцией (эмпирически наблюдаемое, начиная с некоторого удаления от момента главного события).

Выражение (11) с экспоненциальными слагаемыми при любых значениях коэффициентов A_f и A_a является решением линейного дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} + (f - a) \frac{dZ}{dt} - f a Z = 0. \quad (12)$$

Для перехода от (12) к модельному кинетическому уравнению для активности $n(t)$ используем степенную функцию $n(t) = 1/Z^s$, вводя при этом еще один параметр — s . В результате получим вместо (12) следующее уравнение:

$$\frac{d^2 n}{dt^2} - \frac{(s+1)}{sn} \left(\frac{dn}{dt} \right)^2 + (f - a) \frac{dn}{dt} + s f a n = 0. \quad (13)$$

Запишем также уравнение для величины, обратной $n(t)$ — среднего интервала между сейсмическими событиями $T(t) = 1/n$:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} - \frac{(s-1)}{sT} \left(\frac{dT}{dt} \right)^2 + (f - a) \frac{dT}{dt} - s f a T = 0. \quad (14)$$

Обратим внимание, что нелинейность в уравнениях (13), (14) появляется только вследствие нелинейной зависимости $n(Z)$, $T(Z)$.

В случае $s = 2$, представляющем наибольший интерес для данной работы, решение кинетического уравнения (13) можно записать в форме:

$$n(t) = n_0 (A_f + A_a)^2 / (A_f e^{-ft} + A_a e^{at})^2, \quad (15)$$

где n_0, A_f, A_a — постоянные коэффициенты, за счет которых можно обеспечить выполнение начальных или граничных условий для уравнения (13). Стоит отметить, что коэффициент n_0 определяет значение $n(t)$ при $t = 0$ и совпадает с максимальным значением активности в теоретически выделенном (простейшем) случае $A_f = A_a, f = a$. Временная зависимость $n(t)$ в (15) имеет определенное сходство с классическим инстантоном $y_1(t)$, определенным в (6): наличие ярко выраженного максимума и экспоненциальное убывание при $t \rightarrow \pm \infty$. Зависимость $n(t)$ в (15) при $f > a$ описывает более растянутый во времени спад активности после прохождения максимума по сравнению с ее нарастанием.

Можно показать, что в частном случае $f = a$ уравнение (13), где $s = 2$, переходит в уравнение (10) с параметрами $\beta = 1, \Lambda = 1$. На рис. 3 показаны примеры зависимости $n(t)$, описываемой решением (15), при $A_f = A_a$. В случае рис. 3а имеем равенство параметров $f = a$, и график $n(t)$ симметричен относительно оси $t = 0$, а сама зависимость $n(t)$ сводится к простой функции $n(t) = n_0 c h^{-2} a t$. Для этой зависимости ход графика на интервале 2–10 сут после максимума весьма близок к спадающей зависимости $n(t) = K/(c + t)^p$, где n выражено в 1/сут, $K = 963$, $c = 2.92$, $p = 4.87$ (т.е. по закону Омори–Утсу). Случай на рис. 3б — пример несимметричного инстантона при $f > a$. В этом случае также показано, что зависимость (15) на интервале, лежащем правее точки перегиба графика, мало отличается от уже приведенной зависимости с параметрами $K = 972$, $c = 5.1$, $p = 3.7$. На рис. 3в представлен случай, когда нарастание $n(t)$ происходит за малое время до точки максимума, что может ассоциироваться со сценарием отсутствия форшоков вплоть до нескольких суток до главного события. Случай на рис. 3г — пример, когда спад $n(t)$ после прохождения максимума происходит быстрее нарастания. Подобные случаи в сейсмологии, когда форшоков больше, чем афтершоков, изредка реализуются [Гульельми и др., 2024]. Случай, когда $f \gg a$, представлен

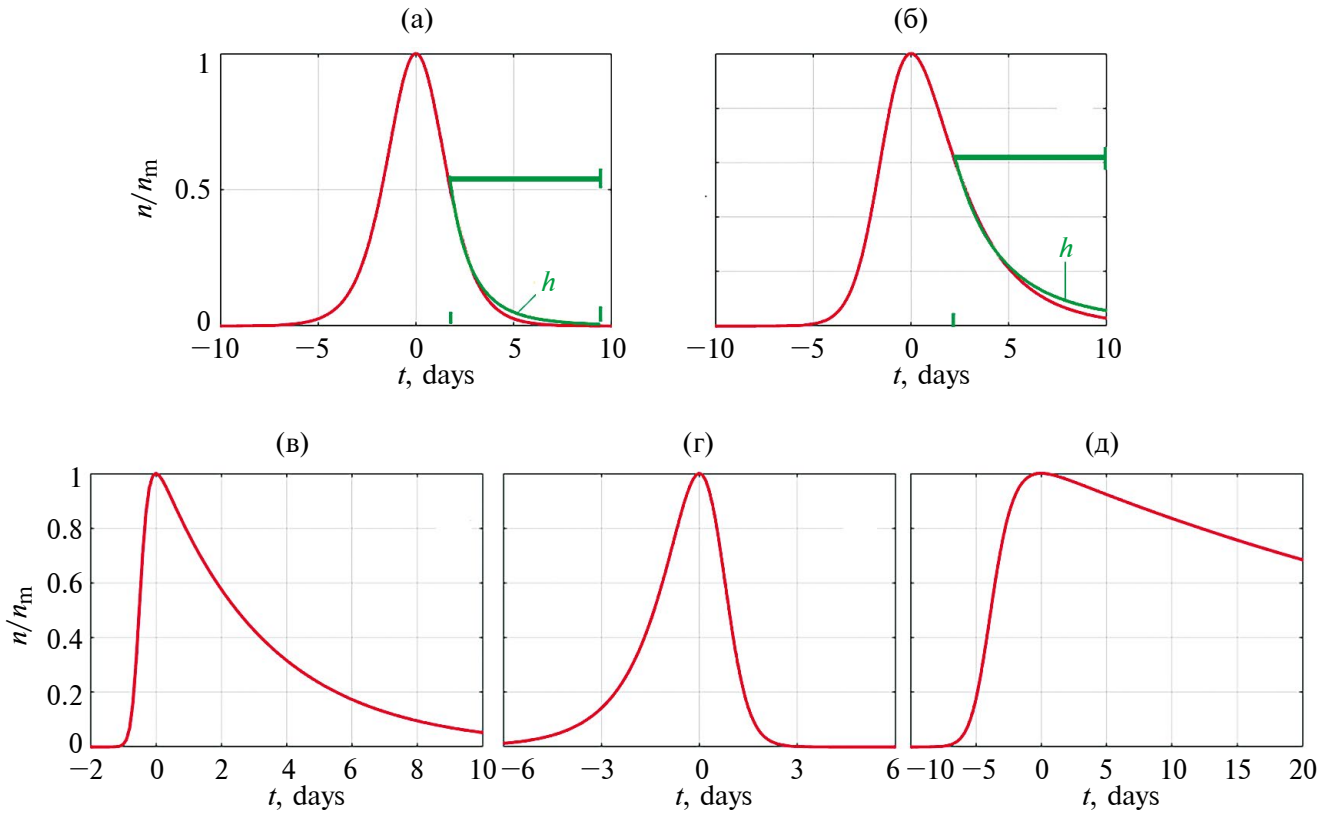


Рис. 3. Характерные зависимости от времени решений кинетического уравнения (13) при $s = 2$ с нормировкой на максимальное значение активности: (а) $f = a = 1$, $A_r = A_a = 1$; (б) $f = 0.8$, $a = 0.2$, $A_r = 1$, $A_a = 4$; (в) $f = 6$, $a = 0.15$, $A_r = 1$, $A_a = 40$; (г) $f = 0.4$, $a = 1.6$, $A_r = 4$, $A_a = 1$; (д) $f = 1$, $a = 0.01$, $A_r = 1$, $A_a = 100$. В случаях (а), (б) маркером h указаны графики зависимости $n(t) = K/(c + t)^p$, значения K , c , p приведены в тексте. Интервалы наложения графиков отмечены полосой.

на рис. 3д. Этот последний случай, возможно, имеет отношение к моделированию потоков медленных или тихих землетрясений [Кочарян, 2016] скорее, чем к форшок—афтершковым последовательностям.

Выражение для инстантонов другого класса с формой, отличной от (15), и кинетическое уравнение для них можно вывести, модифицируя зависимость $y_2(t)$ в формуле (5). Потребуем, чтобы активность $n(t)$ асимптотически убывала при $t \rightarrow \infty$ по степенному закону $\sim 1/t^p$ (в соответствии с законом Омори—Утсу). Подходящая форма для такого гипотетически возможного инстантона (говорим о гипотезе до подтверждения сходства с экспериментальными данными) определяется следующей рациональной функцией:

$$n(t) = n_m (2t/t_m)^p / (1 + t^2/t_m^2)^p, \quad (16)$$

где n_m — максимальное значение активности, которое достигается при $t = t_m$. В рассматриваемом

случае время главного события сопоставляется с t_m , а не с моментом $t \approx 0$, как в (5), (15).

Рассмотрим вспомогательное выражение $V(t)$, связанное с $n(t)$ из (16) соотношением $n \sim 1/V^p$:

$$V(t) = t_m/t + t/t_m. \quad (17)$$

Используя то, что это выражение имеет минимум при $t = t_m$, повторим для него вышеописанный прием: запись относительного простого дифференциального уравнения и последующий переход к уравнению для $n(t)$. Вычисляя первую и вторую производную от (17) и исключая явную запись t , можно получить следующее уравнение:

$$d^2V/dt^2 - 2t_m^{-1/2} (1/t_m - dV/dt)^{3/2} = 0. \quad (18)$$

Переходя от $V(t)$ к активности $n(t)$, нормированной на максимальное значение n_m , запишем кинетическое уравнение в окончательной форме:

$$d^2n/dt^2 - \frac{p+1}{pn}(dn/dt)^2 + \frac{pn_m(n_m/n)^{\frac{p+1}{2p}}}{t_m^2} \times$$

$$\times \left[\left(n/n_m \right)^{\frac{p+1}{p}} + \frac{t_m}{pn_m} dn/dt \right]^{3/2} = 0. \quad (19)$$

В уравнении (19) в третьем слагаемом стоит нелинейная функция от активности $n(t)$ и скорости ее изменения. Этим оно отличается от кинетического уравнения (13), содержащем слагаемые, линейно зависящие от n и dn/dt .

На рис. 4 показаны примеры зависимости $n(t)$, описываемой выражением (16), т.е. решением (19) с начальным условием $n(0) = 0$, при разных значениях параметров t_m , p . Задание значений этих параметров равносильно второму начальному условию $n(0) = n_0$. Для сравнения с формой инстантона (15) на рис. 4а также приведен график этой зависимости, значения параметров f , a , A_f , A_a подобраны так, чтобы графики получились сходными, при заданных t_m , p в (16), и при сдвиге по времени могли бы “совмещаться”, т.е. аппроксимировать друг друга на некотором интервале. На рис. 4б, 4в показаны примеры, как видоизменяется форма (16) при изменениях параметров t_m , p . Оба этих параметра влияют на положение максимума и на характерное время спада $n(t)$.

В окрестности максимума (сопоставляемого с временем главного события) и далее на некотором интервале спадающих ветвей зависимостей (15) и (16) графики получаются довольно близкие при соответствующем подборе параметров. Различия появляются на больших временах,

когда $n(t)$ в (16) убывает пропорционально $(t/t_m)^{-p}$ — по закону Омори–Утсу, а в (15) — экспоненциально, т.е. быстрее. Зависимость (16) содержит меньше параметров, чем (15). Из-за этого формы растущей и спадающей ветвей в (16) жестко связаны друг с другом. А для модельного инстантона (15) есть возможность варьировать поведение растущей и спадающей ветвей $n(t)$ отдельно, прежде всего за счет подбора параметров f , a .

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ НАБЛЮДЕНИЙ

Выбор региона, где теоретическая модель увязывается с эмпирическими данными, исходит из следующего. На юге о. Сахалин (рис. 5) развернута сеть сеймостанций ФИЦ ЕГС РАН. По данным этой локальной сети составлен каталог, включающий в себя параметры 21079 событий ($0.1 \leq M_w \leq 6.2$), которые зарегистрированы за период 2003–2023 гг. [Содержание ежегодников..., 2024]. На рис. 5 показано расположение эпицентров этих землетрясений, а также наиболее крупных разломов, согласно работе [Zelenin et al., 2022]. Сейсмическая активность на Сахалине сосредоточена главным образом в земной коре (10–30 км). Наиболее сильные землетрясения приурочены к Западно-Сахалинской, Центрально-Сахалинской разломным зонам и Восточно-Сахалинскому разлому.

С 2004 г. регистрируется примерно постоянный уровень сейсмической активности. Всплеск активности в 2007 г. обусловлен большим количеством афтершоков Невельского земле-

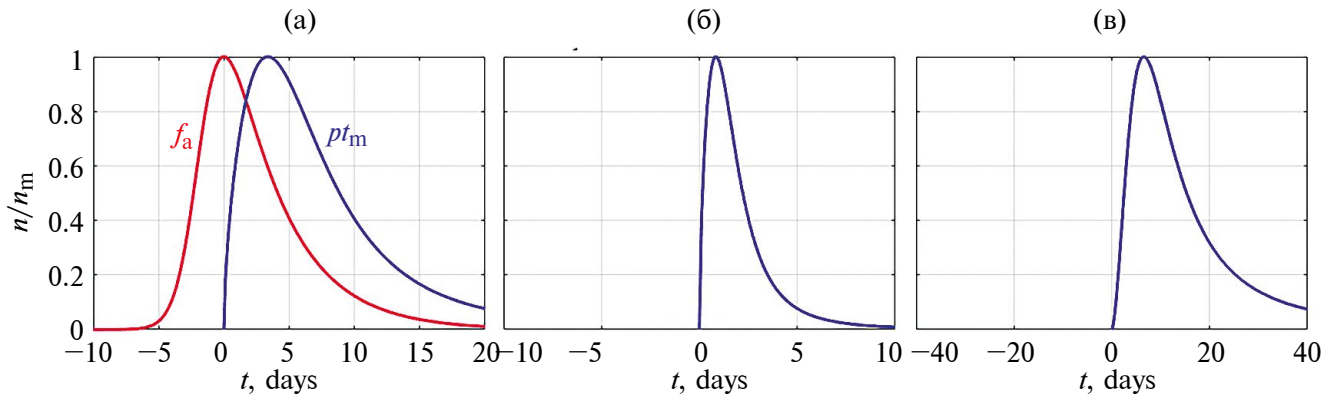


Рис. 4. Характерные зависимости от времени решений кинетического уравнения (19) с нормировкой на максимальное значение активности: (а) $p = 0.6$, $t_m = 8$; (б) $p = 0.6$, $t_m = 2$; (в) $p = 1.5$, $t_m = 8$. Графики на панели (а): маркер $p t_m$ — решение (19), маркер f_a — сопоставляемая зависимость (15) с параметрами: $f = 0.72$, $a = 0.12$, $A_f = 1$, $A_a = 6$.

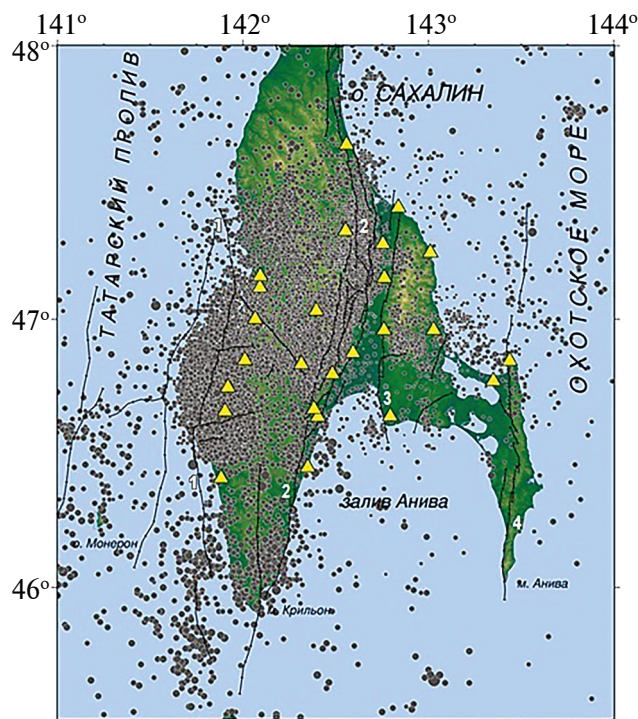


Рис. 5. Расположение сейсмостанций сети Сахалинского филиала ФИЦ ЕГС РАН и эпицентров землетрясений на территории южной части о. Сахалин за период 2003–2023 гг. Черными линиями показаны крупнейшие разломные зоны: 1 — Западно-Сахалинская, 2 — Центрально-Сахалинская, и региональные разломы: 3 — Сусунайский, 4 — Восточно-Сахалинский (Хоккайдо-Сахалинский), согласно работам [Воейкова и др., 2007; Zelenin et al., 2022].

трясения (2007.08.02, $M_w = 6.2$) [Tikhonov, Kim, 2010]. Представительным (статистически достоверным) диапазоном магнитуд можно считать $M_w \geq 2.0$, далее, при сопоставлении с инстантонной моделью, рассматриваются события с такими магнитудами.

Для сравнения с сейсмологическими данными использовалось кинетическое уравнение (13) и его решение (15). Выбор инстантона с такой формой определялся тем, что он более универсален по сравнению с (16) и, благодаря наличию 4-х параметров f , a , A_f , A_a , позволяет моделировать с большей гибкостью различные случаи динамики форшоков и афтершоков.

Кроме того, имеет значение, что решения кинетического уравнения (19) оказались более чувствительными к изменениям параметров, чем уравнения (13).

При подборе параметров в качестве стартовых значений использовались $s = 2$, $f = a = 0.5$ 1/сут, $A_f = A_a = 1$. При таком стартовом выборе выражение (15) описывает снижение активности через двое суток после максимума в 9.5 раза. Для параметра n_0 бралось максимальное значение из эксперимента, параметр A_f задавался произвольно, а параметр A_a принимался равным $A_a = A_f f/a$ (см. пояснение к формуле (13) и рис.3). Далее методом перебора вариантов с быстрой визуализацией (используя возможности Matlab) подбирались значения f , a . Соответствие между модельной зависимостью с выбранными параметрами и эмпирическими данными контролировалось по коэффициенту детерминации R^2 [Айвазян, Мхитарян, 2001], который вычислялся в интервалах ± 10 или ± 20 суток. Если значения R^2 оказывались меньше 0.5 (минимально приемлемого уровня, согласно работе [Магнус и др., 2004]), продолжался подбор и уточнение параметров f , a .

Используемые для сравнения временные зависимости сейсмичности для обобщенной окрестности сильного землетрясения (ООСЗ) построены по данным каталога землетрясений южной части о. Сахалин [Содержание ежегодников..., 2024]. По этому каталогу для территории в пределах 44.5° – 50.5° с. ш., 141.5° – 143.5° в. д. (см. рис. 3) было отобрано 475 событий с $M_w \geq 3.5$, условно рассматриваемых как “сильные” — для применения методики ООСЗ для компактной зоны. Радиус окрестности сильного землетрясения задавался как десятикратный размер очага $L = 10 R$, определяемый, согласно работам [Соболев, 1993; Родкин, 2020], по формуле:

$$R[\text{км}] = 10^{0.5 M_w - 1.9}. \quad (20)$$

Круговая область с радиусом $10 R$ почти заведомо превышает зону сильного влияния главного события, но обеспечивает большую статистику; далее будем называть такие совокупности событий до и после главного землетрясения условными форшоками и афтершоками. Выборка ограничена событиями представительного диапазона магнитуд ($M_w \geq 2.0$).

На рис. 6 представлен результат построения ООСЗ для юга Сахалина с суточным распределением числа событий до и после совмещен-

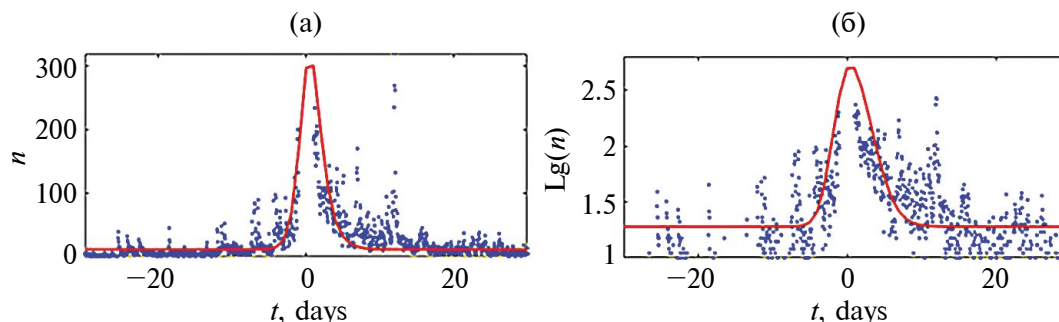


Рис. 6. Временная зависимость суточного числа форшоков и афтершоков в ООСЗ для каталога юга о. Сахалин и ее аппроксимация (сплошная линия) с помощью инстантонного решения (15) с параметрами (а) $f = 0.4$, $a = 0.4$, $n_m = 300$, $A_f = A_a = 1$; (б) — та же зависимость и ее аппроксимация в логарифмическом масштабе на интервале ± 10 суток от главного события.

ной даты главного события. Для построенной ООСЗ всего просуммировано 55412 событий, в интервал времени 30 сут до главного события попало 9705 событий, а в интервал 30 сут после него — 23479. На день главного события приходится 22228 событий (резкое возрастание), и на графике на рис. 6 не отображены данные об активности в этот “нулевой” день. При построении графика ООСЗ весь выбранный интервал времени был разбит на часовые интервалы, затем проводилось суммирование за час с привязкой к выбранному часу. Далее происходил сдвиг интервала на один час. Для наглядного отображения выбранный час переводился в часть суток, и на графиках на оси абсцисс отображались отсчеты в днях.

По графику на рис. 6 видно, что рост активности замедляется за 2–3 сут до главного события. Обратный закон Омори (нарастающая гиперболическая зависимость) в принципе не может описывать такое поведение. А решение кинетического уравнения (13), которое на рис. 6 показано сплошной линией и в аналитическом виде приведено в (15), описывает как резкое нарастание активности для ООСЗ перед главным событием, так и замедление роста $n(t)$ в последние несколько суток до “дня 0”. На интервале ± 10 сут от совмещенной даты главного события коэффициент детерминации эмпирической и теоретической зависимости $n(t)$, R^2 составляет 0.62, что превышает минимальное значение 0.5, при котором аппроксимация считается приемлемой [Айвазян, Мхитарян, 2001; Магнус и др., 2004]. Это свидетельствует об удовлетворительном соответствии графиков на рис. 6 для эмпирических данных и теоретической модели.

Стоит отметить, что приемлемую аппроксимацию зависимости активности в ООСЗ можно получить также с помощью уравнения (9) в случае $\beta = 1$, если отдельно подбирать параметры для спадающей и нарастающей ветви.

Рассмотрим теперь соответствие временных зависимостей форшоков и афтершоков для наиболее сильных землетрясений в южной части о. Сахалин в период 2003–2023 гг.: Невельского землетрясения 02.08.2007, $M_w = 6.2$ и Горнозаводского землетрясения 17.08.2006, $M_w = 5.9$. Эмпирические временные зависимости сейсмической активности $n(t)$ строились для выборок событий, произошедших внутри круговых зон вокруг эпицентров Невельского и Горнозаводского землетрясений. Радиусы круговых зон выбирались как десятикратные размеры очагов $L = 10 R$, R определено выражением (20). Для Невельского землетрясения, согласно (20), радиус $R = 17.8$ км, так что $L = 178$ км. В пределах этой зоны в течение 200 сут (100 сут до и 100 после главного события) произошло 1331 событие с магнитудой выше 2, из них 125 — условные форшоки и 1139 — условные афтершоки, в нулевой день — 67 событий.

В интервал длиной 50 сут до главного события попадает 65 событий, а в интервал 50 сут после него — 995 событий, всего 1127 событий (вместе с 67 событиями нулевого дня). Таким образом, даже для одного события статистика позволяет повторить построения, подобные рис. 6. Аналогичная картина имеет место для Горнозаводского землетрясения, у которого радиус очага $R = 11.2$ км и радиус круговой зоны выбран $L = 112$ км. Внутри этой зоны за 100 сут до главного события было 32 события, за 100 сут

после него — 558, и в нулевой день — 94 (всего 684 события). А на интервал длиной ± 50 сут приходится 643 события, из них до дня главного события — 23, после — 526, а на день главного события — 94. Заметим, что в приведенных данных по выборке событий с $M_w \geq 2$ число условных афтершоков примерно на порядок превышает число условных форшоков (как и в случае ООСЗ, рис. 2). Такое соотношение типично. Но для всех событий из каталога имеет место нетипичное соотношение событий за 100 и 50 сут до и после рассматриваемых Невельского и Горнозаводского землетрясений: количество условных форшоков и афтершоков сравнимо. Это может объясняться худшей представительностью слабых событий, $M_w < 2$ в афтершоковых последовательностях.

На рис. 7 приведены сейсмическая активность до и после дня Невельского (график а) и Горнозаводского (график б) землетрясений. Сплошными линиями показаны теоретические зависимости, параметры которых подобраны для наилучшего сходства экспериментальными данными. На рис. 7 наглядно прослеживается приемлемое соответствие между модельной (теоретической) и эмпирической зависимостями $n(t)$ на кратковременных интервалах перед и после главных событий. Длительность таких интервалов составляет $\pm (10\text{--}12)$ сут в случае Невельского землетрясения и $\pm (8\text{--}10)$ сут в случае Горнозаводского землетрясения.

В заключение раздела поясним различие между графиками сейсмической активности на рис. 8 и на рис. 1, основанное на материалах

работ [Тихонов и др., 2008; Tikhonov, Kim, 2010]. Зависимости $n(t)$, представленные на рис. 7, подразумевают суточное число событий, причем в расчет приняты все события с магнитудой выше представительной из каталога, попадающие в выбранную круговую зону. В случае рис. 1 (по работам [Тихонов и др., 2008; Tikhonov, Kim, 2010]) под активностью понимается накопление числа событий за более продолжительное время (месяц, т.е. около 30 сут), причем рассматривались события с магнитудой выше пороговой, произошедшие на всей территории южной части о. Сахалин и прилегающего шельфа.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Модели прямого и обратного каскада Омори обычно принято описывать отдельно. Имеет место, однако, значительное сходство в их режимах при обращении знака времени, что указывает на перспективность их рассмотрения в рамках единой модели. В настоящей работе предложена одна из подобных моделей, названная инстантонной и предназначенная для описания временных зависимостей форшоков и афтершоков в первые несколько суток или недель до и после главного события. Модели инстантонов соответствует трактовка деформационных процессов в области вокруг готовящегося очага землетрясения как перехода между состояниями “до” и “после” главного события. На качественном уровне такая трактовка почти тривиальна. Но при количественном описании форшок—афтершоковых последовательностей как проявлений единого деформационного про-

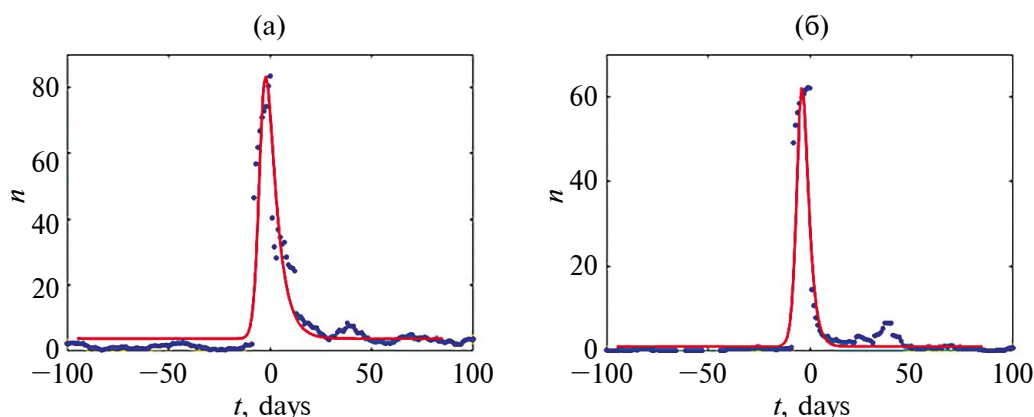


Рис. 7. Сейсмическая активность до и после землетрясений: (а) — Невельского, 02.08.2007 г., $M_w = 6.2$; (б) — Горнозаводского, 17.08.2006 г., $M_w = 5.9$ и их аппроксимации с помощью инстантонных решений (15). Параметры аппроксимации: $f = 0.4$, $a = 0.1$, $n_m = 87$, $A_f = A_a = 1$ (а); $f = 0.37$, $a = 0.19$, $n_m = 86$, $A_f = A_a = 1$ (б).

цесса в земной коре возникают математические затруднения. Выше было показано на примере Сахалина, что инстантонная модель позволяет преодолеть такие проблемы.

Рассмотрим сходные черты и различия моделей форшоков—афтершоковых последовательностей: инстантонов и эмпирических зависимостей, обычно описываемых прямым и обратным законом Омори. Графики на рис. 6, рис. 7 показывают, что инстантонная модель визуально сглаживает различия профилей временных зависимостей форшоков и афтершоков. Это происходит благодаря тому, что в первые несколько суток числа событий с $M_w \geq 2$, произошедших до и после главного события, сопоставимы. И только на интервалах ± 50 сут и длиннее афтершоков становится значительно больше, чем форшоков.

Инстантонная модель описывает непрерывное, без физически неоправданной расхожимости, изменение сейсмической активности вблизи максимального значения (увязанного с временем главного события). Для афтершоков этот результат хорошо известен [Zavyalov et al., 2020; 2022], он может быть получен при “лагранжевом” подходе к описанию процесса затухания афтершоков [Faraoni, 2020]. Уже неоднократно отмечалось, что из упрощенного кинетического уравнения $dn/dt = -\sigma n^\alpha$ (упрощение по сравнению с записями (4), (5), взятыми со знаком “минус”) вытекает зависимость по Омори—Утсу

$$n(t) = n_m / (1 + Bt)^p, \quad (21)$$

где n_m — максимальное значение активности при $t = 0$, $p = 1/(\alpha - 1)$, $B = \sigma (\alpha - 1) n_m^{\alpha-1}$, и эта зависимость описывает квазиплато на малых временах после главного события. Различие между зависимостями $n(t)$ для инстантонной модели и для (21) заключается лишь в деталях, в частности, в длительности переходного участка от “плато” к быстрому спаду.

Для стадии форшоков инстантонная модель описывает зависимость, радикально отличную от обратного закона Омори $n(t) \sim 1/(c - t)^p$, $t < c$. Действительно, нарастающая степенная зависимость $n(t)$, характерная для режима с обострением [Малинецкий, Потапов, 2002] и определяемая уравнением $dn/dt = \sigma n^\alpha$ [Varnes, 1989; Voight, 1989], исключает наличие точки

перегиба и участка плато. Но так как сингулярность $n(t)$ физически нереализуема, то модель режима с обострением (как и вышеупомянутая модель СРП) теряет применимость незадолго до главного события. В инстантонной модели конечность $n(t)$ получается автоматически при решении кинетического уравнения типа (13). Эта модель может объяснить некоторые случаи, когда отмечался “дефицит” форшоков по сравнению с обратным законом Омори. Такой эффект намечается, например, при построении обобщенной окрестности сильного события (см., например, рис. 2, левая панель).

В работах [Тихонов и др., 2017; Malyshev, Tikhonov, 2007] для землетрясений в Сахалин-Курильском регионе предложено использовать десятикратное возрастание активности как прогнозный признак (при условии, что эмпирические последовательности соответствуют решениям уравнения (5) или уравнения Фойгта—Варнса). Модельную зависимость (15), т.е. инстантон, также можно использовать для той же цели — выделения возможного предвестника по сейсмическим данным. Но при этом изменится способ вычисления интервала времени до момента возрастания $n(t)$ в 10 раз по сравнению с началом интервала, на котором установлена аппроксимация наблюдаемой последовательности событий. Осознавая определенную условность требуемого увеличения интенсивности в 10 раз, но имея в виду примеры весьма точного прогноза времени события по методу [Тихонов и др., 2008; Tikhonov, Kim, 2010], можно предложить альтернативу этому подходу в рамках инстантонной модели. Возможен следующий метод оценки t_{10} . В качестве исходных данных для оценочного расчета можно выбрать несколько точек эмпирической зависимости активности в начале интервала, $t = -t_i$, с заданным шагом по времени τ : $n_0 = n(-t_i)$, $n_1 = n(-t_i + \tau)$, $n_2 = n(-t_i + 2\tau)$. Принимая в выражении (15) для упрощения $A_f = A_a$ и учитывая, что момент $t = 0$ близок к моменту максимума, получим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} n_0 &= n_m / (e^{-ft_i} + e^{at_i})^2, \\ n_k &= n_m / (e^{-ft_i + k\tau} + e^{at_i - k\tau})^2, k = 1, 2, \dots, \\ 10 n_i &= n_m / (e^{-ft_{10}} + e^{at_{10}})^2. \end{aligned} \quad (22)$$

При численном решении системы (22) можно найти значения параметров f , a и определить, существует ли решение для t_{10} , т.е. может ли реализоваться десятикратное возрастание активности, по сравнению со значением $n_0 = n(-t_i)$. В случае, когда решение для времени t_{10} существует, для ориентировочной оценки можно использовать следующее выражение:

$$t_{10} = \tau \ln 10 / \ln(n_1/n_0), \quad (23)$$

которое может быть получено из (15) для случая, когда в начальный момент времени, t_i , выполняется соотношение $\exp(ft_i) \gg \exp(-at_i)$, т.е. начало аппроксимированного интервала далеко до максимума $n(t)$.

Завершая обсуждение новой модели, стоит упомянуть возможности ее дальнейшего развития и применения. Модель инстантона, описываемая уравнением (15), допускает последующее обобщение, при котором значения параметров n_0 , f , a задаются различными на разных интервалах времени, например, до и после главного события. Это позволяет описать случаи, когда имеет место скачок активности в момент главного события, при переходе от форшоков к афтершокам. Такой скачок довольно типичен для землетрясений, в отличие от случаев разрушения при условиях близких к нормальным (в частности, при лабораторных исследованиях АЭ [Rodkin et al., 2021]). Вместе с тем для приповерхностных землетрясений, к которым относятся выше рассмотренные Невельское 02.08.2007 г. и Горнозаводское 15.07.2006 г. события, скачок обычно не проявляется, или его сложно зарегистрировать из-за перегрузки систем регистрации и вынужденного пропуска афтершоков в первые десятки или сотни секунд после главного события. Возникновение скачка, по всей видимости, связано с более сложным физическим механизмом реализации обычных землетрясений, важной роли при этом глубинного флюида и фазовых превращений. Этот вопрос, очевидно, требует дальнейших исследований. Для анализа существования такого скачка может быть полезным модельное выражение (15) или его обобщение.

Заметим также, что модель инстантона в форме (16) представляется перспективной и для описания форшок—афтершоковых последовательностей на более длинных интервалах

времени, чем рассмотренные в данной работе (поскольку при $t \rightarrow \infty$ эта модель переходит в закон Омори—Утсу). Для адаптации этой модели к описанию форшоков необходимо введение в нее дополнительных параметров, а также сравнение с экспериментальными данными для наиболее сильных землетрясений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование кинетических нелинейных уравнений, имеющих инстантонные решения, для моделирования потока сейсмических событий перед и после главного удара позволяет унифицировать описание форшоковых и афтершоковых последовательностей. Эти уравнения описывают временные зависимости, которые согласуются с наблюдаемыми форшок—афтершоковыми последовательностями в интервале длиной до 10 суток до и после главного события. С общезначимой точки зрения непрерывные временные зависимости сейсмической активности с максимумом в момент главного события могут быть интерпретированы как то, что в зонах, существенно превышающих радиус очага, в среде реализуется процесс релаксации накопленной энергии. Инстантонное описание обобщает естественным образом модель саморазвивающихся процессов (СРП), в рамках которой была выделена стадия взрывного роста числа форшоков перед главным событием, имеющая значение как один из прогнозных признаков. Инстантонная модель для описания форшок—афтершоковых последовательностей имеет более узкий диапазон применимости (вблизи главного события) по сравнению с прямым и обратным законом Омори, она является скорее уточнением, но не альтернативой этим классическим результатам. Тем не менее эта модель, в особенности ее вариант, представленный выражением (16), имеет принципиальную теоретическую и методологическую значимость. Она подтверждает возможность “сквозного” описания сейсмической активности в окрестности сильного землетрясения, отражающего непрерывный во времени деформационный процесс.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственных заданий ИТПЗ РАН и ИМГиГ ДВО РАН, тема FWWM-2024-0001.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают глубокую признательность И. А. Воробьевой за важные рекомендации по работе.

Работа выполнена с использованием данных, полученных на уникальной научной установке “Сейсмоинфразвуковой комплекс мониторинга арктической криолитозоны и комплекс непрерывного сейсмического мониторинга Российской Федерации, сопредельных территорий и мира” (<https://ckp-rf.ru/usu/507436/>, <http://www.gsras.ru/unu/>).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии у них конфликта интересов. Авторы прочитали рукопись и согласны с опубликованной версией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика. Основы эконометрики (в 2-х т.). М.: Юнити-Дана. 2001. 1088 с.
- Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Новиков В.А., Шифман М.А. Инстантонная азбука // УФН. 1982. Т. 136. № 4. С. 553–591.
- Войкова О.А., Несмеянов С.А., Серебрякова Л.И. Неотектоника и активные разломы Сахалина. М.: Наука. 2007. 187 с.
- Гольдин С.В. Физика “живой” Земли. Проблемы геофизики XXI века / Николаев А. В. (отв. ред.). М.: Наука. 2003. С. 17–36.
- Гульельми А.В., Завьялов А.Д., Зотов О.Д., Клайн Б.И. Неполные симметричные триады тектонических землетрясений. Тезисы докладов 6-й Всероссийской тектонофизической конференции. М.: ИФЗ РАН. 2024. С. 49.
- Кочарян Г.Г. Геомеханика разломов. М.: ГЕОС. 2016. 424 с.
- Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс. М.: Дело. 2004. 576 с.
- Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики (2-е изд., испр. и доп.). М.: Эдиториал УРСС. 2002. 358 с.
- Малышев А.И., Тихонов И.Н. Закономерности динамики форшок-афтершоковых последовательностей в районе Южных Курильских островов // Докл. АН СССР. 1991. Т. 319. № 1. С. 134–138.
- Малышев А.И., Тихонов И.Н. Нелинейные закономерности развития сейсмического процесса во времени // Физика земли. 2007. № 6. С. 37–51.
- Родкин М.В. Сейсмический режим в обобщенной окрестности сильного землетрясения // Вулканология и сейсмология. 2008. № 6. С. 1–12.
- Родкин М.В. Типовая фор- и афтершоковая аномалия — эмпирика, интерпретация // Вулканология и сейсмология. 2020. № 1. С. 64–76.
- Смирнов В.Б., Пономарев А.В. Физика переходных режимов сейсмичности. М.: РАН. 2020. 412 с.
- Соболев Г.А. Основы прогноза землетрясений. М.: Наука. 1993. 312 с.
- Содержание ежегодников — “Землетрясения России” (gsras.ru) URL: <http://www.gsras.ru/zr/contents.html> (дата обращения 10.09.2024).
- Тихонов И.Н., Василенко Н.Ф., Золотухин Д.Е., Ивельская Т.Н., Поплавский А.А., Прытков А.С., Спирин А.И. Симуширские землетрясения и цунами 15 ноября 2006 года и 13 января 2007 года // Тихоокеанская геология. 2008. Т. 27. № 1. С. 3–17.
- Тихонов И.Н., Михайлов В.И., Малышев А.И. Моделирование последовательностей землетрясений юга Сахалина, предвещающих сильные толчки, с целью краткосрочного прогноза времени их возникновения // Тихоокеанская геология. 2017. Т. 36. № 1. С. 5–14
- Faraoni V. Lagrangian formulation of Omori’s law and analogy with the cosmic Big Rip. // Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80. № 5. P. 445–450.
<https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-020-8019-2>
- Malyshev A.I., Tikhonov I.N. Nonlinear regular features in the development of the seismic process in time // Izv. Physics of the Solid Earth. 2007. V. 43. № 6. P. 476–489.
- Rodkin M.V., Tikhonov I.N. The typical seismic behavior in the vicinity of a large earthquake // Physics and Chemistry of the Earth. 2016. V. 95. P. 73–84.
- Rodkin M., Patonin A., Shikhova N., Ponomarev A., Smirnov V. Comparison of fore- and aftershock activity in the generalized vicinity of large earthquakes, rock bursts and acoustic emission events: 7th General Assembly (GA) of the European Seismological Commission, 19–24 September 2021. Session 21: Physics of earthquake preparation process: from laboratory experiments to earthquake forecast. № 493.
- Tikhonov I.N., Kim Ch.U. Confirmed prediction of the 2 August 2007 M_w 6.2 Nevetsk earthquake (Sakhalin Island, Russia) // Tectonophysics. 2010. V. 485. P. 85–93.
- Utsu T. A statistical study on the occurrence of aftershocks // Geophys. Mag. 1961. V. 30. P. 521–605.
- Varnes D.J. Predicting earthquakes by analyzing accelerating precursory seismic activity // Pure and Applied Geophysics. 1989. V. 130(4). P. 661–686.
<https://doi.org/10.1007/bf00881603>
- Voight B. A relation to describe rate-dependent material failure // Science. 1989. V. 243. № 4888. P. 200–203.
<https://doi.org/10.1126/science.243.4888.200>
- Zavyalov A.D., Guglielmi A.V., Zotov O.D. Three problems in aftershock physics // J. Volcanol. Seismol. 2020. V. 14. P. 341–352.
<https://doi.org/10.1134/S0742046320050073>
- Zavyalov A., Zotov O., Guglielmi A., Kлайн B. On the Omori Law in the Physics of Earthquakes // Appl. Sci. 2022. V. 12. P. 9965–9982.
<https://doi.org/10.3390/app12199965>
- Zelenin E.A., Bachmanov D.M., Garipova S.T., Trifonov V.G., Kozhurin A.I. The Active Faults of Eurasia Database (AFEAD): the ontology and design behind the continental-scale dataset // Earth System Science Data. 2022. V. 14. P. 4489–4503.

Instanton Representation of Foreshock—Aftershock Sequences

L. M. Bogomolov^{a, *}, M. V. Rodkin^{a, b, **}, and V. N. Sychev^a

^a*Institute of Marine Geology and Geophysics, FEB RAS, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia*

^b*Institute of earthquake prediction theory and mathematical geophysics, RAS, Moscow, Russia*

^{*}*e-mail: bleom@mail.ru*

^{**}*e-mail: rodkin@mitp.ru*

Received October 14, 2024; revised December 1, 2024; accepted December 25, 2024

Abstract — Descriptions of the processes of foreshock and aftershock activations are of great significance in seismology, both for practical and theoretical reasons. An analogy of mathematical expressions describing the origin of the direct and inverse Omori—Utsu laws has been established empirically. Investigations of the generalized vicinity of a large earthquake (GVLE) have revealed an even closer analogy between the properties of foreshocks and aftershocks. This similarity also applies to the characteristics of the activation process, in particular, anomalous changes in the slope of the repeatability plot. It is proposed in this paper to use kinetic equations for the unifying model of the entire foreshock-aftershock process, the equations having solutions in the form of dependencies with explicit maxima, localized in time and called instantons (by analogy with solitons—localized waves). A clear pattern of an instanton solution is a plot of the time derivative of the logistic dependence describing the transition process. The speed of such a process first increases significantly, reaches a maximum, and then asymptotically decreases to zero.

The aim of the work is to demonstrate the efficiency of using the instanton model, which generalizes the model of self—developing processes (SDP), but does not provide for the development of physically unrealistic singularity which is a pattern usually simulating an explosive growth in the number of foreshocks and aftershocks in the vicinity of the main event. A comparison of the new model with empirical data is performed by the example of earthquakes in the southern part of Sakhalin Island in 2003–2023. This zone is the most equipped with facilities for seismic events registration. The satisfactory correspondence between theoretical and empirical temporal dependences is shown both for the GVLE built for the territory within (44.5°–50.5° N., 141.5°–143.5° E.) and for individual strong earthquakes on Sakhalin.

Keywords: Foreshocks, aftershocks, generalized vicinity of a large earthquake, activation, mathematical model, kinetic equation, instanton, southern part of Sakhalin Island