

## Оптимизация обработки данных автомобильного радара миллиметрового диапазона с помощью модифицированной нейронной сети MFNN

Н.В. Панокин, И.А. Костин, А.В. Карловский

Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация

### АННОТАЦИЯ

**Обоснование.** Распознавание и представление дорожной сцены является актуальной задачей в сфере автономного управления транспортом. Одним из способов улучшения характеристик существующих аппаратных средств сенсорики представляется применение нейронных сетей для обработки сигналов.

**Цель работы** — проведение экспериментального исследования возможностей применения модифицированной нейронной сети MFNN для повышения разрешающей способности радара с небольшим числом каналов; сравнение с классическим алгоритмом, построенным на базе быстрого преобразования Фурье (БПФ), а также сравнение результатов с данными, полученными с других типов сенсоров (лидаров).

**Методы.** Используется алгоритм представления дорожной сцены, в частности, обнаружения пешеходов и автомобилей, с использованием автомобильного радара миллиметрового диапазона и метода определения компонентов данных применительно к задаче DOA, построенного на основе нейронной сети MFNN, модифицированной для случая представления сигналов, принимающих комплексные значения, в виде коэффициентов избыточного базиса, минимизирующего эти коэффициенты по норме  $L_1$ . Для сравнительного анализа используется алгоритм на базе быстрого преобразования Фурье (БПФ).

**Результаты.** В результате проведенных исследований получено подтверждение практической реализуемости разработанной модификации метода MFNN, а также продемонстрировано преимущество применения нейронной сети, заключающееся в увеличении степени детализации объектов, точности определения их формы и положения с использованием радара с небольшим числом каналов.

**Заключение.** Полученные результаты могут быть использованы при создании решений для повышения эффективности обнаружения препятствий на пути следования транспорта, автоматического управления транспортным средством, непрерывного мониторинга окружающей среды и прочее, что позволит улучшить безопасность и эффективность функционирования высокоавтоматизированных и автономных систем.

**Ключевые слова:** избыточный базис; нормы  $L_0/L_1$ ; Minimum Fuel Neural Network (MFNN); искусственная нейронная сеть; эквидистантная линейная антенная решетка (ULA); направление прихода сигнала (DOA); автомобильный радар.

### КАК ЦИТИРОВАТЬ:

Панокин Н.В., Костин И.А., Карловский А.В. Оптимизация обработки данных автомобильного радара миллиметрового диапазона с помощью модифицированной нейронной сети MFNN // Тракторы и сельхозмашины. 2024. Т. 91, № 3. С. x-y. DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-624873>

## Optimization of the automotive millimeter-wave radar data processing using the modified MFNN neural network

Nikolay V. Panokin, Ivan A. Kostin, Alexander V. Karlovsky

*Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation*

### ABSTRACT

**BACKGROUND:** Recognition and representation of the road scene is a relevant task in the field of autonomous driving. One of the ways to improve the characteristics of the existing sensory hardware is the use of neural networks for signal processing.

**AIM:** To conduct an experimental study of the possibilities of using the modified MFNN neural network to increase the resolution of a radar with a small number of channels, to compare it with the classical algorithm based on the fast Fourier transform (FFT), and, in addition, to compare the results with the data obtained from other types of sensors (lidars).

**METHODS:** The algorithm of the road scene representation, in particular, the detection of pedestrians and cars, is used with a millimeter-range automotive radar and a method for determining data components in relation to the DOA problem, based on the MFNN neural network, modified for the case of representing signals taking complex values in the form of excessive basis coefficients minimizing these coefficients according to the  $L_1$  norm. The algorithm based on the fast Fourier transform (FFT) is used for comparative analysis.

**RESULTS:** As a result of the conducted research, confirmation of the practical feasibility of the developed modifications of the MFNN method was obtained, and the advantage of using a neural network, consisting in increasing the degree of detail of objects, the accuracy of determining their shape and position using a radar with a small number of channels, was demonstrated.

**CONCLUSIONS:** The obtained results can be used to develop solutions to improve the efficiency of detecting obstacles on the way of transport, automatic vehicle control, continuous environmental monitoring, and so on, which helps to improve the safety and efficiency of highly automated and autonomous systems.

**Keywords:** excessive basis;  $L_0/L_1$  norms; Minimum Fuel Neural Network (MFNN); artificial neural network; uniform Linear Array (ULA); direction of arrival (DOA); automotive radar.

### TO CITE THIS ARTICLE:

Panokin NV, Kostin IA, Karlovsky AV. Optimization of the automotive millimeter-wave radar data processing using the modified MFNN neural network. *Tractors and Agricultural Machinery*. 2024;91(3):x-y. DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-624873>

**ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время радары миллиметрового диапазона достаточно широко применяются в качестве компонента в системах обеспечения активной безопасности автомобильного транспорта, таких как система предупреждения о возможном лобовом столкновении (англ. Forward Collision Warning, FCW) и система автоматического экстренного торможения для предотвращения столкновений (англ. Advanced Emergency Braking System, AEB). Работа радаров не зависит от условий освещения и слабо зависит от погодных условий, что является их несомненным преимуществом и отличием от других активных компонентов систем безопасности: видеокамер и лидаров. Однако, в связи с ограничениями в размерах антенных системы радаров, применяемых на транспорте, ширина формируемого луча оказывается существенно больше, а разрешающая способность по направлению существенно ниже, чем, например, у систем на основе лидаров.

Теоретически достижимая угловая разрешающая способность радара с размером антенной системы по горизонтали  $L = 15\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны, для двух равных по мощности некогерентных источников определяется выражением [1]:

$$\delta = 0,85 \frac{L}{\lambda}$$

и, для рабочей частоты 24 ГГц, составляет в азимутальной плоскости  $6,8^\circ$  или 1,2 м на расстоянии 10 м. Это значение более чем на порядок хуже, чем обеспечивает лидар. При различии в мощности или наличии когерентности разрешающая способность значительно падает, а при соотношении мощностей  $R < 0,7$  обеспечить разделение источников становится невозможным.

Указанное обстоятельство затрудняет решение таких задач, как раздельное обнаружение близко расположенных объектов, детектирование объектов по профилю отраженного сигнала, обеспечение точного объезда препятствий или парковки в условиях ограниченного пространства, а также приводит к сужению области использования радаров в системах обеспечения безопасности движения транспортных средств.

Для решения вышеуказанной проблемы используется ряд методов оценки направления прибытия (Direction of Arrival, DOA), когда принятый сигнал подвергается пространственному преобразованию Фурье [2–8], используется ряд методов, предназначенных для повышения точности определения направления и мощности принимаемых (отраженных от объектов) сигналов. Примерами таких методов являются алгоритмы множественной классификации сигналов (MUSIC), оценки параметров сигнала с помощью методов ротационной инвариантности (ESPRIT). Однако, названные методы не подходят для случаев сильно коррелированных сигналов, которыми являются сигналы радара, отраженные от объектов.

В настоящее время известно достаточное количество работ, посвященных теоретическим исследованиям методов оценки направления прибытия, их вариантов реализации, а также оценке эффективности применения методов для решения прикладных задач [9–20].

С учетом известных наработок в контексте настоящей статьи наиболее подходящими являются методы избыточного базиса, основанные на теории разреженного представления (англ. Sparse Representation, SR), заключающиеся в использовании базиса с существенно большим числом компонент в сравнении с числом компонент в анализируемых данных сигнала. В отличие от классических методов элементами базиса могут быть не обязательно ортогональные между собой функции, а методы представления сигналов, основываются на их разложении в ряд оптимальных базовых компонентов, которые находятся из избыточного базисного словаря с помощью таких алгоритмов разреженной аппроксимации, как, алгоритм наилучшего соответствия (англ. Matching Pursuit, MP), метод фреймов (англ. Method of Frame, MOF) и алгоритм поиска базиса (англ. Basis Pursuit, BP) с использованием различных норм  $l_0/l_1$ . При этом, избыточный базис (базисные компоненты) задаются априори или находятся при помощи вышеуказанных алгоритмов в зависимости от текущих характеристик принимаемых данных.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Целью настоящей статьи является экспериментальное исследование реальной реализуемости и эффективности работы одного из вариантов метода определения компонентов данных применительно к задаче DOI: модифицированной нейронной сети MFNN, для при обнаружении пешеходов и автомобилей, являющихся элементами дорожной сцены, с использованием автомобильного радара миллиметрового диапазона, а также сравнение результатов с известными алгоритмами и данными, полученными

## МЕТОДЫ

Рассматриваемый метод построен на основе нейронной сети MFNN [22], реализующей представление сигналов, принимающих комплексные значения в виде коэффициентов избыточного базиса, минимизирующего коэффициенты по норме  $l_1$ .

Распространяя результаты [22] на комплексную плоскость  $\mathbb{C}$ , получим:

$$\left\{ \max_{y \in \Omega} y^T x \right\} \rightarrow \min, \text{ при условии } Ax = b, \quad (1)$$

где  $\Omega = \left\{ \omega \in \mathbb{C}^N \mid |\omega_i| \leq 1, i=1, 2, \dots, N \right\} \subset \mathbb{C}^N, b \in \mathbb{C}^M$  — входные данные;

$x = [\alpha_{\gamma_1}, \alpha_{\gamma_2}, \dots, \alpha_{\gamma_N}]^T \in \mathbb{C}^N$  — базисные компоненты;  $A = [\phi_{\gamma_1}, \phi_{\gamma_2}, \dots, \phi_{\gamma_N}] \in \mathbb{C}^{M \times N}$  — матрица избыточного словаря;  $D = (\phi_{\gamma})$  — сформированный словарь, где  $\phi_{\gamma} \in \mathbb{C}^M$  означает компоненту базиса с индексом  $\gamma \in \Gamma$  and  $\Gamma \subset L^2(\mathbb{R})$ .

Входные данные  $S$  можно представить в виде:

$$b = \sum_{i=1}^N \alpha_{\gamma_i} \phi_{\gamma_i} + r^{(N+1)}, \quad (2)$$

где  $r^{(N+1)} \in \mathbb{C}^M$  — остаточный вектор, или вектор ошибок — результат аппроксимации данных  $b$  базисными функциями  $\phi_{\gamma_1}, \phi_{\gamma_2}, \dots, \phi_{\gamma_N}$  из словаря  $D$ ,  $\alpha_{\gamma_i}$  —  $i$ -ый весовой коэффициент,

Решение оптимизационной задачи может быть получено путем минимизации нормы функции потерь:

$$J = r^{(N+1)}_p = b - Ax_p, \quad (3)$$

где  $_p$  —  $p$ -норма, в общем виде,  $p = 2$  (норма  $l_2$ ) или  $p = 1$  (норма  $l_1$ ).

Вариант реализации модифицированной нейронной сети MFNN [23], которая описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -A^T [Ax - y - b] - P_{\Omega}(x + A^T y), \\ \frac{dy}{dt} = -A [x + A^T y - P_{\Omega}(x + A^T y)] + b, \end{cases} \quad z = x + A^T y, \quad z \in \mathbb{C}^N \quad (4)$$

где  $P_{\Omega}(z) = [P_{\Omega}(z_1), P_{\Omega}(z_2), \dots, P_{\Omega}(z_n)]^T$  — функция активации (5):

$$P_{\Omega}(z_i) = \begin{cases} \frac{z_i}{|z_i|}, \wedge \text{if } |z_i| > 1 \\ z_i, \wedge \text{if } |z_i| \leq 1 \end{cases}, \quad (5)$$

где  $|z_i| = \sqrt{\text{Re}(z_i)^2 + \text{Im}(z_i)^2}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  приведён на рис. 1.

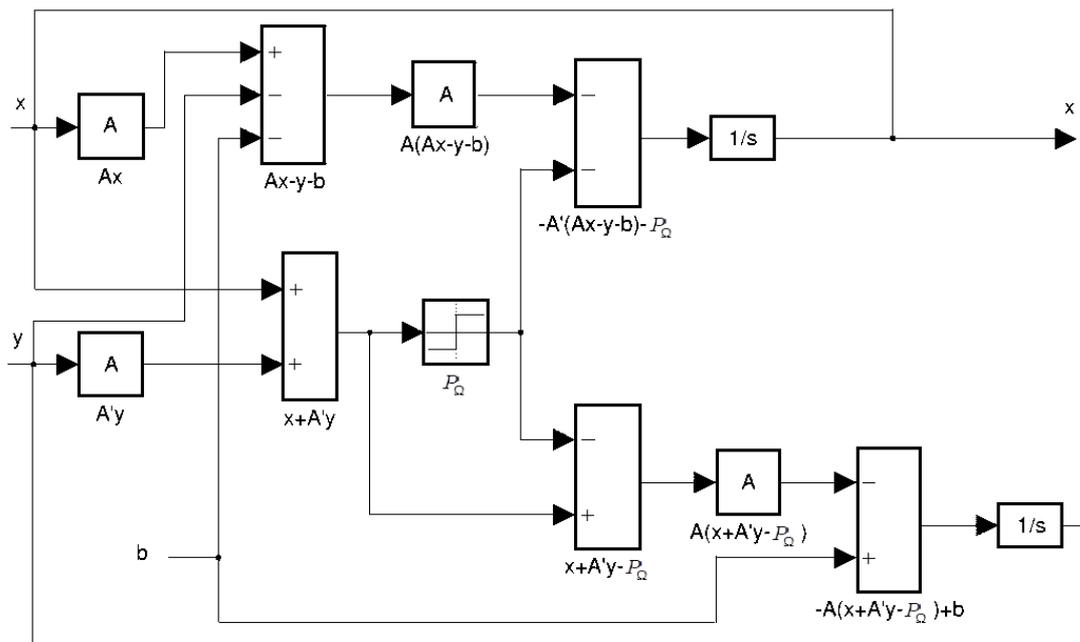


Рис. 1. Архитектура модифицированной нейронной сети MFNN.

Fig. 1. The MFNN neural network architecture.

Приведено сравнение с результатами использования классического алгоритма DOA, построенного на базе быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Для исследований использовался стенд на базе экспериментального образца радара, обладающего следующими характеристиками:

Таблица. Характеристики экспериментального образца радара.

Table. Characteristics of the experimental radar sample.

Наименование	Значение
Рабочая частота	24 ГГц
Количество антенных каналов	8
Вид модуляции сигнала	ЛЧМ
Разрешение по азимуту	13,0°
Разрешение по дальности	0,15 м
Максимальная дальность	67 м
Рабочая частота	24 ГГц
Количество антенных каналов	8

Сигналы, принятые антенными элементами радара после усиления, предварительной фильтрации и преобразования в цифровой вид, полученные цифровые данные через встроенный интерфейс Ethernet со скоростью 1 Гб/сек передавались для дальнейшей обработки внешним вычислительным устройством на базе процессора Intel i7-5960X, 3ГГц (см. Рис. 2).

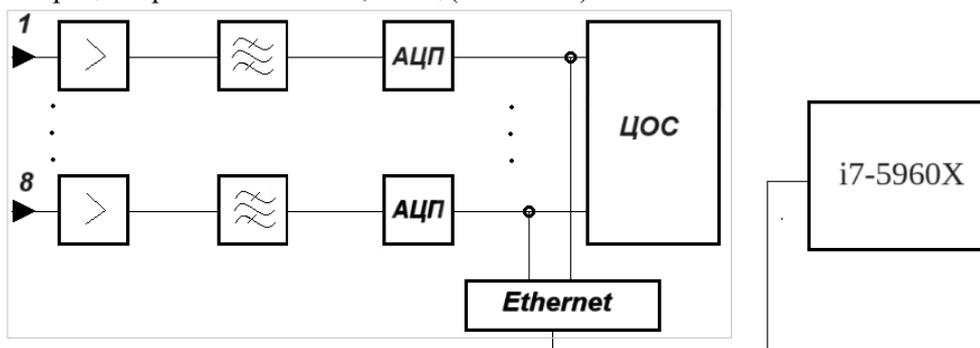


Рис. 2. Функциональная схема стенда.

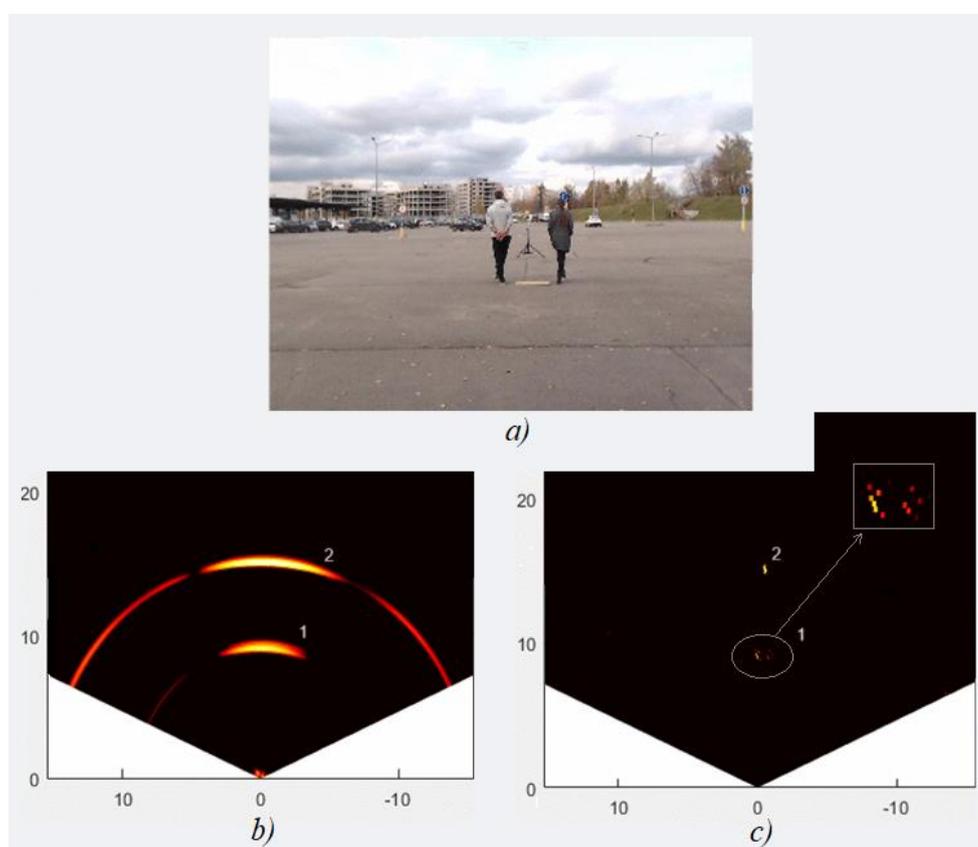
Fig. 2. Functional diagram of the bench.

## THEORY, DESIGN, TESTING

Предварительное преобразование во внешнем вычислительном устройстве заключалось в фильтрации полученных данных по дальности с использованием корреляционной обработки или БПФ размерности  $L = 512$ . Обработываемые реальные данные содержали, кроме отраженных сигналов, шумы приемных трактов, искажения и амплитудно-фазовые разбросы каналов, ошибки, связанные с конечной разрядностью АЦП (16 разрядов). Полученная в результате матрица комплексных значений размером  $8 \times 512$  затем передавалась на обработку одним из методов DOA для каждой дальности. Такая реализация стенда позволила оперативно корректировать программы обработки данных радара в процессе проведения исследований. Экспериментально исследовались характеристики обнаружения и определения положения пешеходов и автомобилей в сравнении со стандартным алгоритмом DOA, основанным на БПФ.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Проведены эксперименты для дорожной сцены, в которой присутствуют два пешехода на одинаковой дальности — 9 м и угловый отражатель на дальности — 15 м. На рисунке представлены результаты, где сверху расположен соответствующий кадр видеоизображения дорожной сцены (см. Рис. 3, а), снизу слева изображен результат работы алгоритма на базе БПФ (см. Рис. 3, б), а снизу справа — результат работы рассматриваемого метода при использовании избыточного базиса (см. Рис. 3, в), в том числе увеличенный фрагмент радиолокационного изображения. По оси  $X$  отложено горизонтальное смещение, а по оси  $Y$  дальность в метрах.



**Рис. 3.** Экспериментальная дорожная сцена с двумя близко расположенными пешеходами на одной дальности и удалённым угловым отражателем: *a* — кадр видеоизображения; *b* — результат алгоритма БПФ; *c* — результат работы алгоритма ИБ.

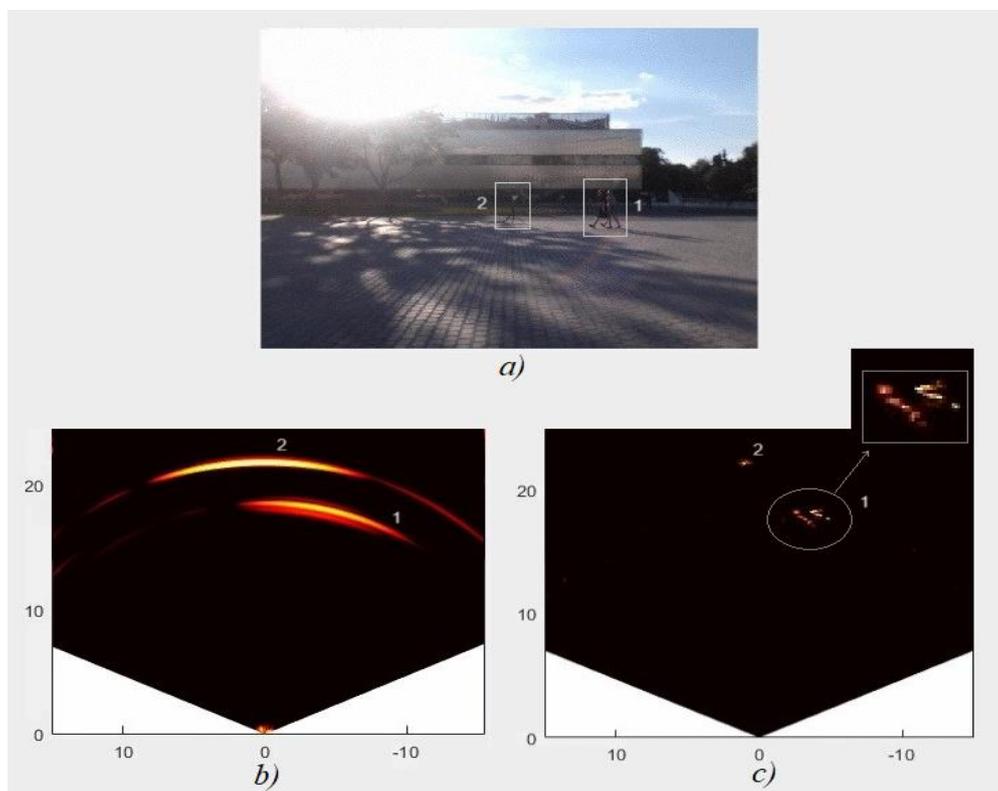
**Fig. 3.** An experimental road scene with two closely spaced pedestrians at the same range and with a remote corner reflector: *a* — frame of the video image; *b* — the result of the FFT algorithm; *c* — the result of the excessive basis algorithm.

Видно, что отраженные сигналы от двух пешеходов при использовании стандартного метода на базе БПФ не разделяются и представлены как общий отклик 1 в пределах зоны по горизонтали 5 м на дальности 9 м (см. Рис. 3, б). На дальности 15 м одиночный угловый отражатель представлен как отклик 2 в пределах зоны по горизонтали 8 м, что не позволяет его идентифицировать как точечное препятствие.

## ТЕОРИЯ, КОНСТРУИРОВАНИЕ, ИСПЫТАНИЯ

Результаты обработки данных, имеющих комплексные значения, нейронной сетью MFNN (см. Рис. 3, в), показывают раздельное отображение отраженных сигналов от двух пешеходов, что позволило определить их, как два независимых объекта 1 на одной дальности при расстоянии между ними по горизонтали 1,0 м, что соответствует угловому расстоянию между ними в азимутальной плоскости  $6^\circ$ . Одиночный уголкоый отражатель представлен точечным откликом 2 на дальности 15.

Далее проведены эксперименты для дорожной сцены, в которой присутствует группа из двух пешеходов, идущих параллельно на дальностях 18 м и 19 м с небольшим смещением 0,5 м по горизонтали и уголкоый отражатель на дальности 22 м. Результаты приведены ниже (см. Рис. 4).



**Рис. 4.** Экспериментальная дорожная сцена с двумя идущими рядом пешеходами на близких дальностях и удаленным уголкоым отражателем: *a* — кадр видеоизображения; *b* — результат алгоритма БПФ; *c* — результат работы алгоритма ИБ.

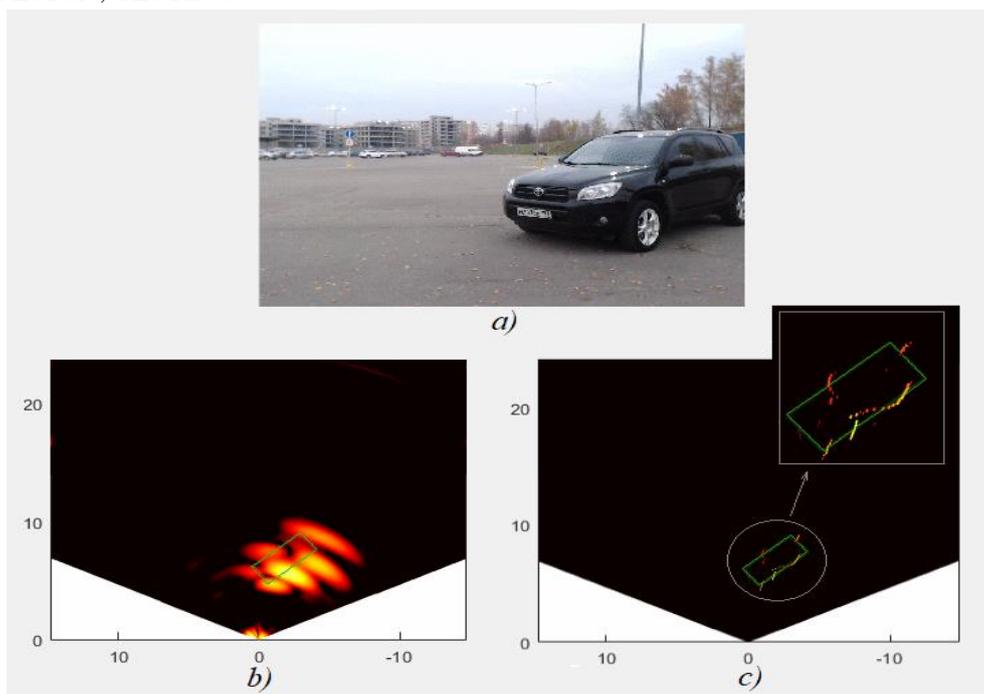
**Fig. 4.** An experimental road scene with two pedestrians walking side by side at close ranges and with a remote corner reflector: *a* — frame of the video image; *b* — the result of the FFT algorithm; *c* — the result of the excessive basis algorithm.

При использовании стандартного метода на базе БПФ отклики от пешеходов не разделяются ни по дальности, ни по горизонтальному смещению и представлены как общий отклик 1 в пределах зоны по горизонтали 8 м на дальности 19 м (см. Рис. 4, б). На дальности 22 м одиночный уголкоый отражатель представлен как отклик 2 в пределах зоны по горизонтали 11 м, что не позволяет его идентифицировать как точечное препятствие.

Результаты обработки данных, нейронной сетью MFNN (см. Рис. 4, в), показывают раздельное отображение отраженных сигналов от двух пешеходов, что позволило определить их, как два независимых объекта 1 на дальностях 18 м и 19 м при смещении между ними по горизонтали 1 м, что соответствует угловому расстоянию между ними в азимутальной плоскости  $3^\circ$ . Одиночный уголкоый отражатель представлен точечным откликом 2 на дальности 22 м.

Таким образом, полученное экспериментально значение углового разрешения в азимутальной плоскости при использовании нейронной сети MFNN, оказалось в 4 раза выше, чем при использовании стандартного метода БПФ.

Дополнительные эксперименты для трехмерной дорожной сцены, в которой присутствует автомобиль RAV4, расположенный на расстоянии 9 м представлены ниже (см. Рис.5).



**Рис. 5.** Экспериментальная дорожная сцена с автомобилем RAV4: *a* — кадр видеоизображения; *b* — результат алгоритма БПФ; *c* — результат работы алгоритма ИБ.

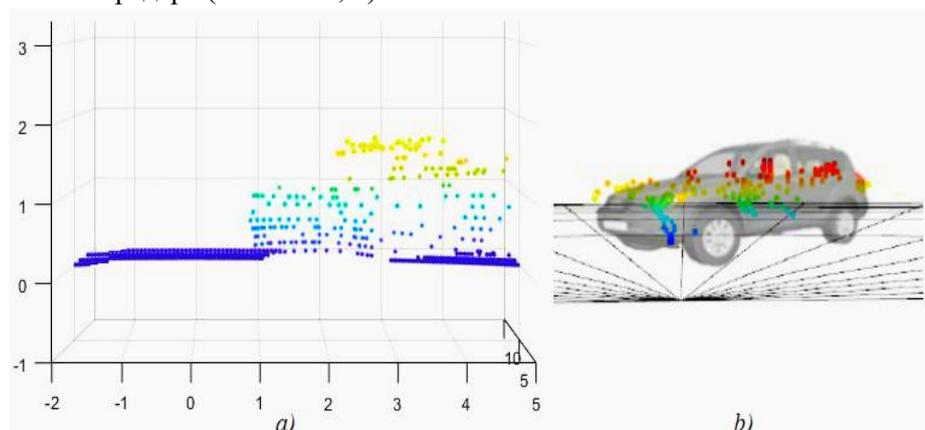
**Fig. 5.** An experimental road scene with the RAV4 car: *a* — frame of the video image; *b* — the result of the FFT algorithm; *c* — the result of the excessive basis algorithm.

Контур автомобиля размером 1,8м x 4,4м показан зелёным цветом. По откликам, полученным от автомобиля для алгоритма на основе БПФ положение его габариты составляют 4мx6м. Результаты обработки данных, нейронной сетью MFNN (см. Рис. 5, в), дают габариты 2мx5м, что намного ближе к истинным габаритам и положение, практически совпадающее с контуром автомобиля.

Результаты сравнительного эксперимента по представлению контура автомобиля облаком точек, формируемых лидаром и радаром с постобработкой сигналов нейронной сетью, в случае одной и той же дорожной сцены показал следующие результаты (см. Рис. 6).

Для сравнения использовались данные, полученные с помощью лидара марки Velodyne VLP-16, имеющего следующие значимые для эксперимента характеристики: точность определения дальности:  $\pm 3$  см; разрешение по азимуту:  $0,4^\circ$ .

На Рис. 6 представлены визуализация данных автомобиля RAV4, полученных с помощью лидара (см. Рис. 6, а) и данные, полученные путем обработки радиолокационного сигнала нейронной сетью MFNN с экспериментального радара (см. Рис. 6, б).



**Рис. 6.** Визуализация облака точек, сформированных для экспериментальной дорожной сцены с автомобилем RAV4: *a* — результаты, полученные с лидара; *b* — результат обработки данных радара.

## ТЕОРИЯ, КОНСТРУИРОВАНИЕ, ИСПЫТАНИЯ

**Fig. 6.** Visualization of a cloud of points formed for the experimental road scene with the RAV4 car: *a* — the results obtained from the lidar; *b* — the result of processing the radar data.

Получены следующие результаты вычисления параметра «Разрешение по азимуту»:

- в базовом варианте: 13,0°;
- в варианте с применением MFNN: 3°.

Результаты эксперимента показывают, что метод формирования радиолокационного изображения на базе нейронной сети MFNN, модифицированной для использования комплексных данных при применении 8-канального радара дает возможность восстанавливать контуры объектов, с детализацией близкой к получаемой с помощью лидара и существенно лучшей по сравнению со стандартной обработкой на базе БПФ. Видно, что большое количество откликов сосредоточено на переднем левом углу автомобиля и на левом боковом зеркале, присутствуют отклики от крыши и задних стоек крыши автомобиля. На радиолокационном изображении получено меньше откликов от объекта по сравнению с лидарным облаком точек, однако, видны отклики от задней кромки автомобиля, которая для лидара скрыта и затеняется передней кромкой.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведённые экспериментальные данные, позволяют сделать вывод о том, что рассмотренный метод, реализованный на основе нейронной сети MFNN, осуществляющей представление сигналов, принимающих комплексные значения в виде коэффициентов избыточного базиса, минимизирующего указанные коэффициенты по норме  $l_1$  возможно использовать в системах формирования дорожной сцены на основе технологии миллиметровой радиолокации. Анализ полученных результатов подтверждает практическую реализуемость и эффективность функционирования рассматриваемой модификации метода MFNN, показывает возможность существенного улучшения характеристик разрешения нескольких близкорасположенных объектов, а также возможность определения формы объекта с использованием радара с небольшим числом каналов. Результаты проведённого численного моделирования демонстрируют эффективность предложенного метода для случая разреженного представления комплексных данных и могут быть использованы при определении DOA не только для радаров миллиметрового диапазона, нашедших широкое применение в системах помощи водителю и предотвращения столкновений, но и для систем управления движением автономного транспорта, предъявляющим более высокие требования по точности определения положения окружающих объектов и детализации дорожной сцены, в том числе для автономного управления движением на полях такой сельскохозяйственной техники, как комбайны и трактора, примером которых являются системы АО «Когнитив Роботикс», все шире используемые предприятиями агропромышленного комплекса.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

**Вклад авторов:** Н.В. Панокин — научное руководство, формулирование основных направлений исследования, планирование исследований, написание текста и редактирование статьи, участие в обсуждении материалов статьи; И.А. Костин — проведение экспериментов, обработка результатов исследования, подготовка и написание текста статьи; А.В. Карловский — обзор литературы, обработка сбор и анализ литературных источников, участие в обсуждении материалов статьи, подготовка и написание текста статьи. Авторы подтверждают соответствие своего авторства международным критериям *ICMJE* (все авторы внесли равноправный вклад в разработку концепции, проведения исследования и подготовку статьи).

**Конфликт интересов.** Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с проведённым исследованием и публикацией настоящей статьи.

**Источник финансирования.** Исследование и подготовка публикации проведены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания № FZRR-2023-0008.

## ADDITIONAL INFORMATION

**Authors' contribution.** N.V. Panokin — scientific guidance, formulation of the main directions of the study, design of experiments, writing and editing the text of the manuscript, taking part in discusses on the article; I.A. Kostin — conducting experiments, processing the experiments' results, preparation and writing the text of the manuscript; A.V. Karlovsky — literary review, processing, collecting and analysis of the literary sources, taking part in discusses on the article, preparation and writing the text of the manuscript. All authors

## THEORY, DESIGN, TESTING

made a substantial contribution to the conception of the work, acquisition, analysis, interpretation of data for the work, drafting and revising the work, final approval of the version to be published and agree to be accountable for all aspects of the work.

**Competing interests.** The authors declare that they have no competing interests.

**Funding source.** This work was supported by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of State Assignment No. FZRR-2023-0008.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Denisov V.P., Dubinin D.V., Erofeev D.V. Using the Maximum-Likelihood Method for the Angular Resolution of the Signal Sources in Multibase Phase Direction Finders // *Radiophys Quantum Electronics*. 2021. Vol. 64, N. 7. P. 511–519. doi: 10.1007/s11141-022-10152-9
2. Krim H., Viberg M. Two decades of array signal processing research-The parametric approach // *IEEE Signal Process. Mag.* 1996. Vol. 13. P. 67–94. doi: 10.1109/79.526899
3. Lee E.K., Lee J. Performance analysis of conventional beamforming algorithm for angle-of-arrival estimation under measurement uncertainty // *Int. J. Antennas Propag.* 2020. Vol. 2020. P. 1–24. doi: 10.1155/2020/7515139
4. Capon J. High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis // *Proc. IEEE*. 1969. Vol. 57. P. 1408–1418. doi: 10.1109/PROC.1969.7278
5. Cho S., Lee J. Efficient Implementation of the Capon beamforming using the Levenberg–Marquardt scheme for two-dimensional AOA estimation // *Prog. Electromagn. Res.* 2013. Vol. 137. P. 19–34. doi: 10.2528/PIER12122711
6. Schmidt R.O. Multiple emitter location and signal parameter estimation // *Proc. Radc Spectr. Est. Work. Shop*. 1979. Vol. 34. P. 243–258.
7. Furlotov Y.M., Ivanov A.M., Shadrin S.S., Toporkov M.A. Sound Source Direction of Arrival Estimation for Autonomous Driving Applications. In: *2022 Intelligent Technologies and Electronic Devices in Vehicle and Road Transport Complex (TIRVED)*, Moscow. 2022. P. 1–5. doi: 10.1109/TIRVED56496.2022.9965523.
8. Cichocki A., Unbehauen R. Neural Networks for Solving Systems of Linear Equations and Related Problems. // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I Fundamental Theory and Applications*. 1992. Vol. 39, N. 2. P. 619–633. doi: 10.1109/81.167018
9. Zala C.A., Barrodale I., Kennedy J.S. High-resolution signal and noise field estimation using the L1 (least absolute values) norm // *IEEE J. Oceanic Eng.* 1987. Vol. OE-12. P. 253–264.
10. Bandler J.W., Kellerman W., Madsen K. A nonlinear L1 optimization algorithm for design, modeling, and diagnosis of networks // *IEEE Trans. Circuits Syst.* 1987. Vol. 34. P. 174–189.
11. Abdelmalek N.N. Solutions of minimum time problem and minimum fuel problem for discrete linear admissible control systems // *Int. J. Syst. Sci.* 1978. Vol. 8. P. 849–859.
12. Levy S., Walker C., Ulrych T.J., Fullagar P.K. A linear programming approach to the estimation of the power spectra of harmonic processes // *IEEE Trans. Acoust. Speech. Signal Processing*. 1992. Vol. 30. P. 675–679.
13. Gribonval R., Morten N. Sparse decompositions in "incoherent" dictionaries. In: *Proceedings 2003 International Conference on Image Processing*. Barcelona, 2003. Vol. 1. P. 1–33.
14. la Cour-Harbo A. Fast Estimation of Optimal Sparseness of Music Signals. In: *Proceedings of SPRRA 2006. The Third IASTED International Conference on Signal Processing, Pattern Recognition, and Applications*. Innsbruck: ACTA Press, 2006.
15. Donoho D.L., Elad M. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via l1 minimization. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2003. Vol. 100, N. 5. P. 2197–2202. doi: 10.1073/pnas.0437847100
16. Fuchs J.-J. On sparse representations in arbitrary redundant bases // *IEEE Transactions on Information Theory*. 2004. Vol. 50. P. 1341–1344. doi: 10.1109/TIT.2004.828141
17. Dantas C., Gribonval R. Stable safe screening and structured dictionaries for faster L1 regularization // *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2019. doi: 10.1109/TSP.2019.2919404
18. Traonmilin Y., Vaiteer S., Gribonval R. Is the 1-norm the best convex sparse regularization? In:

- iTWIST'18 - international Traveling Workshop on Interactions between low-complexity data models and Sensing Techniques, Nov 2018, Marseille, France. Marseille, 2018. P.1-11.
19. Bertin N., Daudet L., Emiya V., Gribonval R. Compressive Sensing in Acoustic Imaging. In: Boche, H., Calderbank, R., Kutyniok, G., Vybíral, J. (eds) Compressed Sensing and its Applications. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser, Cham: Springer, 2015. doi: 10.1007/978-3-319-16042-9\_6
  20. Foucart S., Gribonval R. Real versus complex null space properties for sparse vector recovery // *Comptes Rendus Mathématique*. 2010. Vol. 348, N. 15–16. P. 863–865. doi: ff10.1016/j.crma.2010.07.024
  21. Stanković L., Sejdić E., Stanković S., et al. A Tutorial on Sparse Signal Reconstruction and Its Applications in Signal Processing // *Circuits Syst Signal Process*. 2019. Vol. 38. P. 1206–1263. doi: 10.1007/s00034-018-0909-2
  22. Zhishun W., Cheung J.Y., Xia Y.S., Chen J. Minimum Fuel Neural Networks and Their Applications to Overcomplete Signal Representations // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I Fundamental Theory and Applications*. 2000. Vol. 47, N. 8. P. 1146–1159. doi: 10.1109/81.873870
  23. Panokin N.V., Averin A.V., Kostin I.A., et al. Method for Sparse Representation of Complex Data Based on Overcomplete Basis,  $l_1$  Norm, and Neural MFNN-like Network // *Applied Sciences*. 2024. Vol. 14, N. 5. doi: 10.3390/app14051959

## REFERENCES

1. Denisov VP, Dubinin DV, Erofeev DV. Using the Maximum-Likelihood Method for the Angular Resolution of the Signal Sources in Multibase Phase Direction Finders. *Radiophys Quantum Electronics*. 2021;64(7):511–519. doi: 10.1007/s11141-022-10152-9
2. Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research-The parametric approach. *IEEE Signal Process. Mag.* 1996;13:67–94. doi: 10.1109/79.526899
3. Lee EK, Lee J. Performance analysis of conventional beamforming algorithm for angle-of-arrival estimation under measurement uncertainty. *Int. J. Antennas Propag.* 2020;2020:1–24. doi: 10.1155/2020/7515139
4. Capon J. High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*. 1969;57:1408–1418. doi: 10.1109/PROC.1969.7278
5. Cho S, Lee J. Efficient Implementation of the Capon beamforming using the Levenberg–Marquardt scheme for two-dimensional AOA estimation. *Prog. Electromagn. Res.* 2013;137:19–34. doi: 10.2528/PIER12122711
6. Schmidt RO. Multiple emitter location and signal parameter estimation. In: *Proc. Radc Spectr. Est. Work. Shop*. 1979;34:243–258.
7. Furlotov YM, Ivanov AM, Shadrin SS, Toporkov MA. Sound Source Direction of Arrival Estimation for Autonomous Driving Applications. In: *2022 Intelligent Technologies and Electronic Devices in Vehicle and Road Transport Complex (TIRVED), Moscow*. 2022:1–5. doi: 10.1109/TIRVED56496.2022.9965523.
8. Cichocki A, Unbehauen R. Neural Networks for Solving Systems of Linear Equations and Related Problems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I Fundamental Theory and Applications*. 1992;39(2):619–633. doi: 10.1109/81.167018
9. Zala CA, Barrodale I, Kennedy JS. High-resolution signal and noise field estimation using the  $L_1$  (least absolute values) norm. *IEEE J. Oceanic Eng.* 1987;OE-12:253–264.
10. Bandler JW, Kellerman W, Madsen K. A nonlinear  $L_1$  optimization algorithm for design, modeling, and diagnosis of networks. *IEEE Trans. Circuits Syst.* 1987;34:174–189.
11. Abdelmalek NN. Solutions of minimum time problem and minimum fuel problem for discrete linear admissible control systems. *Int. J. Syst. Sci.* 1978;8:849–859.
12. Levy S, Walker C, Ulrych TJ, Fullagar PK. A linear programming approach to the estimation of the power spectra of harmonic processes. *IEEE Trans. Acoust. Speech. Signal Processing*. 1992;30:675–679.
13. Gribonval R, Morten N. Sparse decompositions in "incoherent" dictionaries. In: *Proceedings 2003 International Conference on Image Processing*. Barcelona, 2003;1:1–33.

## THEORY, DESIGN, TESTING

14. la Cour-Harbo A. Fast Estimation of Optimal Sparseness of Music Signals. In: *Proceedings of SPRRA 2006. The Third IASTED International Conference on Signal Processing, Pattern Recognition, and Applications*. Innsbruck: ACTA Press, 2006.
15. Donoho DL, Elad M. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via  $\ell_1$  minimization. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2003;100(5):2197–2202. doi: 10.1073/pnas.0437847100
16. Fuchs J-J. On sparse representations in arbitrary redundant bases. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2004;50:1341–1344. doi: 10.1109/TIT.2004.828141
17. Dantas C, Gribonval R. Stable safe screening and structured dictionaries for faster  $\ell_1$  regularization. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2019. doi: 10.1109/TSP.2019.2919404
18. Traonmilin Y, Vaiter S, Gribonval R. Is the  $\ell_1$ -norm the best convex sparse regularization? In: *iTWIST'18 - international Traveling Workshop on Interactions between low-complexity data models and Sensing Techniques, Nov 2018, Marseille, France*. Marseille, 2018:1-11.
19. Bertin N, Daudet L, Emiya V, Gribonval R. *Compressive Sensing in Acoustic Imaging*. In: Boche H, Calderbank R, Kutyniok G, Vybiral J. (eds) *Compressed Sensing and its Applications. Applied and Numerical Harmonic Analysis*. Birkhäuser, Cham: Springer, 2015. doi: 10.1007/978-3-319-16042-9\_6
20. Foucart S, Gribonval R. Real versus complex null space properties for sparse vector recovery. *Comptes Rendus Mathématique*. 2010;348(15–16):863–865. doi: 10.1016/j.crma.2010.07.024
21. Stanković L, Sejdić E, Stanković S, et al. A Tutorial on Sparse Signal Reconstruction and Its Applications in Signal Processing. *Circuits Syst Signal Process*. 2019;38:1206–1263. doi: 10.1007/s00034-018-0909-2
22. Zhishun W, Cheung JY, Xia YS, Chen J. Minimum Fuel Neural Networks and Their Applications to Overcomplete Signal Representations. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I Fundamental Theory and Applications*. 2000;47(8):1146–1159. doi: 10.1109/81.873870
23. Panokin NV, Averin AV, Kostin IA, et al. Method for Sparse Representation of Complex Data Based on Overcomplete Basis,  $\ell_1$  Norm, and Neural MFNN-like Network. *Applied Sciences*. 2024;14(5). doi: 10.3390/app14051959

## ОБ АВТОРАХ / AUTHORS' INFO

### \* Панокин Николай Викторович,

канд. техн. наук,

начальник центра перспективных разработок автономных систем;

адрес: Российская Федерация, 107023, Москва, ул. Большая Семёновская, д. 38;

ORCID: 0000-0003-0380-3733;

eLibrary SPIN: 1055-5884;

e-mail: pan.itl.np@gmail.com

Соавторы:

### Костин Иван Александрович,

инженер-исследователь центра перспективных разработок автономных систем;

ORCID: 0000-0002-9069-9198;

eLibrary SPIN: 6948-1058;

e-mail: kostin.ivan.a@gmail.com

### Карловский Александр Васильевич,

научный сотрудник центра перспективных разработок автономных систем;

ORCID: 0000-0001-7660-3375;

### \* Nikolay V. Panokin,

Cand. Sci. (Engineering),

Head of the Center for Advanced Development of Autonomous Systems;

address: 38 Bolshaya Semenovskaya street, 107023 Moscow, Russian Federation;

ORCID: 0000-0003-0380-3733;

eLibrary SPIN: 1055-5884;

e-mail: pan.itl.np@gmail.com

Co-Authors:

### Ivan A. Kostin,

Research Engineer of the Center for Advanced Development of Autonomous Systems;

ORCID: 0000-0002-9069-9198;

eLibrary SPIN: 6948-1058;

e-mail: kostin.ivan.a@gmail.com

### Alexander V. Karlovskiy,

Research Scientist of the Center for Advanced Development of Autonomous Systems;

ORCID: 0000-0001-7660-3375;

ТЕОРИЯ, КОНСТРУИРОВАНИЕ, ИСПЫТАНИЯ

eLibrary SPIN: 6948-1864;

eLibrary SPIN: 6948-1864;

e-mail: a.karlovskiy@gmail.com

e-mail: a.karlovskiy@gmail.com

\* Автор, ответственный за переписку / Corresponding author