ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2019, том 484, № 3, с. 255–259

МАТЕМАТИКА

УДК 517.518.23

ВЛОЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВ ФУНКЦИЙ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ГЛАДКОСТИ НА НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОБЛАСТЯХ

Член-корреспондент РАН **О. В. Бесов**

Поступило 24.09.2018 г.

Приводятся теоремы вложения пространств функций положительной гладкости, определённых на нерегулярных областях n-мерного евклидова пространства, в пространства того же типа, а также некоторые близкие результаты.

Ключевые слова: теоремы вложения, функции положительной гладкости, нерегулярная область.

DOI: https://doi.org/10.31857/S0869-56524843255-259

Пусть $\mathbb{N}$ — множество натуральных чисел; $n \in \mathbb{N}$; $\mathbb{R}^n$ — n-мерное евклидово пространство точек, $n \geq 2$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$; $s > 0$; $1 \leq p < q < \infty$; $L_p(G)$ — лебегово пространство определённых на открытом множестве $G \subset \mathbb{R}^n$, $G \neq \mathbb{R}^n$, функций с нормой

$$\|f \mid L_p(G)\| = \left(\int_G |f(x)|^p dx\right)^{1/p}.$$

Все рассматриваемые функции f и производные $D^\alpha f$ локально суммируемы на области своего определения.

Символом $W_p^s(G)$ при $s \in \mathbb{N}$ будем обозначать пространство Соболева с нормой

$$\|f \mid W_p^s(G)\| = \|f \mid L_p(G)\| + \sum_{|\alpha|=s} \|D^\alpha f \mid L_p(G)\|.$$

Известная теорема вложения Соболева $W_p^s(G) \subset \subset L_q(G)$, характеризуемая неравенством

$$\|f \mid L_q(G)\| \leq C\|f \mid W_p^s(G)\|, \quad s \in \mathbb{N}, \quad 1 < p < q < \infty, \quad (1)$$

установлена им в 1938 г. для области $G \subset \mathbb{R}^n$ с условием конуса при

$$s - \frac{n}{p} + \frac{n}{q} \geq 0.$$

Это соотношение (определяющее максимально возможное значение q в теореме (1)) является и необходимым условием вложения. Результат С.Л. Соболева был перенесён на области более общего вида: области классов $J_{\frac{n-1}{n}}$, $I_{p,\frac{1}{p}-\frac{1}{n}}$ (В.Г. Мазья, 1960, 1975), области с условием Джона (John domains; Ю.Г. Решетняк, 1981), области с условием гибкого конуса (О.В. Бесов, 1983).

Определение 1. При $\sigma \geq 1$ область $G \subset \mathbb{R}^n$ будем называть *областью с условием гибкого σ-конуса* (или *σ-регулярной*), если при некоторых $T \in (0, 1]$, $\kappa > 0$ для любого $x \in G$ существует кусочно гладкий путь

$$\gamma = \gamma_x\colon [0, T] \to G, \quad \gamma(0) = x, \quad |\gamma'| \leq 1 \text{ п.в.}, \quad (2)$$

такой, что

$$\operatorname{dist}(\gamma(t), \mathbb{R}^n \setminus G) \geq \kappa t^\sigma \quad \text{при } 0 < t \leq T.$$

В случае $\sigma = 1$ такую область называют также *областью с условием гибкого конуса*, или *регулярной*. Области, не удовлетворяющие условию гибкого конуса, будем называть *нерегулярными*.

Для нерегулярной области (которая в окрестности некоторой точки границы может, в частности, иметь вид внешнего пика) вложение (1) может оказаться неверным ни при каких соотношениях параметров или быть верным при некоторых более сильных ограничениях, связывающих n, s, p, q и зависящих от геометрических свойств области G.

В [1] приведена некоторая двухпараметрическая классификация областей евклидова пространства и установлена неулучшаемая теорема вложения (1) для областей каждого класса. В [2, 3] построены пространства положительной гладкости $B^s_{p,\theta}(G)$, $L^s_{p,\theta}(G)$, $s > 0$, на нерегулярных областях этого двухпараметрического семейства и установлены некоторые их свойства. В данной работе на областях из тех же классов устанавливается теорема вложения пространств $L^s_{p,\theta}(G)$ в пространства $L^l_{q,\tau}(G)$, $s > l > 0$,

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской Академии наук, Москва
E-mail: *besov@mi-ras.ru*

и уточняются некоторые случаи других теорем. Соотношение между параметрами функциональных пространств в этих теоремах вложения зависит от геометрических свойств области G. Такая зависимость для теоремы вложения (1) в некоторых случаях рассматриваемых здесь классов областей выявлена в работах [1, 4–6].

Введём обозначения: $t > 0$, $E \subset \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^n$, $d > 0$,

$$\mu = (\mu_1, \ldots, \mu_n) \in [1, \sigma]^n, \ \min_{1 \le i \le n} \mu_i = 1, \ |\mu| = \sum_{i=1}^n \mu_i, \quad (3)$$

$$y + tE := \{x\colon x = y + tz, \ z \in E\},$$

$$Q_\mu(x, d) = x + \prod_{i=1}^n [-d^{\mu_i}, d^{\mu_i}],$$

$$B(x, t) := \{y\colon |y - x| < t\} = x + B(0, t), \quad B_0 = B(0, 1),$$

χ — индикатор шара $B(0, 1)$ или отрезка $[-1, 1]$.

Для открытого множества G и достаточно малого числа $\delta > 0$ положим $G_\delta = \{x\colon x \in G, \ \operatorname{dist}(x, \mathbb{R}^n \setminus G) > \delta\}$.

Мы будем рассматривать функциональные пространства на различных подклассах классов σ-регулярных областей, характеризующихся дополнительным параметром — мультииндексом μ. Далее везде $\sigma \ge 1$, G — σ-регулярная область, $\kappa \in (0, 1)$, $\mathfrak{R}$ — оператор некоторого поворота в $\mathbb{R}^n$, $r(t) = \kappa_0 t^\sigma$ $(0 < t \le T)$.

Определение 2. Пусть G — область в $\mathbb{R}^n$, открытое множество $G_0 \subset G$. Пусть при некоторых T, $\varepsilon \in (0, 1]$ для каждого $x \in G_0$ определён лежащий в G путь вида (2). Будем писать $(G, G_0) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu)$, если при операторе некоторого поворота $\mathfrak{R}$ выполнены свойства:

1. Гибкий σ-конус

$$V_x(t) := \bigcup_{0 \le u \le t} B(\gamma(u), \kappa u^\sigma) \subset G \cap \mathfrak{R} Q_\mu(x, t/\varepsilon)$$
$$\forall t \in (0, T], \ \forall x \in G_0;$$

2. $\exists c_1, c_2 > 0$: $\forall x \in G_0, \forall t_0 \in (0, T], \forall y \in B(\gamma_x(t_0), r(t_0))$ $\exists\, [t_1, t_2] \subset (0, T]$: $c_1 r(t_0) \le t_2 - t_1 \le c_2 r(t_0)$, $|y - \gamma_x(t)| \ge r(t_0)$ при $t \notin [t_1, t_2]$,

$$c_1 r(t_0) \le \int_{t_1}^{t_2} \chi\left(\frac{y - \gamma_x(t)}{2r(t)}\right) dt \le c_2 r(t_0).$$

Пример множеств (G, G^0) класса $\mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu)$ имеется в [1].

Определение 3. Пусть область $G \subset \mathbb{R}^n$, $\sigma \ge 1$, $\kappa > 0$, $M \in [n, \sigma(n-1)+1]$. Пусть существует конечное число J открытых множеств G_j таких, что

$$(G, G_j) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu^j), \quad |\mu^j| = M \ (j = 1, 2, \ldots, J),$$

$$\left| G \setminus \bigcup_{j=1}^J G^j \right| = 0.$$

Тогда будем писать $(G, \{G_j\}_1^J) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$.

Определение 4. Пусть G — область в $\mathbb{R}^n$, открытые множества $G_0 \subset G_0^* \subset G$. Пусть при некоторых T, $\varepsilon \in (0, 1]$ для каждого $x \in G_0^*$ определён лежащий в G кусочно гладкий путь $\gamma = \gamma_x = x + \gamma_x^{(0)}$ вида (2), причём для $x \in G_0$ этот путь лежит в G_0^*.

Будем писать $(G, G_0, G_0^*) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu)$, если $(G_0^*, G_0) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu)$ и выполнено свойство

3. $\exists c_3$: $\forall x \in G_0$ на $D := \{(y, t)\colon 0 \le t \le T, \ |y| < \kappa t^\sigma\}$ функция $(y, t) \to \gamma^{(0)}_{\gamma_x(t)+y}(t)$ непрерывна, $\forall y$, $|y| < \kappa t^\sigma$, функция $t \to \gamma^{(0)}_{\gamma_x(t)+y}(t)$ кусочно гладкая и п.в. $\left|\frac{\partial}{\partial t} \gamma^{(0)}_{\gamma_x(t)+y}(t)\right| \le c_3$ на $\{t\colon 0 \le t \le T, \ |y| < r(t)\}$.

Определение 5. Пусть область $G \subset \mathbb{R}^n$, $\sigma \ge 1$, $\kappa > 0$, $M \in [n, \sigma(n-1)+1]$. Пусть существует конечное число J открытых множеств G_j, G_j^* таких, что

$$(G, G_j, G_j^*) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu^j), \quad |\mu^j| = M \ (j = 1, 2, \ldots, J),$$

$$\left| G \setminus \bigcup_{j=1}^J G^j \right| = 0.$$

Тогда будем писать $(G, \{G_j, G_j^*\}_1^J) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$.

При $x, a \in \mathbb{R}^n$, $t > 0$ для числовой функции f положим $\tau_a f(x) = f(x + a)$, $\sigma_t f(x) = f(tx)$. Символом $\mathbb{P}_{m-1}$ обозначим линейное пространство многочленов вида $\sum_{|\alpha| \le m-1} c_\alpha x^\alpha$. Пусть $\pi = \pi^{m-1}\colon L(B_0) \to L(B_0)$ — некоторый проектор на $\mathbb{P}_{m-1}$,

$$\pi_{a,t} = \tau_a^{-1} \circ \sigma_t^{-1} \circ \pi \circ \sigma_t \circ \tau_a,$$

$$D_{m-1}(t) f(x) = t^{-n} \| f - \pi_{x,t} f \mid L(B(x, t)) \|.$$

При $E \subset \mathbb{R}^n$ положим

$$D_{m-1}(t, E) f(x) = \begin{cases} D_{m-1}(t) f(x), & \text{если } B(x, t) \subset E, \\ 0, & \text{если } B(x, t) \not\subset E. \end{cases}$$

Определение 6. Пусть $\sigma \ge 1$, $\kappa > 0$, μ удовлетворяет условию (3), $\mathfrak{R}$ — оператор поворота, $(G, G^0) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu)$. Пусть $\{\gamma_x\}_{x \in G^0}$ — множество путей, удовлетворяющих определению 2.

При $1 \le p \le \infty$, $1 \le \theta \le \infty$, $m \in \mathbb{N}$, $0 < s < m$ символом $L^{s(m)}_{p,\theta}(G_0, G, \sigma, \kappa)$ обозначим нормированное пространство определённых на G функций с конечной нормой

$$\|f| L^{s(m)}_{p,\theta}(G, G_0), \sigma, \kappa)\| = \\ = \|f| L_p(G_\delta)\| + \|f| l^{s(m)}_{p,\theta}(G, G^0, \sigma, \kappa)\| \quad (4)$$

при достаточно малом $\delta > 0$, где при $\gamma = \gamma_x$ в случае $p, \theta < \infty$

$$\|f \mid l^{s(m)}_{p,\theta}(G, G^0, \sigma, \kappa)\| = \\ = \left\{\int_G \left(\int_0^T [D_{m-1}(t, G) f(x)]^\theta t^{-s\theta} \frac{dt}{t}\right)^{p/\theta} dx\right\}^{1/p} + \\ + \left\{\int_{G^0} \left(\int_0^T [t^{m-s-\sigma m} D_{m-1}(\kappa t^\sigma) f(\gamma(t))]^\theta \frac{dt}{t}\right)^{p/\theta} dx\right\}^{1/p} \quad (5)$$

с обычной модификацией (4), (5) при $p = \infty$ или $\theta = \infty$.

Определение 7. Пусть $\sigma \geq 1$, $0 < \kappa$, $M \in [n, \sigma(n-1)+1]$, $(G, \{G_j\}) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$.

При $1 \leq p, \theta \leq \infty$, $m \in \mathbb{N}$, $0 < s < m$ символом $L^{s(m)}_{p,\theta}(G, \{G_j\}, \sigma, \kappa)$ будем обозначать нормированное пространство определённых на G функций с конечной нормой

$$\|f \mid L^{s(m)}_{p,\theta}(G, \{G_j\}, \sigma, \kappa)\| = \sum_{j=1}^J \|f \mid L^{s(m)}_{p,\theta}(G, G_j, \sigma, \kappa)\|.$$

В следующих теоремах $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, G — область в $\mathbb{R}^n$ с условием гибкого σ-конуса, $\sigma \geq 1$, $\kappa \in (0, 1]$, $M \in [n, \sigma(n-1)+1]$, $0 \leq l < s$.

Теорема 1. *Пусть* $(G, \{G_j\}) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$, $s \in \mathbb{N}$, $1 < p < q < \infty$ *и выполняется условие*

$$s - \frac{\sigma(n-1)+1}{p} + \frac{M}{q} \geq 0.$$

Тогда

$$W^s_p(G) \subset L_q(G).$$

Теорема 2. *Пусть* $(G, \{G_j, G^*_j\}) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$, $1 < p < q < \infty$, $1 \leq \theta \leq \infty$ *и выполняется условие*

$$s - \frac{\sigma - 1}{\theta} - \frac{\sigma(n-1)+1}{p} + \frac{M}{q} \geq 0.$$

Тогда

$$L^{s(m)}_{p,\theta}(G, \{G_j, G^*_j\}, \sigma, \kappa) \subset L_q(G).$$

Теорема 3. *Пусть* $(G, \{G_j, G^*_j\}) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$, $s \in \mathbb{N}$, $1 < p < q < \infty$, $1 \leq \theta \leq \infty$ *и выполняется условие*

$$s - l - l^+(\sigma - 1) - \frac{\sigma - 1}{\tau'} - \frac{\sigma(n-1)+1}{p} + \frac{M}{q} \geq 0. \quad (6)$$

Тогда

$$W^s_p(G) \subset L^{l(l^+)}_{q,\tau}(G, \{G_j\}).$$

Теорема 4. *Пусть* $(G, \{G_j, G^*_j\}) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$, $1 < p < q < \infty$, $1 \leq \theta \leq \infty$ *и выполняется условие*

$$s - l - l^+(\sigma - 1) - (\sigma - 1)\max\left\{\frac{1}{\theta}, \frac{1}{\tau'}\right\} - \\ - \frac{\sigma(n-1)+1}{p} + \frac{M}{q} \geq 0. \quad (7)$$

Тогда

$$L^{s(m)}_{p,\theta}(G, \{G_j\}, \sigma, \kappa) \subset L^{l(l^+)}_{q,\tau}(G, \{G^*_l\}).$$

Теорема 5. *Пусть* $(G, \{G_j, G^*_j\}) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, M)$, $s \in \mathbb{N}$, $1 < p < q < \infty$, $1 \leq \theta \leq \infty$, $0 \leq l < l^+ = s$ *и выполняется условие*

$$s - l - \frac{\sigma - 1}{\tau'} - \frac{\sigma(n-1)+1}{p} + \frac{M}{q} \geq 0.$$

Тогда

$$W^s_p(G) \subset L^{l(s)}_{q,\tau}(G). \quad (8)$$

Теорема 1 при $\sigma > 1$ в случае $s = 1$, $M = n$ установлена в работе [5] и в общем случае в работе [1]. Теорема 2 установлена в [7]. Теорема 5 в случае $\tau = 1$ установлена в [3].

Приведённые результаты основаны на интегральных представлениях функций. Ниже описано интегральное представление (близкое интегральному представлению из [8], но имеющее определённую специфику), используемое для доказательства теоремы 4.

Пусть $\sigma \geq 1$, область $G \subset \mathbb{R}^n$ является σ-регулярной, открытое множество $G_0 \subset G$, $(G, G_0) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu)$, $x \in G_0$ и путь $\gamma = \gamma_x = x + \gamma^{(0)}_x$ удовлетворяет условиям (2). Пусть $r(t) = \kappa_0 t^\sigma$, $0 \leq t \leq T$, $m \in \mathbb{N}$. Для функции f из какого-либо из рассматриваемых функциональных пространств (следовательно, локально суммируемой) ниже будет построено её усреднение $f_{(t)}$ такое, что $f_{(t)}(x)$ при $t \to 0$ стремится к $f(x)$ почти всюду, а производная $\frac{\partial}{\partial t} f_{(t)}$ обладает специальными свойствами (ортогональности и др.). Тогда интегральное представление функции $f(x)$ выводится из формулы Ньютона—Лейбница интегрированием $\frac{\partial}{\partial t} f_{(t)}$. Перейдём к построению усреднения $f_{(t)}$. Приведём сначала вспомогательное усреднение из [9, п. 7.3]. Пусть $\tilde{\Theta}$ — сглаженная функция Хевисайда:

$$\tilde{\Theta} \in C^{\infty}(\mathbb{R}),\ \tilde{\Theta}(u) = 0 \quad \text{при } u \le 0,$$
$$\tilde{\Theta}(u) = 1 \quad \text{при } u \ge 1,$$
$$\operatorname{supp} \tilde{\Theta}' \in (-\delta, \delta), \quad 0 < \delta \le \frac{1}{2}.$$

При $m \in \mathbb{N}$ рассмотрим

$$\omega(u) = \frac{d^m}{du^m}\left(\frac{u^{m-1}}{(m-1)!}\tilde{\Theta}(u)\right), \quad \operatorname{supp}\omega(\cdot) \subset (-\delta, \delta),$$
$$\int \omega(u)du = \tilde{\Theta}(1) = 1,$$
$$\int \omega(u)u^k du = 0 \quad \text{при } k = 1, 2, \ldots, m-1.$$

Пусть r — непрерывная и кусочно гладкая на $[0, T]$ функция:

$$r\colon [0, T] \to [0, \infty),\ 0 < r(t) \quad \text{при } t > 0,$$
$$r(t) \to 0 \quad \text{при } t \to 0,\ |r'(t)| \le c_0.$$

Рассмотрим усреднение f_t функции $f \in L(\mathbb{R}^n, \text{loc})$ в точке x:

$$f_t(x) = \frac{1}{r(t)^n}\int \Omega\left(\frac{y}{r(t)}\right) f(x + y)dy,$$

где $\Omega(x) = \prod_{i=1}^{n} \omega(x_i), \quad \operatorname{supp}\Omega \subset [-\delta, \delta]^n.$

Усреднение f_t сохраняет произвольный многочлен $P_{m-1} \in \mathbb{P}_{m-1}$. Пусть

$$\varphi_{[t]}(x) = \sum_{k=0}^{m-1} c_k(t)\varphi(x + h(1 + kt)), \tag{9}$$

где $h \in \mathbb{R}^n$, $t > 0$, а коэффициенты удовлетворяют условиям

$$\sum_{0}^{m-1} c_k(t) = 1,\ \sum_{0}^{m-1} c_k(t)(1 + kt)^l = 0,\ l = 1, 2, \ldots, m-1. \tag{10}$$

Из этих условий вытекает (см. [10, 11]), что линейная комбинация вида (9) сохраняет произвольный многочлен P_{m-1} n переменных степени $m-1$.

Пусть $(G, G_0, G_0^*) \in \mathcal{G}(\sigma, \kappa, \mu)$ и $\{\gamma_x\}_{x \in G_0^*}$ — множество путей, которым наделено G_0^* в соответствии с определением 4, $r(t) = \kappa_0 t^{\sigma}, 0 < \kappa_0 \le \kappa$. Для оценки $L_{q,\tau}^{l(m)}(G_0)$-нормы функции f оценим сначала $D_{m-1}(r(t_0))f(\gamma_x(t_0))$ при фиксированных $x \in G_0$, $t_0 \in (0, T]$. Введём для этого следующие обозначения:

$$X := \gamma_x(t_0), \quad y \in \mathbb{R}^n, \quad |y| < r(t), \quad Y = X + y,$$
$$\Gamma_Y(t) = \begin{cases} Y - y\dfrac{r}{t_0} & \text{при } 0 \le t \le t_0, \\ \gamma_x(t) & \text{при } t_0 \le t_0 \le T, \end{cases}$$
$$R_Y(t) = \begin{cases} \dfrac{t}{t_0} r(t_0) & \text{при } 0 < t \le t_0, \\ r(t) & \text{при } t_0 \le t \le T. \end{cases}$$

Нужное интегральное представление строится на основе усреднения ($m = s^+$):

$$f_{(t)}(Y) = \int \frac{1}{R_Y(t)^n}\Omega\left(\frac{z}{R_Y(t)}\right)\int \frac{1}{r(t)^n}\Omega\left(\frac{v}{r(t)}\right) \times$$
$$\times \sum_{0}^{m-1} c_k\left(\frac{r(t)}{4mt}\right) f\left(\gamma_{\Gamma_{Y(t)+z}}(t) + v + \right.$$
$$\left. + k(\Gamma_Y^{(0)}(t) + z + \gamma^{(0)}_{\Gamma_{Y(t)+z}}(t) + v)\frac{r(t)}{4mt}\right)dzdv. \tag{11}$$

Отсюда

$$\left|D_Y^{\alpha}\frac{\partial}{\partial t} f_{(t)}(Y)\right| \le Ct^{m-1}r(t)^{-m-|\alpha|}\int \frac{1}{R_Y(t)^n} \times$$
$$\times \chi\left(\frac{z - \Gamma_Y(t)}{R_Y(t)}\right) D_{m-1}(2r(t)f(\gamma_z(t)))dz. \tag{12}$$

По формуле Ньютона—Лейбница

$$f(Y) = -\int_0^T \frac{\partial}{\partial t} f_{(t)}(Y)dt + f_{(T)}(Y). \tag{13}$$

Эта формула для функции $f \in L_{p,\theta}^{s(m)}(G_0, G, \sigma, \kappa)$ справедлива для почти всех $Y \in B(X, r(t_0))$.

При доказательстве приведённых теорем учитывается следующая лемма, показывающая влияние параметра θ.

Л е м м а 1. *Пусть γ_x — кривая, удовлетворяющая определению* 2, $s \ge 0$, $1 \le \theta \le \infty$, $\frac{1}{\theta'} + \frac{1}{\theta} = 1$. *Тогда*

$$\left\{\int_0^T t^{s\theta'}\frac{1}{r(t)^{n\theta'}}\chi\left(\frac{y - \gamma_x(t)}{r(t)}\right)\frac{dt}{t}\right\}^{1/\theta'} \le$$
$$\le C\int_0^T t^s \frac{1}{r(t)^n}\left(\frac{r(t)}{t}\right)^{-1/\theta}\chi\left(\frac{y - \gamma_x(t)}{r(t)}\right)\frac{dt}{t} \quad \forall y \in R^n.$$

З а м е ч а н и е 1. Теорема о вложении (8), приведённая в [3], справедлива лишь при $\sigma = 1$. При внесении почти очевидной поправки в неравенства из её доказательства формулировка теоремы при всех $\sigma \ge 1$ совпадёт с формулировкой теоремы 5 данной работы.

З а м е ч а н и е 2. Отметим, что доказательство теоремы 1 основано в [1] на более простом (сравнительно с описанным выше) интегральном представлении функции через производные.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бесов О.В.* // Мат. заметки. 2014. Т. 96. № 3. С. 341–347.
2. *Бесов О.В.* // ДАН. 2016. Т. 466. № 2. С. 133–136.
3. *Бесов О.В.* // Тр. Мат. ин-та РАН. 2016. Т. 293. С. 62–72.
4. *Лабутин Д.А.* // Тр. Мат. ин-та РАН. 1999. Т. 227. С. 170–179.
5. *Kilpeläinen T.*, *Malý J.* // Z. Anal. Anwend. 2000. V. 19. № 2. С. 369–380.
6. *Бесов О.В.* // Мат. сб. 2001. Т. 192. № 3. С. 3–26.
7. *Бесов О.В.* // Мат. заметки. 2018. Т. 104. № 6. С. 823–834.
8. *Бесов О.В.* // Мат. заметки. 2018. Т. 103. № 3. С. 336–357.
9. *Бесов О.В.*, *Ильин В.П.*, *Никольский С.М.* Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1996.
10. *Бесов О.В.* // Мат. заметки. 2003. Т. 74. № 2. С. 163–183.
11. *Бесов О.В.* // Тр. Мат. ин-та РАН. 2008. Т. 260. С. 32–43.
12. *Бесов О.В.* // Тр. Мат. ин-та РАН. 2010. Т. 269. С. 31–51.
13. *Genebashvili I.*, *Gogatishvili A.*, *Kokilashvili V.*, *Krbec M.* Weight Theory for Integral Transforms on Spaces of Homogeneuos Type, Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics. Harlow: Longnan, 1998. V. 92. xii+410 p.

EMBEDDING OF SPACES OF FUNCTIONS OF POSITIVE SMOOTHNESS ON IRREGULAR DOMAINS

Corresponding Member of the RAS O. V. Besov

Received September 29, 2018

For spaces of functions of positive smoothness defined on irregular domain of n-dimensional Euclidean space, an embedding theorem into spaces of the same type and related results are presented.

Keywords: embedding theorem, functions of positive smoothness, irregular domain.